



**POLSKA AKADEMIA NAUK**

**Instytut Badań Systemowych**

**Krzysztof KOŁOWROCKI**

**ASYMPTOTYCZNE PODEJŚCIE  
DO ANALIZY NIEZAWODNOŚCI  
SYSTEMÓW**





## **ASYMPTOTYCZNE PODEJŚCIE DO ANALIZY NIEZAWODNOŚCI SYSTEMÓW**

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE**  
**tom 27**

---

**Redaktor naukowy:**

**Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum**

Warszawa 2001

**Krzysztof KOŁOWROCKI**

**ASYMPTOTYCZNE PODEJŚCIE  
DO ANALIZY NIEZAWODNOŚCI  
SYSTEMÓW**

Publikację opiniowali do druku:

Prof. dr hab. inż. Janusz Karpiński

Dr hab. inż. Józef Żurek

Publikacja współfinansowana przez  
KOMITET BADAŃ NAUKOWYCH w ramach projektu  
badawczego Nr 9 T12C 022 16 nt. "Graniczne funkcje  
niezawodności dużych systemów wielostanowych oraz  
ich zastosowania w zagadnieniach transportowych i wy-  
trzymałościowych"

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN  
Warszawa 2001

ISBN 83-85847-58-8

ISSN 0208-8029



Serie

44663

Bibl. podręczna

## 10. Dodatki

### *Dodatek 1*

#### WYKAZ SYMBOLI

$E_i$	elementy systemu szeregowego lub równoległego
$E_{ij}$	elementy systemu szeregowo-równoległego lub równoległo-szeregowego
$T_i$	czasy zdatności dwustanowych elementów systemu szeregowego lub równoległego
$T_{ij}$	czasy zdatności dwustanowych elementów systemu szeregowo-równoległego lub równoległo-szeregowego
$T$	czas zdatności systemu dwustanowego
$R(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego elementu systemu jednorodnego
$F(t)$	dystrybuanta czasu zdatności dwustanowego elementu systemu jednorodnego
$R^{(i)}(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego elementu niejednorodnego systemu szeregowego lub równoległego
$F^{(i)}(t)$	dystrybuanta czasu zdatności dwustanowego elementu systemu jednorodnego szeregowego lub równoległego
$R^{(i,j)}(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego elementu niejednorodnego systemu szeregowo-równoległego lub równoległo-szeregowego
$F^{(i,j)}(t)$	dystrybuanta czasu zdatności dwustanowego elementu systemu jednorodnego szeregowo-równoległego lub równoległo-szeregowego
$\bar{R}_n(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego jednorodnego systemu szeregowego
$\bar{R}'_n(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego niejednorodnego systemu szeregowego
$R_n(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego jednorodnego systemu równoległego
$R'_n(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego niejednorodnego systemu równoległego

$\bar{R}_{k_n, l_n}(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego jednorodnego systemu równoległo-szeregowego
$\bar{R}'_{k_n, l_n}(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego niejednorodnego systemu równoległo-szeregowego
$R_{k_n, l_n}(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego jednorodnego systemu szeregowo-równoległego
$R'_{k_n, l_n}(t)$	funkcja niezawodności dwustanowego niejednorodnego systemu szeregowo-równoległego
$\bar{\mathcal{R}}(t)$	graniczna funkcja niezawodności dwustanowego jednorodnego systemu szeregowego lub równoległo-szeregowego
$\bar{\mathcal{R}}'(t)$	graniczna funkcja niezawodności dwustanowego niejednorodnego systemu szeregowego lub równoległo-szeregowego
$\mathcal{R}(t)$	graniczna funkcja niezawodności dwustanowego jednorodnego systemu równoległego lub szeregowo-równoległego
$\mathcal{R}'(t)$	graniczna funkcja niezawodności dwustanowego niejednorodnego systemu równoległego lub szeregowo-równoległego
$E(T)$	średni czas zdatności systemu dwustanowego
$\sigma(T)$	odchylenie standardowe czasu zdatności systemu dwustanowego
$z$	liczba stanów zdatności elementu oraz systemu wielostanowego
$T_i(u)$	czasy przebywania wielostanowych elementów systemu szeregowego lub równoległego w podzbiorze stanów
$T_{ij}(u)$	czasy przebywania wielostanowych elementów systemu szeregowo-równoległego lub równoległo-szeregowego w podzbiorze stanów
$T(u)$	czas przebywania wielostanowego systemu w podzbiorze stanów
$R(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego elementu systemu jednorodnego
$F(t, \cdot)$	dystrybuanta czasu przebywania wielostanowego elementu systemu jednorodnego w podzbiorze stanów
$R^{(i)}(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego elementu niejednorodnego systemu szeregowego lub równoległego
$F^{(i)}(t, \cdot)$	dystrybuanta czasu przebywania wielostanowego elementu systemu jednorodnego szeregowego lub równoległego w podzbiorze stanów
$R^{(i,j)}(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego elementu niejednorodnego systemu szeregowo-równoległego lub równoległo-szeregowego



$F^{(i,j)}(t, \cdot)$	dystrybuanta czasu przebywania wielostanowego elementu niejednorodnego systemu szeregowo-równoległego lub równoległo-szeregowego w podzbiorze stanów
$\bar{R}_n(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego jednorodnego systemu szeregowego
$\bar{R}'_n(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego niejednorodnego systemu szeregowego
$R_n(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego jednorodnego systemu równoległego
$R'_n(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego niejednorodnego systemu równoległego
$\bar{R}_{k_n, l_n}(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego jednorodnego systemu równoległo-szeregowego
$\bar{R}'_{k_n, l_n}(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego niejednorodnego systemu równoległo-szeregowego
$R_{k_n, l_n}(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego jednorodnego systemu szeregowo-równoległego
$R'_{k_n, l_n}(t, \cdot)$	funkcja niezawodności wielostanowego niejednorodnego systemu szeregowo-równoległego
$\bar{\mathcal{R}}(t, \cdot)$	graniczna funkcja niezawodności wielostanowego jednorodnego systemu szeregowego lub równoległo-szeregowego
$\bar{\mathcal{R}}'(t, \cdot)$	graniczna funkcja niezawodności wielostanowego niejednorodnego systemu szeregowego lub równoległo-szeregowego
$\mathcal{R}(t, \cdot)$	graniczna funkcja niezawodności wielostanowego jednorodnego systemu równoległego lub szeregowo-równoległego
$\mathcal{R}'(t, \cdot)$	graniczna funkcja niezawodności wielostanowego niejednorodnego systemu równoległego lub szeregowo-równoległego
$r(t)$	funkcja ryzyka systemu wielostanowego
$M_i(u)$	średni czas przebywania elementu wielostanowego w podzbiorze stanów
$\sigma_i(u)$	odchylenie standardowe czasu przebywania elementu wielostanowego w podzbiorze stanów
$\bar{M}_i(u)$	średni czas przebywania elementu wielostanowego w stanie
$M(u)$	średni czas przebywania systemu wielostanowego w podzbiorze stanów
$\sigma(u)$	odchylenie standardowe czasu przebywania systemu wielostanowego w podzbiorze stanów
$\bar{M}(u)$	średni czas przebywania systemu wielostanowego w stanie

$\delta$  dopuszczalny poziom funkcji ryzyka systemu wielostanowego  
 $\tau$  chwila przekroczenia dopuszczalnego poziomu funkcji ryzyka systemu wielostanowego

## *Dodatek 2*

### **ASYMPTOTIC APPROACH TO SYSTEM RELIABILITY ANALYSIS**

#### **Summary**

The book is concerned with the application of limit reliability functions to the reliability evaluation of large systems.

Two-state and multistate non-renewal systems composed of independent components are considered. The main emphasis is laid on multistate systems with ageing components due to the importance of such approach in safety analysis, assessment and prediction and exploitation effectiveness of the systems. The methods of determination of the reliability functions and the admissible level exceeding risk functions for those systems are presented.

The aim and the scope of the work are presented in the Introduction. Some model large technical systems are described. The state of the knowledge on limit reliability functions and their applications to reliability evaluation of technical systems is presented as well.

In Chapter 2, that follows the Introduction, there are introduced some basic notions necessary to further considerations. The asymptotic approach to the system reliability investigation and the system limit reliability function are defined.

Two-state homogeneous and non-homogeneous series, parallel, series-parallel and parallel-series systems are defined in Chapter 3. Their exact reliability functions are also determined.

Basic notions of the system multistate reliability analysis are introduced in Chapter 4. Further, the multistate homogeneous and non-homogeneous series, parallel, series-parallel and parallel-series systems are defined and their exact reliability functions are determined. Moreover the notions of the multistate limit reliability function of the system and its risk function are introduced.

Chapter 5 is concerned with limit reliability functions of two-state series, parallel, series-parallel and parallel-series systems. The three-element classes of possible limit reliability functions for series and parallel systems are fixed. Some auxiliary theorems that allow us to justify facts on the

methods of those systems reliability evaluation are formulated and the references where their proofs may be found are cited. The chapter also contains the results of limit reliability function investigations of two-state homogeneous and non-homogeneous series-parallel and parallel-series systems. As well as auxiliary theorems necessary in practical applications the classes of all possible limit reliability functions composed of ten members for those systems are presented. Moreover, examples of the asymptotic approach application to reliability evaluation of large two-state systems are given. On the basis of the formulated and proved four facts the limit reliability functions, mean values and standard deviations of a model non-homogeneous series system, a homogeneous parallel energetic cable system, a non-homogeneous series-parallel piping system and a model homogeneous parallel-series system are determined.

The expansion of the results on limit reliability functions of two-state systems consisting in their transmission to multistate series, parallel, series-parallel and parallel-series systems is done in Chapter 6. The classes of all possible limit reliability functions of those systems in the cases when they are composed of identical and different in a reliability sense components are fixed. Some new theorems that allow us to evaluate the reliability of large technical systems of those kinds are formulated and proved as well.

In Chapter 7 the generalisations concerned with limit reliability functions of multistate systems are applied to the reliability functions and risk functions estimation of some selected port and shipyard transportation systems. The results of the asymptotic approach to reliability evaluation of non-homogeneous multistate series-parallel systems are applied to the transportation system of the Baltic Grain Terminal of the Port of Gdynia transporting grain from its elevator to the rail carriages. The results of the asymptotic approach to reliability evaluation of non-homogeneous multistate series-parallel systems are applied to the piping transportation system of the Oil Terminal No 21 in Dębogórze taking the oil from the tankers that deliver it to the unloading pier located at the breakwater of the Port of Gdynia. The results of the asymptotic approach to reliability evaluation of non-homogeneous multistate series-parallel and series systems are applied to the transportation system of the Baltic Bulk Terminal of the Port of Gdynia loading bulk cargo on the ships. The results of the asymptotic approach to reliability evaluation of homogeneous multistate parallel-series systems are applied to the rope transportation system of the Naval Shipyard Gdynia. The performed reliability analysis of the considered systems is based on the data concerned with the exploitation process and reliability of their components taken from experts and from certificates of their producers.

The book is completed by Chapter 8 containing the evaluation of the results achieved, formulating new open problems and giving the perspective of further investigations on the considered problems.

Moreover, wide bibliography of the topic and the list of symbols are enclosed.

## *Dodatek 3*

### CONTENTS

<b>1. PREFACE</b> .....	7
<b>1.1. Introduction</b> .....	7
<b>1.2. State of art</b> .....	8
<b>1.3. Purpose and range</b> .....	13
<b>2. BASIC NOTIONS</b> .....	17
<b>3. TWO-STATE SYSTEMS</b> .....	23
<b>4. MULTISTATE SYSTEMS</b> .....	35
<b>5. THE CLASS OF LIMIT RELIABILITY FUNCTIONS OF TWO-STATE SYSTEMS</b> .....	49
<b>5.1. Limit reliability functions of two-state series systems</b> .....	49
<b>5.2. Limit reliability functions of two-state parallel systems</b> .....	52
<b>5.3. Limit reliability functions of two-state series-parallel     systems</b> .....	57
<b>5.4. Limit reliability functions of two-state parallel-series     systems</b> .....	66
<b>5.5. Examples of two-state systems and their limit reliability     functions</b> .....	74
<b>6. THE CLASS OF LIMIT RELIABILITY FUNCTIONS OF MULTISTATE SYSTEMS</b> .....	93
<b>6.1. Limit reliability functions of multistate series systems</b> .....	93

<b>6.2. Limit reliability functions of multistate parallel systems .....</b>	<b>96</b>
<b>6.3. Limit reliability functions of multistate series-parallel systems .....</b>	<b>100</b>
<b>6.4. Limit reliability functions of multistate parallel-series systems .....</b>	<b>108</b>
<b>7. RELIABILITY EVALUATION OF SOME SELECTED PORT AND SHIPYARD TRANSPORTATION SYSTEMS THE METHOD APPLICATION .....</b>	<b>117</b>
<b>7.1. Auxiliary results .....</b>	<b>118</b>
<b>7.2. Reliability evaluation of a port grain transportation system ..</b>	<b>127</b>
<b>7.3. Reliability evaluation of a port oil transportation system .....</b>	<b>141</b>
<b>7.4. Reliability evaluation of a port bulk cargo transportation system .....</b>	<b>153</b>
<b>7.5. Reliability evaluation of a shipyard rope transportation system .....</b>	<b>171</b>
<b>8. SUMMARY .....</b>	<b>189</b>
<b>9. BIBLIOGRAPHY .....</b>	<b>192</b>
<b>10. APPENDICES .....</b>	<b>206</b>
<b>Appendix 1 List of symbols .....</b>	<b>206</b>
<b>Appendix 2 Summary .....</b>	<b>210</b>
<b>Appendix 3 Contents .....</b>	<b>213</b>



**Krzysztof Kołowrocki**

**ASYMPTOTYCZNE PODEJŚCIE DO ANALIZY  
NIEZAWODNOŚCI SYSTEMÓW**

Książka zawiera opis metod oraz wyniki badań niezawodności dużych systemów.

Rozważane są nieodnawialne systemy dwustanowe oraz systemy wielostanowe ze starzejącymi się elementami uszkadzającymi się niezależnie.

Ustalone zostały klasy możliwych granicznych funkcji niezawodności dla dwu i wielostanowych jednorodnych i niejednorodnych systemów szeregowych, równoległych, szeregowo-równoległych i równoległo-szeregowych. Problem wyznaczania granicznych funkcji niezawodności dla tych systemów został rozwiązany całościowo przy dowolnych funkcjach niezawodnościich elementów.

Przytoczone zostały przykłady zastosowań wyników do oceny niezawodności modelowych dużych systemów dwustanowych. Wyniki dotyczące systemów wielostanowych zastosowane zostały do oszacowania charakterystyk niezawodnościowych dużych systemów transportu portowego i stoczniowego.

Sformułowane zostały problemy otwarte oraz wytyczona została perspektywa dalszych badań nad metodami oceny i optymalizacji niezawodności dużych systemów.

Monografia przeznaczona jest dla czytelników zainteresowanych badaniami niezawodności oraz bezpieczeństwa eksploatacji dużych systemów technicznych na etapach ich projektowania i eksploatacji.

**ISSN 0208-8029**

**ISBN 83-85847-58-8**

---

---

**W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy  
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN  
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa  
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: bibliote@ibspan.waw.pl**