POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

Mirosław KWIESIELEWICZ

ANALITYCZNY HIERARCHICZNY PROCES DECYZYJNY

Nierozmyte i rozmyte porównania parami

ANALITYCZNY HIERARCHICZNY PROCES DECYZYJNY
Nierozmyte i rozmyte porównania parami

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 29

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2002

Mirosław KWIESIELEWICZ

ANALITYCZNY HIERARCHICZNY PROCES DECYZYJNY

Nierozmyte i rozmyte porównania parami

Publikację opiniowali do druku:

Prof. dr hab. inż. Janusz Kacprzyk
Prof. dr hab. inż. Franciszek Milkiewicz

ISBN 83-85847-69-3
ISSN 0208-8029

5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

Rozwiązanie zagadnienia szeregowania czynników z wykorzystaniem metody porównywania parami sprowadza się do aproksymacji macierzy ocen poprzez macierz ilorazów ważności uszeregowania czynników. W praktyce może wystąpić sytuacja brakujących danych i otrzymywane macierze ocen mogą nie posiadać pewnych elementów. W związku z tym możemy mieć do czynienia z zagadnieniem szeregowania czynników bez brakujących danych i z brakującymi danymi.

W przypadkach bez brakujących danych, do aproksymacji macierzy ocen stosowane są głównie trzy metody: maksymalnej wartości własnej, najmniejszych kwadratów i logarytmicznych najmniejszych kwadratów. Dokonano krytycznej analizy każdej z tych metod pod kątem ich zastosowania do szeregowania czynników na podstawie macierzy ocen. W dalszych rozważaniach metoda najmniejszych kwadratów została pominięta, ponieważ nie daje ona jedynego rozwiązania w przypadku ogólnym.

Mimo bardzo dużej popularności metody maksymalnej wartości własnej, zdaniem autora rozprawy, nie nadaje się ona do szeregowania czynników w omawianym przypadku. Uzyskany wynik zależy od transpozycji macierzy ocen, co nie powinno mieć miejsca, ponieważ mamy do czynienia z tymi samymi ocenami. Dodanie nowego czynnika do istniejącego uszeregowania może zmienić jego porządek. Mamy tu do czynienia ze zjawiskiem nie zachowywania wagi. Ponadto, przy agregacji uszeregowań z wykorzystaniem średniej ważonej wynik, zależy od kolejności wykonywania operacji. Kwestionowany może być także wskaźnik zgodności zaproponowany przez Saaty'ego (1980). Metoda nie może być stosowana w sposób bezpośredni do przypadków z brakującymi danymi.

Metoda średniej geometrycznej, która stanowi szczególny przypadek metody logarytmicznych najmniejszych kwadratów dla sytuacji bez brakujących danych, nie powoduje utraty wagi, nie zależy od transpozycji macierzy oraz, przy wykorzystaniu metody agregacji za pomocą średniej geometrycznej, daje wynik niezależny od kolejności operacji. Ważnym jest fakt, że daje ona rozwiązanie w postaci multiplikatywnej. Stąd też wynika sensowność przyjęcia metody agregacyjnej, opartej o średnią geometryczną.

W związku z przedstawionymi zasadniczymi wadami metody maksymalnej wartości własnej, w porównaniu z metodą logarytmicznych najmniejszych kwadratów, do rozwiązania zagadnień z brakującymi danymi zaproponowano wykorzystanie tej drugiej. Wykazano zgodność metody logarytmicznych najmniejszych kwadratów z metodą średniej geometrycznej dla przypadku ogólnego, tzn. z brakującymi danymi, co ze względu na jej korzystne własności uzasadnia wykorzystanie metody logarytmicznych najmniejszych kwadratów do rozwiązania zagadnienia z brakującymi danymi.

Do przeprowadzonej analizy wykorzystano koncepcję ogólnego rozwiązania układu równań liniowych w oparciu o uogólnioną pseudoodwrotność w sensie Penrose. W szczególności wykazano, że dla rozważanego przypadku rozkład na wartości szczególne można zastąpić rozkładem na wartości własne, co pozwoliło na szczegółową analizę rozwiązania układu równań normalnych. Udowodnione w rozprawie twierdzenia podają warunki istnienia i jedyności rozwiązania. Pewne z nich mogą być stosowane w przypadkach bardziej ogólnych algebry liniowej. Ważnym wnioskiem z przeprowadzonej analizy jest stwierdzenie, że rozwiązanie posiada postać multiplikatywną. Przy założeniu, że brakujące oceny są zgodne z wynikowym uszeregowaniem, uzyskane rozwiązanie sprowadza się do metody średniej geometrycznej, która jako jedyna może być zaakceptowana dla przypadków bez brakujących danych. Zatem, dla przypadków z brakującymi danymi, jedyną stosowaną metodą może być metoda logarytmicznych najmniejszych kwadratów, tym bardziej, że jest ona również dobrze ugruntowana z punktu widzenia teorii statystyki matematycznej. Wykazano również jej pewne związki z rozmytą relacją podobieństwa w teorii zbiorów rozmytych. Przedstawiono modyfikację metody opartej o pseudoodwrotność w celu uproszczeń w realizacji numerycznej algorytmu. Przedstawiono przykłady obliczeniowe.

Ze względu na wymienione zalety metody logarytmicznych najmniejszych kwadratów, sensowne jest wykorzystanie jej rozmytego rozwinięcia do obliczenia szeregowania czynników w przypadkach z ocenami rozmytymi. Dokonano krytycznego przeglądu istniejących metod w tym zakresie. Z uwagi na dużą popularność metody maksymalnej wartości własnej, dokonano również przeglądu jej rozmytych rozwinięć.

Ponieważ, w rozważanych przypadkach, zagadnienie szeregowania sprowadza się do rozwiązania odpowiedniego układu równań z rozmytymi współczynnikami, rozważania oparto na pojęciach z teorii zbiorów rozmytych i liczb rozmytych oraz udowodniono twierdzenia dotyczące układów równań z rozmytymi współczynnikami. Wprowadzono pojęcie rozwiązania jawnego układu równań z rozmytym wektorem prawych stron ograniczeń dla przypadków z nieosobliwą macierzą lewych stron. Porównano je z rozwiązaniem niejawnym, które w ogólnym przypadku może nie istnieć. Koncepcja rozwiązania jawnego jest intuicyjnie i obliczeniowo zgodna z analizą przedziałową. Nie udało się udowodnić odpowiedniego twierdzenia, dotyczącego metody z wykorzystaniem macierzy pseudoodwrotnej. Należy jednak sądzić, że metodyka zaproponowana przez autora może stanowić podstawę do prób udowodnienia odpowiednich własności.

Rozmyte rozwinięcia oparte o metodę maksymalnej wartości własnej nie dają się stosować w sposób bezpośredni dla przypadków z brakującymi danymi. Charakteryzują się ponadto dużymi trudnościami w realizacji numerycznej. Nie zawsze dają prawidłowe wyniki w sensie zachowania porządku parametrów liczb rozmytych. Ponadto wady metody dla przypadku z danymi ostrymi eliminują jej wszelkie rozmyte rozwinięcia.

Mimo, że rozmyte rozwinięcie metody logarytmicznych najmniejszych kwadratów może być stosowane w przypadkach z brakującymi danymi, również często daje ono nieprawidłowe wyniki w sensie uporządkowania parametrów liczb rozmytych. Wprawdzie stosowana procedura normalizacyjna usuwa tą nieprawidłowość, jednak multiplikatywność wyniku dla wartości modalnych liczb ocen, pociąga za sobą konieczność agregacji za pomocą średniej geometrycznej. Ponadto rozwiązanie nie zawsze jest jedyne. Zjawisko to zilustrowano, znajdując rozwiązanie niejawne problemu przy wykorzystaniu, wprowadzonego przez autora, uogólnionego podejścia do rozwiązywania układów równań liniowych.

W związku z przedstawionymi wadami rozmytych rozwinięć metody porównywania parami, zaproponowano podejście oparte o rozwiązanie jawne, zgodne obliczeniowo z analizą przedziałową. Zaproponowana metoda daje zawsze poprawne rozwiązanie w sensie uporządkowania parametrów oraz daje rozkład multiplikatywny dla wartości modalnych wyniku. Można zatem stosować metodę agregacji opartą o średnią geometryczną.

Zaproponowana metoda może być stosowana dla przypadków z ocenami brakującymi, ocenami mieszanymi rozmytymi i ostrymi, i może być łatwo rozwinięta do postaci z ocenami z trapezoidalną funkcją przynależności, co pozwoliłoby na występowanie ocen ostrych, przedziałowych i rozmytych.

W trakcie analizy rozwiązań układów z rozmytymi parametrami oraz obliczeń numerycznych zauważono, że rozwiązanie rozmyte układów równań z rozmytymi współczynnikami zależy od postaci ostrego układu równań, które podległo rozmytemu rozwinięciu. Przykładowo, pomnożenie z lewej strony przez dowolną macierz rzeczywistą układu równań z rozmytym wektorem prawych stron, może zmienić rozwiązanie odpowiedniego układu rozmytego. Z uwagi na ten fakt bardziej celowe wydaje się zastosowanie odpowiedniej techniki opartej o teorię zbiorów rozmytych już na etapie formułowania zagadnienia aproksymacji.

Istotnymi problemami w metodzie porównywania parami jest zagadnienie zgodności ocen oraz skali, tylko zasygnalizowane przez autora rozprawy. Powinny one być podjęte w dalszych pracach dotyczących wieloatrybutowego podejmowania decyzji.

Na koniec należy podkreślić, że bardzo istotne jest praktyczny aspekt zaproponowanej metodyki rozwiązania zagadnienia szeregowania czynników, który polega na możliwości rozwiązywania zagadnień decyzyjnych:

- z ocenami mieszanymi: rozmytymi i ostrymi,
- z brakującymi danymi,
- dla przypadków z wieloma ekspertami.

Pragnę wyrazić wdzięczność:

Panom profesorom: prof. dr hab. inż. Zbigniewowi Kowalskiemu,
dr hab. inż. Zenonowi Ulmanowi
z Katedry Automatyki, Wydziału Elektrotechniki i Automatyki, Politechniki Gdańskiej za wiele cennych rad i wskazówek udzielonych mi podczas redagowania ostatecznego tekstu rozprawy.

Koleżankom i Kolegom z Katedry Automatyki, a w szczególności mgr Ewie van Uden za twórcze dyskusje w czasie realizacji prac badawczych oraz mgr Nadziei Kostyk za wnikliwą i rzetelną korektę tekstu rozprawy.

Chciałbym również podziękować mojej żonie Magdalenie i synowi Arkadiuszowi za cierpliwość i wyrozumiałość w czasie redagowania rozprawy.

Mirosław KWIESIELEWICZ

ANALITYCZNY HIERARCHICZNY PROCES DECYZYJNY

Nierozmyte i rozmyte porównania parami

Analityczny hierarchiczny proces decyzyjny (ang. Analytic Hierarchy Proces - AHP) należy do klasy metod wielokryterialnych podejmowania decyzji. Polega na wyborze najlepszego wariantu, ze skończonej, niezbyt dużej ich liczby, z uwzględnieniem wielu kryteriów. Metoda oparta jest na porównaniach parami wariantów, dokonywanych przez ekspertów, w oparciu o subiektywną preferencję jednego wariantu nad drugim. Wynikiem porównania może być ocena nierozmyta i rozmyta. Może również zaistnieć sytuacja braku ocen. Na podstawie uzyskanych ocen otrzymywane są wagi, wyrażające ważność poszczególnych wariantów.

Praca koncentruje się na analizie i ocenie głównych metod obliczania wag. Autor proponuje również własne podejście dla przypadku z brakującymi danymi oraz danymi nierozmytymi i rozmytymi.

ISSN 0208-8029
ISBN 83-85847-69-3