

XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom II



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFczyk
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWSKI
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowci	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-01-4

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

OPTYMALIZACJA
I PODEJMOWANIE DECYZJI

ALGORYTM EWOLUCYJNY GLOBALNEJ OPTYMALIZACJI PROCESÓW OKRESOWYCH Z OGRANICZENIAMI STABILNOŚCIOWYMI

Marek SKOWRON*, Krystyn STYCZEŃ**

*Politechnika Wroclawska, Instytut Cybernetyki Technicznej
ul. Janiszewskiego 11/17, 50-372 Wrocław, e-mail:marek-skowron@o2.pl

**Politechnika Wroclawska, Instytut Cybernetyki Technicznej
ul. Janiszewskiego 11/17, 50-372 Wrocław, e-mail:krystyn.styzen@pwr.wroc.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiony został ewolucyjny algorytm optymalizacji, za pomocą którego można wyznaczyć globalnie optymalny proces okresowy dla różnorodnych problemów optymalizacyjnych z dziedziny chemii, biotechnologii czy lotnictwa. Zaprezentowany algorytm ewolucyjny umożliwia wyznaczenie optymalnego sterowania okresowego, optymalnego okresu oraz optymalnego stanu początkowego procesu. Omówiony algorytm ewolucyjny można stosować do problemów globalnej optymalizacji procesów okresowych, w których występują ograniczenia chwilowe nałożone na stan i sterowanie, ograniczenia uśrednione nałożone na sterowanie oraz ograniczenia stabilnościowe wyrażane za pomocą dopuszczalnej maksymalnej wartości modułu multiplikatorów Floqueta. W pracy, oprócz rozważań teoretycznych, przedstawiony został również przykład wyznaczenia globalnie optymalnego rozwiązania dla reakcji chemicznej, będącej procesem okresowym, w którym występują wspomniane wyżej ograniczenia.

Słowa kluczowe: sterowanie okresowe, globalna optymalizacja, multiplikatory Floqueta, własności stabilnościowe procesu, algorytm ewolucyjny.

1. WPROWADZENIE

Sterowanie okresowe pozwala osiągnąć (dla niektórych autonomicznych procesów chemicznych [3, 15, 20, 22, 23], biotechnologicznych [16, 17] i lotniczych [5, 19]) lepszą średnią wartość wskaźnika jakości w porównaniu z optymalnym statycznym wariantem procesu [2, 6].

Największą poprawę średniej wartości wskaźnika jakości uzyskuje się stosując globalnie optymalne sterowanie okresowe. Większość znanych metod optymalizacji problemów okresowych, takich jak: gradientowe metody poprawy [10], metoda drugiej wariacji [2, 6, 18], zasada maksimum [7, 11], metoda funkcji bazowych [3, 14, 21] dostarcza jedynie lokalnie optymalnych rozwiązań. Algorytmy umożliwiające wyznaczenie globalnego optimum problemu sterowania okresowego są mało zbadane; wyznaczenie globalnie optymalnego procesu okresowego jest bowiem zadaniem trudnym z uwagi na często nieliniowy charakter równań stanu opisujących

dynamikę układu, dużą wrażliwość optymalizowanego procesu na wartości jego zmiennych procesowych, nieznaną globalnie optymalny okres procesu oraz nieznaną globalnie optymalny stan początkowy procesu. Dodatkowe trudności w wyznaczeniu globalnego rozwiązania powodowane są różnymi właściwościami stabilnościowymi cykli poprawiających rozwiązanie statyczne [4, 9, 13]. Doświadczenia obliczeniowe pokazują, że różne cykle poprawiające rozwiązanie statyczne dla tego samego problemu globalnej optymalizacji procesów okresowych (problemów GOPO) mogą być zarówno stabilne jak i niestabilne lub ich charakter może być przejściowo stabilny (dla niepełnego sterowania okresowego bądź sterowania chaotycznego). Ponadto z eksperymentalnych doświadczeń wynika, że najlepszą poprawę wskaźnika jakości problemów GOPO uzyskuje się często dla rozwiązań niestabilnych lub rozwiązań na granicy stabilności. Ponieważ z praktycznego punktu widzenia takie rozwiązania są niezadawalające, dlatego tak ważnym jest wyznaczenie rozwiązania problemów GOPO, które spełniałoby pewne warunki stabilnościowe. Jednym z kryteriów stabilnościowych, które powinno spełniać rozwiązanie rozważanych problemów może być na przykład maksymalna dopuszczalna wartość modułu multiplikatorów Floqueta (tzw. wartość-F), z którą związany jest koszt realizacji układu automatycznej regulacji okresowej. Wybór w trakcie optymalizacji niskiej wartości-F oznacza poszukiwanie stabilnych rozwiązań okresowych poprawiających rozwiązanie statyczne, które łatwo będzie można zaimplementować w praktyce stosując proste, a zarazem tanie układy automatycznej regulacji ze sprzężeniem zwrotnym. Zwiększanie wartości-F prowadzi natomiast do uzyskiwania znacznie lepszych rozwiązań okresowych, ale będących na granicy stabilności bądź niestabilnych, których praktyczna realizacja związana jest z dużymi kosztami poniesionymi na zaprojektowanie i realizację skomplikowanych stabilizujących układów regulacji automatycznej.

Ponieważ wyznaczenie rozwiązania problemu GOPO spełniającego zadaną wartość-F z praktycznego punktu widzenia jest bardzo istotne, dlatego w tej pracy za-

prezentowany został ewolucyjny algorytm optymalizacji [1, 8, 12], za pomocą którego można znaleźć rozwiązanie optymalne dla tego rodzaju problemu. Zastosowanie ewolucyjnego podejścia do globalnej optymalizacji procesów okresowych wydaje się najlepszym rozwiązaniem. Pozwala ono w łatwy sposób włączyć warunek stabilnościowy optymalizowanego procesu jako obliczeniową procedurę wyznaczającą wartości własne macierzy monodromii. Włączenie tego rodzaju ograniczenia jest bardzo trudne w przypadku klasycznych algorytmów lokalnej optymalizacji wykorzystujących w swojej zasadzie działania różniczkowe ograniczenia w postaci równań stanu. Zanim przedstawiony zostanie ewolucyjny algorytm globalnej optymalizacji procesów okresowych z ograniczeniami stabilnościowymi, należy dokładnie określić dla jakiego typu problemów GOPO może być on stosowany.

2. PROBLEM GOPO

W pracy rozważany jest następujący problem globalnie optymalnego procesu okresowego (problem GOPO): zminimalizować wskaźnik jakości

$$G(\tau, x, u) \doteq \frac{1}{\tau} \int_0^\tau g(x(t), u(t)) dt \quad (1)$$

układu opisywanego okresowym równaniem stanu

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad t \in [0, \tau], \quad x(0) = x(\tau), \quad (2)$$

przy uwzględnieniu ograniczeń chwilowych

$$\tau \in \mathcal{T}, \quad x(0) \in X, \quad u(t) \in U, \quad t \in [0, \tau], \quad (3)$$

ograniczeń zasobowych

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u_i(t) dt = b_i \quad i \in (1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

oraz przy uwzględnieniu ograniczeń stabilnościowych

$$|s(\Phi(\tau, x, u))|_\infty \leq \alpha, \quad (5)$$

gdzie: $\tau \in R_+$ jest okresem procesu; $x(t) \in R^n$ jest trajektorią stanu; $u(t) \in R^m$ jest sterowaniem; $\mathcal{T} \doteq [\tau^-, \tau^+]$, $X \doteq [x^-, x^+]$, $U \doteq [u^-, u^+]$ - przy czym $\tau^\pm \in R_+$, $x^\pm \in R^n$, $u^\pm \in R^m$; $b_i \in R$ ($i = 1, 2, \dots, m$); $g : R^n \times R^m \rightarrow R$ jest ciągłą funkcją na zbiorze $X \times U$; $f : R^n \times R^m \rightarrow R^n$ jest ciągłą funkcją na zbiorze $X \times U$; $s = (s_i)_{i=1}^n$ są to wartości własne macierzy monodromii $\Phi(\tau, x, u)$ zlinearyzowanego równania stanu $\delta \dot{x}(t) = f_x(x(t), u(t)) \delta x(t)$, $t \in [0, \tau]$ - przy czym f_x jest macierzą Jacobiego; $|s|_\infty \doteq \max_{1 \leq i \leq n} |s_i|$ jest normą wektora multiplikatorów Floqueta; $\alpha \in R_+$ jest założonym poziomem stabilności procesu.

Ze względów praktycznych w dalszej części artykułu sterowanie ciągle $u(t)$ aproksymowane będzie sterowaniem dyskretnym $\tilde{u}_{ik} = u_i(k/K)$ ($i = 1, 2, \dots, m$; $k = 0, 1, \dots, K - 1$) oraz problem (1)–(5) poddany zostanie transformacji czasu $t := \tau t$. Ponadto zakłada się, że znormalizowane nieliniowe równanie stanu

$$\dot{x}(t) = \tau f(x(t), u(t)), \quad x(0) = x(1), \quad (6)$$

posiada lokalnie jednoznaczne rozwiązanie $x(t, \tau, x(0), \tilde{u}) \in X$ dla każdego dopuszczalnego wektora $(\tau, x(0), \tilde{u})$ zmiennych procesowych.

Uwzględniając powyższe problem GOPO (1)–(5) można zapisać w następującej znormalizowanej, dyskretniej postaci: zminimalizuj wskaźnik jakości

$$G(z) = \int_0^1 g(x(t, z), u(t)) dt \quad (7)$$

z uwzględnieniem ograniczeń

$$x(0) - x(1, z) = 0, \quad (8)$$

$$\tau \in \mathcal{T}, \quad x(0) \in X, \quad \tilde{u} \in U, \quad (9)$$

$$\frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \tilde{u}_{ik} = b_i \quad i \in (1, 2, \dots, m), \quad (10)$$

$$|s(\Phi(1, z))|_\infty \leq \alpha, \quad (11)$$

gdzie $z \doteq (\tau, x(0), \tilde{u}) \in R^M$ ($M = 1 + n + mK$) jest wektorem zmiennych procesowych, natomiast $x(t, z)$ jest rozwiązaniem równania (6) dla danego z .

Z problemem (1)–(5) związane jest następujące zadanie globalnej statycznej optymalizacji: wyznaczyć proces $\bar{z}^* = (\bar{x}^*, \bar{u}^*) \in R^n \times R^m$, który minimalizuje statyczny wskaźnik jakości:

$$\bar{G}(\bar{z}) \doteq g(\bar{x}, \bar{u}), \quad (12)$$

przy uwzględnieniu ograniczeń

$$0 = f(\bar{x}, \bar{u}) \quad (13)$$

$$\bar{x} \in X, \quad \bar{u} \in U, \quad \bar{u}_i = b_i \quad i \in (1, 2, \dots, m), \quad (14)$$

$$|s(e^{f_x(\bar{z})})|_\infty \leq \alpha, \quad (15)$$

gdzie multiplikatory Floqueta wyznacza się z eksponenty macierzy Jacobiego dla statycznego procesu $\bar{z} \doteq (\bar{x}, \bar{u})$.

W przypadku optymalizacji procesów okresowych (1)–(5), głównym celem jest uzyskanie globalnego optymalnego rozwiązania okresowego, które zapewniałoby lepszą średnią wartość wskaźnika jakości w porównaniu z globalnie optymalnym rozwiązaniem problemu statycznego (12)–(15). Cel ten można osiągnąć stosując ewolucyjny algorytm optymalizacji przedstawiony w następnym punkcie.

3. EWOLUCYJNY ALGORYTM GLOBALNEJ OPTIMALIZACJI PROCESÓW OKRESOWYCH Z OGRANICZENIAMI STABILNOŚCIOWYMI

Skuteczność każdego ewolucyjnego algorytmu zależy od sposobu zakodowania problemu (który należy rozwiązać), od sposobu zarządzania populacją, od prawidłowego doboru operatorów (krzyżowania i mutacji) oraz od sposobu uwzględnienia ograniczeń.

Problem GOPO najlepiej zakodować w postaci jednowymiarowego wektora (dalej nazywanego osobnikiem lub cyklem) $z = (z_i)_{i=0}^{M-1}$, którego każdy element

odpowiada odpowiednim zmiennym procesowym: okresowi – $z_0 = \tau$, stanowi początkowemu procesowi – $z_i = x_i(0)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) oraz dyskretnemu sterowaniu – $z_{n+K*i+1+k} = \tilde{u}_{i+1,k}$ ($i = 0, 1, \dots, m - 1$; $k = 0, 1, \dots, K - 1$). Przy czym $z_i \in [z_i^-, z_i^+]$, gdzie wartości z_i^\pm wynikają ze zbioru ograniczeń \mathcal{T}, X, U .

Algorytm ewolucyjny przedstawiony poniżej, ze względu na postać ograniczeń (3)-(4), wykorzystuje arytmetyczny operator krzyżowania, przy pomocy którego mając dwa dowolne osobniki z^1, z^2 ich nowe potomstwo z^1, z^2 można wyznaczyć z zależności:

$$z^1 = az^1 + (1-a)z^2, \quad (16)$$

$$z^1 = az^2 + (1-a)z^1, \quad (17)$$

gdzie $a \in [0, 1]$ wybierane jest losowo z równomiernym rozkładem prawdopodobieństwa.

Jako operator mutacji wykorzystywany jest natomiast tzw. operator równomierny, za pomocą którego nowy osobnik z tworzony jest przez modyfikację osobnika z , na pozycji $i \in (0, 1, \dots, M - 1)$ wybranej losowo z równomiernym rozkładem prawdopodobieństwa, losową wartością $l \in [z_i^-, z_i^+]$ (wygenerowaną również z równomiernym rozkładem prawdopodobieństwa).

W trakcie działania algorytmu ewolucyjnego (np. w wyniku działania operatora mutacji) mogą zostać naruszone ograniczenia całkowite (4) nałożone na sterowanie. W przypadku, gdy wystąpi wspomniana sytuacja można skorzystać z poniższego algorytmu naprawy, aby doprowadzić do sytuacji, w której ograniczenia (4) są zachowane.

Algorytm 1 (algorytm naprawy)

Krok 0 (inicjalizacja). Ustal początkową postać zbioru wykluczeń $W \subset D = \{0, 1, \dots, K - 1\}$ oraz sterowanie \tilde{u}_i ($i \in (1, 2, \dots, m)$), dla którego zostanie zastosowany algorytm naprawy.

Krok 1 (ustalenie elementu do naprawy). W sposób losowy (z równomiernym rozkładem prawdopodobieństwa) wybierz element \tilde{u}_{ij} ($j \in D \setminus W$), który zostanie zmodyfikowany.

Krok 2 (naprawa). Zmień wartość elementu \tilde{u}_{ij} według poniższej zależności:

$$\tilde{u}_{ij} = \text{Sat}(Kb_i - \sum_{k \in D \setminus \{j\}} \tilde{u}_{ik}; u_i^-, u_i^+), \quad (18)$$

gdzie funkcja Sat zdefiniowana jest następująco:

$$\text{Sat}(y; y^-, y^+) = \begin{cases} y^- & \text{gdy } y < y^- \\ y & \text{gdy } y^- \leq y \leq y^+ \\ y^+ & \text{gdy } y^+ < y. \end{cases} \quad (19)$$

Krok 3 (modyfikacja zbioru wykluczeń). Podstaw $W = W \cup \{j\}$.

Krok 4 (kryterium stopu). Jeżeli spełnione jest ograniczenie (4) zatrzymaj algorytm, w przeciwnym wypadku idź do kroku 1.

Powyższe operatory oraz algorytm naprawy zapewniają zachowanie (w trakcie poszukiwania globalnego optimum) ograniczeń chwilowych (3) oraz uśrednionych

ograniczeń zasobowych (4) nałożonych na zmienne procesowe. Ograniczenie na okresowość (2) zapewnione jest natomiast dzięki zastosowaniu metody Newtona:

$$\tilde{x}(0) = x(0) - (I - \Phi(1, z))^{-1}(x(0) - x(1, z)). \quad (20)$$

Ostatnie, a zarazem najważniejsze ograniczenie – ograniczenie na stabilność procesu (5) – uwzględniane jest w algorytmie za pomocą kary za jego przekroczenie. Kara wprowadzona jest do pomocniczego wskaźnika jakości

$$\tilde{G}(z) = G(z) + \rho\eta(s), \quad (21)$$

który używany jest przez algorytm ewolucyjny w kroku selekcji. Przy czym $\eta(s)$ wyznacza się z zależności

$$\eta(s) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } |s(\Phi(z))|_\infty \leq \alpha \\ 1 & \text{gdy } |s(\Phi(z))|_\infty > \alpha, \end{cases} \quad (22)$$

natomiast ρ jest stałą spełniającą nierówność $\rho > G(z)$ dla wszystkich z w danej populacji.

Mając powyższe, algorytm ewolucyjny dla problemów GOPO można zdefiniować następująco:

Algorytm 2 (algorytm ewolucyjny)

Krok 0 (inicjalizacja). Przyjmij: N – ilość osobników w populacji, parametr $\beta \in (0, 1)$ określający liczbę osobników ($N \times \beta$), które przeżywają w kroku selekcji; parametry $t_s > 1$, $\epsilon \geq 0$ wykorzystywane w kryterium stopu algorytmu oraz prawdopodobieństwo mutacji p_m . W sposób losowy (z równomiernym rozkładem prawdopodobieństwa) wygeneruj N osobników z tak, by były spełnione ograniczenia chwilowe (3). Podstaw $t = 1$ – numer pokolenia.

Krok 1 (naprawa). Stosując algorytm naprawy oraz metodę Newtona doprowadź do sytuacji, w której populacja N cykli będzie spełniać ograniczenia (2)-(4). Jeżeli dla danego osobnika metoda Newtona będzie niezbieżna wygeneruj na jego miejsce nowego osobnika w sposób opisany w kroku 0, a następnie powtórz dla nowego osobnika krok 1.

Krok 2 (oszacowanie). Wyznacz wartości funkcji celu $G(z^i)$ dla wszystkich osobników w populacji ($i = 1, 2, \dots, N$), a następnie znajdź osobnika z^{\min} , dla którego funkcja celu G przyjmuje najmniejszą wartość.

Krok 3 (kryterium stopu). Jeżeli $|G(z^{\min}(t - t_s)) - G(z^{\min}(t))| \leq \epsilon$ zatrzymaj algorytm i przyjmij $z^{\min}(t)$ jako znalezione optimum, w przeciwnym wypadku wykonaj następny krok algorytmu. Przez $z^{\min}(t)$ oznaczony został osobnik, dla którego funkcja G przyjmuje minimum w pokoleniu t .

Krok 4 (selekcja). Wyznacz zmodyfikowaną wartość funkcji celu $\tilde{G}(z^i)$ dla wszystkich osobników w populacji ($i = 1, 2, \dots, N$), a następnie posortuj populację w kolejności niemalejącej wartości \tilde{G} . Wybierz do nowej populacji $N \times \beta$ pierwszych cykli. Podstaw $t = t + 1$.

Krok 5 (reprodukcja). Stosując operator krzyżowania na losowo wybieranych osobnikach (osobnikach z nowej populacji, uzyskanych w kroku 4) odtwórz ilość osobników w nowej populacji.

Krok 6 (mutacja). Dla każdego osobnika z^i ($i = 1, 2, \dots, N$) wylosuj liczbę $p \in [0, 1]$ z równomiernym rozkładem prawdopodobieństwa. Jeżeli $p \leq p_m$ poddaj

danego osobnika działaniu operatora mutacji. Następnie przejdź do wykonania kroku 1 niniejszego algorytmu.

4. PRZYKŁAD

Skuteczność Algorytmu 2 przedstawiona zostanie na przykładzie pojedynczej nieizotermicznej reakcji chemicznej $A \rightarrow B$: zminimalizować wskaźnik jakości

$$G(\tau, x, u) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau (x_1(t) + \frac{cu_2(t)}{25 - u_2(t)}) dt \quad (23)$$

przy uwzględnieniu ograniczeń

$$\dot{x}_1(t) = u_1(t) - x_1(t) - \kappa e^{-\xi/x_2(t)} x_1(t), \quad (24)$$

$$\dot{x}_2(t) = \theta_f - x_2(t) + u_2(t)(\theta_c - x_2(t)) + \kappa e^{-\xi/x_2(t)} x_1(t), \quad (25)$$

$$t \in [0, \tau], \quad x_1(0) = x_1(\tau), \quad x_2(0) = x_2(\tau), \quad (26)$$

$$\tau \in [0.1, 100], \quad 0 \leq x_1(0), \quad 1 \leq x_2(0) \leq 5, \quad (27)$$

$$0 \leq u_1(t) \leq 2, \quad 0 \leq u_2(t) \leq 20, \quad (28)$$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u_1(t) dt = 1, \quad (29)$$

$$|s(\Phi(\tau, x, u))|_\infty \leq \alpha, \quad (30)$$

gdzie $x_1(t)$ jest koncentracją surowca A w reaktorze w chwili t , $x_2(t)$ jest temperaturą reagującej mieszaniny w reaktorze w chwili t , $u_1(t)$ jest koncentracją składnika A w strumieniu wejściowym, $u_2(t)$ jest natężeniem czynnika chłodzącego. Wskaźnik jakości powyższego problemu odpowiada maksymalizacji średniej zawartości produktu użytecznego B przy jednoczesnej minimalizacji kosztów poniesionych na chłodzenie reaktora (współczynnik c określa wpływ kosztów na wartość wskaźnika jakości).

Przedstawiony problem optymalizacji (23)–(30) analizowany był w pracy [23] z punktu widzenia lokalnej optymalizacji. Tutaj natomiast, za pomocą Algorytmu 2, wyznaczone zostało jego globalne rozwiązanie z uwzględnieniem dodatkowych ograniczeń nałożonych na stabilność procesu okresowego.

Przedstawione dalej wyniki obliczeń – zarówno problemu (23)–(30), jak i związanego z nim problemu statycznego (12)–(15) – zostały uzyskane dla następujących wartości parametrów: $c = 0.3$, $\kappa = 10^{18}$, $\xi = 100$, $\theta_f = 1$, $\theta_c = 2.5$ przy wykorzystaniu systemu Mathematica.

Obliczenia potrzebne na wyznaczenie globalnie optymalnego procesu okresowego są bardzo czasochłonne. Dlatego przed przystąpieniem do rozwiązywania problemu okresowego należy najpierw rozwiązać związany z nim problem statyczny, a następnie sprawdzić, za pomocą algorytmów badających dominację sterowania okresowego nad sterowaniem statycznym (tzw. testem π [2]), czy istnieje sterowanie cykliczne, które poprawiałoby rozwiązanie statyczne danego problemu.

Podobne postępowanie zostało przeprowadzone w przypadku rozważanej tu reakcji chemicznej (23)–(30). Najpierw wyznaczone zostało globalnie optymalne

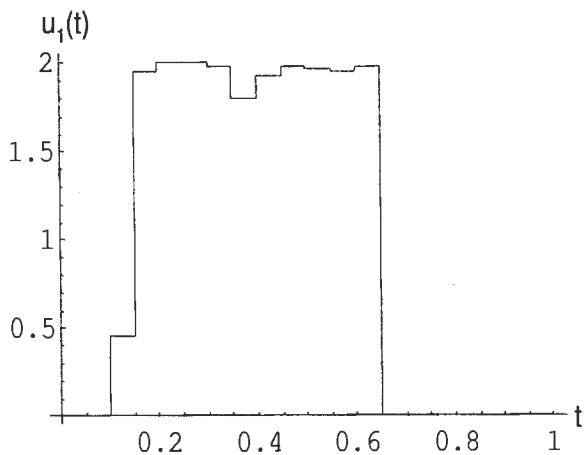
rozwiązanie statycznej wersji problemu (23)–(30), które wynosi $\bar{u}^* = (1, 11.363)$, $\bar{x}^* = (0.459, 2.422)$. Dla podanych optymalnych wartości zmiennych procesowych statyczny wskaźnik jakości jest równy $\bar{G}(\bar{u}^*, \bar{x}^*) = 0.708$, przy czym maksymalna wartość modułu multiplikatorów Floqueta wynosi $|s|_\infty = 0.12$. Następnie dla wyznaczonego globalnego statycznego rozwiązania zastosowany został test π , który wykazał, że istnieje sterowanie cykliczne poprawiające globalne rozwiązanie statyczne. Przeprowadzony test π pokazał również, że okres sterowania cyklicznego poprawiającego sterowanie statyczne jest równy w przybliżeniu $\tau = 2.7$. Mając powyższe wyniki można było przystąpić do wyznaczenia globalnie optymalnego procesu cyklicznego dla problemu (23)–(30) za pomocą Algorytmu 2. Ponieważ pierwsze uzyskiwane wyniki poprawiające statyczne rozwiązanie wskazywały, że poziom stabilności procesu okresowego (wartość $-F$) jest dużo mniejsza od wartości $-F$ procesu statycznego, dlatego przy poszukiwaniu rozwiązania problemu (23)–(30) zostało przyjęte $\alpha = 0.001$. Przy pomocy Algorytmu 2, dla przyjętej wartości α , wyznaczony został globalnie optymalny okres $\tau^* = 2.85$, stan początkowy $x^*(0) = (0.0036, 2.027)$ oraz globalnie optymalne sterowanie okresowe $u^*(t)$ (patrz. rys 1, 2). Rys. 3 przedstawia stan procesu odpowiadający globalnie optymalnemu cyklowi $z^* = (\tau^*, x^*(0), u^*(t))$. Wskaźnik jakości dla globalnie optymalnego rozwiązania z^* problemu (23)–(30) jest równy $G(z^*) = 0.149$. Jak widać uzyskana została znaczna poprawa w stosunku do globalnie optymalnego statycznego wariantu tego problemu.

Wyjaśnić przy tym należy, że $\alpha = 0.001$ przyjęte zostało na podstawie wartości $-F$ globalnego rozwiązania problemu (23)–(29) (problemu bez ograniczenia stabilnościowego (30)), uzyskanego za pomocą zmodyfikowanego Algorytmu 2 – w kroku selekcji była brana pod uwagę wartość funkcji celu G zamiast wartości zmodyfikowanej funkcji \tilde{G} . Uzyskane rozwiązanie optymalne $\tau^* = 2.99$, $x^*(0) = (0.0036, 2.027)$, oraz sterowanie u^* (rys. 4, 5) dostarczyło wskaźnik jakości $G(z^*) = 0.139$, dla którego maksymalna wartość modułu multiplikatora Floqueta wynosiła 0.04. Rys. 6 przedstawia stan procesu odpowiadający globalnemu rozwiązaniu rozpatrywanego problemu bez uwzględnienia ograniczenia (30).

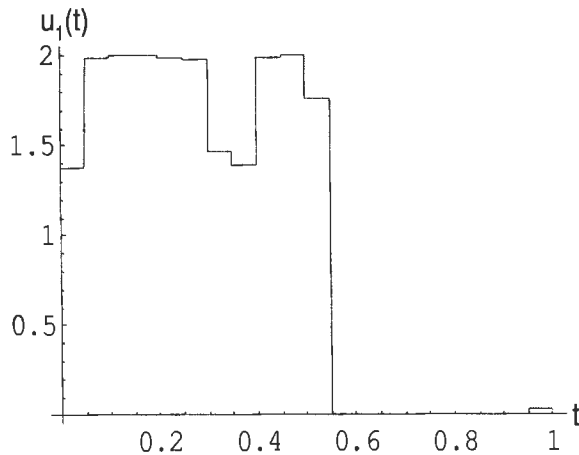
Wszystkie przedstawione rozwiązania okresowe rozpatrywanej reakcji chemicznej (zarówno z ograniczeniem stabilnościowym jak i bez) zostały uzyskane w 1000 pokoleniu.

5. PODSUMOWANIE

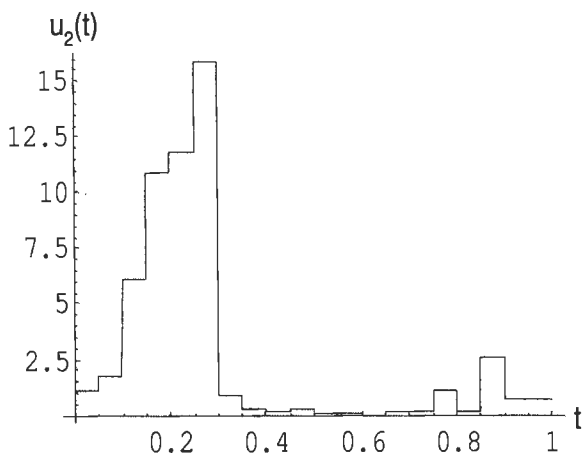
W pracy przedstawiony został ewolucyjny algorytm, za pomocą którego można znaleźć globalnie optymalne rozwiązanie dla procesów okresowych z ograniczeniami stabilnościowymi. Dzięki odpowiednio dobranym operatorom: krzyżowania i mutacji, algorytm ewolucyjny dostarcza rozwiązań, które spełniają ograniczenia chwilowe nałożone na stan i sterowanie, wyrażające dopuszczalne wartości zmiennych procesowych oraz ograniczenia uśrednione nałożone na



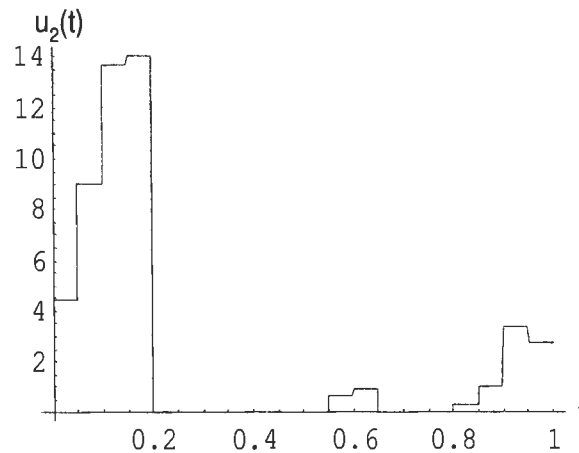
Rys. 1. Globalnie optymalne sterowanie $u_1(t)$ problemu (23)-(30).



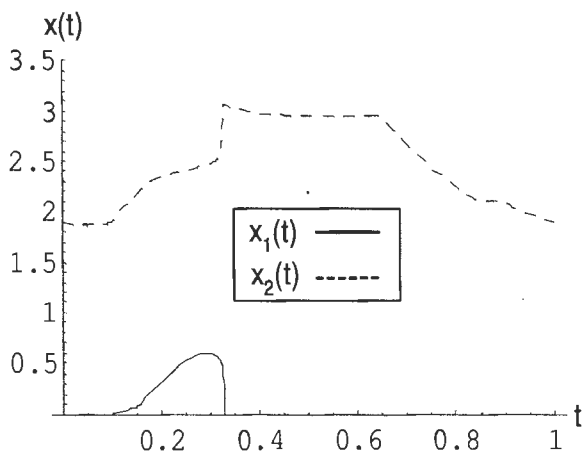
Rys. 4. Globalnie optymalne sterowanie $u_1(t)$ problemu (23)-(29).



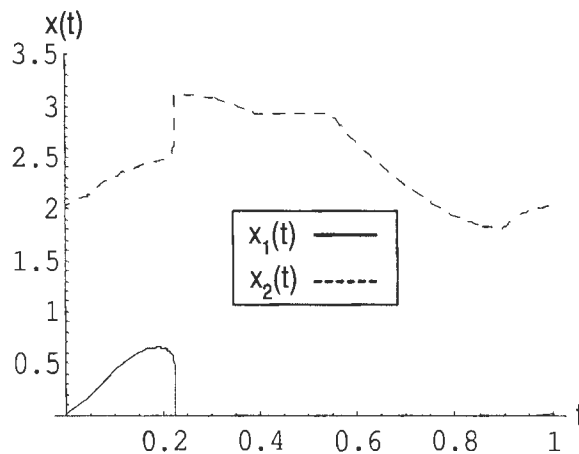
Rys. 2. Globalnie optymalne sterowanie $u_2(t)$ problemu (23)-(30).



Rys. 5. Globalnie optymalne sterowanie $u_2(t)$ problemu (23)-(29).



Rys. 3. Globalnie optymalny stan procesu odpowiadający sterowaniu z rys. 1, 2.



Rys. 6. Globalnie optymalny stan procesu odpowiadający sterowaniu z rys. 4, 5.

sterowanie, wyrażające dostępność surowców potrzebnych do prowadzenia procesu. W swojej zasadzie działania przedstawiony algorytm ewolucyjny wykorzystuje także metodę Newtona do zachowania okresowości wyznaczonego rozwiązania oraz funkcję kary, za pomocą której uwzględniane są ograniczenia na stabilność procesu w postaci maksymalnej wartości modułu multiplika-

torów Floqueta.

Skuteczność Algorytmu 2 potwierdzają liczne doświadczenia obliczeniowe, których przykład został zamieszczony w poprzednim punkcie. Jak widać z przedstawionych wyników, Algorytm 2 dostarczył globalnie optymalne okresowe rozwiązanie, które poprawia globalnie optymalne rozwiązanie statyczne o blisko 79%. Po-

nadto uzyskane optymalne rozwiązanie okresowe spełnia bardzo "ostre" ograniczenie stabilnościowe. Tak więc koszt praktycznej realizacji układu automatycznej regulacji, dla okresowego procesu reakcji chemicznej z przykładu przedstawionego w poprzednim punkcie, powinien być niski, a uzyskane zyski (w stosunku do procesu statycznego) bardzo wysokie.

EVOLUTIONARY SEARCH FOR GLOBALLY OPTIMAL CYCLES WITH THE PRESCRIBED STABILITY CHARACTERISTIC

Abstract: The problem of finding globally optimal periodic control processes with the prescribed stability characteristic is considered. Such problems arise from the optimization of some chemical, biotechnological, and flight processes. The initial state, the period, and the discretized control are taken as the finite-dimensional optimization argument. The periodicity of the control process is guaranteed by the application of the Newton method in the space of the initial states. The averaged constraints are imposed on some control variables to mirror the productivity of raw materials, and energy sources used in the process operation. In addition, the stability characteristic of the periodic control process is introduced as the constraint for the maximum level of the modulus of the Floquet's multipliers. An evolutionary algorithm dealing with a population of cycles evolving by the crossing, and the mutation operations is proposed for the global optimization of periodic control processes fulfilling some stability requirements.

References

- [1] Arabas J. (2001) Wykłady z algorytmów ewolucyjnych. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- [2] Bernstein D.S. (1985) Control constraints, abnormality, and improved performance by periodic control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 30, 367-376.
- [3] Chen C., Hwang C., Yang R. (1994) Optimal periodic forcing of nonlinear chemical processes for performance improvements. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 72, 672-682.
- [4] Chen G., Dong X. (1998) From chaos to order. Methodologies, perspectives and applications. World Scientific, Singapore.
- [5] Chuang C.H., Morimoto H. (1997) Periodic optimal cruise for a hypersonic vehicle with constraints. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 34, 165-171.
- [6] Colonius F. (1988) Optimal Periodic Control. Springer, New York.
- [7] Farhadpour F.A. (1986) Optimal lumped-parameter periodic processes. *International Journal of Control*, 44, 91-115.
- [8] Goldberg D.E. (1989) Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison-Wesley.
- [9] Hasegawa S., Watanabe N., Matsubara M. (1984) Bifurcations and chaos appearing in a periodically controlled CSTR. *Chemical Engineering Communications*, 30, 35-53.
- [10] Horn F.J.M., Lin R.C. (1967) Periodic processes: a variational approach. *I&EC Proc. Des. Dev.*, 6, 21-30.
- [11] Maurer H., Büskens Ch., Feichtinger G. (1998) Solution techniques for periodic control problems. A case study in production planning. *Optimal Control Applications & Methods*, 19, 185-203.
- [12] Michalewicz Z. (2003) Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- [13] Onogi K., Matsubara M. Structure analysis of periodically controlled chemical processes. *Chemical Engineering Science*, 34, 1009-1019.
- [14] Özgülsen F., Adomaitis R.A., Cinar A. (1992) A numerical method for determining optimal parameter values in forced periodic operation. *Chemical Engineering Science*, 47, 605-613.
- [15] Parulekar S.J., Waghmare R.S., Lim H.C. (1988) Yield optimization for multiple reactions. *Chemical Engineering Science*, 43, 3077-3091.
- [16] Parulekar S.J., Lee J. (1993) Structure analysis of continuous cultures subject to periodic medium tuning. *Chemical Engineering Science*, 48, 3007-3035.
- [17] Parulekar S.J. (1998) Analysis of forced periodic operations of continuous bioprocesses – single input variations. *Chemical Engineering Science*, 53, 2481-2502.
- [18] Speyer J.L., Evans R.T. (1984) A second variational theory for optimal periodic processes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29, 138-147.
- [19] Speyer J.L. (1996) Periodic optimal flight. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 19, 745-755.
- [20] Serman L.E., Ydstie B.E. (1991) Periodic forcing of the CSTR: an application of the generalized π -criterion. *AIChE Journal*, 37, 986-996.
- [21] Styczeń K. (1986) Trigonometric approximation of optimal periodic control problems. *International Journal of Control*, 43, 1531-1542.
- [22] Watanabe N., Onogi K., Matsubara M. (1981) Periodic control of continuous stirred tank reactors – I. The π criterion and its applications to isothermal cases. *Chemical Engineering Science*, 36, 809-818.
- [23] Watanabe N., Kurimoto H., Matsubara M., Onogi K. (1982) Periodic control of continuous stirred tank reactors – II. Case of a nonisothermal single reactor. *Chemical Engineering Science*, 37, 745-752.



Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4