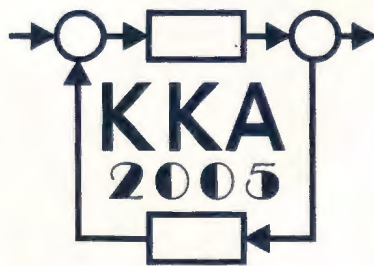


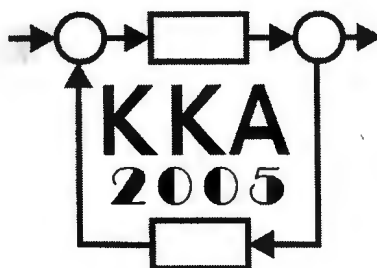
XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom II



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFczyk
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWSKI
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowci	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-01-4

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

METODY STOCHASTYCZNE
– PROBLEMY NIEDETERMINISTYCZNE

ZASTOSOWANIE MODELU INERCYJNEGO Z OPÓŹNIENIEM DO OCENY JAKOŚCI TŁUMIENIA ZAKŁÓCEŃ STOCHASTYCZNYCH W UKŁADACH Z REGULATORAMI DYSKRETNymi PID[†]

Grzegorz BIALIC*, Marian BŁACHUTA**

* Politechnika Opolska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki
ul. K. Sosnkowskiego 31, 45-272 Opole, e-mail: gbialic@weia.po.opole.pl

** Politechnika Śląska, Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki
ul. Akademicka 16, 44-101 Gliwice, blachuta@polsl.gliwice.pl

Streszczenie: Artykuł dotyczy oceny jakości sterowania liniowych obiektów ciągłych bez opóźnienia pracujących w warunkach zakłóceń przypadkowych na podstawie benchmarku bazującego na optymalnej strategii sterowania LQG w oparciu o prosty model z opóźnieniem. Benchmark ten jest traktowany jako strategia minimalnowariancyjna z ograniczeniem na wariancję sterowania. Badania dotyczą jakości sterowania systemów z dyskretnymi regulatorami typu PID strojonymi zarówno metodą klasyczną jak i w sposób optymalny uwzględniający charakterystykę zakłócenia oraz ograniczenie na wariancję sygnału sterującego. W pracy przedstawiono wyniki świadczące, że optymalne nastawy regulatorów klasycznych typu PID poprawiają zdolności tłumienia zakłócenia systemu i zbliżają go do dolnej granicy jakości. Pokazano również, że ocena dolnej granicy jakości zależy od przyjętego modelu obiektu.

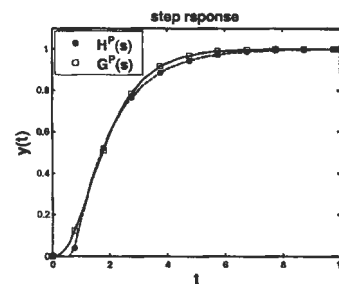
Słowa kluczowe: Ocena jakości sterowania, benchmark LQG, regulatory dyskretne PID, model z opóźnieniem.

1. WSTĘP

Złożone procesy przemysłowe zawierają wiele układów sterowanych za pomocą lokalnych regulatorów o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO) typu PID. Znane reguły strojenia takich regulatorów ignorują informacje o zakłóceniach istotne dla tłumienia ich wpływu na wyjście obiektu. Decyzja o wymianie lub przestrojeniu któregośkolwiek z nich powinna być poprzedzona czynnościami sprawdzającymi potencjalne możliwości poprawy jakości sterowania. Taka procedura jest określana jako benchmarking układów sterowania [8]-[9], [13]. Większość prezentowanych do tej pory prac rozważa jako dolną granicę jakości wynik sterowania sterowanie minimalnowariancyjne oraz zakłada, że opóźnienie systemu jest znane. Ponieważ rzeczywiste opóźnienie transportowe jest zjawiskiem stosunkowo rzadko występującym w obiektach przemysłowych, założenie o znajomości jego wartości a priori wydaje się być zbyt optymistyczne. W praktyce przemysłowej jako opóź-

nienie w obiekcie rozumie się część opóźniającą modelu dynamiki obiektu opartego na aproksymacji za pomocą opóźnienia i inercji, Rys. 1, powszechnie stosowanego do doboru nastaw regulatorów z punktu widzenia poprawnej dynamiki układu zamkniętego po skokowej zmianie wartości zadanej. Interesująca wobec tego będzie odpowiedź na pytanie czy taki model jest również odpowiedni dla oceny jakości tłumienia zakłóceń.

Benchmark oparty na strategii MV posiada liczne wady, do których należy i ta, że nie bierze on pod uwagę na ogół nierealistycznie dużych amplitud sterowania koniecznych do uzyskania wysokiej skuteczności tłumienia zakłóceń. W celu wyeliminowania tej cechy rozważana jest zmodyfikowana strategia minimalnowariancyjna, która sprowadza się do problemu LQG. Ze względu na fakt, że większość przemysłowych regulatorów jest typu PI lub PID interesujące jest jaki dystans dzieli takie systemy od najlepszego w sensie jakości sterowania oraz jak duża poprawa jakości może być osiągnięta poprzez zastosowanie optymalnych nastaw regulatorów klasycznych bazujących na charakterystykach zakłócenia.



Rys. 1. Odpowiedź skokowa naszego przykładowego obiektu i jego aproksymacji modelem z opóźnieniem..

Artykuł został zorganizowany następująco: w rozdziale 2 przedstawiono zagadnienie problemu dyskretnego sterowania liniowo-kwadratowego (LQG) dla jednowymiarowych układów ciągłych z opóźnieniem i zakłó-

[†] Badania finansowane ze środków na działalność statutową.

ceniem stochastycznym na wyjściu. W rozdziale 3 przedstawione zostały algorytmy rozwiązania problemu postawionego w rozdziale 2. W rozdziale 4 wyznaczone zostały formuły dla obliczenia wariancji sygnału wyjściowego i sterowania regulatorów klasycznych oraz LQG. W rozdziale 5, na przykładzie przeprowadzona została ocena jakości sterowania bazująca na modelu z opóźnieniem i porównana z oceną otrzymaną na bazie oryginalnego modelu nie zawierającego opóźnienia. Rezultaty badań znalazły podsumowanie w rozdziale 6.

2. FORMALIZACJA PROBLEMU

Naszym głównym celem było zbadanie odpowiedności modelu z opóźnieniem, które jest traktowane jako aproksymacja części dynamiki oryginalnego nie opóźnionego obiektu, do oceny jakości stabilizacji wyjścia w obecności zakłóceń.

Postawiony problem wymaga wyznaczenia formuł dla obliczenia wariancji sygnału wyjściowego i sterowania dla regulatorów klasycznych oraz LQG.

2.1. Matematyczne sformułowanie problemu

W kolejnych rozważaniach przyjęto, że liniowy obiekt SISO jest zamodelowany za pomocą następującego układu równań stochastycznych

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + bu(t - \tau) + c\xi(t) \quad (1)$$

$$y(t) = d'x(t), \quad (2)$$

gdzie $x(t)$ jest p -wymiarowym wektorem stanu, A jest $p \times p$ -wymiarową macierzą, b , c i d są p -wymiarowymi wektorami. Jako warunki początkowe x_0 zakłada się wektor wartości losowych normalnych, $x_0 \sim N(0, Q_0)$. $\xi(t)$ jest procesem Wienera, i $\text{var } \xi(t) = \delta(t)$.

Opóźnienie zostało zdefiniowane następujący sposób

$$\tau = lh - h + \theta \quad (3)$$

gdzie $l \geq 0$ i $0 < \theta \leq h$. Obiekt jest sterowany za pośrednictwem ekstrapolatora zerowego rzędu (ZOH) z wyjściem $u(t)$ i okresem h

$$u(t) = u_k, \text{ for } t \in (kh, kh+h], k = 0, 1, \dots, \quad (4)$$

uzyskany na podstawie dyskretnego wyjścia regulatora u_k , które zmienia swoją wartość w dyskretnych chwilach czasu $t_k = kh$, $k = 0, 1, \dots$. Wyjście układu jest próbkowane synchronicznie w chwilach t_k . Uzyskane w ten sposób wartości z_k są wyrażone następującym równaniem pomiarowym:

$$z_k = d'x_k + n_k, \quad (5)$$

gdzie n_k reprezentujące błąd pomiarowy jest gaussowskim białym szumem z zerową wartością średnią, $E[n_k] = 0$, oraz wariancją $E[n_k^2] = \nu^2$.

Celem układu jest minimalizacja średniej wartości wariancji uchybu z ograniczeniem na wariancję sterowania. Rozważany problem jest równoważny minimalizacji wskaźnika jakości postaci

$$I = \lim_{N \rightarrow \infty} E \frac{1}{Nh} \int_0^{Nh} \{e^2(t + \tau) + \lambda u^2(t)\} dt \quad (6)$$

dla pewnej wartości λ .

3. ALGORYTMY

3.1. Benchmark LQG

Możemy wprowadzić nowy predykowany wektor stanu [12]

$$x^p(t) = x(t + \tau) \quad (7)$$

Wówczas system zdefiniowany za pomocą równania stanu (1), równania pomiarowego (5), równania modulacji (4) oraz wskaźnika jakości (6) jest równoważny z następującym systemem dyskretnym

$$x_{k+1}^p = Fx_k^p + gu_k + w_k^p \quad (8)$$

$$z_k = d'x_k^p(kh - \tau) + n_k \quad (9)$$

$$I = \lim_{N \rightarrow \infty} E \frac{1}{N} \sum_0^{N-1} \left\{ x_k^p{}' Q_1 x_k^p + 2x_k^p{}' q_{12} u_k + q_2 u_k^2 + q_w \right\} \quad (10)$$

gdzie $w_k^p = w(kh + \tau)$ jest wektorem wartości gaussowskiego białego szumu z zerową wartością średnią, którego wartość oczekiwana $E\{w_k^p, w_k^p\} = W$. Wektory x_0 i $\{w_k^p, n_k\}$ są nieskorelowane dla wszystkich $k \geq 0$. Zależności [1,11,12,14] pomiędzy macierzami i wektorami definiującymi system (8)-(9) ze wskaźnikiem jakości (10) oraz system (1)-(2) ze wskaźnikiem (6) są przedstawione w załączniku.

Optymalne prawo sterowania minimalizujące wskaźnik jakości (10) dla systemu opisanego równaniami (8)-(9) jest funkcją liniową

$$u_k = -k_c' \hat{x}_{k|k}^p = -k_c' F_p \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k}^p \\ u_{k-1} \\ \vdots \\ u_{k-2} \\ u_{k-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

gdzie

$$F_p = [F(\tau) \quad F(\tau - \theta)g(\theta) \quad F(lh - 2h)g \quad \dots \quad Fg \quad g] \quad (12)$$

$\hat{x}_{k|k}^p$ oznacza estymowany przez filtr Kalmana stan x_k^p bazujący na dostępnych pomiarach z_k do k włącznie. Wektor wzmocnienia k_c zależy od rozwiązania S następującego algebraicznego równania Riccatiego

$$S = Q_1 + F'SF - \frac{(q_{12} + F'Sg)(q_{12} + F'Sg)'}{q_2 + g'Sg} \quad (13)$$

$$k_c = \frac{q_{12} + F'Sg}{q_2 + g'Sg} \quad (14)$$

Stacjonarny filtr Kalman [1]-[7],[10] dla systemu (8)-(9) ma postać

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + k^f (z_k - d' \hat{x}_{k|k-1}) \quad (15)$$

$$\hat{x}_{k+1|k} = F \hat{x}_{k|k} + g(h-\theta)u_{k-1} + F(h-\theta)g(\theta)u_{k-1} \quad (16)$$

gdzie

$$k^f = \frac{\Sigma d}{v^2 + d' \Sigma d} \quad (17)$$

$$\Sigma = W + F \left(\Sigma - \frac{\Sigma d d' \Sigma'}{v^2 + d' \Sigma d} \right) F' \quad (18)$$

3.2. Regulator typu PID

W następnej kolejności jest rozważany system opisany równaniami (1)-(2) sterowany za pomocą dyskretnych regulatorów klasycznych P, PD, PI, PID. Doboru nastaw regulatorów dokonano przy pomocy klasycznej metody QDR (Quarter-Decay Ratio) oraz na drodze minimalizacji wskaźnika jakości (10).

Prawo sterowania opisują

- równanie stanu

$$x_{k+1}^c = A^c x_k^c - B^c z_k \quad (19)$$

- oraz równanie wyjścia

$$u_k = C^c x_k^c - D^c z_k, \quad (20)$$

gdzie w przypadku regulatora PID odpowiednie macierze i wektory mają postać

$$\left. \begin{aligned} A^c &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & C^c &= \begin{bmatrix} K_p \frac{h}{T_i} & -K_p \frac{T_d}{h} \end{bmatrix}, \\ B^c &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, & D^c &= \begin{bmatrix} K_p \left(1 + \frac{h}{T_i} + \frac{T_d}{h} \right) \end{bmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Ponieważ opis za pomocą wektora x_k^c systemu (8)-(9) nie ma zastosowania w przypadku algorytmu PID, system zdefiniowany za pomocą równania stanu (1), równania pomiarowego (5), równania modulacji (4) i wskaźnika jakości (6) został przedstawiony w dyskretnych chwilach próbkowania w formie alternatywnej

$$x_{k+1} = F x_k + \Gamma_0 u_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-1} + w_k \quad (22)$$

$$z_k = d' x_k + n_k \quad (23)$$

gdzie

$$\Gamma_1 = e^{A(h-\theta)} \int_0^\theta e^{A v} b d v, \quad \Gamma_0 = \int_0^{h-\theta} e^{A v} b d v \quad (24)$$

Wynika z niego opis w przestrzeni stanu [1] w postaci

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_{k+1} \\ \vdots \\ u_{k-1} \\ u_k \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} F & \Gamma_1 & \Gamma_0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_E \begin{bmatrix} x_k \\ u_{k-1} \\ \vdots \\ u_{k-2} \\ u_{k-1} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w_k \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

lub w formie zagregowanej

$$x_{k+1} = F x_k + \Gamma u_k + \Omega w_k \quad (26)$$

W wyniku przekształceń wskaźnik jakości (12) można przedstawić w formie śladu macierzowego

$$I = \left. \begin{aligned} & \text{tr} \{ Q_1 F_p \bar{G}_{11} F_p' + Q_2 W(\tau) \} - \text{tr} \{ F_p' q_{12} D^c d' \bar{G}_{11} \} \\ & - \text{tr} \{ d D^c' q_{12}' F_p \bar{G}_{11} \} + \text{tr} \{ q_2 d D^c' D^c d' \bar{G}_{11} \} \\ & + \text{tr} \{ C^c' q_{12}' F_p \bar{G}_{12} \} - \text{tr} \{ q_2 C^c' D^c d' \bar{G}_{12} \} \\ & + \text{tr} \{ F_p q_{12} C^c \bar{G}_{21} \} - \text{tr} \{ q_2 d D^c C^c \bar{G}_{21} \} \\ & + \text{tr} \{ q_2 C^c' C^c \bar{G}_{22} \} + \text{tr} \{ q_2 D^c' D^c v^2 + q_w \} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

gdzie

$$\bar{G} = E \{ \bar{x}_k, \bar{x}_k' \} = \begin{bmatrix} \bar{G}_{11} & \bar{G}_{12} \\ \bar{G}_{21} & \bar{G}_{22} \end{bmatrix}, \quad \bar{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ x_k^c \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$d = [d' \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]$$

Macierz kowariancji stanu \bar{G} jest rozwiązaniem dyskretnego równania Lyapunova postaci

$$\bar{G} = \bar{F} \bar{G} \bar{F}' + \bar{R} \bar{W} \bar{R}' + \bar{N} v^2 \bar{N}', \quad (29)$$

gdzie odpowiednie macierze i wektory dla systemu z regulatorem typu PID mają formę przedstawioną poniżej

$$\left. \begin{aligned} \bar{F} &= \begin{bmatrix} F - \Gamma D^c d' & \Gamma C^c \\ -B^c d' & A^c \end{bmatrix}, \\ \bar{R} &= \begin{bmatrix} \Omega \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{N} = \begin{bmatrix} -\Gamma D^c \\ -B^c \end{bmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

4. WARIANCJE SYGNAŁU WYJŚCIOWEGO I STEROWANIA

Wariancja wyjściowa i sterowania w chwilach próbkowania dla regulatora LQG może być wyznaczona z zależności

$$\sigma_{y_k LQG}^2 = \text{var} \{ y_k \} = d' \bar{V}(11) d \quad (31)$$

$$\sigma_{u_k LQG}^2 = \text{var} \{ u_k \} = k^c' F_p \bar{V}(22) F_p' k^c \quad (32)$$

gdzie

$$\bar{V} = E \{ \bar{x}_k, \bar{x}_k' \} = \begin{bmatrix} \bar{V}(11) & \bar{V}(12) \\ \bar{V}(21) & \bar{V}(22) \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$\bar{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ \hat{x}_{k|k} \end{bmatrix}, \quad \hat{x}_{k|k} = \begin{bmatrix} u_{k-1} \\ \vdots \\ u_{k-2} \\ u_{k-1} \end{bmatrix}, \quad x_k = \begin{bmatrix} x_k \\ u_{k-1} \\ \vdots \\ u_{k-2} \\ u_{k-1} \end{bmatrix}$$

a w przypadku regulatora typu PID

$$\sigma_{y_k PID}^2 = \text{var} \{ y_k \} = d' \bar{G}_{11} d \quad (34)$$

$$\sigma_{u_k PID}^2 = \text{var} \{ u_k \} = C^c \bar{G}_{22} C^c' - D^c d' \bar{G}_{12} C^c' - C^c \bar{G}_{21} d D^c' + D^c d' \bar{G}_{11} d D^c' + D^c v^2 D^c' \quad (35)$$

5. OCENA JAKOŚCI STEROWANIA NA BAZIE MODELU Z OPÓŹNIENIEM

Rozważany jest obiekt o transmitancji

$$G^p(s) = \frac{1}{(s+1)(\alpha s+1)^2}, \quad \alpha = 0.5 \quad (36)$$

oraz generator zakłócenia w postaci układu o transmitancji

$$G^d(s) = \frac{b_0}{T_0^2 s^2 + 2T_0 \xi s + 1}, \quad T_0 = 2 \quad \xi = 0.25 \quad (37)$$

podbudzanego białym szumem. Wartość b_0 została dobrana tak, aby wariancja zakłócenia była równa 1. Suma wyjść $G^p(s)$ oraz $G^d(s)$ tworzy wyjście systemu $y(t)$. Wariancja szumu pomiarowego charakteryzuje precyzję czujników, przetworników oraz przetwarzania A/C.

Transmitancja $G^p(s)$ jest aproksymowana za pomocą modelu typu inercja z opóźnieniem

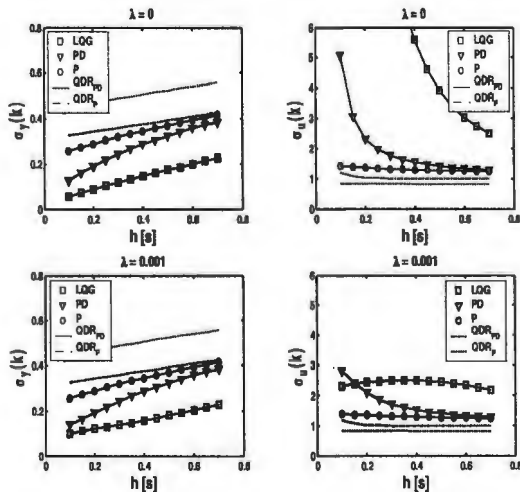
$$H^p(s) = \frac{1}{Ts + 1} e^{-\tau s} \quad (38)$$

Zestawienie odpowiedzi skokowych $G^p(s)$ and $H^p(s)$ jest przedstawione na rys. 1.

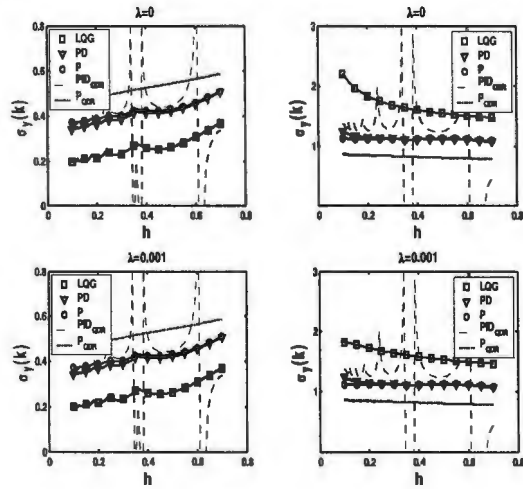
Do oceny jakości sterowania oraz kosztów poniesionych na sterowanie wykorzystane zostanie odchylenie standardowe wyjścia i sterowania w chwilach próbkowania oraz uśrednione w okresie próbkowania. Na wzmiankę zasługuje fakt, że dla właściwie zaprojektowanego systemu nie ma znaczącej różnicy pomiędzy tymi wartościami.

Kolejną ważną obserwacją jest fakt, że w badanym przypadku stosunkowo szybkozmiennego zakłócenia optymalizacja nastaw regulatorów PID prowadzi do regulatorów PD bez składowej całkującej.

Na Rys. 2a przedstawiono wpływ czasu próbkowania h na wartość wariancji wyjściowej oraz sterowania dla różnych wartości współczynnika wagowego λ . Najlepsze własności w zakresie tłumienia zakłóceń system osiąga oczywiście dla $\lambda=0$. Jednak w przypadku czystego sterowania minimalnowariancyjnego (MV) wariancje sygnałów sterujących dla systemu bez opóźnienia (odchylenie standardowe) osiągają bardzo duże wartości i różnią się znacząco dla różnych regulatorów, co sprawia, że cena jakości nie jest miarodajna. W przypadku modelu opisanego transmitancją $H^p(s)$ rys. 2b sygnały sterujące mają, co prawda, podobny poziom jednak zmienia się poziom dolnej granicy jakości.

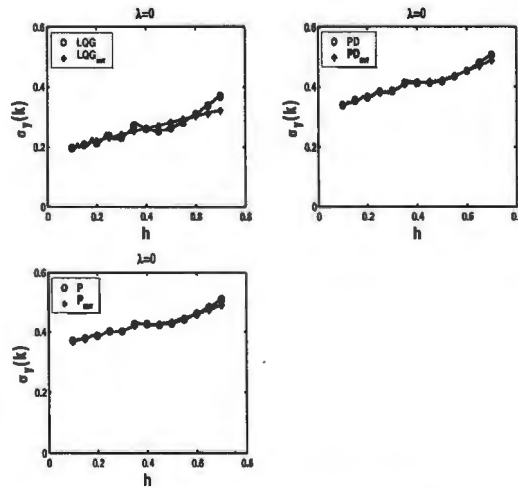


Rys. 2a. Wpływ czasu próbkowania na wartość odchylenia standardowego sygnału wyjściowego i sterowania dla szumu pomiarowego o wariancji $v^2=0.0025$ dla $G^p(s)$.



Rys. 2b. Wpływ czasu próbkowania na wartość odchylenia standardowego sygnału wyjściowego i sterowania dla szumu pomiarowego o wariancji $v^2=0.0025$ dla $H^p(s)$.

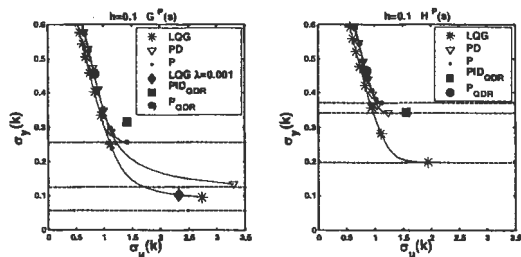
Na rys. 3 przedstawiono wpływ czasu próbkowania h na wartość wariancji wyjściowej w chwilach próbkowania oraz uśrednionej w okresie próbkowania. Zaprezentowane wyniki potwierdzają fakt, że nie ma znaczącej różnicy pomiędzy tymi wartościami, dlatego w dalszej części będziemy wykorzystywać wartości wyznaczone na podstawie formuł (31)-(32) oraz (34)-(35).



Rys. 3. Wpływ czasu próbkowania na wartość odchylenia standardowego sygnału wyjściowego w chwilach próbkowania oraz uśrednionego dla szumu pomiarowego o wariancji $v^2=0.0025$ dla $H^p(s)$.

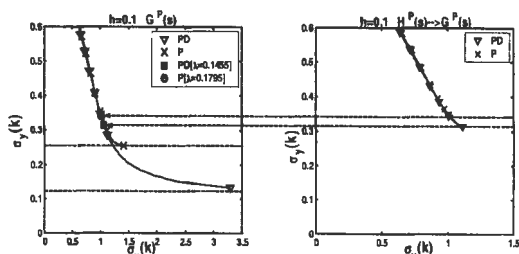
Na rys. 4 przedstawiono wariancję wyjścia w funkcji wariancji sterowania dla modeli z opóźnieniem i bez w przypadku sterowania z regulatorem optymalnym, PD oraz P. Optymalne wartości tych wielkości uzyskano dla zmieniającej się wartości współczynnika wagowego λ . Rezultaty dla $\lambda=0$ (minimalna wariancja dla danego typu regulatora) zostały naniesione w postaci poziomo

mych linii, natomiast dla regulatorów PD oraz P z nastawami dobranymi za pomocą metody QDR w postaci punktów. Krzywe dolnej granicy jakości wyznaczone dla systemu z regulatorem optymalnym dzielą powierzchnię na dwa obszary: osiągalny (powyżej) i nieosiągalny (poniżej). Na podstawie położenia punktów w stosunku do tej krzywej można więc dokonać oceny jakości sterowania. Ponadto uzyskane wyniki wykazują, że czysta strategia MV zastosowana do modelu z opóźnieniem skutkuje niższą jakością sterowania w stosunku do przypadku z modelem bez opóźnienia. Dodatkowo daje się zauważyć mało znaczący wzrost jakości sterowania w przypadku modelu z opóźnieniem wykorzystując optymalne nastawy regulatorów klasycznych w porównaniu do otrzymanych za pomocą metody QDR.



Rys. 4. Zależności w przestrzeni dwuwymiarowej kryteriów – odchylenie standardowe sygnału wyjściowego i sygnału sterowania dla $h=0.1$.

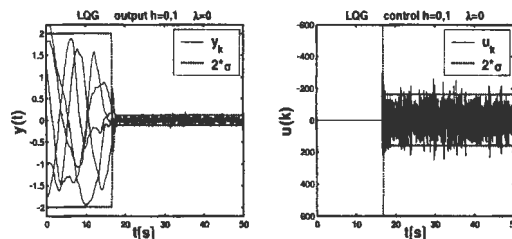
Na rys. 4a. przedstawiono wariancję wyjścia w funkcji wariancji sterowania dla regulatora zaprojektowanego na podstawie znanych parametrów obiektu oryginalnego $G^p(s)$ oraz dla regulatora zaprojektowanego na bazie modelu $H^p(s)$ a zastosowanego do obiektu oryginalnego. W drugim przypadku rezultaty strategii minimalnowariancyjnej w postaci poziomych linii przedłużono wskazując odpowiadające im wartości wariancji wyjściowej dla układu, którego synteza została przeprowadzona na podstawie znajomości parametrów obiektu oryginalnego i $\lambda > 0$. Uzyskane wyniki pozwalają stwierdzić, że podobną jakość tłumienia zakłóceń można osiągnąć stosując oba modele $G^p(s)$ i $H^p(s)$ jednak tylko model bez opóźnienia zachowuje potencjał dla dalszej poprawy jakości sterowania.



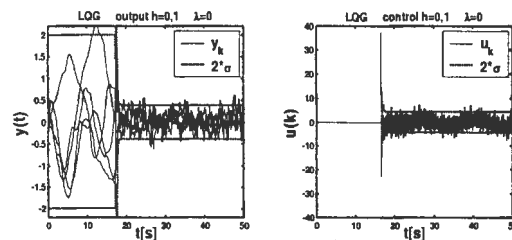
Rys. 4a. Zależności w przestrzeni dwuwymiarowej kryteriów – odchylenie standardowe sygnału wyjściowego i sygnału sterowania dla regulatora zaprojektowanego na bazie modelu $G^p(s)$ oraz $H^p(s)$.

Na rys. 5-8 przedstawione zostały przykładowe realizacje sygnałów wyjściowych i sterowania ilustrujące

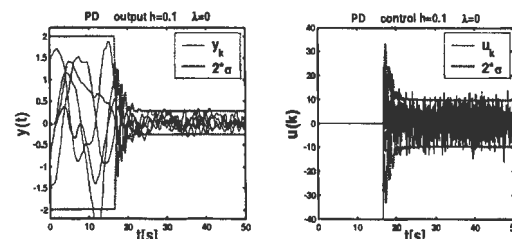
wpływ aproksymacji opóźnieniem na jakość sterowania dla różnych rodzajów algorytmów.



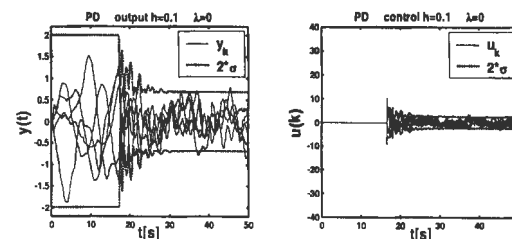
Rys. 5. Realizacja sygnałów $y(t)$ i $u(t)$ dla regulatora LQG i modelu o transmitancji $G^p(s)$ oraz $\lambda=0$.



Rys. 6. Realizacja sygnałów $y(t)$ i $u(t)$ dla regulatora LQG i modelu o transmitancji $H^p(s)$ oraz $\lambda=0$.



Rys. 7. Realizacja sygnałów $y(t)$ i $u(t)$ dla regulatora PD i modelu o transmitancji $G^p(s)$ oraz $\lambda=0$.



Rys. 8. Realizacja sygnałów $y(t)$ i $u(t)$ dla regulatora PD i modelu o transmitancji $H^p(s)$ oraz $\lambda=0$.

6. PODSUMOWANIE

W niniejszym artykule pokazano, że zastosowanie w celu oceny jakości tłumienia zakłóceń zastępczego modelu zawierającego część inercyjną oraz opóźnienie powoduje, że dolna granica jakości uzyskuje wartości gorsze w stosunku do możliwej do osiągnięcia w rzeczywistym obiekcie nie zawierającym opóźnienia. Ponadto wykazano, że strojenie regulatorów klasycznych uwzględniające charakterystykę zakłócenia znacząco poprawia jakość sterowania w sensie zbliżania się do dolnej granicy jakości tylko w przypadku modeli bez opóźnienia. Niepewność dotycząca oszacowania moż-

liwej, osiągalnej jakości sugeruje, że do projektowania regulatorów zapewniających wysoką jakość niezbędna jest identyfikacja systemów ciągłych.

7. ZAŁĄCZNIK

Macierze i wektory dla systemu opisanego równaniami (8)-(10):

$$\left. \begin{aligned} F(h) &= e^{Ah}, & w(h) &= \int_0^h e^{A(h-s)} c c'(s) ds \\ g(h) &= \int_0^h e^{Av} b dv, & W(h) &= \int_0^h e^{As} c c' e^{A's} ds \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{1}{h} \int_0^h F'(\tau) M F(\tau) d\tau, \\ q_{12} &= \frac{1}{h} \int_0^h F'(\tau) M g(\tau) d\tau, \\ q_2 &= \frac{1}{h} \int_0^h g'(\tau) M g(\tau) d\tau + \lambda, \\ q_w &= \frac{1}{h} d' \left\{ \int_0^h \int_0^\tau F(\tau-s) c c' F'(\tau-s) ds d\tau \right\} d \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

gdzie $M = dd'$ (41)

ON APPLICATION OF LAG-DELAY APPROXIMATION FOR ASSESMENT OF STOCHASTIC DISTURBANCE ATTENUATION IN PID CONTROL LOOPS

Abstract: It has been shown in the paper that when the system to be controlled does not feature a known real delay then the substitute delay obtained from the popular lag-delay approximations used to determine the quality of disturbance attenuation underestimates the performance lower bound of the actual delay-free system. It has also been shown that optimal tuning of classical PID controllers improves the disturbance attenuation bringing it closer to the lower bound when the original non-delayed model is used.

Uncertainty concerning the estimate of achievable performance implies that high-quality identification of the continuous-time system is necessary both to asses performance of the existing control system, and to design high-quality controllers.

Literatura

- [1] Åström K., Wittenmark B. (1990) *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. Prentice-Hall.
- [2] Åström K. (1970) *Introduction to Stochastic Control Theory*. Academic Press, New York.

- [3] Bialic G., Błachuta M. (2004) Performance Assessment of Stochastic Disturbance Rejection for Linear Continuous-Time Plants with Discrete-Time PID Controllers. *10th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, MMAR 2004, Międzyzdroje, Poland.
- [4] Błachuta M., Grygiel R. (2002) On the Properties of Sampled-Data Minimum-Variance Control Systems. *8th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, MMAR 2002, Szczecin, Poland.
- [5] Błachuta M., Grygiel R. (2002) Sampled-Data Program Control via Model-Reference LQG. *American Control Conference*, Anchorage, Ak, 2973-8.
- [6] Chen T., Francis B. (1995) *Optimal Control of Sampled-Data Systems*. Springer Verlag.
- [7] Grygiel R., Błachuta M. (2003) On Suitability of the Lag-Delay Approximation for Performance Prediction of Sampled-Data LQG Control Systems. *9th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, MMAR 2003, Międzyzdroje, Poland.
- [8] Harris T.J., Seppala C.T. (2002) Recent Developments in Controller Performance Monitoring and Assessment Techniques. *Chemical Process Control VI*, January 2001, Tuscon, Arizona published *A.I.ChE Symposium Series*, 98.
- [9] Huang B., Shah S.L. (1999) *Performance Assessment of Control Loops: Theory and Application*. Springer Verlag.
- [10] Kwakernak H., Sivan R. (1972) *Linear Optimal Control Systems*. Willey-Interscience.
- [11] Lennartson B., Söderström T. (1989) Investigation of the Intersample Variance in Sampled-Data Control. *Int. L. Control*, 50, 5, 1587-1602.
- [12] Lennartson B. (1989) Sampled-Data Control for time-delayed plant. *Int. J. Control*, 49, 5, 1601-1614.
- [13] Wan S., Huang B. (2002) Robust Performance Assessment of Feedback Control Systems. *Automatica*, 38, 33-46.
- [14] Van Loan C.F. (1978) Computing Integrals Involving the Matrix Exponential. *IEEE Trans. on Auto. Control AC-23*, 395-404.



Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4