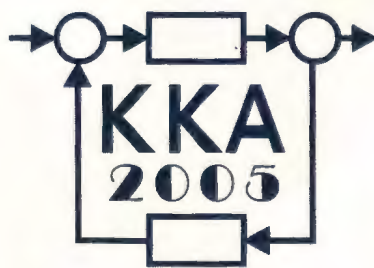


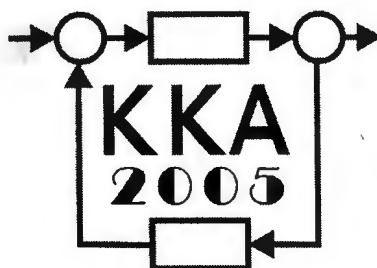
# **XV Krajowa Konferencja Automatyki**

## **Tom II**



**Redaktorzy:  
Zdzisław Bubnicki  
Roman Kulikowski  
Janusz Kacprzyk**

# XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II



Redaktorzy:  
Zdzisław BUBNICKI  
Roman KULIKOWSKI  
Janusz KACPRZYK

**ORGANIZATOR**

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

**WSPÓŁORGANIZATORZY**

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

## WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska  
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów  
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

## CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFczyk
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWSKI
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

## KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowci	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-01-4

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk  
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

# APARATURA AUTOMATYKI

## METODA SYNTEZY REGULATORA DYSKRETNEGO

Jan LESZCZYŃSKI

Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny  
ul. Wiejska 45D, 15-272 Białystok, e-mail: lesjan@pb.bialystok.pl

**Streszczenie:** W referacie przedstawiono specyficzną metodę rozwiązywania zadania syntezy regulatora dyskretnego. Przy zastosowaniu tej metody projektant dysponuje dwoma stopniami swobody: okresem próbkowania w obwodzie regulacji i współczynnikiem wzmocnienia. Ustala się je uwzględniając ograniczenie wskaźnika, nazywanego przewyższeniem impulsowym regulatora. Inne parametry z równania regulatora są dobierane automatycznie. Przedstawiono wyniki badań symulacyjnych związanych z danym algorytmem regulacji.

**Słowa kluczowe:** Układy regulacji, regulatory dyskretno, regulatory PID, układy ze skończoną odpowiedzią impulsową, linie pierwiastkowe

### 1. WPROWADZENIE

Regulatory PID [1,6] są aktualnie zdecydowanie najczęściej stosowanymi urządzeniami w układach automatyki ze sprzężeniem zwrotnym. Decyduje o tym względna prostota projektowania (poprzez dobór nastaw regulatora) większości obwodów regulacji automatyki przemysłowej i możliwość wprowadzania korekt tych nastaw w trakcie eksploatacji. Sygnały docierające z przemysłu [5] świadczą, że w praktyce, nie zawsze zadania regulacji są rozwiązywane przy pomocy regulatorów PID dostatecznie efektywnie. O istniejących problemach użytkownika pośrednio świadczy także skłonność do wprowadzania przez producentów różnorodnych mechanizmów samostrajania nastaw regulatorów i intensywność prowadzonych prac nad alternatywnymi metodami regulacji.

W referacie przedstawiono interpretacyjnie prostą, łatwą do zautomatyzowania, wersję rozwiązania problemu syntezy regulatora dyskretnego. Użytkownikowi pozostawia się jeden stopień swobody związany ze współczynnikiem wzmocnienia regulatora. Autor widzi ją jako przyczynę do dyskusji nad unowocześnieniem sposobu rozwiązania typowego zadania regulacji. Czy struktura, nazywana w ramach referatu strukturą regulatora SOIC jest użytecznym rozwinięciem struktur regulatora PID? Czy może stanowić ona jeszcze jedno istotne źródło rozwiązania problemów automatyzacji? Wyniki badań symulacyjnych wskazują, że odpowiedź na te pytania nie musi być negatywna.

### 2. METODA SYNTEZY REGULATORA

W rozważanej wersji rozwiązania zadania syntezy układu regulacji (UR), zarówno sama struktura regulatora dyskretnego, jak i struktura obwodu otwartego, kształtowana jest na podstawie postulatu o skończonym czasie ustalania się odpowiedzi impulsowej. Obecność całkowania numerycznego w algorytmie regulatora jest, z oczywistych względów, istotnym postulatem pomocniczym. Postulaty tego typu są (milcząco) przyjmowane także w równaniach dyskretnych regulatorów PID. Po uwzględnieniu ich, transmitancja regulatora przyjmuje postać:

$$R(z^{-1}) = V_r \frac{r_0 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{nR} z^{-nR}}{1 - z^{-1}} \quad (1)$$

W wyrażeniu tym wyraźnie wydzielono wskaźnik wzmocnienia  $V_r$  i unormowany wielomian licznika regulatora  $L_r(z^{-1})$ , z jednostkową sumą współczynników:  $\sum_{i=0}^{nR} r_i = 1$ . Brak ograniczeń powoduje, że rząd

rozważanego regulatora, może być wyższy od reprezentowanego w ramach struktur PID. Podobną postać, ze względu na wspomniany postulat nadrzędny (ustalająca się w skończonym czasie odpowiedź impulsowa dla całego obwodu otwartego UR), powinna uzyskać także transmitancja kaskadowego połączenia regulatora z liniowym obiektem regulacji  $G_0(z^{-1})$ . Wynikowo, przy braku całkowania w samym obiekcie, powinna zachodzić zależność:

$$R(z^{-1})G_0(z^{-1}) = V_0 \frac{p_0 + p_1 z^{-1} + \dots + p_{nP} z^{-nP}}{1 - z^{-1}}, \quad (2)$$

w której  $V_0$  określa współczynnik wzmocnienia prędkościowego ( $\sum_{i=0}^{nP} p_i = 1$ ) dla otwartego obwodu regulacji. Jeżeli sterowany obiekt jest liniowy, ze stacjonarnym modelem i stabilny to, uwzględniając postać jego transmitancji:

$$G_0(z^{-1}) = \frac{B_0(z^{-1})z^{-d}}{A_0(z^{-1})}, \quad (3)$$

efekt tego typu możemy uzyskać ustalając współczynniki:  $r_0, r_1, \dots, r_{nR}$ , w modelu regulatora (1), na poziomie proporcjonalnym do współczynników wielomianu charakterystycznego  $A_d(z^{-1})$  obiektu sterowania, np.:

$$r_0 = c; \quad r_1 = c a_1; \quad \dots, \quad r_{nR} = c a_{nA}; \quad c = \text{const} \quad (4)$$

Równanie regulatora w postaci dyskretnej (z dokładnością do współczynnika wzmocnienia  $V_r$ ) możemy otrzymać w związku z tym bezpośrednio na podstawie modelu sterowanego obiektu. Rząd regulatora jest równy rządowi tego modelu. Współczynniki:  $p_0, p_1, \dots, p_{nA}$  (2) wynikają ze współczynników wielomianu  $B_d(z^{-1})$ .

Regulator rozważanego typu mógłby być określany, jako uogólniona struktura PID. W celu wyraźniejszego wyróżnienia danej reguły strukturalnej, na tle różnorodności istniejących modyfikacji regulatorów PID, będziemy określać ją w referacie w skrócie jako **struktura SOIC regulatora** (w wersji angielskiej IFIR), tj. struktura dyskretna łącząca układ o skończonej odpowiedzi impulsowej i całkowanie (numeryczne).

Uwzględnienie obu, wymienionych na wstępie postulatów strukturalnych (dla regulatora i dla obwodu otwartego) nie jest, oczywiście, warunkiem koniecznym udanej syntezy UR. W nieco innej wersji rozwiązania zadania syntezy można zrezygnować z postulatu struktury SOIC dla regulatora, utrzymując go jedynie dla całego obwodu regulacji. Rozpatrywana tu, prostsza koncepcja regulatora, wymaga istotnie [4] mniej informacji na temat modelu sterowanego obiektu.

### 3. REALIZOWALNOŚĆ I STABILNOŚĆ

Warunkiem osiągnięcia założonych celów projektowania UR jest fizyczna realizowalność transmitancji dyskretnej regulatora. Istnieje konieczność fizycznego ukształtowania sygnału wyjściowego regulatora zgodnie z wynikiem obliczeń wg (1). **Własność realizowalności** może być interpretowana jako własność zachowania liniowości regulatora przy ustalonym, uznawanym za dopuszczalny, charakterze zmian oddziaływań wejściowych.

Okres próbkowania  $T_s$  jest, z tego punktu widzenia, parametrem decydującym. **Okres próbkowania  $T_s$**  powinien być tak dobrany, by przy pracy w warunkach normatywnych, układ wagowy kolejnych próbek ciągów czasowych wielkości wejściowych znajdował fizyczne odzwierciedlenie na wyjściu regulatora.

W celu skonkretyzowania warunków realizowalności regulatora, posłużymy się pojęciem przewyższenia impulsowego  $I_s$ .

Za **przewyższenie impulsowe  $I_s$**  układu dyskretnego będziemy uważać największą, co do modułu, chwilową wartość odpowiedzi  $g(k)$  tego układu na impuls jednostkowy, osiąganą przy starcie z zerowych warunków początkowych:

$$I_s = \max_k \{ |g(k)| \} \quad (5)$$

W rozważanej strukturze SOIC, przewyższenie impul-

sowe regulatora może być wyrażone za pośrednictwem iloczynu wskaźnika wzmocnienia  $V_r$  i największej, co do modułu, z częściowych sum współczynników unormowanego wielomianu licznika  $L_r(z^{-1})$ :

$$I_s = V_r \max \{ |r_0|, |r_0 + r_1|, |r_0 + r_1 + r_2|, \dots \} \quad (6)$$

Przewyższenie impulsowe posiada wyraźną interpretację fizyczną. Może stanowić ono także **źródło związane wyrażenia** normatywnych własności sygnałów wejściowych dla już zaprojektowanego regulatora dyskretnego. Z założenia, działanie regulatora może różnić się od teoretycznie zakładanego jedynie w krótkich przedziałach czasowych, w których własności ciągów wejściowych odbiegają od normatywnych. Sytuacje tego typu mogą zdarzyć się przy gwałtownych zmianach oddziaływań zewnętrznych i (ewentualnie) wymagać podjęcia działań korekcyjnych, związanych z przekroczeniem strefy liniowości regulatora.

Poziom przewyższenia impulsowego  $I_s$  regulatora SOIC jest silnie związany z okresem próbkowania  $T_s$ . Wraz z wydłużaniem tego okresu, poziom  $I_s$  regulatora szybko maleje. Problem wyboru okresu  $T_s$  komplikuje nieco ten fakt, że decyduje on także o wagach  $r_i$ , z jakimi uwzględniane są próbki uchybów (lub ogólniej: wielkości zadanej i regulowanej) w sygnale wyjściowym regulatora. Wraz ze zmianami okresu  $T_s$ , zmieniają się także proporcje między współczynnikami w równaniu regulatora SOIC. Klasycznie, w równaniu regulatora PID, wagi te związane są bezpośrednio ze stosunkiem dobieranych nastaw (stałe czasowe) regulatora i okresu próbkowania.

Implikuje to postawienie pytania o możliwość pogodzenia wymagań, odnośnie jakości regulacji w omawianej strukturze UR i możliwości fizycznej realizacji odpowiedniego regulatora SOIC. Podstawowe aspekty tego problemu są wyraźnie widoczne przy rozważaniach na temat stabilności UR.

Zakłada się przy tym, naturalną dla automatyki przemysłowej, stabilność obiektu regulacji. Wyrażona za pośrednictwem zer i biegunów, transmitancja dyskretna stabilnego i, wyłącznie w celu uproszczenia rozważań, statycznego obiektu dynamicznego ma postać:

$$G_0(z) = V_0 \prod_{j=1}^{n-1} (z - z_j^L) / \prod_{i=1}^n (z - z_i^M) \quad (7)$$

Wszystkie bieguny  $z_i^M$  modelu obiektu leżą wewnątrz koła jednostkowego ( $|z_i^M| < 1$ ). Zera  $z_j^L$  natomiast leżą w tymże kole lub w LPP zmiennej zespolonej „z”.

**Warunkiem dostatecznym stabilności UR z obwodem otwartym w strukturze SOIC (2), przy własnościach obiektu regulacji wyrażonych w (7), jest ograniczenie poziomu wskaźnika wzmocnienia regulatora do przedziału:  $0 < V_r < V_{rkr}$ .**

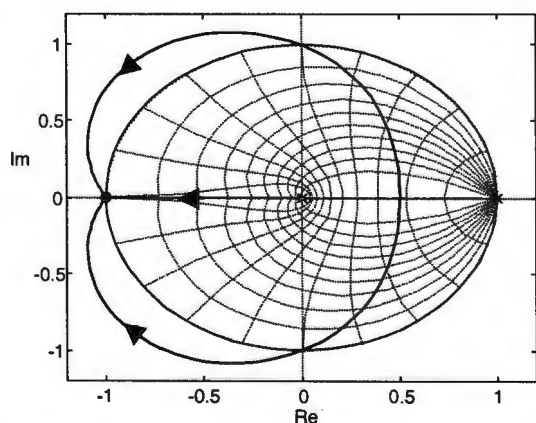
Dowód wynika ze strukturalnych cech zbioru biegunów i zer układu otwartego. W strukturze SOIC, zera obiektu sterowania  $z_j^L$  reprezentują również zera obwodu otwartego. Bieguny obwodu otwartego są natomiast zerowe, oprócz jednego, granicznego, związanego całkowaniem  $z^{MR}_i = 1$ . **Gwarantuje to obecność linii**

pierwiastkowej na odcinku  $[0,1]$  osi liczb rzeczywistych.

W pierwszej fazie wzrostu wskaźnika wzmocnienia w otwartym obwodzie regulacji, biegun graniczny będzie się poruszał wzdłuż tego odcinka, w kierunku środka koła jednostkowego. Ciągłość pozostałych linii pierwiastkowych sprawia, że istnieje taki zakres wzmocnienia w obwodzie otwartym, przy stosowaniu którego wszystkie linie pierwiastkowe pozostają w kole jednostkowym.

**Komentarz** Strukturalnym warunkiem dostatecznym istnienia poziomu wskaźnika wzmocnienia regulatora SOIC, gwarantującego asymptotyczną stabilność wynikowego UR, jest brak zer transmitancji dyskretnej obiektu regulacji w przedziale  $[1, \infty)$ , położonym na osi liczb rzeczywistych. Własność tego rodzaju posiadają, między innymi, minimalnofazowe obiekty dynamiczne LTI. Zostaje ona zachowana nawet przy zastosowaniu podstawowych metod (np. [2], [3] lub procedura *c2dm* Matlab), przybliżonego wyznaczania transformacji dyskretnej. Składnik  $z^{-d}$ , w transmitancji obiektu (3), w którym  $d$  jest liczbą naturalną, jest z tego punktu widzenia neutralnym.

Rys. 1. Linie pierwiastkowe dla UR z obwodem otwar-



tym SOIC. Sterowany obiekt:  $G_0(s) = 1/(s+1)^3$ .

Charakterystyczny jest także przebieg linii pierwiastkowych, związanych z układem w strukturze SOIC. Znaczny wpływ na własności UR posiada z reguły wynikowa, związana z wybranym wskaźnikiem wzmocnienia, lokalizacja bieguna granicznego. W trakcie zwiększania tego wskaźnika, linia pierwiastkowa związana z biegunem granicznym przecina kolejno wszystkie linie stałego współczynnika tłumienia, charakterystycznie umiejscowione (rys.1) w kole jednostkowym. Pozwala to ustalić  $V_r$ , na poziomie gwarantującym odpowiednie, z tego punktu widzenia, położenie dominującej pary biegunów.

#### 4. PRAGMATYCZNE ASPEKTY SYNTEZY

Pożądaną sytuacją wyjściową, przed przystąpieniem do syntezy UR, jest dysponowanie transmitancją  $G_0(s)$  sterowanego obiektu. Można przyjąć wówczas dwuetapowy tryb postępowania.

**Analiza zadania sterowania** pozwala na przyjęcie granicznego poziomu przewyższenia impulsowego  $I_{smax}$  w projektowanym regulatorze SOIC. Za podstawę wy-

boru wskaźnika  $I_{smax}$  można przyjąć wyniki badań symulacyjnych. Część wskazówek, odnośnie wyboru poziomu przewyższenia impulsowego, wynika z doświadczeń stosowania dyskretnych regulatorów PID. W klasycznym równaniu regulatora PID poziom przewyższenia określa się poprzez:

$$I_s = \max \{ |r_o|, |r_o + r_1|, |r_o + r_1 + r_2| \} \quad (8)$$

W fazie koncepcyjnej syntezy ustala się także wskaźnik oceny jakości dla projektowanego UR [2]. Ograniczenie poziomu  $I_{smax}$  regulatora odgrywa, z punktu widzenia skutków syntezy, rolę zbliżoną do ustalenia współczynnika  $\rho$  we wskaźniku kwadratowym typu:

$$Q_{2u}(V_r, T_s) = \sum_{k=0}^{kr} \{ e^2(k) + \rho u^2(k) \} \quad (9)$$

Wskaźnik całkowy jakości UR powinien być zorientowany, w związku z tym, wyłącznie na przebieg uchybu regulacji (typ:  $Q(V_r, T_s) = \int_0^{\infty} f(e(t), t) dt$ ). Użytecznym

wskaźnikiem tego rodzaju jest np. suma modułów uchybu z wagą liniowo rosnącą, wraz z upływem czasu (ITAE):

$$Q_{It}(V_r, T_s) = \sum_{k=0}^{kr} k |e(k)| \quad (10)$$

**Rozwiązanie zadanie optymalizacji** stanowi podstawę projektowania:

Należy znaleźć  $T_s^*$ ,  $V_r^*$ , zapewniające minimalną wartość wybranego wskaźnika jakości:

$$V_r^*, T_s^* = \arg \min_{I_s < I_{smax}} \{ Q(V_r, T_s) \}, \quad (11)$$

wyznaczanego dla skokowego przestawienia wielkości zadanej. Należy uwzględnić przy tym postulat strukturalny SOIC dla otwartego obwodu UR i ograniczenie przewyższenia impulsowego regulatora:  $I_s \leq I_{smax}$ .

**Komentarz** Po rozwiązaniu (np. w środowisku Matlab/Simulink) zadania wyznaczania wartości wskaźnika (10), racjonalnym zabiegiem może być stabelaryzowanie jego minimalnych wartości:  $Q^*_{It}(T_s) = Q_{It}(T_s, V_r^*(T_s))$ , dla racjonalnie wybranego na starcie, testowanego zbioru dyskretnego  $\{T_s\}$ . Naturalny tryb postępowania jest przy tym kilkuetapowy:

→ Wybór, w przedziale:  $T_{smin} < T_s \leq T_{smax}$ , wektora testowanych wartości okresów próbkowania. Obecność składnika opóźniającego  $\exp(-\tau s)$  w transmitancji obiektu czyni racjonalnym wybór testowanego zbioru w postaci  $\{\tau/n\}$ , gdzie  $n=1,2,3,\dots$

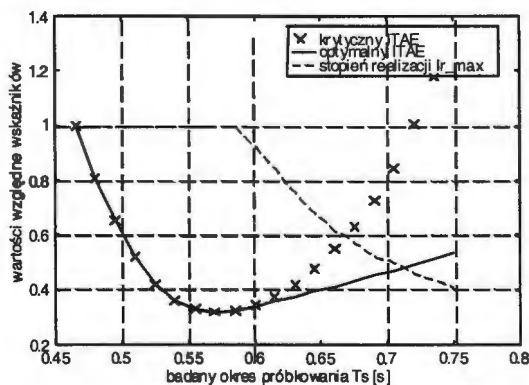
→ Wyznaczenie transmitancji dyskretnej sterowanego obiektu  $G_0(z^{-1}) = B_0(z^{-1}) z^{-d} / A_0(z^{-1})$ , dla wybranego okresu próbkowania  $T_s$ , pozwala wyznaczyć podstawową część równania regulatora, bez sprecyzowania współczynnika wzmocnienia.

→ Wylczenie, na podstawie wielomianu  $L_r(z^{-1})$  i dopuszczalnego poziomu przewyższenia impulsowego  $I_{smax}$ , górnego ograniczenia wskaźnika wzmocnienia regulatora  $V_{rmax}(T_s)$ . Uzyskujemy w ten sposób górną granicę przedziału poszukiwania  $V_r^*(T_s)$ .

→ Wyznaczenie optymalnego poziomu  $V_r^*(T_s)$  i wskaźnika ITAE  $Q_{IT}^*(T_s, V_r^*(T_s))$  jest zadaniem optymalizacji jednowymiarowej w przedziale  $[0, V_{r,max}(T_s)]$ . Możemy go rozwiązać np. metodą złotego podziału.

Odnotujmy relacje między omawianymi dotychczas wskaźnikami wzmocnienia:  $0 < V_r^* \leq V_{r,max} < V_{r,k}$ .

Na rys.2. pokazano (poprzez 'x') wynik obliczeń wskaźnika ITAE  $Q_{IT}^*(T_s, V_r^*(T_s))$  dla UR, z regulatorem SOIC, sterującym obiektem  $G_O(s) = 1/(s+1)^4$ . Dopuszczalne przewyższenie regulatora ustalono na  $I_s,max = 10$ . Badano okres próbkowania położony w przedziale  $[0,45s; 0,75s]$ . Pokazane rezultaty obliczeń ITAE mają charakter względnych, odniesionych do pierwszej z jego wartości występujących w obliczeniach.



Rys. 2. Zależność ITAE:  $Q_{IT}(T_s, V_{r,max}(T_s))$  [ozn. 'x'] i optymalnego  $Q_{IT}(T_s, V_r^*)$  a także  $[V_r^* / V_{r,max}]$  od  $T_s$ .

W celu zilustrowania typowego rozwiązania problemu optymalizacji, na rysunku pokazano także linią ciągłą przebieg tabelaryzowanej zależności  $Q_{IT}^*(T_s, V_r^*(T_s))$  dla regulatora w strukturze SOIC.

Widoczna jest tu charakterystyczna właściwość osiągnięcia granicznego poziomu przewyższenia impulsowego regulatora  $V_{r,max}$ , przy wyborze okresu próbkowania  $T_s$ , istotnie krótszego niż (globalnie) optymalny. Właściwość ta może być źródłem reguły, znacznie ułatwiającej rozwiązywanie zadania syntezy.

**Rozwiązanie zadania optymalizacji** (11) z ograniczeniem nierównościowym przewyższenia, znajduje się na płaszczyźnie  $\{T_s, V_r\}$ , w pobliżu rozwiązania analogicznego problemu z ograniczeniem równościowym:

$$V_r^*, T_s^* = \arg \min_{I_s = I_s,max} \{Q(V_r, T_s)\} \quad (12)$$

Wyznaczenie transmitancji regulatora dla obiektu ze znanym modelem  $G_O(s)$  i sprawdzenie własności uzyskanego układu regulacji nie sprawia, w przedstawianej metodyce, większych problemów. W mniej dogodnych informacyjnie sytuacjach, np. w sytuacji, gdy dysponujemy wyłącznie modelem nieparametrycznym obiektu, celem jest podjęcie działań przekształcających posiadaną informację do modelu w postaci transmitancji  $G_O(s)$ . Dobry punkt wyjściowy do wyznaczenia wielomianu charakterystycznego, lub całej transmitancji sterowanego obiektu, może stanowić zarejestrowana odpowiedź skokowa obiektu  $h_O(t)$  [4]. Pożyteczną rolę

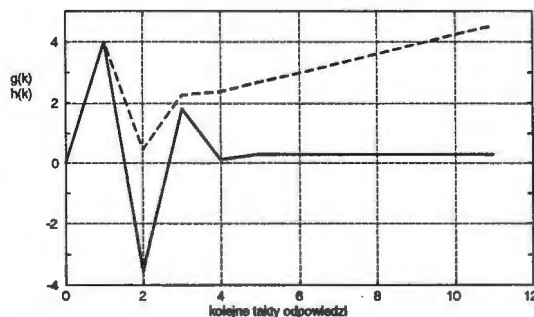
mogą odegrać również metody aproksymacji własności modelu sterowanego obiektu za pośrednictwem  $n$ -inercji, np. [7].

Problem projektowania może być znacznie uproszczony w wyniku opracowania zaleceń uwzględniających specyfikę określonych klas obiektów sterowania. Przykład postępowania tego typu przedstawimy w trakcie omawiania badań symulacyjnych.

## 5. BADANIA SYMULACYJNE

Opracowano (Matlab/Simulink) programy realizujące automatycznie syntezy regulatora SOIC i badania, w trybie symulacyjnym, własności wynikowego UR dla obiektów z modelami typowymi dla automatyki przemysłowej.

Na rys. 1, 2 zilustrowano proces syntezy regulatora dla obiektu cztero-inercyjnego ze wspólną, jednostkową, stałą czasową. Odpowiedź skokową  $h(t)$  i impulsową  $g(k)$  wynikowego regulatora SOIC przedstawiono na rys.3.



Rys.3. Przebieg odpowiedzi  $g(k), h(k)$  regulatora SOIC.

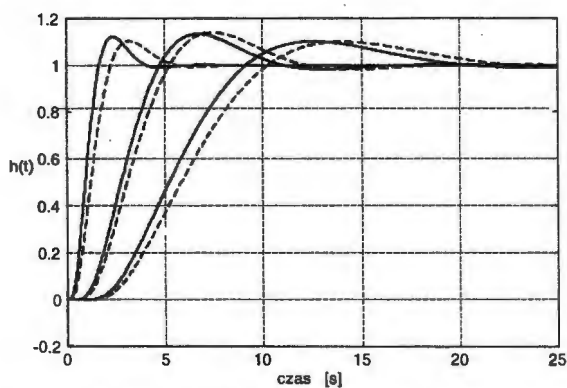
Podkreślimy tu dwa charakterystyczne elementy:

→ Występowanie wyraźnie widocznych, dodatkowych, w stosunku do analogicznych odpowiedzi regulatora PID, „zafalowań” przebiegów.

→ Przy realizacji zadania skokowego przestawienia, po pierwszym, jednotaktowym, silnym impulsie „rozpędzającym” sterowany obiekt w kierunku narzucanym przez realizowane zadanie, następuje istotne osłabienie sygnału wyjściowego regulatora.

Przebadano, w trybie symulacyjnym, problem sterowania obiektem  $n$ -inercyjnym. Obiekt ten składa się z wielu kaskadowo połączonych inercji z jednakową stałą czasową:  $G_O(s) = k_0 / (sT_0 + 1)^n$ . Jest to znany, klasyczny przedmiot badań w automatyce przemysłowej. Przybliżony opis własności sterowanego procesu, przy pomocy modelu  $n$ -inercji uważany jest często za wystarczający do zaprojektowania regulatora.





Rys.4. Przebiegi  $h(t)$  dla UR z obiektami typu  $G(s)=1/(s+1)^n$ , dla  $n=3, 5, 7$ .

Zwraca uwagę podobieństwo (przy uwzględnieniu skali czasu), odpowiedzi skokowych UR z obiektem  $n$ -inercyjnym, uzyskiwanych w trakcie zautomatyzowanego procesu syntezy regulatora SOIC. Jako przykład, na rys.4 pokazano po dwie odpowiedzi skokowe, rejestrowane dla obiektów z modelem inercji 3, 5 i 7 rzędu. Jedną z odpowiedzi rejestrowano przy ograniczeniu przewyższenia impulsowego regulatora do 10, drugą natomiast, nieco wolniejszą, rejestrowano przy ograniczeniu:  $I_S \leq 5$ .

W trakcie badań symulacyjnych ustalono, że przybliżoną wartość optymalnego okresu próbkowania (oceniającą przez przyzmat wskaźnika ITAE lub czas regulacji) dla obiektu  $n$ -inercyjnego, możemy oszacować zwięźle, przy pomocy:

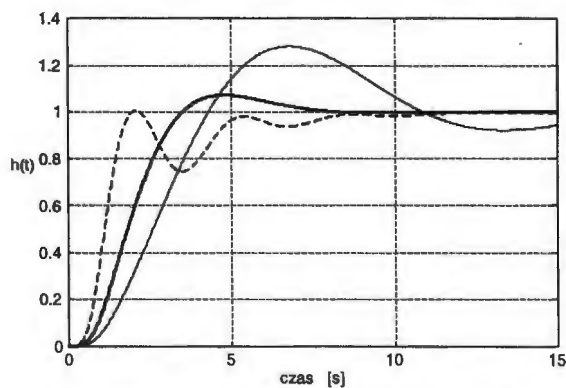
$$T_s = (0,6(-1+3/I_S) + 0,5(1 - 1/3 I_S) \sqrt{n}) T_0 \quad (13)$$

Oszacowanie przeprowadzono dla obiektów inercyjnych rzędu:  $3 \leq n < 10$ , przy niezbyt rygorystycznie sformułowanym ograniczeniu przewyższenia impulsowego regulatora  $I_S \geq 5$ . Interesującym może być także ten fakt, że optymalny (w sensie ITAE) wskaźnik wzmocnienia  $V_{UR}^*$  obwodu otwartego UR z regulatorem SOIC dla  $n$ -inercji nie zależy od stałej czasowej  $T_0$ . Oszacowanie optymalnego poziomu wskaźnika, przy  $n \geq 4$ , może stanowić np.:

$$V_{UR}^* = 0,5(3/n-0,1) \quad (14)$$

Jeżeli własności obiektu dają się wyrazić w sposób zadawalający w ramach struktury  $n$ -inercyjnej, za pośrednictwem  $\{k_0, T_0, n\}$ , to rozwiązanie zadanie syntezy regulatora SOIC może być uzyskane natychmiast, na podstawie (13), (14).

Część badań symulacyjnych ukierunkowano na ocenę odporności projektowanych UR na niekontrolowane zmiany własności obiektu sterowania. Wyniki tego typu badań scharakteryzowano na rys.5. Rysunek przedstawia, na tle nominalnej odpowiedzi skokowej układu regulacji obiektem:  $G(s)=1/(T_0s+1)^4$  przy pomocy regulatora SOIC ( $I_{S \max}=10$ ), odpowiedź rejestrowaną po 30% zmianie (w kierunku wzrostu i spadku) stałej  $T_0$ . Zwiększenie (tu poczwórnej) stałej czasowej obiektu sterowania wywiera znacznie większy wpływ na własności UR, niż równoważne jej zmniejszenie.

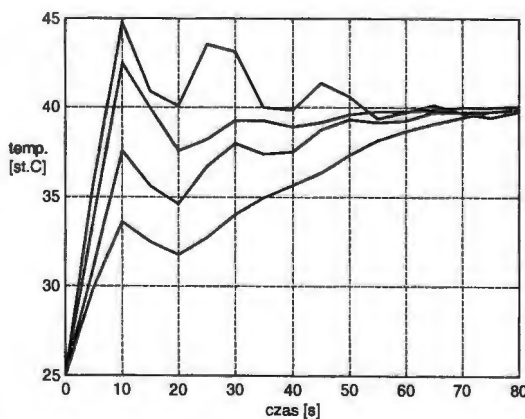


Rys.5. Przebiegi  $h(t)$  dla UR z  $G(s)=1/(T_0s+1)^4$ , odnotowane przy 30% wzroście i 30% spadku  $T_0$ .

Badania symulacyjne wykazują także, że zdolność wytłumiania zakłóceń w UR w strukturze SOIC zależy istotnie od poziomu dopuszczalnego przewyższenia impulsowego regulatora. Wzrost zakładanego przewyższenia regulatora  $I_{r \max}$  w trakcie projektowania, prowadzi do energiczniejszych kontrakcji regulatora wobec oddziaływań zakłócających.

## 6. DOŚWIADCZENIE LABORATORYJNE

W celu wrywkowego sprawdzenia poprawności syntezy regulatora SOIC, na tle przybliżonego modelu obiektu i możliwości korekty poziomu wskaźnika wzmocnienia regulatora w trakcie jego eksploatacji, wyznaczono równanie regulatora przeznaczonego do sterowania temperaturą radiatora zamontowanego w stanowisku laboratoryjnym.



Rys.6. Przebiegi obserwowane przy skokowej zmianie temperatury dla różnych wskaźników  $V_r$ .

Stanowisko laboratoryjne umożliwia pomiar i sterowanie temperatury radiatora z przetworników A/C i C/A, przy ograniczeniu obu sygnałów do przedziału [0V,+10V]. Równanie regulatora wyznaczono na podstawie automatycznego opracowania zarejestrowanej odpowiedzi skokowej  $h(t)$  tego obiektu przy pomocy metody przedstawionej w [7]. Uzyskano model drugiego rzędu:

$$G(s) = 0,63(13,5s + 1)^2 \quad (15)$$

Zalety metodyki SOIC są bardziej widoczne dla wyższych rzędów modelu. W badanej sytuacji regulator SOIC jest jednocześnie regulatorem PID. Fizyczne ograniczenia zestawu laboratoryjnego wskazują na celowość ograniczenia przewyższenia impulsowego regulatora do przedziału:  $5 \leq I_s \leq 10$ . Racjonalny wybór okresu próbkowania w związku z tym mieści się w przedziale:  $4,3s \leq T_s \leq 6,5s$ . Zatrzymując się na okresie  $T_s=5s$ , uzyskujemy równanie regulatora w postaci:

$$\Delta u(k) = V_r (8,33e(k)-10,88e(k-1)+3,56e(k-2)) \quad (16)$$

Podstawowy, związany z wielomianem  $L_r$ , składnik równania regulatora zaprogramowano na stałe, w środowisku programowym SCADA (Genie). Poziom wskaźnika wzmocnienia  $V_r$  regulatora ustalano natomiast swobodnie. Odnotowano przy tym m.in. następujące fakty:

→ Zdarzenia implikujące nieliniowe reakcje regulatora można było wywołać jedynie za pośrednictwem gwałtownej zmiany wielkości zadanej. W odpowiedzi na stosunkowo znaczne ( $>10^0C$ ), skokowe zmiany zadanej temperatury, sygnał wyjściowy regulatora może osiągać, przemiennie górny i dolny, poziom nasycenia. W trakcie badań nie zanotowano jednak przedłużania się tego procesu ponad dwa takty.

→ Proces ewentualnej korekty  $V_r$  w trakcie użytkowania regulatora jest bezpieczny. Na rys. 6. przedstawiono, za pośrednictwem odpowiedzi skokowych UR temperatury, skutki wprowadzania istotnych (mieszczących się w granicach  $\pm 30\%$ ) zmian  $V_r$  wokół jego wartości nominalnej.

## 7. UWAGI KOŃCOWE

Badając skutki przyjęcia reguły strukturalnej SOIC w procesie syntezy regulatora, otrzymujemy niewątpliwie określone korzyści metodologiczne. Pogłębieniu ulega znajomość problematyki występującej na styku układów analogowych i cyfrowych.

Niektóre argumenty przemawiające za potencjalnym zastosowaniem reguły strukturalnej SOIC, to:

→ Rozważana reguła strukturalna umożliwia automatycznie pełne wykorzystanie posiadanej informacji na temat wielomianu charakterystycznego sterowanego obiektu. Postać tego wielomianu określa własności ruchu swobodnego obiektu dynamicznego.

→ Reguła strukturalna SOIC jest silna konstrukcyjnie. Po jej przyjęciu, dalszy proces syntezy UR jest wyraźnie ukierunkowany.

→ Rozważana reguła strukturalna ma charakter uniwersalny. Należy oczekiwać znaczących udoskonaleń, uwzględniających specyfikę określonych klas obiektów. Występująca tu, z natury, spójność metodyki projektowania, ułatwia precyzowanie wszelkiego rodzaju (wzory, tablice, nomogramy) reguł i zaleceń.

→ Proces projektowania regulatora może być stosunkowo łatwo automatyzowany, ponieważ jego podstawowy wynik jest jednoznacznie powiązany

modelem sterowanego obiektu. Jest to istotne z punktu widzenia zadań samodostrajania regulatora. Otwiera to zapewne także nowe perspektywy dla opracowania prostych i skutecznych, mechanizmów adaptacji.

→ Struktura SOIC uwypukla potencjalne ograniczenia realizacji (np. częściowa nieznanomość modelu, poziom istniejących ograniczeń fizycznych), a w związku z tym wyraźnie widoczne stają się kierunki ewentualnych udoskonaleń technicznych projektowanego UR i celowość uzupełnienia wiedzy na temat sterowanego procesu.

## A METHOD OF SYNTHESISING A DISCRETE CONTROLLER

**Abstract:** The paper presents a simple design method of discrete controller. The presence of an integrator and need for the finite time of impulse response for (IFIR) the controller and for the open control loop are the main requirements of design strategy. The designer has only two degrees of freedom: the sampling time and the amplification index. Other parameters of controller are automatically determined. Some simulation results and experimental test are presented.

## Literatura

- [1] Brzózka J. (2004) *Regulatory i układy automatyki. MIKOM*, Warszawa.
- [2] Duda J.T. (2004) *Modele matematyczne, struktury i algorytmy nadrzędnego sterowania komputerowego. UWN-D AGH*, Kraków.
- [3] Horla D. (2004) *Podstawy automatyki. Cz.II, Ćwiczenia rachunkowe. WPP*, Poznań.
- [4] Leszczyński J. (2004) Metoda identyfikacji liniowego obiektu dynamicznego. *Materiały III Krajowej Konferencji Modelowanie i Symulacja*, Kościelisko, t. 2.
- [5] Strony internetowe firm wdrażających instalacje automatyki przemysłowej (np. portal *automatyka-online*, obszerny wykaz w [1], [6]).
- [6] VanDoren V.J. (2004) PID: wciąż najlepszy. *Control Engineering*, 1/2.
- [7] Wernstedt J (1989) *Experimentelle Prozessanalyse*. VEB Verlag Technik, Berlin.



Instytut Badań Systemowych  
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4