

# **XV Krajowa Konferencja Automatyki**

**Tom II**



**Redaktorzy:  
Zdzisław Bubnicki  
Roman Kulikowski  
Janusz Kacprzyk**

# XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II



Redaktorzy:  
Zdzisław BUBNICKI  
Roman KULIKOWSKI  
Janusz KACPRZYK

## **ORGANIZATOR**

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

## **WSPÓLORGANIZATORZY**

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

## WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska  
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów  
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

## CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFczyk
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWSKI
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

## KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowci	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-01-4

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk  
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

ROBOTY

# OCENA ZDOLNOŚCI UKŁADU NAPĘDOWEGO ROBOTA PODWODNEGO DO WYTWARZANIA ZADANYCH STEROWAŃ

Jerzy GARUS

Akademia Marynarki Wojennej, Wydział Mechaniczno-Elektryczny  
ul. Śmidowicza 69, 81-103 Gdynia, e-mail: j.garus@amw.gdynia.pl

**Streszczenie:** Praca dotyczy syntezy systemu automatycznego sterowania bezzałogowym robotem podwodnym, a w szczególności problemu rozdziału mocy w układzie napędowym zbudowanym z pędników śrubowych w dyszy. Do alokacji naporów zastosowano metodę optymalizacji bez ograniczeń, pozwalającą na wyznaczenie wektora naporów na podstawie wektora sił uogólnionych. Przedstawiono metodę oceny zdolności układu napędowego do wytworzenia żądanych sił i momentów napędowych (sterowań zadanych). W przypadku braku takiej zdolności zaproponowano algorytm umożliwiający modyfikację wartości sterowań zadanych i wyznaczenie realizowalnych sił i momentów (sterowań dopuszczalnych). Zamieszczono przykład numeryczny potwierdzający poprawność i efektywność proponowanego podejścia.

**Słowa kluczowe:** Robot podwodny, napęd, rozdział mocy.

## 1. WPROWADZENIE

Wśród różnorodnych środków technicznych służących do penetrowania mórz i oceanów znaczącą rolę odgrywają roboty podwodne (ang. URV – Underwater Robotic Vehicle). Te bezzałogowe jednostki pływające, wyposażone w pędniki i posiadające zdolności manewrowe, projektowane są do wykonywania zadań na głębokości od kilkunastu do kilku tysięcy metrów. Ruch robota w sześciu stopniach swobody opisywany jest za pomocą następujących wektorów [1,3]:

$$\begin{aligned} \eta &= [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \\ \mathbf{v} &= [u, v, w, p, q, r]^T \\ \boldsymbol{\tau} &= [X, Y, Z, K, M, N]^T \end{aligned} \quad (1)$$

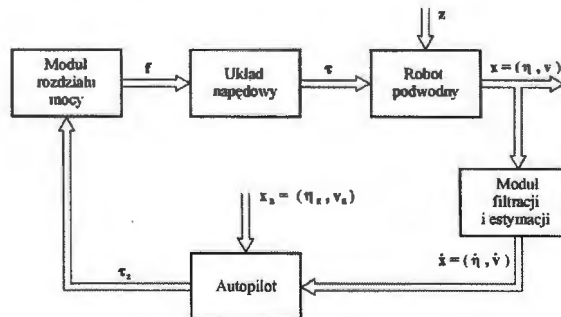
gdzie:

- $\eta$  – wektor pozycji i orientacji w układzie inercjalnym,
- $\mathbf{v}$  – wektor prędkości liniowych i kątowych w układzie związanym z kadłubem,
- $\boldsymbol{\tau}$  – wektor sił i momentów sił oddziałujących na robota w układzie związanym z kadłubem.

Współczesne roboty podwodne są coraz częściej wyposażane w układy automatycznego sterowania pozwalające wykonywać złożone manewry i operacje

bez ingerencji operatora. Podstawowe moduły układu sterowania przedstawia rys. 1. Zasadniczym elementem jest autopilot, który na podstawie porównania bieżącego położenia obiektu sterowania z wartościami zadanymi wyznacza siły i momenty, jakie winny być wytworzone przez układ napędowy, aby zachowanie robota było zgodne z założonym. Odpowiadający im wektor naporów obliczany jest w module dystrybucji naporów i przesyłany jako wielkość sterująca do układu napędowego.

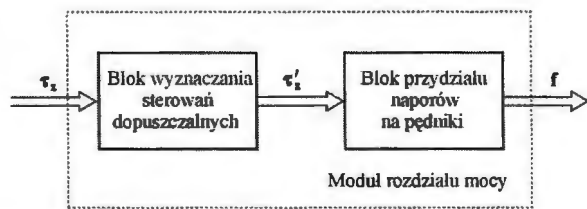
Zaimplementowane w autopilocie prawa sterowania pozwalające wyznaczać siły i momenty napędowe mają najczęściej charakter ogólny i nie uwzględniają ograniczeń na maksymalne oraz minimalne wartości naporów, jakie mogą rozwijać poszczególne pędniki. Powodować to może, że otrzymane w ten sposób rozwiązanie będzie nierealizowalne przez układ napędowy, a zachowanie robota znacznie odbiegać od założonego. Sytuacja taka może być przyczyną znacznego pogorszenia jakości sterowania.



Rys. 1. Ogólny schemat układu sterowania robotem podwodnym.

Dlatego też proponuje się realizację procedury rozdziału mocy w dwóch etapach (rys. 2). W etapie pierwszym byłaby oceniana zdolność układu napędowego do wygenerowania sterowań zadanych  $\boldsymbol{\tau}_z$  i wyznaczone sterowania dopuszczalne  $\boldsymbol{\tau}'_z$  (tj. takie wartości sił i momentów, które układ napędowy może wytworzyć). Ich wartości określano by tak, aby zapewniając pracę pędników, co najwyżej na granicy nasycenia, nie

powodować drastycznego zaburzenia procesu sterowania ruchem robota. W etapie drugim, na podstawie  $\tau'_z$  obliczany byłby wektor naporów  $f$ , czyli dokonywany przydział naporów na poszczególne pędniki.



Rys. 2. Schemat blokowy modułu rozdziału mocy.

## 2. PROCEDURA PRZYDZIAŁU NAPORÓW DLA RUCHU W PŁASZCZYŹNIE POZIOMEJ

Dla większości konwencjonalnych robotów podwodnych przyjętym rozwiązaniem jest konstrukcja posiadająca wzdłużną i poprzeczną stabilność metacentryczną, co zapewnia ruch z małymi kątami kołysań wzdłużnych i bocznych. Stąd, podstawowym ruchem tego typu obiektów jest przemieszczanie się w płaszczyźnie poziomej ze zmianami głębokości zanurzenia, a więc ruch w czterech stopniach swobody. Pozwala to na podział układu napędowego na dwa niezależne podukłady: podukład ruchu w płaszczyźnie pionowej i podukład ruchu w płaszczyźnie poziomej. Pierwszy z nich wytwarza siłę napędową działającą wzdłuż osi pionowej a drugi zapewnia ruch postępowy w osi wzdłużnej i poprzecznej oraz ruch obrotowy wokół osi pionowej.

W pracy rozpatrzono układ napędowy robota o konfiguracji pędników jak na rys. 3. Podukład ruchu pionowego to dwa rozmieszczone pionowo pędniki śrubowe w dyszy. Ocena zdolności tego podukładu do wygenerowania zadanej siły  $Z_z$  nie jest zadaniem trudnym gdyż jej wartość bezwzględna nie może przekraczać sumy maksymalnych sił naporu rozwijanych przez te pędniki. Natomiast podukład ruchu poziomego składa się z czterech rozmieszczonych przestrzennie pędników wytwarzających siły w osi wzdłużnej i poprzecznej oraz moment siły w osi pionowej. Ocena zdolności tego podukładu do wygenerowania zadanych sił  $X_z$  i  $Y_z$  oraz momentu  $N_z$  jest zadaniem złożonym, ponieważ każdy z pędników uczestniczy w wytwarzaniu zarówno sił jak i momentu napędowego. Dlatego też istnieje potrzeba posiadania procedury pozwalającej ocenić czy żądane sterowania są realizowalne. W przypadku braku takiej zdolności procedura winna prowadzić do takiej modyfikacji sterowań zadanych, która pozwoli na uzyskanie wartości wykonalnych.

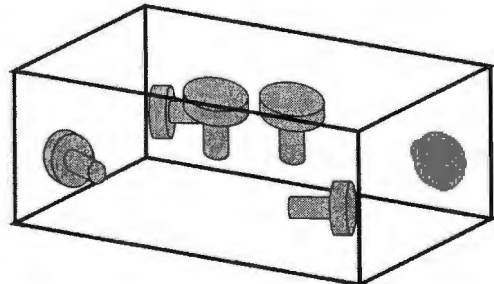
Niech  $\tau_z = [\tau_{z1}, \tau_{z2}, \tau_{z3}]^T = [X_z, Y_z, N_z]^T$  oznacza wektor zadanych sił napędowych i momentu napędowego a  $f = [f_1, f_2, f_3, f_4]^T$  wektor naporów rozwijanych przez pędniki podukładu ruchu poziomego.

Ponadto niech na elementy składowe tych wektorów nałożone są następujące ograniczenia:

$$\tau_i^2 - (\tau_i^{\max})^2 \leq 0 \quad \text{dla } i = \overline{1,3} \quad (2)$$

$$f_j^2 - (f_j^{\max})^2 \leq 0 \quad \text{dla } j = \overline{1,4} \quad (3)$$

wynikające z parametrów konstrukcyjnych, konfiguracji i usytuowania pędników w kadłubie.



Rys. 3. Struktura układu napędowego z sześcioma pędnikami.

Wektor sił i momentu  $\tau$  związany jest z wektorem naporów  $f$  następującą zależnością [2]:

$$\tau_z = T(\alpha) f \quad (4)$$

gdzie:

$T(\alpha)$  – macierz konfiguracji pędników:

$$T(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & \dots & \cos(\alpha_4) \\ \sin(\alpha_1) & \dots & \sin(\alpha_4) \\ d_1 \sin(\alpha_1 - \varphi_1) & \dots & d_4 \sin(\alpha_4 - \varphi_4) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_4]^T$  – wektor kątów naporów,

$\alpha_i$  – kąt naporu  $i$ -tego pędnika, tj. kąt pomiędzy osią wzdłużną statku a kierunkiem działania jego siły naporu,

$\varphi_i$  – kąt położenia  $i$ -tego pędnika, tj. kąt pomiędzy osią wzdłużną statku a linią łączącą środek masy statku ze środkiem osi pędnika,

$d_i$  – odległość  $i$ -tego pędnika od środka masy statku.

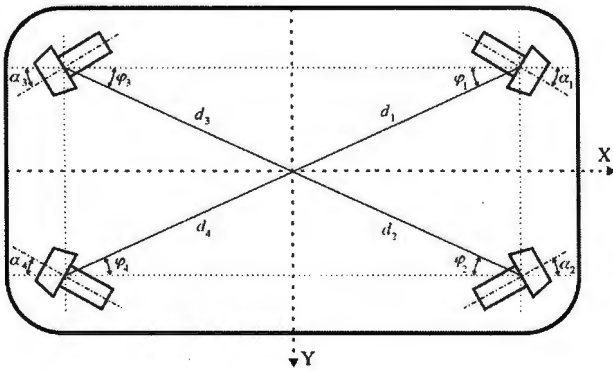
Graficznie wielkości  $\alpha_i$ ,  $\varphi_i$  i  $d_i$  przedstawiono na rysunku 4.

Zadaniem pędników jest rozwinięcie takich naporów, które zapewnią wytworzenie wektora zadanych sterowań  $\tau_z = [\tau_{z1}, \tau_{z2}, \tau_{z3}]^T$ . Przydział naporów na poszczególne pędniki realizowany jest w module rozdziału mocy. Zagadnienie wyznaczania wartości wektora naporów  $f$  na podstawie wektora sterowań zadanych  $\tau_z$  rozpatrywane jest najczęściej jako problem optymalizacyjny bez ograniczeń, w którym poszukuje się rozwiązania minimalnonormowego. Rozwiązanie to ma postać [4]:

$$f = T^*(\alpha) \tau_z \quad (6)$$

gdzie  $T^*(\alpha) = T^T(\alpha) (T(\alpha) T^T(\alpha))^{-1}$  jest macierzą pseudoodwrotną Moore-Penrosa.

Jego praktyczne zastosowanie jest to możliwe wtedy i tylko wtedy, gdy nie występuje żądanie rozwinięcia przez którykolwiek z pędników naporu przekraczającego wartość graniczną (3). Jeżeli taki przypadek ma miejsce, to sterowania zadane nie mogą być wytworzone i konieczna staje się modyfikacja ich wartości czyli wyznaczenie wektora sterowań dopuszczalnych  $\tau'_z = [\tau'_{z1}, \tau'_{z2}, \tau'_{z3}]^T$ . Sposób wyznaczania jego wartości zostanie przedstawiony w następnym rozdziale.



Rys. 4. Konfiguracja 4 pędników w podukładzie ruchu poziomego.

### 3. ALGORYTM WYZNACZANIA WEKTORA STEROWAŃ DOPUSZCZALNYCH

Dla statków głębinowych, których podukład ruchu poziomego składa się z pędników śrubowych w dyszy, wielkości takie jak: odległość od środka masy  $d_i$ , kąt naporu  $\alpha_i$  i kąt położenia  $\varphi_i$  dla każdego  $i$ -tego pędnika mają wartości stałe, wynikające z przyjętej konstrukcji układu napędowego i niezmiennie w trakcie eksploatacji. Stąd macierz konfiguracji pędników  $T(\alpha)$  jest macierzą o stałych elementach.

Niech:

1.  $\tau_z = [\tau_{z1}, \tau_{z2}, \tau_{z3}]^T$  oznacza wektor sterowań zadanych ( $\tau_{z1}$  - siła w osi wzdłużnej,  $\tau_{z2}$  - siła w osi poprzecznej,  $\tau_{z3}$  - moment siły w osi pionowej),
2.  $\tau_1^{\max}$ ,  $\tau_2^{\max}$  i  $\tau_3^{\max}$  maksymalne wartości sił napędowych  $X$  i  $Y$  oraz momentu napędowego  $N$ , możliwe do wytworzenia przez układ napędowy:

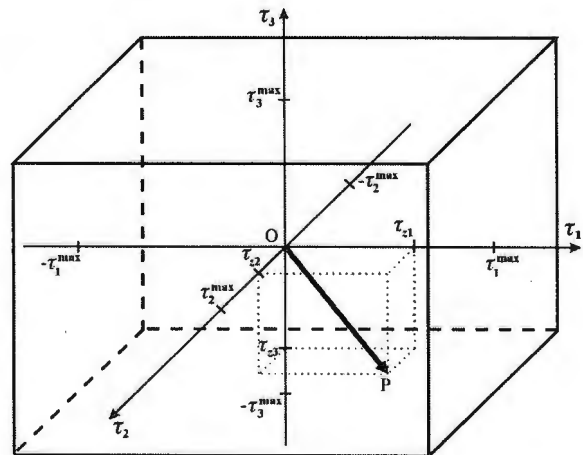
$$\begin{aligned} \tau_1^{\max} &= \sum_{i=1}^n |\tau_{1i}^{\max}| = \sum_{i=1}^n |\cos(\alpha_i) f_i^{\max}| \\ \tau_2^{\max} &= \sum_{i=1}^n |\tau_{2i}^{\max}| = \sum_{i=1}^n |\sin(\alpha_i) f_i^{\max}| \\ \tau_3^{\max} &= \sum_{i=1}^n |\tau_{3i}^{\max}| = \sum_{i=1}^n |d_i \sin(\alpha_i - \varphi_i) f_i^{\max}|, \end{aligned} \quad (7)$$

3. O początek układu współrzędnych kartezjańskich,
4. P punkt w przestrzeni trójwymiarowej o współrzędnych  $(\tau_{z1}, \tau_{z2}, \tau_{z3})$ ,

### 5. $\overline{OP}$ wektor wodzący punktu P.

Ocena zdolności podukładu napędowego do wytworzenia zadanych sił i momentu wymaga jednoczesnego rozpatrzenia ograniczeń (2) i (3). Pierwsze z nich mówi, że wektor zadanych sterowań  $\tau_z$  jest realizowalny wtedy, gdy wektor wodzący punktu P należy do prostopadłościanu o wierzchołkach  $(\tau_1^{\max}, \tau_2^{\max}, \tau_3^{\max})$ ,  $(\tau_1^{\max}, \tau_2^{\max}, -\tau_3^{\max})$ ,  $(\tau_1^{\max}, -\tau_2^{\max}, \tau_3^{\max})$ ,  $(\tau_1^{\max}, -\tau_2^{\max}, -\tau_3^{\max})$ ,  $(-\tau_1^{\max}, \tau_2^{\max}, \tau_3^{\max})$ ,  $(-\tau_1^{\max}, \tau_2^{\max}, -\tau_3^{\max})$ ,  $(-\tau_1^{\max}, -\tau_2^{\max}, \tau_3^{\max})$ ,  $(-\tau_1^{\max}, -\tau_2^{\max}, -\tau_3^{\max})$  (rys. 5).

Ponieważ jednak składowe wektora  $\tau_z$  są kombinacjami liniowymi sił naporów rozwijanych przez wszystkie pędniki tego podukładu to spełnienie tylko warunku (2) nie gwarantuje ich wytworzenia. Np. jeżeli jeden z elementów wektora sterowań przyjmie wartość maksymalną, czyli  $\tau_{zi} = \tau_i^{\max}$  dla  $i \in \{1, 2, 3\}$ , wówczas moc podukładu napędowego jest w pełni wykorzystana. Oznacza to, że dwa pozostałe elementy wektora sterowań muszą być równe zero. Stąd ocena ta wymaga uwzględnienie również ograniczenia (3).

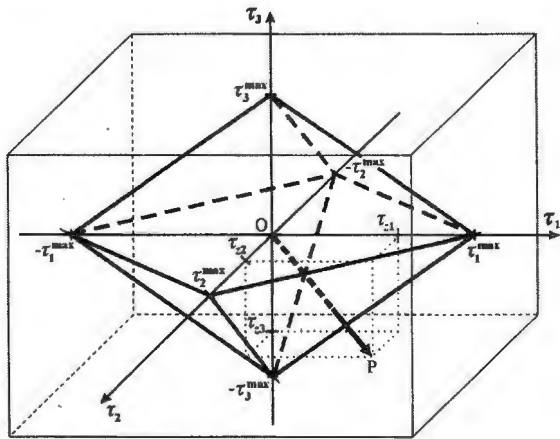


Rys. 5. Widok prostopadłościanu i wektora wodzącego  $\overline{OP}$ .

Analiza zakresów wartości możliwych do przyjęcia przez składowe wektora  $\tau_z$ , przy warunkach (2), (3) i (4), prowadzi do następującej konkluzji: wielkości  $\tau_{z1}$ ,  $\tau_{z2}$  i  $\tau_{z3}$  mogą być wytworzone przez układ napędowy wtedy i tylko wtedy, gdy wektor wodzący  $\overline{OP}$  zawiera się całkowicie w ośmiościanie, przedstawionym na rys. 6, którego wierzchołkami są punkty o współrzędnych  $(\tau_1^{\max}, 0, 0)$ ,  $(0, \tau_2^{\max}, 0)$ ,  $(0, 0, \tau_3^{\max})$ ,  $(-\tau_1^{\max}, 0, 0)$ ,  $(0, -\tau_2^{\max}, 0)$ ,  $(0, 0, -\tau_3^{\max})$  (8.5). Warunek ten jest spełniony jeżeli prawdziwa jest nierówność:

$$\frac{|\tau_{z1}|}{\tau_1^{\max}} + \frac{|\tau_{z2}|}{\tau_2^{\max}} + \frac{|\tau_{z3}|}{\tau_3^{\max}} \leq 1 \quad (8)$$

W przypadku gdy punkt  $P = (\tau_{z1}, \tau_{z2}, \tau_{z3})$  leży na zewnątrz ośmiościanu to wytworzenie wektora  $\tau_z$  nie jest możliwe i konieczne staje się wyznaczenie wektora sterowań dopuszczalnych  $\tau'_z = [\tau'_{z1}, \tau'_{z2}, \tau'_{z3}]^T$ .



Rys. 6. Widok ośmiościanu i wektora wodzącego  $\overline{OP}$ .

W oparciu o przeprowadzone wyżej rozważania zaprojektowano algorytm wyznaczania sterowań dopuszczalnych  $\tau'_z$ , którego schemat ogólny pokazano na rys. 7. Danymi wejściowymi algorytmu są zadany wektor sterowań  $\tau_z$  oraz wielkości  $\tau_1^{\max}$ ,  $\tau_2^{\max}$  i  $\tau_3^{\max}$  charakteryzujące układ napędowy. Zadanie określania wartości wektora sterowań dopuszczalnych  $\tau'_z$  rozpatrzono szczegółowo dla trzech przypadków:

- zachowany jest wzajemny stosunek odpowiadających sobie elementów wektorów  $\tau_z$  i  $\tau'_z$ :

$$\frac{\tau'_{z1}}{\tau'_{z2}} = \frac{\tau_{z1}}{\tau_{z2}} \text{ i } \frac{\tau'_{z1}}{\tau'_{z3}} = \frac{\tau_{z1}}{\tau_{z3}} \quad (9)$$

- jeżeli jeden z elementów wektora  $\tau_z$  pozostaje niezmienny oraz zachowany jest w zadanej proporcji stosunek pozostałych dwóch elementów wektorów  $\tau_z$  i  $\tau'_z$ :

$$\tau'_{zi} = \tau_{zi} \text{ i } \frac{\tau'_{zj}}{\tau'_{zk}} = \frac{a}{b} \frac{\tau_{zj}}{\tau_{zk}} \text{ dla } a, b > 0 \quad (10)$$

$$\wedge i, j, k \in \{1, 2, 3\} \wedge i \neq j \neq k$$

### 3.1. Algorytm proporcjonalnego wyznaczania sterowań dopuszczalnych

Wyznaczenie wektora sterowań dopuszczalnych  $\tau'_z$ , z zachowaniem stosunku elementów składowych tak jak w  $\tau_z$  umożliwia poniższa procedura, która składa się z następujących etapów:

- Obliczyć zależność:

$$\frac{|\tau_{z1}|}{\tau_1^{\max}} + \frac{|\tau_{z2}|}{\tau_2^{\max}} + \frac{|\tau_{z3}|}{\tau_3^{\max}} \leq 1 \quad (11)$$

celem sprawdzenia czy punkt P leży wewnątrz lub na powierzchni ośmiościanu o wierzchołkach  $(\tau_1^{\max}, 0, 0)$ ,  $(0, \tau_2^{\max}, 0)$ ,  $(0, 0, \tau_3^{\max})$ ,  $(-\tau_1^{\max}, 0, 0)$ ,  $(0, -\tau_2^{\max}, 0)$ ,  $(0, 0, -\tau_3^{\max})$ .

- Jeżeli nierówność (11) jest prawdziwa to podstawić:

$$\tau'_{z1} = \tau_{z1}$$

$$\tau'_{z2} = \tau_{z2}$$

$$\tau'_{z3} = \tau_{z3}$$

i przejść do punktu 4.

- Jeżeli nierówność (3.9) jest fałszywa to obliczyć:

$$\tau'_{z1} = \text{sign}(\tau_{z1}) \left( \frac{1}{\tau_1^{\max}} + \frac{1}{\tau_2^{\max}} \frac{|\tau_{z2}|}{|\tau_{z1}|} + \frac{1}{\tau_3^{\max}} \frac{|\tau_{z3}|}{|\tau_{z1}|} \right)^{-1}$$

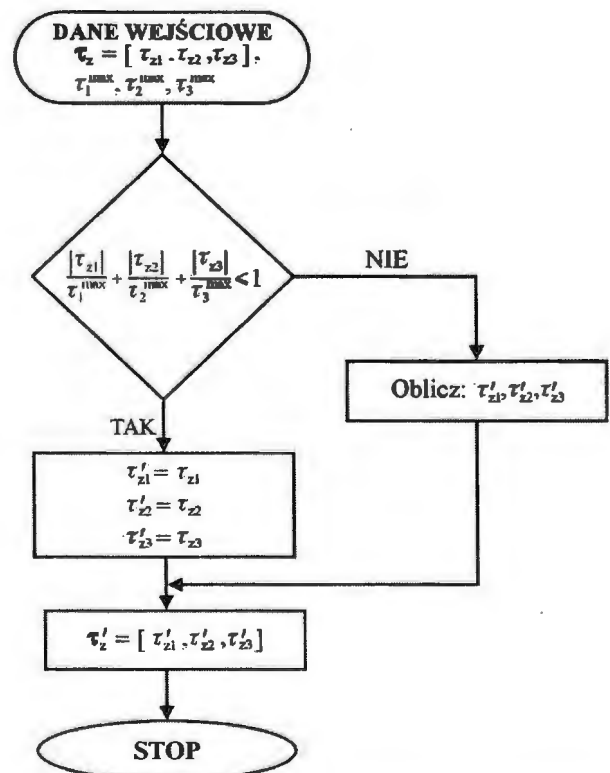
$$\tau'_{z2} = \text{sign}(\tau_{z2}) \left| \tau'_{z1} \frac{\tau_{z2}}{\tau_{z1}} \right| \quad (12)$$

$$\tau'_{z3} = \text{sign}(\tau_{z3}) \left| \tau'_{z1} \frac{\tau_{z3}}{\tau_{z1}} \right|$$

- Podstawić:

$$\tau'_z = [\tau'_{z1}, \tau'_{z2}, \tau'_{z3}]^T$$

- Koniec algorytmu.



Rys. 7. Schemat blokowy algorytmu wyznaczania sterowań dopuszczalnych.



### 3.2. Algorytm nieproporcjonalnego wyznaczania sterowań dopuszczalnych

Jeżeli ze względu na realizowane zadanie celowym jest, aby wektor dopuszczalnych sił i momentu  $\tau'_z$  wyznaczany był zgodnie z warunkiem (10), to umożliwia to poniższa procedura, (w której dla uproszczenia zapisu przyjęto, że:  $\tau'_{z1} = \tau_{z1}$  i  $\tau'_{z2} = \frac{a}{b} \tau_{z2}$ ):

1. Obliczyć zależność:

$$\frac{|\tau_{z1}|}{\tau_1^{\max}} + \frac{|\tau_{z2}|}{\tau_2^{\max}} + \frac{|\tau_{z3}|}{\tau_3^{\max}} \leq 1 \quad (13)$$

celem sprawdzenia czy punkt P leży wewnątrz lub na powierzchni ośmiościanu o wierzchołkach  $(\tau_1^{\max}, 0, 0)$ ,  $(0, \tau_2^{\max}, 0)$ ,  $(0, 0, \tau_3^{\max})$ ,  $(-\tau_1^{\max}, 0, 0)$ ,  $(0, -\tau_2^{\max}, 0)$ ,  $(0, 0, -\tau_3^{\max})$ .

2. Jeżeli nierówność (3.9) jest prawdziwa to podstawić:

$$\begin{aligned} \tau'_{z1} &= \tau_{z1} \\ \tau'_{z2} &= \tau_{z2} \\ \tau'_{z3} &= \tau_{z3} \end{aligned}$$

i przejść do punktu 4.

3. Jeżeli nierówność (3.9) jest fałszywa to obliczyć:

$$\begin{aligned} \tau'_{z1} &= \tau_{z1} \\ \tau'_{z2} &= \text{sign}(\tau_{z2}) a |\tau_{z2}| \frac{\tau_2^{\max} \tau_3^{\max}}{\tau_1^{\max}} \\ &\quad \frac{\tau_1^{\max} - |\tau_{z1}|}{a |\tau_{z2}| \tau_3^{\max} + b |\tau_{z3}| \tau_2^{\max}} \\ \tau'_{z3} &= \text{sign}(\tau_{z3}) \frac{b}{a} \frac{\tau_{z3}}{\tau_{z2}} \tau'_{z2} \end{aligned} \quad (14)$$

4. Podstawić:

$$\tau'_z = [\tau'_{z1}, \tau'_{z2}, \tau'_{z3}]^T$$

5. Koniec algorytmu.

### 4. PRZYKŁAD NUMERYCZNY

Obliczenia przeprowadzono dla następujących parametrów układu napędowego robota podwodnego "Ukwiał", zaprojektowanego i zbudowanego na Politechnice Gdańskiej, a eksploatowanego na okrętach trałowych Marynarki Wojennej [5]:

$$f_i^{\max} = 250 \text{ N} \quad \text{dla } i = \overline{1,4},$$

$$d_i = 0.4 \text{ m}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 29.0^\circ & -29.0^\circ & 151.0^\circ & 209.0^\circ \end{bmatrix}$$

$$\varphi = \begin{bmatrix} -26.5^\circ & 26.5^\circ & 206.5^\circ & 153.5^\circ \end{bmatrix}$$

Do obliczeń przyjęto, następujące wartości wektora sterowań  $\tau_z = [700 \text{ N} \quad -120 \text{ N} \quad 50 \text{ Nm}]^T$ .

Maksymalne wartości sił napędowych i momentu napędowego dla ruchu w płaszczyźnie poziomej wyznaczono korzystając z zależności (7):

$$\tau_1^{\max} = \sum_{i=1}^4 |\tau_{1i}^{\max}| = \sum_{i=1}^4 f_i^{\max} \cos(\alpha_i) = 875 \text{ N}$$

$$\tau_2^{\max} = \sum_{i=1}^4 |\tau_{2i}^{\max}| = \sum_{i=1}^4 f_i^{\max} \sin(\alpha_i) = 485 \text{ N}$$

$$\tau_3^{\max} = \sum_{i=1}^4 |\tau_{3i}^{\max}| = \sum_{i=1}^4 f_i^{\max} d_i \sin(\alpha_i - \varphi_i) = 332 \text{ Nm}$$

#### Krok 1.

Sprawdzenie czy punkt  $P = (\tau_{z1}, \tau_{z2}, \tau_{z3})$  leży wewnątrz lub na ścianie ośmiościanu, którego wierzchołkami są punkty o współrzędnych  $(875, 0, 0)$ ,  $(0, 485, 0)$ ,  $(0, 0, 332)$ ,  $(-875, 0, 0)$ ,  $(0, -485, 0)$ ,  $(0, 0, -332)$ , tj. warunku (11):

$$\frac{|\tau_{z1}|}{\tau_1^{\max}} + \frac{|\tau_{z2}|}{\tau_2^{\max}} + \frac{|\tau_{z3}|}{\tau_3^{\max}} \leq 1$$

$$\frac{|700|}{875} + \frac{|-120|}{485} + \frac{|30|}{332} \leq 1$$

$$1.14 \leq 1$$

Ponieważ nierówność jest fałszywa to punkt P leży na zewnątrz ww. bryły.

#### Krok 2

Obliczenie, korzystając z (12), składowych wektora dopuszczalnych sił i momentu  $\tau'_z$ :

$$\begin{aligned} \tau'_{z1} &= \text{sign}(\tau_{z1}) \left( \frac{1}{\tau_1^{\max}} + \frac{1}{\tau_2^{\max}} \frac{|\tau_{z2}|}{|\tau_{z1}|} + \frac{1}{\tau_3^{\max}} \frac{|\tau_{z3}|}{|\tau_{z1}|} \right)^{-1} = \\ &= \text{sign}(700) \left( \frac{1}{875} + \frac{1}{485} \cdot \frac{|-120|}{700} + \frac{1}{332} \cdot \frac{|30|}{700} \right)^{-1} = \\ &= 614.6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau'_{z2} &= \text{sign}(\tau_{z2}) \left| \tau'_{z1} \frac{\tau_{z2}}{\tau_{z1}} \right| = \text{sign}(-120) \left| 614.6 \cdot \frac{-120}{700} \right| = \\ &= -105.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau'_{z3} &= \text{sign}(\tau_{z3}) \left| \tau'_{z1} \frac{\tau_{z3}}{\tau_{z1}} \right| = \text{sign}(30) \left| 614.6 \cdot \frac{30}{700} \right| = \\ &= 26.3 \end{aligned}$$

#### Krok 3.

Wyznaczenie wektora dopuszczalnych sterowań:

$$\tau'_z = [614.6 \quad -105.4 \quad 26.4]$$

Celem oceny poprawności procedury sprawdzono czy zachowany pozostał wzajemny stosunek odpowiadających sobie elementów wektorów  $\tau_z$  i  $\tau'_z$ :

$$\frac{\tau_{z1}}{\tau_{z2}} = \frac{700.0}{-120.0} = -5.8$$

$$\frac{\tau'_{z1}}{\tau'_{z2}} = \frac{614.6}{-105.4} = -5.8$$

$$\frac{\tau_{z1}}{\tau_{z3}} = \frac{700.0}{30.0} = 22.3$$

$$\frac{\tau'_{z1}}{\tau'_{z3}} = \frac{614.6}{26.3} = 22.3$$

Otrzymane wartości wskazują, że po korekcie wzajemny stosunek sterowań został utrzymany.

## 5. PODSUMOWANIE

Praca dotyczy syntezy systemu automatycznego sterowania bezzałogowym robotem podwodnym, a w szczególności tego jej etapu, który związany jest z rozdziałem mocy w wielopędnikowym układzie napędowym. W artykule rozpatrzono ruch płaski poziomy robota realizowany za pomocą czterech pędników skośnie ustawionych względem głównych osi symetrii. Do przydziału naporów na pędniki zastosowano metodę optymalizacji bez ograniczeń. Dla potrzeb jej praktycznego zastosowania w układzie napędowym o ograniczonej mocy opracowano procedurę pozwalającą ocenić jego zdolność do wytworzenia żądanych sił i momentów. W przypadku, gdy zadanie to jest niewykonalne zaproponowano algorytm umożliwiający modyfikację sił napędowych poprzez ich proporcjonalne zmniejszenie i wyznaczenie wartości dopuszczalnych tj. takich sił, które układ napędowy może wytworzyć. Przeprowadzone badania numeryczne wykazały poprawność przyjętego podejścia.

## EVALUATION OF ABILITY OF PROPULSION SYSTEM OF UNDERWATER ROBOT TO DEMANDED COMMANDS GENERATION

**Abstract:** The paper addresses a procedure of optimal thrust allocation for horizontal motion of underwater robotic vehicles. Computation of propeller thrusts from propelling forces and moments is a model based optimisation problem that in the simplest form is unconstrained. However, in practice where physical limitations must be taken into account, obtained in such a way solution can be unrealised. To cope with those difficulties an algorithm of evaluation of ability of the propulsion system to produce demanded forces and moments and if necessary finding their feasible values is proposed. Due to computational simplicity a such approach is a good solution in real-time applications. A numerical example is provided to demonstrate effectiveness and correctness of the approach.

### Literatura

- [1] Bhattacharyya R. (1978) *Dynamics of Marine Vehicles*. John Wiley and Sons, Chichester.
- [2] Fossen T.I. (2002) *Marine Control Systems*. Marine Cybernetics AS, Trondheim.
- [3] Garus J. (2004) Kinematical Control of Motion of Underwater Vehicle in Horizontal Plane. *Polish Maritime Research*, 2, 27-31.
- [4] Garus J. (2004) Optimization of Thrust Allocation in the Propulsion System of an Underwater Vehicle. *Int. J. Appl. Math. and Comput. Sci.*, 4, 461-467.
- [5] Garus J. (2004) Sterowanie rozdziałem mocy w układzie napędowym statku głębinowego. *Zeszyty Naukowe Akademii Marynarki Wojennej* (w druku).



Instytut Badań Systemowych  
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4