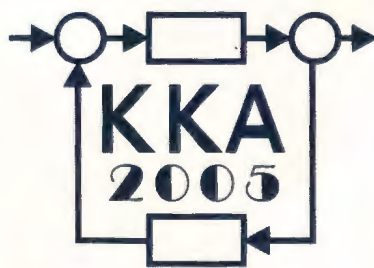


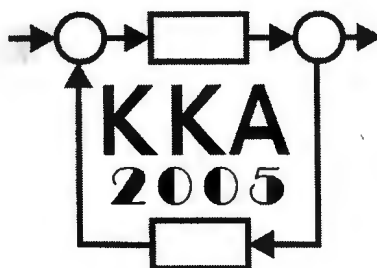
XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom II



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący
Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA
Mikołaj BUSŁOWICZ
Ryszard GESSING
Jakub GUTENBAUM
Stanisław KACZANOWSKI
Janusz KACPRZYK
Józef KORBICZ
Krzysztof KOZŁOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI
Krzysztof MALINOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Stanisław SKOCZOWSKI
Jerzy ŚWIĄTEK
Ryszard TADEUSIEWICZ
Krzysztof TCHOŃ
Jan WĘGLARZ

Michał BIAŁKO
Władysław FINDEISEN
Henryk GÓRECKI
Jerzy JÓZEFczyk
Tadeusz KACZOREK
Jerzy KLAMKA
Zbigniew KOWALSKI
Juliusz L. KULIKOWSKI
Kazimierz MALANOWSKI
Wojciech MITKOWSKI
Władysław PEŁCZEWSKI
Leszek RUTKOWSKI
Roman SŁOWIŃSKI
Andrzej ŚWIERNIAK
Piotr TATJEWSKI
Leszek TRYBUS
Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący
Zastępcy Przewodniczącego

Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK
Stanisław KACZANOWSKI
Tadeusz KACZOREK
Krzysztof MALINOWSKI
Roman OSTROWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Dariusz WAGNER
Jan STUDZIŃSKI
Jan W. OWSIŃSKI

Członkowie

Sekretarze naukowci

ISBN 83-89475-01-4

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

ROBOTY

STABILIZACJA DO PUNKTU DWUKOŁOWEGO ROBOTA MOBILNEGO Z WYKORZYSTANIEM ALGORYTMÓW ZMIENNYCH W CZASIE[†]

Krzysztof KOZŁOWSKI*, Dariusz PAZDERSKI*, Marcin KIEŁCZEWSKI*

*Politechnika Poznańska, Instytut Sterowania i Inżynierii Systemów
ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań
{imię.nazwisko}@put.poznan.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono przegląd i porównanie wybranych ciągłych i różniczkowalnych algorytmów sterowania ze sprzężeniem zwrotnym jawnie zależnym od czasu rozwiązujących zadanie stabilizacji do punktu nieholonomicznego dwukołowego robota mobilnego. Przedstawione badania obejmują wyniki symulacyjne wykonane w środowisku numerycznym Matlab/Simulink oraz przede wszystkim wyniki eksperymentów przeprowadzonych na obiekcie rzeczywistym z wykorzystaniem wizyjnego systemu lokalizacji.

Słowa kluczowe: robot mobilny, stabilizacja w punkcie, prawa sterowania zmienne w czasie, integrator nieholonomiczny, weryfikacja eksperymentalna, system wizyjny.

1. WPROWADZENIE

Kołowe roboty mobilne stosowane w praktyce są w większości mechanicznymi systemami nieholonomicznymi, w których niecałkowalne więzy prędkościowe wynikają z ograniczenia poślizgu kół napędowych. Model kinematyki tych robotów jest bezdryfowym systemem o mniejszej liczbie niezależnych sygnałów sterujących od rozmiaru wektora stanu, do którego odnosi się fundamentalna praca Brocketta [2]. Wynika z niej, że systemy takie nie są stabilizowalne do punktu z wykorzystaniem statycznego sprzężenia zwrotnego zależnego od stanu.

Zadanie stabilizacji do punktu systemów niedostereowanych (ang. *underactuated*) jest przedmiotem intensywnych badań na całym świecie. Wśród proponowanych rozwiązań stabilizacji wyróżnić należy algorytmy dyskretne, w których zastosowano przełączanie sygnałów sterujących oraz algorytmy ciągłe ze sprzężeniem zwrotnym zależnym od czasu. Inna grupa obejmuje algorytmy hybrydowe łączące cechy obu wcześniej wymienionych typów praw sterowania.

Najnowsze rozwiązania w grupie algorytmów zmiennych w czasie zostały zaproponowane przez W. Dixona i współautorów [4] oraz P. Morina i C. Samsona [11]. Algorytmy te rozwiązują inny problem sterowania

niż klasycznie rozumiane sterowanie do punktu, gdyż uchylono w nich postulat stabilności asymptotycznej. W ich przypadku celem sterowania jest uzyskanie stabilności praktycznej do pewnego otoczenia zadanego punktu, którego promień teoretycznie może być dowolnie mały, choć zawsze różny od zera – oznacza to, że dokładność regulacji jest projektowana. Wspólną cechą obu algorytmów jest wykładnicza zbieżność uchybu regulacji do otoczenia punktu zadanego, co pozwala teoretycznie uzyskać krótki czas regulacji. W tym względzie przełamują one wadę pierwszych praw sterowania ze sprzężeniem zwrotnym zmiennym w czasie proponowanych m.in. przez C. Samsona [13] i J. Pometa [12], dla których zbieżność miała w ogólności charakter potęgowy (zwykle $t^{1/2}$).

W literaturze jak dotąd pojawiło się niewiele prac przedstawiających praktyczne implementacje ciągłych praw sterowania zmiennych w czasie oraz ich zastosowanie do stabilizacji do punktu (lub jego otoczenia o małym promieniu). Pewnym wyjątkiem są tutaj pozycje [8] oraz [1].

W niniejszej pracy koncentrujemy się na porównaniu wybranych algorytmów, do których należą: ciągłe i różniczkowalne prawo sterowania zapewniające stabilność asymptotyczną, zaprojektowane w oparciu o algorytm Pometa oraz wymienione wcześniej algorytmy stabilizacji praktycznej wykorzystujące tzw. oscylator kinematyczny [4] oraz funkcje transwersalne [11].

2. MODEL OBIEKTU STEROWANIA ORAZ CEL STEROWANIA

Rozważmy dwukołowy robot mobilny poruszający się na płaszczyźnie bez poślizgu wzdłużnego i poprzecznego, którego model kinematyki można traktować jako bezdryfowy układ afiniczny o równaniu

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega, \quad (1)$$

[†]Praca finansowana z grantu KBN 3 T11 A 013 27.

gdzie $q = [X \ Y \ \theta]^T \in \mathbb{R}^3$ jest kinematycznym wektorem stanu określającym odpowiednio współrzędne położenia X i Y w układzie podstawowym oraz orientację θ układu lokalnego robota względem układu podstawowego. Sygnał sterujący określa dwuwymiarowy wektor $\eta = [v \ \omega]^T \in \mathbb{R}^2$, przy czym v i ω oznaczają odpowiednio prędkość liniową i kątową robota. Przyjmując, że poślizg wzdłużny i poprzeczny kół napędowych z powierzchnią nie występuje, wektor η można związać liniowym przekształceniem z prędkościami kątowymi lewego i prawego koła napędowego w sposób następujący

$$\eta = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ -\frac{r}{b} & \frac{r}{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_l \\ \omega_p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

gdzie r i b oznaczają odpowiednio promień kół i rozstaw między kołami.

W pracy rozpatrujemy klasyczne zagadnienie regulacji, rozumiane jako stabilizację pozycji i orientacji robota w przestrzeni kartezjańskiej. Błąd regulacji definiujemy jako

$$\tilde{q} = q - q_r, \quad (3)$$

przy czym $q_r = [X_r \ Y_r \ \theta_r]^T = const \in \mathbb{R}^3$ określa zadaną wartość położenia i orientacji.

Dla celów sterowania oraz porównania wybranych ciągłych algorytmów ze sprzężeniem zmiennym w czasie proponujemy wyrażenie równania dynamiki obiektu (1), (3) w innej przestrzeni. W tym celu na podstawie prac W. Dixona i innych [4] definiujemy globalne przekształcenie dyfeomorficzne

$$x = P(q, \tilde{\theta}) \tilde{q}, \quad (4)$$

gdzie

$$P(\theta, \tilde{\theta}) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ c\theta & s\theta & 0 \\ -\tilde{\theta}c\theta + 2s\theta & -\tilde{\theta}s\theta - 2c\theta & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad (5)$$

jest macierzą nieosobliwą przekształcenia, przy czym $c\theta \triangleq \cos \theta$, $s\theta \triangleq \sin \theta$, natomiast $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbb{R}^3$ określa nowy wektor stanu. Jak wykazano formalnie w pracy [9] transformacja (5) przekształca równanie systemu (1) do postaci tzw. nieholonomicznego integratora Brocketta [2] opisanego następującą zależnością

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{g_1(x)} u_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -x_1 \end{bmatrix}}_{g_2(x)} u_2 \quad (6)$$

gdzie $u = [u_1 \ u_2]^T \in \mathbb{R}^2$ oznacza sygnał sterujący, g_1, g_2 są generatorami pól wektorowych. Sygnał u jest związany z wektorem η zależnością

$$\eta = T(\tilde{q}, \theta) u, \quad (7)$$

przy czym

$$T(\tilde{q}, \theta) = \begin{bmatrix} \tilde{X} \sin \theta - \tilde{Y} \cos \theta & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

jest macierzą nieosobliwą.

3. WYBRANE ALGORYTMY STEROWANIA ZE SPRZĘŻENIEM ZMIENNYM W CZASIE

3.1. Algorytm stabilizacji asymptotycznej - algorytm A1

Reprezentantem pierwszych ciągłych i różniczkowalnych praw sterowania zmiennych w czasie wykorzystujących statyczne sprzężenie zwrotne są opracowane, m. in. do sterowania układami nieholonomicznymi, algorytmy zaproponowane przez C. Samsona [13] a następnie rozwinięte przez J. Pometa i innych.

W pracy [12] podano ogólną teorię projektowania praw sterowania dla szerokiej klasy systemów nieliniowych o mniejszej liczbie sterowań niż liczba zmiennych stanu wykorzystującą teorię Lapunowa i LaSalla [7]. Szczególnie prostą postać sterowania można otrzymać dla systemów, dla których jedno z pól wektorowych-generatorów ma postać $g_n = \frac{\partial}{\partial x_n}$.

Jak wynika z równania (6) integrator nieholonomiczny powyższego założenia nie spełnia. Istnieje jednak dyfeomorfizm przekształcający ten system do klasycznej postaci łańcuchowej według zależności

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5x_2 & 0 & -0,5 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x \quad (9)$$

gdzie $\bar{x} = [\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \bar{x}_3]^T \in \mathbb{R}^3$ oraz

$$\dot{\bar{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\bar{g}_1} \bar{u}_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \bar{x}_1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\bar{g}_2(\bar{x})} \bar{u}_2. \quad (10)$$

W celu określenia prawa sterowania dla układu (6) proponujemy następującą dodatnio określoną funkcję skalarną w postaci

$$V(t, \bar{x}) = \frac{1}{2} k_1 (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 \cos k_4 t)^2 + \frac{1}{2} \bar{x}_2^2 + \frac{1}{2} \bar{x}_3^2, \quad (11)$$

przy czym k_1, k_2, k_3, k_4 są dodatnimi stałymi natomiast $h(t, \bar{x}) = \bar{x}_2 \cos k_4 t$ jest funkcją harmoniczną zależną od czasu.

Sygnały sterujące \bar{u}_1 i \bar{u}_2 obliczamy określając pochodnie Liego względem pól wektorowych \bar{g}_1 i \bar{g}_2 według zależności:

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= -\frac{\partial h(t, \bar{x})}{\partial t} - L_{\bar{g}_1} V(t, \bar{x}) = \\ &= k_4 \bar{x}_2 \sin k_4 t - k_1 (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 \cos k_4 t), \\ \bar{u}_2 &= -L_{\bar{g}_2} V(t, \bar{x}) = \\ &= -k_1 \bar{x}_1 (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 \cos k_4 t) \cos k_4 t + \\ &\quad -k_2 \bar{x}_1 \bar{x}_2 - k_3 \bar{x}_3, \end{aligned} \quad (12)$$

przy czym zapis $L_{g_i} V(t, \bar{x})$ należy interpretować jako pochodną kierunkową funkcji skalarnej V wzdłuż pola wektorowego g_i równą $\nabla V(t, \bar{x}) g_i$, gdzie ∇ jest operatorem gradientu.

Analiza stabilności w oparciu o funkcję Lapunowa (11) wykazuje, że zastosowanie sterowania zgodnie z zależnością (12) zapewnia asymptotyczną zbieżność uchybu regulacji do zera. Z przekształcenia (9) wnioskujemy, że $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\bar{x}\| = 0$ implikuje $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}\| = 0$, co pozwala używać asymptotyczną realizację sterowania do punktu dla integratora nieholonomicznego (6).

3.2. Algorytm stabilizacji praktycznej wykorzystujący oscylator kinematyczny – algorytm A2

Metoda sterowania wykorzystująca przestrajany oscylator, opracowana z wykorzystaniem funkcji Lapunowa, zaprezentowana została przez Dawsona i innych w pracy [3] a następnie zastosowana przez Dixona i współautorów do sterowania dwukołowego robota nieholonomicznego [4]. Późniejsze publikacje przedstawiają rozszerzenia tej metody i wykorzystanie jej do sterowania robotów wielokołowych bez mechanicznego układu Ackermanna [9] oraz innych układów mechanicznych, o mniejszej liczbie niezależnych sterowań niż zmiennych stanu. Algorytm ten rozwiązuje zadanie stabilizacji integratora nieholonomicznego (6) uwzględniając pomocnicze zadanie regulacji polegające na śledzeniu sygnałów oscylatora $\mathbf{z}_d \in \mathbb{R}^2$, tzn.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_{d1}(t) \\ z_{d2}(t) \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \mathbf{0}, \quad (14)$$

Sygnały oscylatora są rozwiązaniem liniowego równania różniczkowego o zmiennych współczynnikach o równaniu

$$\dot{\mathbf{z}}_d = \frac{\dot{\delta}_d}{\delta_d} \mathbf{z}_d + \left(\frac{k_1 x_3}{\delta_d^2} + x_3 \Omega_1 \right) \mathbf{J} \mathbf{z}_d, \quad (15)$$

gdzie $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ oraz $\Omega_1 = k_2 + \frac{\dot{\delta}_d}{\delta_d} + k_1 \frac{x_3^2}{\delta_d^2}$, przy czym $k_1, k_2 > 0$ są parametrami sterownika. Funkcja skalarna

$$\delta_d(t) = [\delta_d(0) - \varepsilon] \exp(-\xi t) + \varepsilon, \quad (16)$$

gdzie $\xi, \varepsilon > 0$ oraz $\delta_d(0) > \varepsilon$ są parametrami projektowymi, określa obwiednię sygnału oscylatora według zależności $\|\mathbf{z}_d(t)\| = \delta_d(t)$. Funkcja ta pozwala na regulację precyzji sterowania i ma zasadniczy wpływ na stany przejściowe procesu regulacji. Dopuszczalna wartość uchybu regulacji w stanie ustalonym zależy od wartości parametru ε .

Sygnał sterujący opisuje następujące równanie

$$\mathbf{u} = \frac{k_1 x_3}{\delta_d^2} \mathbf{J} \mathbf{z}_d + \Omega_1 \mathbf{z}_d - \mathbf{K}_2 \mathbf{x}, \quad (17)$$

gdzie $\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \end{bmatrix}$.

3.3. Algorytm stabilizacji praktycznej wykorzystujący funkcje transwersalne – algorytm A3

Algorytm wykorzystujący funkcje transwersalne, które pozwalają wygenerować dodatkowe kierunki w przestrzeni stanu (wynikające z pól wektorowych wyższych

rzędów) może być zastosowany do szerokiej klasy systemów z mniejszą liczbą sterowań niż liczba zmiennych wektora stanu. Jak wykazano w pracy [10] metoda ta może być także wykorzystana do zadania stabilizacji dla integratora nieholonomicznego (6). Algorytm ten do opisu zadania sterowania oraz obiektu regulacji wykorzystuje geometrię różniczkową i grupy Liego.

W celu otrzymania analitycznej postaci funkcji transwersalnych $\mathbf{x}_d = [x_{d1} \ x_{d2} \ x_{d3}]^T$ zgodnie z propozycją zawartą w pracy [11] założmy, że

$$\mathbf{x}_d = \exp \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ x_2 \end{bmatrix} \varepsilon_1 \sin \alpha + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -x_1 \end{bmatrix} \varepsilon_2 \cos \alpha \right), \quad (18)$$

gdzie $\exp(\mathbf{X})$, dla $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^3$ oznacza rozwiązanie równania różniczkowego (6) w czasie $t \in (0, 1)$, $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ są dodatnimi współczynnikami, natomiast α jest funkcją skalarną. Rozwiązując równanie (18) uzyskuje się następującą postać funkcji transwersalnych

$$\mathbf{x}_d = [\varepsilon_1 \sin \alpha \quad \varepsilon_2 \cos \alpha \quad 0]^T. \quad (19)$$

W przedstawionej metodzie wprowadza się, podobnie jak w algorytmie oscylatora kinematycznego, sygnały pomocnicze, które definiuje się w oparciu o lewą niezmienniczość systemu (6) względem operacji grupowych definiowanych dla grup Liego w sposób następujący [10]

$$\mathbf{z} = \mathbf{x} - \begin{bmatrix} x_{d1} \\ x_{d2} \\ -x_1 x_{d2} + x_2 x_{d1} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Należy zwrócić uwagę, że w dotychczasowych publikacjach poświęconych omawianej strategii sterowania autorzy przyjmowali $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = \text{const}$, co uniemożliwia zmianę dopuszczalnego tunelu błędu w czasie, w analogiczny sposób jak pozwala na to malejąca w czasie funkcja δ_d zastosowana w algorytmie oscylatora kinematycznego.

Dlatego proponujemy, aby przyjąć, że $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ są następującymi funkcjami skalarnymi

$$\varepsilon_i(t) = [\varepsilon_i(0) - \varepsilon_{iu}] \exp(-\xi_i t) + \varepsilon_{iu}, \quad (21)$$

gdzie $i = 1, 2$, natomiast $\varepsilon_i(0) > 0$, $\varepsilon_{iu}(0) > 0$ oraz $\xi_i > 0$ określają odpowiednio wartość początkową, wartość graniczną oraz tłumienie sygnału $\varepsilon_i(t)$.

Chcąc uzyskać wykładniczą zbieżność sygnału pomocniczego \mathbf{z} do zera postulujemy aby

$$\dot{\mathbf{z}} = -\mathbf{K} \mathbf{z}, \quad (22)$$

gdzie $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ jest macierzą Hurwitza. Po zróźniczkowaniu zależności (20) oraz uwzględnieniu, że $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ są funkcjami zależnymi od czasu otrzymuje się

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} (-\mathbf{K} \mathbf{z} + \mathbf{\Pi}), \quad (23)$$

gdzie

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\varepsilon_1(t) \cos \alpha \\ 0 & 1 & \varepsilon_2(t) \sin \alpha \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

przy czym $a_{31} = x_2 + \varepsilon_2(t) \cos \alpha$, $a_{32} = -x_1 - \varepsilon_1(t) \sin \alpha$ oraz $a_{33} = -x_1 \varepsilon_2(t) \sin \alpha - x_2 \varepsilon_1(t) \cos \alpha$,

$$\Pi = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1(t) \sin \alpha \\ \dot{\varepsilon}_2(t) \cos \alpha \\ -\dot{\varepsilon}_2(t) x_1 \cos \alpha + \dot{\varepsilon}_2(t) x_2 \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (25)$$

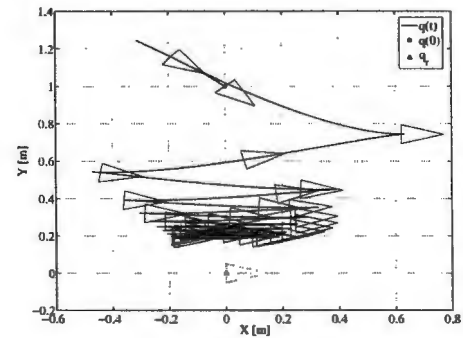
oraz $u_3 = \dot{\alpha}$ jest nowym wirtualnym wejściem sterowania określającym częstotliwość przebiegu funkcji $x_{d1}(t)$ oraz $x_{d2}(t)$. Należy zauważyć, że macierz A jest macierzą nieosobliwą, a jej wyznacznik jest równy $\forall t > 0$ $\det(A) = \varepsilon_1(t) \varepsilon_2(t) > 0$.

4. BADANIA SYMULACYJNE

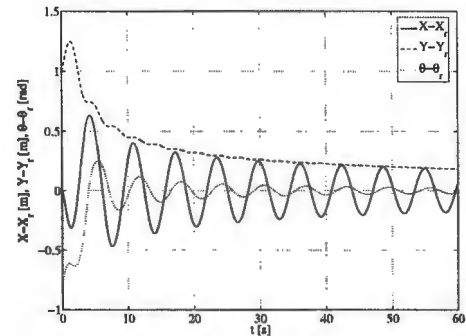
W celu porównania trzech prezentowanych algorytmów sterowania przeprowadzono symulacje cyfrowe w środowisku Matlab/Simulink. Wyniki symulacji na rys. 1-3 przedstawiają trajektorię w przestrzeni kartezjańskiej oraz błędy położenia i orientacji uzyskane dla warunku początkowego $q(0) = [0 \ 1 \ -\pi/4]^T$ oraz $q_r = [0 \ 0 \ 0]^T$. W celu porównania jakości przebiegów przejściowych oraz wydatku energetycznego w procesie regulacji zdefiniowano wskaźniki całkowite $J_1 = \int_0^t \|\tilde{q}(\tau)\| d\tau$ i $J_2 = \int_0^t \|\eta(\tau)\| d\tau$ określające odpowiednio całkę normy uchybu regulacji $\|\tilde{q}\|$ oraz całkę normy wektora sterowania $\|\eta\|$.

Przebiegi uzyskane dla ciągłego prawa sterowania (rys. 1) (badania wykonano przyjmując jednostkowe wartości stałych k_i) zapewniającego stabilność asymptotyczną pozwalają wyciągnąć wniosek o wolnej zbieżności błędów regulacji (w szczególności dotyczy to uchybu pozycji) – warto zauważyć, że mimo długiego czasu symulacji błędy położenia są stosunkowo duże. Dalsza analiza przebiegów przejściowych wykazuje, że badane prawo sterowania powala na stosunkowo szybką minimalizację transformowanego błędów x_1 (czyli orientacji) oraz x_2 . Następnie ewolucja stanu układu zachodzi w otoczeniu punktu, dla którego $x_1 = 0$ oraz $x_2 = 0$, co można interpretować jako generowanie kierunku ruchu wyznaczanego przez pola wektorowe wyższych rzędów (interpretowanych jako nawias Liego $[g_1, g_2]$) w taki sposób aby zmniejszał się błąd x_3 . W efekcie koszt energetyczny takiego sterowania jest duży.

Wyniki badań algorytmów stabilizacji praktycznej (rys. 2, 3) wskazują na znaczącą poprawę jakości stanów przejściowych, zarówno w odniesieniu do czasu regulacji jak i oscylacyjności przebiegu uchybu. W celu porównania obu algorytmów przyjęto analogiczny dopuszczalny tunel błędów końcowego (tj. graniczną wartość współczynników $\varepsilon = \varepsilon_{iu} = 0,01$), jednakowo współczynnik obwiedni sygnałów pomocniczych



(a) Trajektoria wykonana przez robota



(b) Uchyby regulacji

Rysunek 1. Algorytm A1 – wyniki symulacji

($\xi = \xi_i = 0,5$) oraz takie same wartości wzmocnień ($k_1 = k_2 = 1$ oraz $K = \text{diag}\{1, 1, 1\}$).

Tablica 1. Wskaźniki jakości otrzymane dla badanych algorytmów

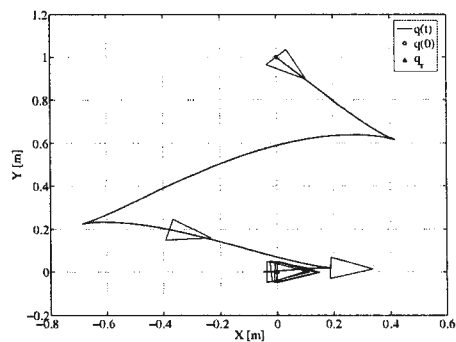
Algorytm	A1	A2	A3
Wskaźnik J_1	13,6	2,7	3,4
Wskaźnik J_2	6,4	4,6	4,6

5. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA

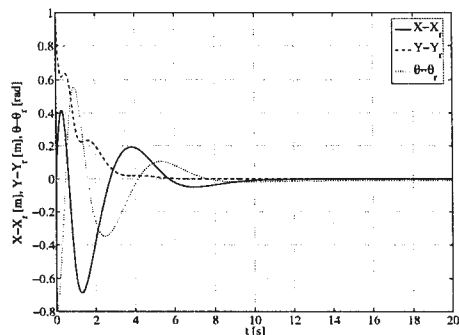
5.1. Wizyjny system lokalizacji

Implementacja przedstawionych algorytmów sterowania wykonana została na komputerze klasy PC, który wyznaczał prędkościowe sygnały sterujące (dla lewego i prawego koła robota) oraz odpowiadał za akwizycję danych pochodzących z kamery wideo.

Do akwizycji obrazu wykorzystano asynchroniczny tryb pracy karty przechwytyującej obraz, który umożliwia jednoczesną akwizycję oraz wykonywanie innych obliczeń przez aplikację zwiększając efektywność całego systemu. Takie podejście wymaga przy akwizycji obrazu zastosowania techniki podwójnego buforowania, pozwalając na pracę systemu z maksymalną częstotliwością 25 [Hz] i analizę wszystkich ramek obrazu dostępnych z kamery.

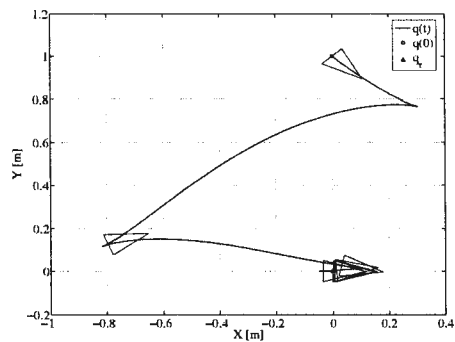


(a) Trajektoria wykonana przez robota

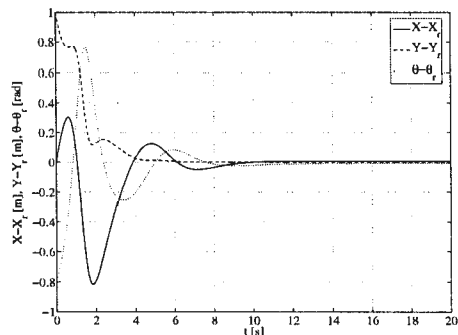


(b) Uchyby regulacji

Rysunek 2. Algorytm A2 – wyniki symulacji



(a) Trajektoria wykonana przez robota



(b) Uchyby regulacji

Rysunek 3. Algorytm A3 – wyniki symulacji

W celu śledzenia położenia i orientacji robota badawczego MiniTracker-3 [6] wykorzystano aktywne znaczniki w postaci diod elektroluminescencyjnych, umieszczonych w czterech narożnikach na platformie mobilnej. Stanowią one dla robota charakterystyczny marker, a dobór odległości pomiędzy nimi i ich kolorów umożliwia jednoznaczne określenie położenia i orientacji robota. Rozpoznanie robota polega na znalezieniu czterech punktów stanowiących środki diod o określonych kolorach. Diody LED są reprezentowane na obrazie przez jasne grupy pikseli o określonym kolorze i liczności zwykle około kilkunastu pikseli (rys. 4).

W celu znalezienia robota obraz jest przeszukiwany tak, aby wyróżnić wszystkie grupy jasnych pikseli. Sprawdzane kolejno punkty obrazu są porównywane pod względem jasności z dobranym progiem. Wartość progu została dobrana pomiędzy jasnością punktów reprezentujących diody na obrazie a jasnością punktów reszty obrazu. Na podstawie znanych zależności geometrycznych oraz kolorów użytych diod, z grup pikseli wyznacza się cztery grupy reprezentujące diody. Następnie określone są środki tych grup, po czym na ich podstawie wyznaczana jest pozycja i orientacja robota. Maksymalne błędy (dynamiczne) określania przez system wizyjny pozycji i orientacji robota wynoszą odpowiednio: pozycja 0,008[m], orientacja 0,05[rad] (3°). Szczegółowy opis stanowiska badawczego oraz metod lokalizacji robota można znaleźć m.in. w pracach [5] oraz [8].

Należy podkreślić, że w przeciwieństwie do nawigacji inercyjnej lub odometrii zastosowanie systemu wizyjnego w roli systemu lokalizacji zapewnia globalny charakter

pomiaru pozycji i orientacji. Okupione jest to jednak jego mniejszą krótkoterminową dokładnością i stosunkowo niewielką szybkością akwizycji danych pomiarowych, co ogranicza możliwość osiągnięcia dużej precyzji regulacji.



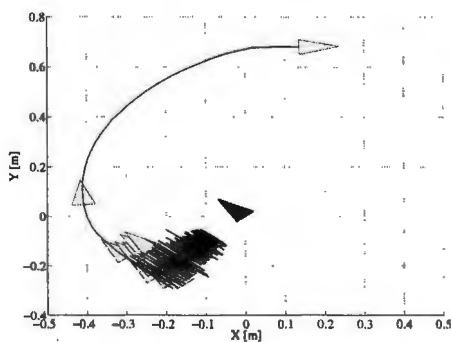
Rysunek 4. Obraz markerów poruszającego się robota dla czasu ekspozycji 1/50 s.

5.2. Wyniki eksperymentów

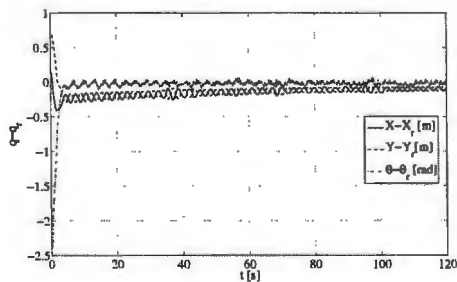
5.2.1 Badanie algorytmu A1

Ekperymnt 1. Układ regulacji badano dla jednostkowych wartości parametrów sterownika (tj. $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1$) oraz początkowego uchybu położenia i orientacji równego ok. $\tilde{q} = [0, 1 \quad 0, 7 \quad -3/4\pi]^T$. Na rys. 5 przedstawiona została ścieżka robota (dodatkowo zaznaczono schematycznie położenie i orientację robota co 2 [s] w pierwszej fazie trwania procesu re-

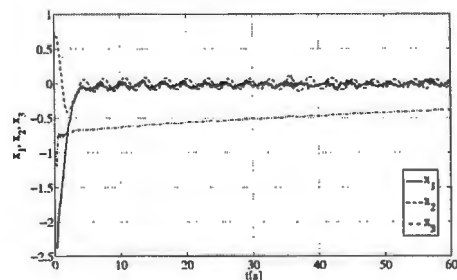
gulacji). Błędy regulacji w przestrzeni kartezjańskiej oraz błędy transformowane przedstawiono odpowiednio na rys. 6 oraz 7. Jak wynika z analizy uchybów, badane prawo sterowania pozwoliło w stosunkowo krótkim czasie uzyskać ograniczenie składowych x_1 (czyli uchybu kąтового) oraz x_2 pozostawiając przy tym znaczącą wartość x_3 . W następnym etapie regulacji (po ok. 4 [s]) przebiegi przejściowe cechowała wysoka oscylacyjność, co w przestrzeni kartezjańskiej odpowiadało występowaniu częstych nawrotów w ruchu robota – potwierdzają to obserwacje zmierzonych prędkości robota (rys. 8), które choć nie osiągały dużych wartości (poza początkiem procesu regulacji), to jednak nie wykazywały wyraźnej tendencji ograniczania ich amplitudy nawet po długim czasie regulacji. Należy zwrócić uwagę, że po blisko 8 min. obserwacji, mimo dużego wydatku energetycznego sterowania, błędy położenia były nadal stosunkowo duże.



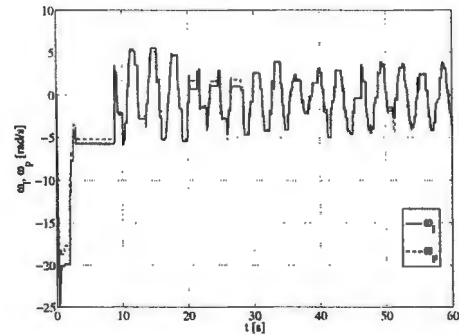
Rysunek 5. Eksperyment 1 – ścieżka robota (w pierwszym etapie regulacji zaznaczono położenie robota w odstępie 2 [s], ciemniejszy trójkąt oznacza położenie i orientację celu)



Rysunek 6. Eksperyment 1 – błędy regulacji w przestrzeni kartezjańskiej

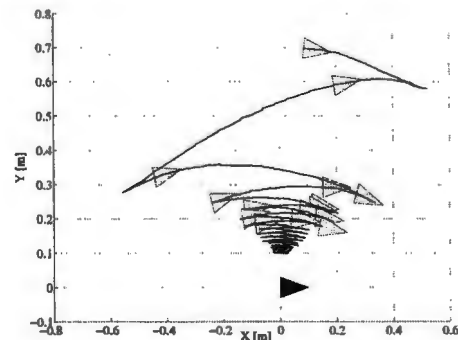


Rysunek 7. Eksperyment 1 – transformowany stan układu z

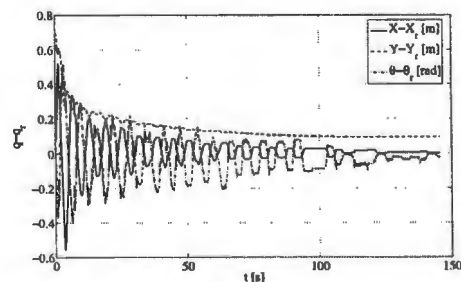


Rysunek 8. Eksperyment 1 – zmierzone prędkości kątowe kół napędowych

Eksperyment 2. Ustawienie oraz orientacja robota i celu były zbliżone do tych rozważanych w badaniach symulacyjnych. W celu poprawy przebiegów przejściowych zmieniono nastawy parametrów sterownika w sposób następujący: $k_1 = 1, k_2 = 5, k_3 = 2, k_4 = 1$, zwiększając wagę błędu x_3 . Na podstawie ścieżki przedstawionej na rys. 9 oraz przebiegu błędów (rys. 10) można zauważyć,



Rysunek 9. Eksperyment 2 – ścieżka robota (w pierwszym etapie regulacji zaznaczono położenie robota w odstępie 2 [s], ciemniejszy trójkąt oznacza położenie i orientację celu)



Rysunek 10. Eksperyment 2 – błędy regulacji w przestrzeni kartezjańskiej

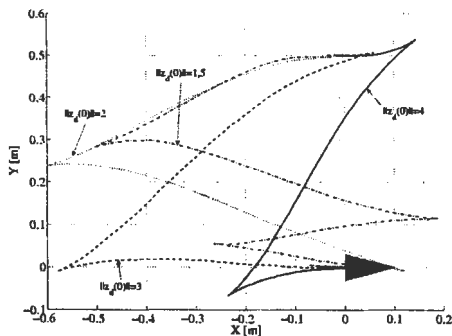
że jakość przebiegów przejściowych uległa pewnej poprawie w stosunku do wyników uzyskanych w badaniach symulacyjnych (wykonywanych dla jednostkowych wartości wzmacnień – rys. 1). Pomimo tego nadal obserwuje się stosunkowo słabą zbieżność składowej x_3 (w tym konkretnym przypadku odpowiada ona w przybliżeniu

zeniu uchybowi położenia w osi Y), co staje się dużym mankamentem zwłaszcza dla małych wartości uchybu.

5.2.2 Badanie algorytmu A2

Ekperyment 3. Badaniu podlegało prawo sterowania A2 w zadaniu parkowania, w którym błąd początkowy wynosił ok. $\tilde{q} = [0 \ 0,5 \ 0]^T$ (warunki podobne jak w badaniach symulacyjnych). Na rys. 11 przedstawiono ścieżki w przestrzeni kartezjańskiej, które uzyskano dla wybranych warunków początkowych sygnałów oscylatora $z_d(0)$ (dokładniej: normy $\|z_d(0)\|$). Sygnały początkowe z_{d1} i z_{d2} były określane zgodnie z następującą parametryzacją: $z_d(0) = [\sin \varphi \ \cos \varphi]^T \|z_d(0)\|$, gdzie $\varphi \in (-\pi, \pi)$. Dla danego eksperymentu przyjęto: $\varphi = 1$, $k_1 = k_2 = 1$ oraz $\xi = 0,5$. Precyzję sterowania w stanie ustalonym określała stała $\varepsilon = 0,03$.

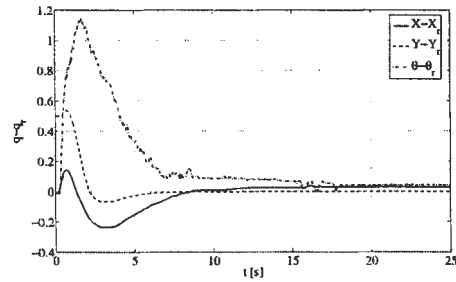
Na podstawie rys. 11 widać, jak duże znaczenie ma w tej strategii sterowania wybór warunku początkowego dla oscylatora, który decyduje o przebiegu procesów przejściowych regulacji. W ten sposób można wpływać na kształt ścieżki i liczbę nawrotów, a tym samym koszt energetyczny sterowania. Dla wybranej ścieżki (uzyskanej dla $\|z_d(0)\| = 4$) na rys. 12 i 13 przedstawiono odpowiednio wykres błędów regulacji i prędkości kątowe kół napędowych. Przebiegi te wskazują na znaczną jakościową poprawę przebiegów przejściowych w stosunku do tych obserwowanych dla algorytmu A1. Oscylacyjność przebiegów została praktycznie wyeliminowana, a sygnały sterujące po osiągnięciu celu sterowania zbiegają do zera.



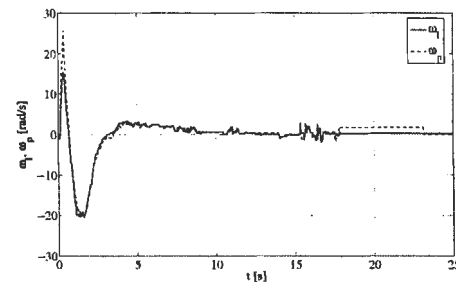
Rysunek 11. Eksperyment 3 – ścieżki robota w zależności od normy wektora $\|z_d(0)\|$ (ciemniejszy trójkąt oznacza położenie i orientację celu)

Ekperyment 4. Warunki eksperymentu były podobne jak w eksperymencie 3, przy czym w punkcie zadanym robot miał ustawić się prostopadłe w stosunku do położenia początkowego. Błąd pozycji i orientacji wynosił ok. $\tilde{q} = [0 \ 0,5 \ -\pi/2]^T$. Parametry sterownika przyjęto analogicznie jak dla eksperymentu 3, poza $k_1 = 0,7$ oraz $\|z_d(0)\| = 3$.

Na rys. 14 przedstawione zostały ścieżki robota uzyskane dla różnych wartości parametru φ , który określa proporcję pomiędzy początkowymi wartościami składowych sygnału oscylatora. Na tej podstawie wyka-

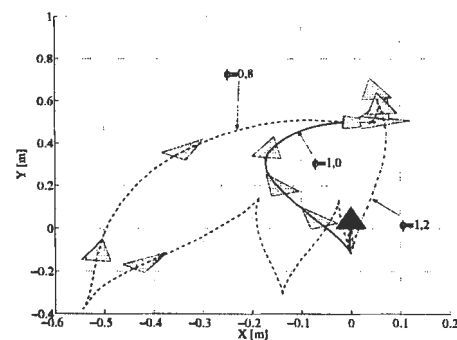


Rysunek 12. Eksperyment 3 – błędy regulacji w przestrzeni kartezjańskiej dla $\|z_d(0)\| = 4$



Rysunek 13. Eksperyment 3 – zmierzone prędkości kątowe kół napędowych dla $\|z_d(0)\| = 4$

zać można duży wpływ jaki wywiera nie tylko norma wektora $\|z_d(0)\|$, ale też jego początkowe zorientowanie, na geometrię i długość ścieżki robota. W zależności od wyboru współczynnika φ możliwe jest zatem uzyskanie zarówno przebiegów przejściowych oscylacyjnych jak i pozbawionych oscylacji, co implikuje naturalny kształt trajektorii w przestrzeni kartezjańskiej.

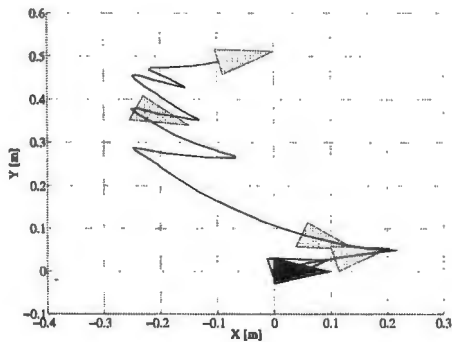


Rysunek 14. Eksperyment 4 – ścieżki robota w zależności od parametru φ (położenie robota zaznaczono w ciągu 4 pierwszych sekund eksperymentu, ciemniejszy trójkąt oznacza położenie i orientację celu)

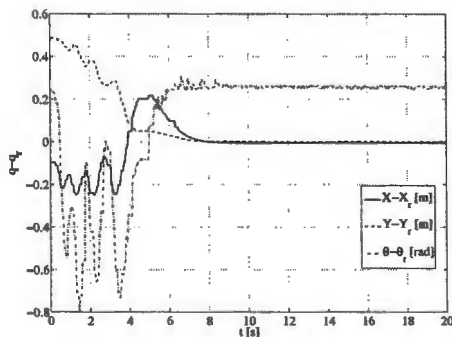
5.2.3 Badanie algorytmu A3

Ekperyment 5. W tym eksperymencie założono, że amplituda składowych funkcji transwersalnych jest stała, podobnie jak w oryginalnej propozycji Morina i Samsona [1]. W badaniach przyjęto, że współczynniki determinujące dokładność regulacji wynoszą $\varepsilon_{1u} = \varepsilon_{2u} = 0,3$, wzmocnienia są jednostkowe, tj. $K = \text{diag}\{1, 1, 1\}$, warunek początkowy $\alpha(0) = 0$.

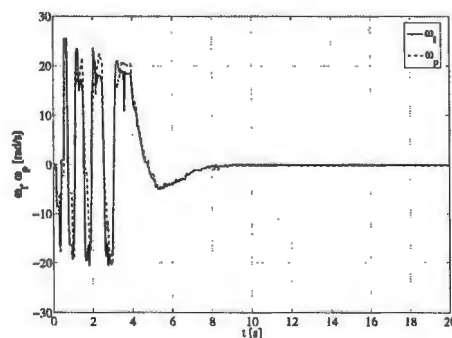
Na podstawie analizy ścieżki robota (rys. 15) wi- dać, że ruch robota cechowała duża liczba nawrotów. W konsekwencji sygnał sterujący miał stosunkowo dużą częstotliwość (rys. 17), choć po osiągnięciu celu sterowania (co następuje, gdy błąd należy do zbioru o wielkości zależnej od wartości współczynników ε_{1u} , ε_{2u}) jego wartość szybko maleje do zera. W zarejestrowanym przypadku otrzymano stosunkowo niewielkie błędy pozycji w przestrzeni kartezjańskiej (znacznie mniejsze niż wynika to ze współczynnika ε_{2u}), oraz znaczny błąd orientacji.



Rysunek 15. Eksperyment 5 – ścieżka robota (położenie robota zaznaczono schematycznie co 2 s trwania sterowania, ciemniejszy trójkąt oznacza położenie i orientację celu)



Rysunek 16. Eksperyment 5 – błędy regulacji w przestrzeni kartezjańskiej

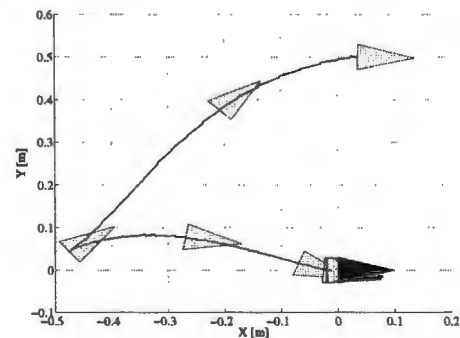


Rysunek 17. Eksperyment 5 – zmierzone prędkości kąto- we kół napędowych

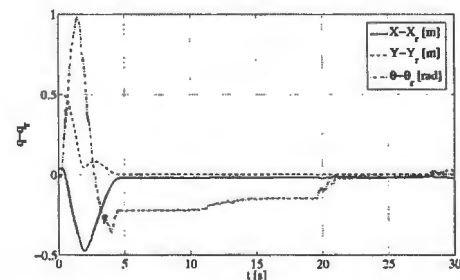
Należy podkreślić, że dokładność regulacji jest przede wszystkim wynikiem amplitudy funkcji transwersalnych. Z kolei z uwagi na stabilność oraz oscylacyjność nie można w praktycznych aplikacjach przyjmować małych wartości tych funkcji dla początkowej fazy regulacji, gdy błędy są duże. W konsekwencji, z uwagi na konieczność ograniczenia częstotliwości sygnałów sterujących, w tym schemacie sterowania należy przyjąć stosunkowo duże amplitudy funkcji transwersalnych, co w konsekwencji determinuje duży dozwolony błąd w stanie ustalonym.

Ekperyment 6. W tym eksperymencie badano schemat sterowania wykorzystujący funkcje transwersalne z malejącą w czasie obwiednią. Wartości wzmocnień pozostawiono niezmiennione w stosunku do tych stosowanych w eksperymencie 5. Współczynniki określające funkcje transwersalne były równe: $\varepsilon_1(0) = 2$; $\varepsilon_2(0) = 1$; $\varepsilon_{1u} = 0,03$; $\varepsilon_{2u} = 0,02$; $\xi_1 = \xi_2 = 0,5$; $\alpha(0) = 0$.

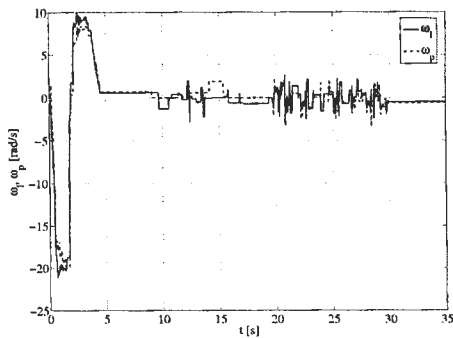
Rys. 18 przedstawiający ścieżkę robota pokazuje znaczącą poprawę jakości regulacji w porównaniu do wyników uzyskanych w eksperymencie 5. Ten wniosek można potwierdzić na podstawie przebiegów czasowych błędów położenia i orientacji jak również prędkości kół napędowych (rys. 19 oraz 20). Pod koniec procesu regulacji można zauważyć zwiększoną wrażliwość na szumy pomiarowe z uwagi na mały dopuszczalny tunel błędów i niewielką korektę orientacji (z tego powodu pomiędzy 20 a 30 sekundą sterowania pojawiają się nierozworne prędkości kół robota).



Rysunek 18. Eksperyment 6 – ścieżka robota (położenie robota zaznaczono schematycznie co 1 [s] trwania sterowania, ciemniejszy trójkąt oznacza położenie i orientację celu)

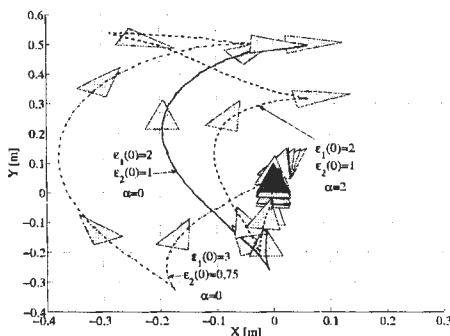


Rysunek 19. Eksperyment 6 – błędy regulacji w przestrzeni kartezjańskiej



Rysunek 20. Eksperyment 6 – zmierzone prędkości kątowe kół napędowych

Ekperyment 7. W badanym algorytmie postać funkcji transversalnych ma decydujący wpływ na przebiegi przejściowe procesu regulacji (podobne obserwacje dotyczą też algorytmu A2, w którym występuje przestrajany oscylator). Na rys. 21 przedstawione zostały ścieżki otrzymane dla początkowego błędu regulacji jak w eksperymencie 4 dla różnych wartości $\varepsilon_1(0)$, $\varepsilon_2(0)$ oraz $\alpha(0)$. Pozostałe współczynniki przyjęto analogicznie jak w eksperymencie 6.



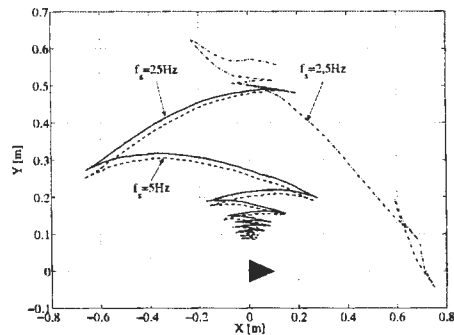
Rysunek 21. Eksperyment 7 – ścieżki robota w zależności od warunku początkowego $\alpha(0)$, $\varepsilon_1(0)$, $\varepsilon_2(0)$ (położenie robota zaznaczono schematycznie co 1 [s] trwania sterowania, ciemniejszy trójkąt oznacza położenie i orientację celu)

5.2.4 Badanie odporności układu regulacji na czas próbkowania

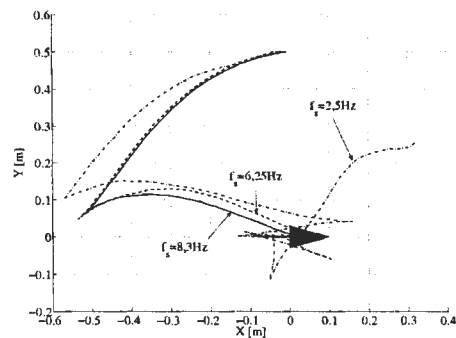
Z uwagi na to, że praktyczna implementacja badanych praw sterowania wykonywana jest w dziedzinie dyskretnej, częstotliwość próbkowania jest jednym z najważniejszych parametrów, mających wpływ na stabilność (należy zwrócić uwagę m. in. na problem całkowania sygnałów oscylatora i obliczania nowego sterowania α) i jakość regulacji. Z uwagi na parametry wizyjnego systemu lokalizacji w przeprowadzonych eksperymentach podstawowa częstotliwość próbkowania nie może być wyższa niż 25 [Hz]. Podczas prowadzenia badań sprawdzono, czy w danych warunkach i danych ustawieniach sterownika częstotliwość taka jest wystarczająca. W tym celu wykonano badania algorytmów

zwiększając opóźnienia w pętli regulacji (tj. częstotliwość aktualizacji sterowania była podwielokrotnością 25 [Hz]).

Eksperyment 8. Na rysunkach 22 i 23 przedstawiono ścieżki uzyskane dla różnych czasów próbkowania i algorytmów odpowiednio A1 i A3. Współczynniki zostały dobrane analogicznie jak w eksperymentach 2 i 6. Jak wykazują badania częstotliwości próbkowania większa od 2,5 [Hz] zapewniała powtarzalne warunki pracy sterowników. Dopiero dla częstotliwości równej 2,5 [Hz] zaobserwowano brak stabilności układu regulacji. Wynika z tego, że podstawowa częstotliwość pracy wynosząca 25 [Hz] jest wystarczająca do implementacji badanych algorytmów, przynajmniej gdy sterowanie przebiega na poziomie kinematycznym i nie wymaga uwzględnienia dodatkowych zjawisk związanych z dynamiką robota.



Rysunek 22. Eksperyment 8 – ścieżki uzyskane dla różnych czasów próbkowania dla algorytmu A1



Rysunek 23. Eksperyment 8 – ścieżki uzyskane dla różnych czasów próbkowania dla algorytmu A3

6. PODSUMOWANIE

W pracy przeprowadzono przegląd wybranych algorytmów sterowania do punktu wykorzystujących zmienne w czasie sprzężenie zwrotne. Przeprowadzone badania eksperymentalne wykazały możliwość praktycznej implementacji badanych algorytmów sterowania do stabilizacji dwukołowego robota mobilnego do punktu z

wykorzystaniem wizyjnego systemu lokalizacji z zachowaniem satysfakcjonującej odporności na zakłócenia i opóźnienia w pętli regulacji.

Stwierdzono, że algorytmy ciągłe zapewniające stabilność asymptotyczną z aplikacyjnego punktu widzenia nie są szczególnie interesujące, przede wszystkim z uwagi na złą jakość przebiegów przejściowych i długi czas regulacji.

Dużo lepsze efekty uzyskano dla algorytmów stabilizacji praktycznej, w których zdefiniowane zostało pomocnicze zadanie regulacji (uzyskane zarówno dzięki wprowadzeniu sygnałów oscylatora lub funkcji transwersalnych). Odpowiedni dobór dodatkowych sygnałów pomocniczych ma kluczowe znaczenie w stanach przejściowych i pozwala na zmniejszenie przeregulowań i liczby nawrotów sterowanego robota.

Literatura

- [1] G. Artus, P. Morin, C. Samson (2004), Tracking of an omnidirectional target with a nonholonomic mobile robot, IEEE 11th International Conference on Advanced Robotics, vol.3, 1468-1473.
- [2] R. W. Brockett (1983), Asymptotic stability and feedback stabilization, Differential Geometric Control Theory, edited by R. W. Brockett, R. S. Milman and H. J. Susmann, Birkhauser, Boston, 181-191.
- [3] D. Dawson, J. Hu, P. Vedegarbha (1995), An Adaptive Controller for a Class of Induction Motor Systems, Proc. of the IEEE Conference on Desition and Control, New Orleans, LA, 1567-1572.
- [4] W. E. Dixon, D. M. Dawson, E. Zergeroglu and A. Behal (2001), Nonlinear Control of Wheeled Mobile Robots, Springer-Verlag, London.
- [5] P. Dutkiewicz, M. Kielczewski (2004), Vision feedback in control of a group of mobile robots, Proc. of the Seventh International Conference on Climbing and Walking Robots and their Supporting Technologies for Mobile Machines CLAWAR 2004.
- [6] T. Jedwabny, M. Kowalski, M. Kielczewski, M. Ławniczak, M. Michalski, M. Michałek, D. Pazderski, K. Kozłowski (2004), Nieholonomiczny robot mobilny MiniTracker 3 do celów badawczych i edukacyjnych, Konferencja Naukowo-Techniczna Automatyzacja - nowości i perspektywy, Automation 2004, 362-371.
- [7] H.K. Khalil (1996), Nonlinear systems, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- [8] K. Kozłowski, D. Pazderski, I. Rudas, J. Tar (2004), Modeling and control of a 4-wheel skid-steering mobile robot: From theory to practice, Budapest Polytechnic Jubilee Conference Science in Engineering, Economics and Education, 317-330.
- [9] K. Kozłowski, D. Pazderski (2004), Modeling and Control of a 4-Wheel Skid-Steering Mobile Robot, Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 2004, Vol. 14, No. 4, 101-120.
- [10] P. Morin, C. Samson (2003), Field oriented control of induction motors by application of the transverse function control approach, Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, 5921-5926.
- [11] P. Morin, C. Samson (2003), Practical Stabilization of Driftless Systems on Lie Groups: The Transverse Function Approach, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 48, No. 9, 1496-1508.
- [12] J. Pomet (1991), Explicit Design of Time Varying Stabilizing Control Laws For A Class of Controllable Systems Without Drift, Systems and Control Letters, Vol. 18, No. 2, 147-158.
- [13] C. Samson (1991), Time-Varying Feedback Stabilization of Nonholonomic Car-like Mobile Robots, INRIA Rapports de Recherche No. 1515, 1991.



Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4