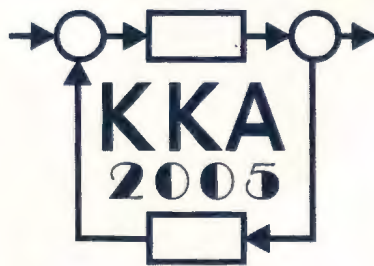


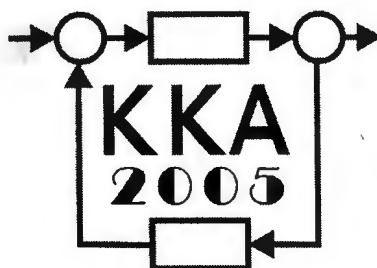
# **XV Krajowa Konferencja Automatyki**

## **Tom II**



**Redaktorzy:  
Zdzisław Bubnicki  
Roman Kulikowski  
Janusz Kacprzyk**

# **XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II**



**Redaktorzy:**  
**Zdzisław BUBNICKI**  
**Roman KULIKOWSKI**  
**Janusz KACPRZYK**

**ORGANIZATOR**

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

**WSPÓŁORGANIZATORZY**

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## **ORGANIZATOR**

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

## **WSPÓLORGANIZATORZY**

Politechnika Warszawska  
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów  
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## **KOMITET PROGRAMOWY**

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

## **CZŁONKOWIE**

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFczyk
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWSKI
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

## **KOMITET ORGANIZACYJNY**

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowci	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

**ISBN 83-89475-01-4**

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk  
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

STEROWANIE  
I TECHNIKA KOMPUTEROWA

## OPTYMALNY UKŁAD STACJI BAZOWYCH BEZPRZEWODOWEGO SYSTEMU TRANSMISJI DANYCH LMDS

Piotr KULCZYCKI<sup>\*</sup>, Jacek WAGŁOWSKI<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Instytut Badań Systemowych, Polska Akademia Nauk  
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa, e-mail: kulczycki@ibspan.waw.pl

<sup>\*\*</sup> Instytut Badań Systemowych, Polska Akademia Nauk; (Zaoczne Studia Doktoranckie)  
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa, e-mail: jwaglowski@vaglia.pl

**Streszczenie:** Przedmiotem artykułu jest zagadnienie planowania związanego z zastosowaniem bezprzewodowego systemu szerokopasmowej transmisji danych LMDS (Local Multipoint Distribution System). W celu znalezienia optymalnej konfiguracji układu jego stacji bazowych użyto metodyki statystycznych estymatorów jądrowych z wykorzystaniem logiki rozmytej oraz algorytmu przeszukiwania sieci opartego na metodzie podziału i ograniczeń. Otrzymano procedurę pozwalającą wyznaczyć powyższą konfigurację na podstawie lokalizacji potencjalnych klientów i oszacowania przypisanego im popytu.

**Słowa kluczowe:** Bezprzewodowe systemy szerokopasmowe, system LMDS, stacje bazowe, optymalizacja, estymatory jądrowe, logika rozmyta, metoda podziału i oszacowań.

### 1. WSTĘP

System LMDS wykorzystywany jest przez operatorów telekomunikacyjnych do bezprzewodowej szerokopasmowej transmisji danych. Umożliwia on połączenie budynków, w których zlokalizowani są odbiorcy usług, z węzłem sieci operatorskiej, bez konieczności budowy w tym celu kosztownej infrastruktury kablowej. Centralny element takiego systemu stanowi stacja bazowa, obsługująca stałe połączenia zestawione z wieloma stacjami abonenckimi, działającymi w zasięgu skutecznej transmisji radiowej. Stacje abonenckie, instalowane na dachach lub fasadach budynków, transmitują dane dostarczane za pomocą sieci lokalnych, zebrane od użytkowników w obrębie danej lokalizacji.

Istotnym czynnikiem, często decydującym o ekonomicznej zasadności stosowania systemu LMDS, jest wyznaczenie miejsc zainstalowania stacji bazowych. Zadanie to nie jest proste z uwagi na konieczność uwzględnienia w procesie planistycznym szeregu uwarunkowań natury technicznej, a także ekonomicznej. Otóż, wybór lokalizacji stacji bazowych dokonywany jest na podstawie wielkości i rozmieszczenia przewidywanego popytu. Wraz z nim musi zostać uwzględniony koszt dostawy ponoszony w związku z budową sieci i świadczeniem usług transmisji danych. Przede wszystkim jednak w trakcie planowania należy uwzględnić

uwarunkowania techniczne, charakterystyczne dla zastosowanej tu techniki radiowej. Do podstawowych ograniczeń tego typu zaliczyć można maksymalny promień zasięgu stacji bazowej, a także jej przepustowość, czyli największą sumaryczną ilość danych, jaka może przez nią przepłynąć w jednostce czasu. Dla zapewnienia transmisji wymagana jest również linia widoku pomiędzy antenami stacji bazowej i anteną stacji abonenckiej. Ze względu na nierównomierne ukształtowanie terenu oraz występowanie przeszkód takich jak drzewa, wały ziemne lub wysokie obiekty, w obrębie pola określonego zasięgiem sygnału radiowego stacji bazowej mogą istnieć obszary zacienione, dla których realizacja połączeń pomiędzy znajdującymi się tam budynkami i daną stacją bazową nie jest możliwa. Z tego też powodu istnieje ograniczona liczba miejsc, które ze względu na swoją wysokość są odpowiednio widoczne, stanowiąc potencjalne lokalizacje stacji bazowych.

Tak więc, zadanie planowania wymaga dokonania wyboru tych spośród możliwych lokalizacji stacji bazowych, które zapewnią łącznie maksymalne zaspokojenie popytu na realizację usług transmisji danych, przy czym ich liczbę ogranicza wielkość środków inwestycyjnych. Dodatkową komplikację wprowadza jednoczesne wykorzystywanie urządzeń przeznaczonych do pracy w różnych częstotliwościach, a zatem posiadających istotnie różniące się parametry techniczne.

Niekiedy, dzięki uproszczeniom w sformułowaniu zadania planowania, rozwiązanie uzyskuje się adaptując metody stosowane w zagadnieniach zbliżonych, np. dla telefonii mobilnej; por. [7, 8]. W ogólnym przypadku postępowanie takie nie jest jednak możliwe ze względu na krytyczny problem związany z określeniem przewidywanego popytu. Specyfika stosowania systemu LMDS implikuje bowiem konieczność zebrania istotnych informacji o potencjalnych klientach zgromadzonych na danym obszarze. W praktyce proces ten prowadzony jest w oparciu o niedokładne i niekompletne dane. Dodatkowy czynnik naturalnej nieokreśloności stanowi konieczność oszacowania czynników dotyczących przyszłości. Problem ten nabiera jeszcze większego

znaczenia wówczas, gdy planowanie odbywa się w dłuższym horyzoncie, przy zmieniających się uwarunkowaniach.

Ostatecznie, w niniejszym artykule przedstawiona zostanie metoda planowania układu stacji bazowych systemu LMDS, określonego przez ilość, rodzaj i lokalizację nadajników, który w granicach dostępnych środków inwestycyjnych maksymalizuje realizację zapotrzebowania na transmisję danych, w założonym okresie czasu. W ramach procesu planowania uwzględniono omówione wyżej uwarunkowania techniczne oraz ekonomiczne, czyli ograniczenia zasięgu, widoczności i pojemności stacji bazowych oraz koszt technicznych urządzeń transmisyjnych, a ponadto wzięto pod uwagę problem identyfikacji klientów oraz naturalną nieokreśloność oszacowania ich przewidywanego popytu, także w warunkach niestacjonarności danych. Dodatkowy element stanowi możliwość uwzględnienia preferencji dotyczących strategii inwestycyjnej operatora telekomunikacyjnego.

## 2. WYZNACZANIE GĘSTOŚCI MIARY ZAPOTRZEBOWANIA

Jak zaznaczono we wstępie, uzyskanie danych wystarczająco kompletnych i szczegółowych na temat wszystkich klientów stwarza znaczne trudności. Dlatego w rozważanym zagadnieniu do określenia charakterystyki popytu wykorzystana została metodyka statystycznych estymatorów jądrowych, w podstawowej postaci stosowana do szacowania gęstości rozkładu miary probabilistycznej [5, 11]. W przedstawionym tu problemie, umożliwia ona uzyskanie uśrednionej wartości popytu na podstawie nie wszystkich, lecz jedynie reprezentatywnych obiektów abonenckich.

W prezentowanej metodzie, odwzorowanie dane wzorem

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=1}^m w_i K\left(\frac{x-x_i}{h s_i}\right) \quad (1)$$

reprezentować będzie przestrzenny rozkład możliwej sprzedaży usług transmisji danych skorygowanej o koszt ich dostarczenia. Występująca powyżej funkcja  $K: \mathbb{R}^n \rightarrow [0, \infty)$  nazywana jest jądrem. Jest ona mierzalna, radialnie symetryczna względem zera oraz posiada w tym punkcie słabe maksimum globalne, a także spełnia warunek  $\int_{\mathbb{R}^n} K(x) dx = 1$ . Dodatni współczynnik  $h$  określany jest mianem parametru wygładzania. W rozważanym zagadnieniu zmienna  $x$  jest dwuwymiarowa, czyli  $n = 2$ , a poszczególne współrzędne oznaczają długość i szerokość geograficzną. Wagi  $w_i$  odpowiadają potencjalnemu zapotrzebowaniu na usługi transmisji związanymi z reprezentowaną w zgromadzonej bazie danych  $i$ -tą lokalizacją abonencką ( $i = 1, 2, \dots, m$ ).

Jako kryterium wyboru postaci jądra  $K$  oraz wartości parametru wygładzania  $h$  powszechnie stosowane jest minimum scalkowanego błędu średniokwadratowego. Okazuje się, iż ze statystycznego punktu widzenia postać funkcji  $K$  nie ma istotnego znaczenia. Dzięki temu

można przy jej wyborze uwzględniać przede wszystkim korzystne własności otrzymanego estymatora, istotne dla konkretnego zastosowania. Dla potrzeb niniejszego zagadnienia wybrana została postać Cauchy'ego:

$$K(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{(x_1^2 + x_2^2 + 1)^2} \quad (2)$$

Duże znaczenie dla jakości otrzymanego estymatora ma natomiast ustalenie wartości parametru wygładzania  $h$ . W zastosowaniach wykorzystywane są z konieczności metody przybliżone, a skutecznym w tej sytuacji rozwiązaniem okazuje się także wprowadzenie procedur zmniejszających wrażliwość estymatora na wartość tego parametru, np. jego modyfikatorów  $s_i > 0$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) [5, 11].

Przedstawiona metoda określenia estymatora jądrowego gęstości zostanie bezpośrednio zastosowana do wyznaczenia gęstości miary zapotrzebowania na usługi transmisji danych. Jej użycie umożliwi uzyskanie ciągłej charakterystyki owego zapotrzebowania, uwzględniającej podstawowe jakościowe cechy danego obszaru: przestrzenny rozkład i wagę skupisk potencjalnych klientów. Dzięki temu znacząco zmniejszony zostanie wpływ niedokładnej lub niepełnej identyfikacji potencjalnych lokalizacji abonenckich na otrzymany wynik.

## 3. WSKAŹNIK JAKOŚCI UKŁADU STACJI BAZOWYCH

W praktyce istnieje skończona liczba miejsc, w których można dokonać montażu stacji bazowych. Dysponując określoną w poprzedniej sekcji gęstością miary zapotrzebowania  $\hat{f}$ , każdej takiej lokalizacji stacji bazowej można przypisać wielkość wynikającą z całkowania takiej funkcji w obrębie zasięgu jej nadajnika. Z kolei, w przypadku układu stacji bazowych, całka dla całego pokrytego przez wybrany układ obszaru stanowi kryterium oceny jego jakości. W kolejnych sekcjach przedstawiony zostanie sposób obliczenia wartości powyższej całki.

### 3.1. Określenie jakości danego układu stacji bazowych

Niech dany będzie układ  $k$  lokalizacji stacji bazowych. Każdą ze stacji reprezentuje koło  $C_j$ , ( $j = 1, 2, \dots, k$ ), o środku w  $x_j = [x_{j1}, x_{j2}]^T$  i dodatnim promieniu  $r_j$ , określonym przez maksymalny zasięg zainstalowanego w niej nadajnika. Wielkość charakteryzująca jakość rozważanego układu stacji bazowych, określona jest wówczas wzorem

$$E = \int_{C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_k} \hat{f}(x) dx = \quad (3)$$

$$= \sum_{j=1}^k E_j - \sum_{\{j_1, j_2\}} E_{j_1, j_2} + \sum_{\{j_1, j_2, j_3\}} E_{j_1, j_2, j_3} + \dots + (-1)^k E_{1, 2, \dots, k}$$

gdzie

$$E_j = \int_{C_j} \hat{f}(x) dx \quad (4)$$

$$E_{j_1, j_2, \dots, j_n} = \int_{C_{j_1} \cap C_{j_2} \cap \dots \cap C_{j_n}} \hat{f}(x) dx, \quad (5)$$

przy czym  $j_1, j_2, \dots, j_n \in \{1, 2, \dots, k\}$  oraz  $n \leq k$ .

Z uwagi na postać wzoru (3), problem określenia wartości wskaźnika jakości układu stacji bazowych  $E$  można zatem sprowadzić do zagadnień obliczenia całki z odwzorowania  $\hat{f}$  po pojedynczym kole (4) oraz po uogólnionej soczewce wynikłej z przecięcia wielu kół (5). Sposób wyznaczania wartości w każdym z tych przypadków przedstawiony zostanie w kolejnych sekcjach.

### 3.2. Całka z funkcji gęstości miary zapotrzebowania dla pojedynczej stacji bazowej

Ze względu na wybór postaci funkcji  $K$  zdefiniowanej wzorem (2), możliwe jest wyznaczenie analitycznego wzoru na jej całkę po kole  $C_j$  o promieniu  $r_j$ , przy nieujemnej odległości  $d_{i,j}$  pomiędzy środkiem tego koła a środkiem  $i$ -tego jądra. Pomijając dodatnią stałą jako nieistotną dla procedur optymalizacyjnych, wzór (4) przyjmuje wówczas postać

$$E_j = \quad (6)$$

$$= \sum_{i=1}^m w_i \left( \frac{r_j^2 - d_{ij}^2 - h^2 s_i^2}{\sqrt{r_j^4 + 2[h^2 s_i^2 - d_{ij}^2]r_j^2 + [h^2 s_i^2 + d_{ij}^2]^2}} + 1 \right)$$

### 3.3. Całka z funkcji gęstości miary zapotrzebowania dla dwóch stacji bazowych

Wyznaczenie dokładnej wartości całki metodą analityczną w przypadku obszaru całkowania powstałego w wyniku przecięcia wielu kół, jest praktycznie niewykonalne. Odrzucając metodę całkowania numerycznego, jako nieprzydatną ze względu na długi czas obliczeń, zastosowano tu procedurę przybliżoną.

Najpierw rozważony zostanie przypadek dwóch kół. W sytuacji, gdy koła posiadają pustą część wspólną, lub częścią wspólną jest całe mniejsze koło, określenie wartości całki jest oczywiste. Gdy jednak nie zachodzi żaden z poprzednich przypadków, czyli istnieje część wspólna o kształcie soczewki, wyznaczenie wartości  $E_{j_1, j_2}$  dokonywane jest metodą przybliżoną, która polega na zastąpieniu soczewki odpowiednio dobranym kołem, dla którego, w celu ustalenia wartości  $E_{j_1, j_2}$ , można skorzystać z analitycznego wzoru (6). W ramach procedury, na podstawie wyznaczonych analitycznie wzorów, określone są kolejno:

- (1) pole powierzchni soczewki, któremu odpowiada pole powierzchni koła zastępczego;
- (2) wynikający z pola powierzchni promień koła zastępczego;
- (3) współrzędne środka koła zastępczego.

Stosowanie takiego przybliżenia jest możliwe, ponieważ różnica średniej wartości miary potencjalnego zapotrze-

bowania dla obszaru soczewki i obszaru koła nie jest duża, a przy zachowaniu warunku ich jednakowej powierzchni błąd wynikający z mającego charakter uśredniającego całkowania jest stosunkowo niewielki. Warto także zauważyć, iż największe wartości tego błędu występują wtedy, gdy soczewka jest silnie spłaszczona, czyli gdy jej powierzchnia, a zatem również wyrażenie  $E_{j_1, j_2}$ , przyjmują małe wartości. Tak więc w przypadkach, dla których względna rozbieżność pomiędzy wartością dokładną i przybliżoną całki jest największa, bezwzględny wpływ tej różnicy na wynik wskaźnika jakości (3) jest nieznaczny.

### 3.4. Całka z funkcji gęstości miary zapotrzebowania dla wielu stacji bazowych

Posługując się rozważaniami z poprzedniej sekcji, można ostatecznie sformułować procedurę rekurencyjną całkowania funkcji gęstości miary zapotrzebowania po zbiorze będącym przecięciem dowolnej liczby kół większej niż dwa. Po uprzednim uszeregowaniu zbioru kół ze względu na rosnącą wielkość promienia, należy obliczyć parametry koła zastępczego dla soczewki będącej przecięciem pierwszej pary. Następnie należy wykonać iterację dla koła zastępczego i kolejnego z rozważanych, powtarzając ten krok do wyczerpania zbioru. W ostateczności otrzymuje się koło zastępcze dla obszaru będącego częścią wspólną wszystkich rozpatrywanych kół. Dla tak otrzymanego koła można zastosować wzór (6).

Powyższe wyczerpuje elementy obliczeń niezbędne do zastosowania wzoru (3) wyrażającego wartość wskaźnika jakości ustalonego układu stacji bazowych.

## 4. UOGÓLNIENIE WSKAŹNIKA JAKOŚCI DLA UWZGLĘDNIENIA OBSZARÓW NIEWIDOCZNYCH

W dotychczasowych rozważaniach, przyjęto jako zbiór całkowania funkcji gęstości miary zapotrzebowania figurę geometryczną, będącą sumą mnogościową kół zasięgu stacji bazowych. W obrębie tak wyznaczonego obszaru występują jednak pola niewidoczne („zaciennione”), a więc takie, dla których transmisja nie jest możliwa ze względu na obecność drzew, budynków lub innych naturalnych przeszkód terenowych. Z uwagi na ich istnienie, od wartości wskaźnika jakości (3) należy odjąć element korygujący jego wartość, czyli wynik całkowania funkcji gęstości miary zapotrzebowania po takich obszarach niewidocznych, uzyskując w ten sposób zmodyfikowany wskaźnik jakości  $\bar{E}$ . Należy przy tym uwzględnić, iż rejony niewidoczne dla jednej stacji mogą być całkowicie lub częściowo widoczne dla innej, a tym samym z perspektywy całego układu stacji bazowych w odpowiedniej części nie będą uznane za „zaciennione”.

Jeden z najmniej kosztownych i czasochłonnych sposobów identyfikacji obszarów niewidocznych polega na sporządzeniu jedynie przybliżonego szkicu, poprzez zaznaczenie na mapie terenu dostrzegalnych z badanej lokalizacji obiektów wyznaczających granicę cienia. Mapę obszaru niewidoczno dla danej stacji bazowej

można przedstawić wówczas jako graficzny obraz nieregularnych plam, zlokalizowanych w układzie współrzędnych geograficznych. Uzyskana ostatecznie postać stanowi sumę figur geometrycznych, np. kwadratów. Powtarzając koncepcję aproksymacji soczewek kołami, figury te można przybliżyć podobny sposób. Umożliwia to łatwe zastosowanie metodyki prezentowanej w punkcie poprzednim do obliczenia elementu korygującego wskaźnik jakości, rozumianego jako całka z funkcji gęstości miary zapotrzebowania po obszarach niewidocznych.

## 5. UOGÓLNIENIE WSKAŹNIKA JAKOŚCI DLA UWZGLĘDNIENIA OGRANICZONEJ PRZEPUSTOWOŚCI STACJI BAZOWYCH

Warunek stanowiący o maksymalnej przepustowości stacji bazowej, wymaga kolejnej generalizacji wskaźnika jakości, zdefiniowanego w ramach sekcji 3.1 i uogólnionego w punkcie 4. Najczęściej warunek taki staje się aktywny w tych rejonach miasta, gdzie zapotrzebowanie na transmisję jest największe (najbardziej „atrakcyjnych”) i prowadzi do częściowego braku realizacji owego zapotrzebowania. Dla ograniczenia wpływu tego czynnika niektóre połączenia powinny zostać przypisane do innej, widocznej stacji bazowej. Naturalnym zjawiskiem w sytuacji ograniczonej przepustowości stacji bazowych jest taka alokacja transmisji, która pozwala osiągnąć największą wartość uogólnionego wskaźnika jakości  $\bar{E}$ . Odpowiada jej wynik rozwiązania sformułowanego poniżej zadania optymalizacji.

Rozważmy przypadek danego układu stacji bazowych, utworzonego przez instalację w wybranych lokalizacjach  $k$  nadajników. Niech  $b_j > 0$  przy  $j = 1, 2, \dots, k$  oznacza określoną dla każdego z nich maksymalną przepustowość. Wzajemne przecinanie się kół zasięgu poszczególnych nadajników dzieli łączny obszar pokrycia sygnałem takiego układu stacji na skończoną liczbę  $I$  rozłącznych podzbiorów o niepustym wnętrzu. Podzbiory te oznaczone będą dalej jako  $Z_i$ , przy czym  $i = 1, 2, \dots, I$ . Dla każdego z nich, przy wykorzystaniu algorytmu prezentowanego w punkcie 3, można wyznaczyć wartość całki  $\int_{Z_i} \hat{f}(x) dx$ , która reprezentować będzie wartość zrealizowanego zapotrzebowania na usługi transmisji danych w obrębie  $i$ -tego obszaru.

Niech dana będzie macierz  $A$  o wymiarach  $k \times I$  o nieujemnych elementach, której wiersze związane są z poszczególnymi nadajnikami, a kolumny z obszarami  $Z_i$ . Element  $a_{j,i}$  reprezentuje wartość zapotrzebowania z obszaru  $Z_i$  realizowaną przez  $j$ -tą stację bazową. Przypadkowi, gdy  $i$ -ty obszar leży poza zasięgiem  $j$ -tego nadajnika, odpowiada  $a_{j,i} = 0$ . Przyjmując jako zmienne decyzyjne niezerowe elementy macierzy  $A$ , oznaczone poniżej jako  $a_{j,i}$ , wartość uogólnionego wskaźnika jakości, wyznaczana jest jako

$$\bar{E} = \max_{(a_{j,i})} \sum_{\substack{j=1,2,\dots,k \\ i=1,2,\dots,I}} a_{j,i}, \quad (7)$$

przy ograniczeniach

$$a_{j,i} \geq 0 \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, k \text{ i } i = 1, 2, \dots, I \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^I a_{j,i} \leq b_j \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, k \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^k a_{j,i} \leq \int_{Z_i} \hat{f}(x) dx \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I \quad (10)$$

Nierówność (9) reprezentuje ograniczenia przepustowości dla każdej ze stacji, a warunek (10) uniemożliwia przyjęcie dla  $i$ -tego obszaru realizację zapotrzebowania większego niż wynika to z całkowania charakterystyki gęstości miary zapotrzebowania. Jest to typowe zadanie programowania liniowego, a do jego rozwiązania można użyć klasycznej metody simplex. Wartości każdego z elementów  $a_{j,i}$ , uzyskane w trakcie obliczeń określają, jaka część transmisji pochodzącej z obszaru  $Z_i$  powinna zostać skierowana do  $j$ -tej stacji bazowej, aby uzyskać największą wartość wskaźnika jakości przy spełnieniu ograniczeń przepustowości dla każdego z zainstalowanych nadajników.

Ostatecznie, w wyniku rozważań przedstawionych powyżej w punktach 3-5 uzyskano uogólniony wskaźnik jakości umożliwiający ocenę układu stacji bazowych. Uwzględnione przy tym zostały wszystkie ograniczenia techniczne wymienione we wstępie do niniejszego artykułu.

## 6. WYZNACZENIE OPTYMALNEGO UKŁADU STACJI BAZOWYCH

Dysponując procedurą do określania jakości układu stacji bazowych, można przystąpić do wyznaczenia optymalnego ich układu. W tym celu zostaną zastosowane metody właściwe badaniom operacyjnym [3, 9].

Zgodnie z poczynionym we wstępie opisem uwarunkowań technicznych, wykorzystanie przez operatora telekomunikacyjnego różnych oddanych mu do dyspozycji częstotliwości radiowych, wymaga stosowania urządzeń nadawczo-odbiorczych istotnie różniących się parametrami użytkowymi. W prezentowanym modelu przyjęto możliwość wyboru w każdej z potencjalnych lokalizacji jednej spośród  $p$  możliwych wersji rozwiązań sprzętowych, przy czym  $p \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ . Opisane we wstępie ograniczenia poszczególnych wersji reprezentowane będą za pomocą parametrów  $r_i$  – promienia zasięgu, a także

$c_i$  – kosztu zakupu i montażu urządzeń nadawczo-odbiorczych stacji bazowej, przy czym  $i = 1, 2, \dots, p$ . Zakłada się, że numeracja wersji jest zgodna ze wzrastającą wartością  $c_i$ . Możliwa jest także opcja, w której nie następuje zamontowanie nadajnika, a której odpowiada  $i = 0$  oraz  $c_0 = 0$



Niech dany będzie wektor decyzyjny  $g = [g_1, g_2, \dots, g_l]$ , którego współrzędne mogą przyjmować wartości określone wyborem  $i$ -tej opisanej powyżej opcji, czyli  $g_j \in \{0, 1, \dots, p\}$ , reprezentując przypisanie pewnego wyboru  $j$ -tej pozycji z  $l$ -elementowej listy potencjalnych lokalizacji stacji bazowych. Poszukiwane będzie maksimum wyrażenia  $\max \bar{E}(g)$ , gdzie wartość funkcji  $\bar{E}$  na elemencie  $g$  oblicza się zgodnie z procedurą podaną w punkcie 5, po uwzględnieniu jedynie jego niezerowych współrzędnych, przy ograniczeniu

$$\sum_{i=1}^l c_{g_i} \leq C, \quad (11)$$

gdzie parametr  $C$  określa maksymalną wielkość dostępnych środków finansowych.

Problem poszukiwania wektora maksymalizującego wartość wskaźnika jakości  $\bar{E}$ , można sprowadzić do postaci zagadnienia sieciowego. Niech dane będzie  $l$ -poziomowe drzewo decyzyjne, w którym węzłowi poziomu 1 odpowiada wybór jednej z możliwych wartości  $g_1 \in \{0, 1, \dots, p\}$  dla pierwszej pozycji listy potencjalnych lokalizacji na stacje bazowe, węzłowi poziomu 2 odpowiada wybór  $g_2 \in \{0, 1, \dots, p\}$  dla drugiej pozycji po uprzednim wyborze  $g_1$ , i tak dalej, aż do pozycji  $l$ . Dokonanie wyboru jest równoznaczne z przyporządkowaniem danemu węzłowi  $j$ -tego poziomu kosztu  $c_{g_j}$ , odpowiadającego wybranej wersji urządzeń nadawczo-odbiorczych. Rozwiązaniem rozważanego problemu jest wyznaczenie ścieżki od węzła poziomu pierwszego do węzła poziomu ostatniego, opisanej przy pomocy wektora  $g$ , dla którego funkcja  $\bar{E}$  osiąga maksimum oraz spełnione jest ograniczenie (11). W celu rozwiązania tak sformułowanego zagadnienia, posłużono się algorytmem wykorzystującym metodę podziału i ograniczeń.

Po zakończeniu algorytmu przeszukiwania drzewa, wyznaczona w ten sposób ścieżka reprezentuje poszukiwaną optymalną konfigurację stacji bazowych.

## 7. UOGÓLNIENIE ZAGADNIENIA W CELU UWZGLĘDNIENIA WIELOLETNIEGO HORYZONTU PLANOWANIA

Zadanie wyznaczania optymalnego układu stacji bazowych, przedstawione w punkcie 6, można uogólnić w celu uwzględnienia planowania w horyzoncie  $T$  lat przy zmieniających się warunkach. Sformułowanie zadania w uogólnionej postaci dokonywane jest w sposób analogiczny jak w przypadku stacjonarnym (por. punkt 6), przy czym teraz będzie ono polegać na wyznaczeniu wektora  $g(t) = [g_1(t), g_2(t), \dots, g_{L(t)}(t)]^T$  dla każdego  $t \in \{1, 2, \dots, T\}$ , gdzie  $L(t)$  oznacza liczbę potencjalnych lokalizacji stacji bazowych w roku  $t$ .

Postać zadania pozwala w łatwy sposób uwzględnić czynniki niestacjonarne, np. różną dla kolejnych lat

wielkość dostępnych środków inwestycyjnych, czy też zmieniająca się charakterystykę popytu  $\hat{f}_t$ . Uzyskanie rozwiązania tak uogólnionego zadania planowania wymaga jedynie niewielkich technicznych zmian algorytmu stosowanego w przypadku stacjonarnym.

## 8. UWZGLĘDNIENIE ROZMYTEGO CHARAKTERU OCENY ZAPOTRZEBOWANIA NA USŁUGI TRANSMISJI DANYCH

Metodyka wyznaczania optymalnego układu stacji bazowych systemu LMDS przedstawiona w punktach 2-7, do oszacowania gęstości miary zapotrzebowania (1) wykorzystywała wielkość przewidywanego zapotrzebowania dla obiektów abonenckich, reprezentowaną za pomocą współczynników  $w_i$ . Podstawą ich określenia jest oszacowanie przyszłego popytu dokonywane dla poszczególnych odbiorców usług mieszczących się w danej lokalizacji. Oszacowanie takie dokonywane jest najczęściej na podstawie opinii eksperta, mającej charakter uznaniowy i nierzadko wyrażanej w formie werbalnej. Zazwyczaj polega ono na określeniu odchylenia od wartości najbardziej wiarygodnej w sytuacjach skrajnie korzystnej i niekorzystnej. Z powyższych powodów, dla uwzględnienia nieokreśloności danych, do opisu przewidywanego w budynku abonenckim zapotrzebowania wykorzystane będą liczby rozmyte [4].

Ze względu na możliwość opisu zgodną z podanym wyżej sposobem dokonania oszacowania, w rozważanym zagadnieniu zastosowano liczby rozmyte typu  $L$ - $R$ . Ich funkcja przynależności ma postać:

$$\mu_{w_i, \alpha_i, \beta_i}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{w_i - x}{\alpha_i}\right) & \text{dla } x \leq w_i \\ R\left(\frac{x - w_i}{\beta_i}\right) & \text{dla } x \geq w_i \end{cases}, \quad (12)$$

gdzie  $w_i \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha_i, \beta_i > 0$ ,  $L(0) = R(0) = 1$  oraz funkcja  $L: (-\infty, 0] \rightarrow [0, 1]$  jest niemalejąca, natomiast  $R: [0, \infty) \rightarrow [0, 1]$  nierosnąca. Liczba  $w_i$  reprezentuje tu zatem wartość maksymalną, natomiast  $\alpha_i$  i  $\beta_i$  stanowią odpowiednio o lewo- i prawostronnym rozmyciu wokół tej liczby.

Oznaczona jako  $A$  liczba rozmyta typu  $L$ - $R$  może być scharakteryzowana za pomocą trzech parametrów, co zapisuje się jako  $A = (w, \alpha, \beta)$ . W dalszych rozważaniach wykorzystane zostały następujące działania na tych liczbach:

$$A + B = (w_A + w_B, \alpha_A + \alpha_B, \beta_A + \beta_B) \quad (13)$$

$$A - B = (w_A - w_B, \alpha_A + \alpha_B, \beta_A + \beta_B) \quad (14)$$

$$c \cdot A = (cw_A, c\alpha_A, c\beta_A), \quad (15)$$

gdzie  $A$  i  $B$  oznaczają liczby rozmyte, natomiast  $c$  liczbę rzeczywistą. Adaptując stosowaną notację do zapisania liczby rzeczywistej w formie trójparametrycznej jako  $a = (a, 0, 0)$ , powyższe operacje mogą być stosowa-

ne także do dodawania i odejmowania liczb rozmytych i rzeczywistych.

Na potrzeby pracy przyjęto następującą postać funkcji  $L$  oraz  $R$ :

$$L(x) = R(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{dla } x \in [-1,1] \\ 0 & \text{dla } x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \end{cases} \quad (16)$$

Poprzez zastosowanie liczb rozmytych, zapotrzebowanie na usługi transmisji danych, dotychczas reprezentowane za pomocą rzeczywistego współczynnika  $w_i$ , uogólnione zostało do trójparametrycznej postaci rozmytej, przedstawianej dalej jako  $W_i = (w_i, \alpha_i, \beta_i)$ , gdzie  $w_i - \alpha_i \geq 0$  dla każdego  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Jak można zauważyć analizując postać wzorów (3) oraz (6), a także wpływ uogólnień prezentowanych w sekcjach 3.1 i 3.2, otrzymany ostatecznie wskaźnik jakości ma postać kombinacji liniowej trójparametrycznych liczb rozmytych  $W_i$ . Z uwagi na własności zastosowanych operacji (13)-(15), stanowi on także trójparametryczną liczbę rozmytą, oznaczaną dalej jako  $\bar{E}$ . Ze względu na naturalne trudności związane ze wskazaniem "lepszej" liczby rozmytej konieczne jest określenie metody porównywania układów stacji bazowych. W tym celu zastosowano teorię preferencji rozmytych [2].

O jakości układu nadajników, który jest reprezentowany przez wartość scharakteryzowanego za pomocą funkcji przynależności  $\mu_{\bar{E}}$  uogólnionego wskaźnika jakości

$\bar{E}$ , decyduje zatem następująca funkcja preferencji:

$$P(\bar{E}) = \delta \frac{\int_{\min \text{supp } \mu_{\bar{E}}}^{\max \text{supp } \mu_{\bar{E}}} x \mu_{\bar{E}}(x) dx}{\int_{\min \text{supp } \mu_{\bar{E}}}^{\max \text{supp } \mu_{\bar{E}}} \mu_{\bar{E}}(x) dx} + (1-\delta) \min \text{supp } \mu_{\bar{E}} \quad (17)$$

gdzie  $\delta \in [0,1]$ . Jest ona kombinacją liniową dwóch najczęściej stosowanych w praktyce reguł decyzyjnych [1]: reguły bayesowskiej oraz minimaksowej. Reguła bayesowska ma charakter realistyczny, a o wartości oceny rozstrzyga tu wartość średnia liczby rozmytej. Druga z wymienionych – reguła minimaksowa – reprezentuje podejście pesymistyczne, w którym o ocenie przesądza najgorszy z możliwych scenariuszy. Za pomocą parametru  $\delta$  określa się stopień wyboru postawy realistycznej względem pesymistycznej, odpowiadający przyjętej w procesie planowania strategii inwestycyjnej operatora telekomunikacyjnego.

W przypadku liczby trójparametrycznej  $\bar{E} = (\bar{E}, \alpha, \beta)$  dla funkcji  $L$  i  $R$  danych wzorem (16), wartość funkcji preferencji (17) wyraża się formułą

$$P(\bar{E}) = \delta \left( \bar{E} + \frac{3(\beta - \alpha)}{8} \right) + (1-\delta)(\bar{E} - \alpha) =$$

$$= \bar{E} - \alpha + \delta \left( \frac{5\alpha + 3\beta}{8} \right) \quad (18)$$

Ostatecznie, wyczerpuje to założenia dotyczące algorytmu planowania, sformułowane we wstępie do niniejszego artykułu.

Prezentowany materiał oparty jest na badaniach opracowanych w pracy doktorskiej [10] i przedstawionych do publikacji w ramach szczegółowego artykułu [6]. Szersze omówienie zastosowań estymatorów jądrowych do zagadnień analizy systemowej zawiera monografia [5].

#### OPTIMAL CONFIGURATION OF BASE-STATIONS IN THE LMDS WIRELESS DATA TRANSMISSION SYSTEM

**Abstract:** The subject of this article is the task of planning for the use of the LMDS (Local Multipoint Distribution System) broadband wireless data transmission system. In order to obtain the optimal configuration of its base stations, the statistical kernel estimators methodology was applied, with fuzzy logic as well as operations research methods. The result was a procedure allowing the definition of the above configuration based on the location of potential clients and the estimation of demand corresponding to them.

#### Literatura

- [1] Berger J.O. (1980) Statistical Decision Theory. Springer-Verlag, New York.
- [2] Fodor J., Roubens M. (1994) Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Support. Kluwer, Dordrecht.
- [3] Garfinkel R.S., Nemhauser G.L. (1978) Programowanie całkowitoliczbowe. PWN, Warszawa.
- [4] Kacprzyk J. (1986) Zbiory rozmyte w analizie systemowej. PWN, Warszawa.
- [5] Kulczycki P. (2005) Estymatory jądrowe w analizie systemowej. W druku.
- [6] Kulczycki P., Wąglowski J. (2005) Planning of Optimal Locations in the LMDS Wireless Data Transmission System. W druku.
- [7] Laibo J., Wacker A., Novosad T., red. (2001) Radio Network Planning and Optimization for UMTS. Wiley, New York.
- [8] Tutschku K., Tran-Gia P. (1996) Spatial traffic estimation and characterization for mobile communication network design. *IEEE Journal on Selected Areas of Communication*, 16, 804-811.
- [9] Wagner H.M. (1980) Badania operacyjne. PWE, Warszawa.
- [10] Wąglowski J. (2005) Metoda planowania optymalnego układu stacji bazowych bezprzewodowego systemu transmisji danych LMDS. Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa, praca doktorska, 2005.
- [11] Wand M.P., Jones M.C. (1994) Kernel Smoothing. Chapman and Hall, London.



Instytut Badań Systemowych  
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4