



**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

**TECHNIKI INFORMACYJNE
TEORIA I ZASTOSOWANIA**

Wybrane problemy
Tom 1(13)

poprzednio

**ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH
I ZARZĄDZANIU**

Pod redakcją
Jerzego HOŁUBCA

Warszawa 2011



**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

TECHNIKI INFORMACYJNE TEORIA I ZASTOSOWANIA

Wybrane problemy
Tom 1(13)

poprzednio

**ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH
I ZARZĄDZANIU**

Pod redakcją
Jerzego HOŁUBCA

Warszawa 2011

Wykaz opiniodawców artykułów zamieszczonych
w niniejszym tomie:

Dr hab. inż. Przemysław GRZEGORZEWSKI, prof. PAN

Prof. dr hab. inż. Jerzy HOŁUBIEC

Dr inż. Tatiana JAWORSKA

Dr hab. inż. Wiesław KRAJEWSKI, prof. PAN

Dr hab. inż. Maciej KRAWCZAK, prof. PAN

Dr hab. Michał MAJSTEREK

Dr hab. inż. Andrzej MYŚLIŃSKI, prof. PAN

Prof. dr hab. inż. Witold PEDRYCZ

Dr hab. inż. Ryszard SMARZEWSKI, prof. KUL

Prof. dr hab. inż. Andrzej STRASZAK

Dr Dominik ŚLĘZAK

Prof. dr hab. inż. Stanisław WALUKIEWICZ

© Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 2011

ISBN 9788389475336

TRENDY CYKLICZNE – FALKI – KRYZYSY WALUTOWE

Przemysław M. Janicki¹
Studia Doktoranckie IBS PAN

1. Wprowadzenie do teorii kryzysów walutowych

Nie jest łatwo jednoznacznie zdefiniować pojęcie kryzysu walutowego (por. przegląd definicji w [Gruszczyński, 2003]). Często cytowaną, także w opracowaniach Międzynarodowego Funduszu Walutowego, jest definicja sporządzona przez J. Frankela i A. Rose'a [Frankel, Rose, 1996]. Według tej definicji, z kryzysem walutowym mamy do czynienia wówczas, gdy (a) w ciągu roku nastąpi co najmniej 25-procentowa deprecjacja nominalnego kursu waluty krajowej i (b) stopa deprecjacji będzie wyższa przynajmniej o 10 punktów procentowych od deprecjacji w roku poprzednim. Sami autorzy przyznają w dalszej części pracy, że 25-procentowy punkt graniczny został ustalony arbitralnie. Przeprowadzona analiza wrażliwości wykazała bowiem, że inna (bardziej precyzyjna) wartość nie zmieniłaby w sposób znaczący wyników ich badań. Jednocześnie nie precyzują oni, względem której waluty definiuje się kurs walutowy, przyjmują jednak powszechną praktykę relatywizowania waluty krajowej do dolara amerykańskiego. Warunek (b) wyklucza przypadki krajów, dla których warunek (a) jest spełniany rokrocznie, tzn. 25-procentowe zmiany nominalnego kursu waluty krajowej następują rok po roku. Kraje te, jak podają Frankel i Rose, charakteryzują się wysokimi stopami inflacji, z którymi wiążą się oczekiwania wysokich stóp deprecjacji waluty.

W latach 1971-1992 wydarzyło się, zgodnie z przytoczoną definicją, 117 kryzysów walutowych w krajach rozwijających się (jeśli wykluczyć te kryzysy, które miały miejsce w „oknie” stanowiącym 3-letni okres po wystąpieniu ostatniego kryzysu, liczba ta zmniejszy się o 74).

Kryzysy walutowe występują jedynie w gospodarkach otwartych na przepływ kapitału. Cytując profesora Andrzeja Sławińskiego [Małecki i in., 2001], istotą kryzysu walutowego jest nagła utrata zaufania rynków finanso-

¹ Wyniki obliczeń w części poświęconej analizie harmonicznej (punkt 5 a) uzyskano przy udziale Katarzyny Pogorzelskiej.

wych do danej waluty. Czynnikiem prowadzącym do wybuchu kryzysu walutowego jest często zaskoczenie inwestorów wynikające z pojawienia się złej, z ich punktu widzenia, informacji. Za przykład może służyć sytuacja w Meksyku w grudniu 1994 r. (por. [Małecki i in., 2001] i dalsza część niniejszej pracy), kiedy to wśród inwestorów wybuchła panika, po tym jak Bank Meksyku ogłosił, że dysponuje jedynie 10 miliardami dolarów² rezerw, podczas gdy kilka miesięcy później upływał termin wykupu wyemitowanych przez rząd, denominowanych w dolarach bonów skarbowych o wartości niemal trzykrotnie je przewyższającej. Nastrój paniki skwapliwie wykorzystali spekulanci, potęgując swym atakiem odpływ kapitału.

Warto zauważyć, że kryzysy walutowe nie zawsze kończą się faktyczną utratą wartości przez walutę krajową, przynajmniej w takiej skali, jaką przyjęto w przytoczonej definicji. Załamanie kursu nie następuje dzięki szybkiej i skutecznej interwencji banku centralnego państwa. Dobrą ilustracją tego stwierdzenia jest sytuacja, która miała miejsce w 1998 r. w Hongkongu. Wykorzystując zaburzenia na międzynarodowych rynkach finansowych, związane z kryzysem rosyjskim, inwestorzy podjęli próbę wywołania kryzysu walutowego w Hongkongu. Nie liczyli przy tym nawet, że w wyniku masowej sprzedaży dolarów hongkongskich doprowadzą do dewaluacji tej waluty, wiedząc że bank centralny dysponował rezerwami rzędu 100 miliardów dolarów. Rzeczywistym celem spekulantów było bowiem wywołanie wzrostu stopy procentowej, który jest następstwem odpływu kapitału (por. [Małecki i in., 2001]).

Rosnąca liberalizacja rynków kapitałowych (zwłaszcza finansowych) oraz globalizacja sprawiają, że kursy walut poddawane są coraz większej presji ze strony kapitału międzynarodowego. Znajduje to odzwierciedlenie w rosnącej liczbie kryzysów w ostatnim dwudziestoleciu. Wraz ze zmianami zachodzącymi w gospodarkach poszczególnych państw i gospodarce światowej ewoluowały poglądy na przyczyny i mechanizmy kryzysów walutowych. Krótkie omówienie tych poglądów można znaleźć w: [Małecki i in., 2001], [Gruszczyński, 2003], [Szczepańska i in., 2003].

Powyższe uwagi skłaniają do konkluzji, że kryzysy walutowe są zjawiskami, które niezwykle trudno – jeśli w ogóle – można przewidzieć. Chociaż aktualny stan gospodarki kraju i jego bilansu płatniczego stanowi rodzaj systemu wczesnego ostrzegania (por. punkt 2. pracy), przewidzenie momentu wybuchu kryzysu jest raczej niemożliwe. Eichengreen [Eichengreen, 1998] porównu-

² W niniejszej pracy, jeśli nie zaznaczono inaczej, termin *dolar* odnosi się do dolara amerykańskiego (USD).

je próby prognozowania kryzysu walutowego do prób przewidzenia wybuchu wulkanu. W obu przypadkach występujące objawy pozwalają przypuszczać nieuchronność wybuchu, jednak nie dają podstaw do twierdzeń kategoriycznych o czasie, w którym on nastąpi i czy w ogóle nastąpi.

2. Przypadek Brazylii, Meksyku, Czech i Rosji

W punkcie tym dokonamy krótkiej charakterystyki sytuacji gospodarczej poprzedzającej moment wybuchu kryzysu w czterech państwach: Brazylii, Meksyku, Czechach i Rosji³.

Brazylia

Jednym z głównych problemów Brazylii był stale i w szybkim tempie powiększający się dług publiczny, będący przede wszystkim skutkiem połowicznych reform strukturalnych (zwłaszcza systemu podatkowego i emerytalnego). Stale rosnący deficyt budżetowy był przez całe dziesięciolecie finansowany emisją pieniądza, co doprowadziło do hiperinflacji w latach 90. Utrzymujące się niekorzystne saldo w handlu zagranicznym potęgowało obawy, że Brazylia – podobnie jak Rosja – jest ryzykownym miejscem dla lokowania kapitału. Ogłoszenie jednostronnego moratorium na spłatę długów jednego ze stanów wobec skarbu państwa było dla inwestorów wyraźnym sygnałem, że kolejna próba wdrożenia reform (programu oszczędnościowego uzgodnionego z MFW) może się nie udać. Wywołało to nerwowość na giełdzie i rynkach walutowych. Podjęta kilka dni później decyzja o poszerzeniu marginesu fluktuacji reala wywołała masową ucieczkę kapitałów zagranicznych. Między 11 a 18 stycznia 1999 r. real utracił 30% wartości.

Meksyk

Od początku lat 90. Meksyk stał się głównym odbiorcą kapitałów zagranicznych w Ameryce Środkowej. Związane to było głównie z koniecznością importu kapitałów, wynikającą z niskiego poziomu oszczędności krajowych. Główną przyczyną niskiej skłonności do oszczędzania było drastyczne obniżenie poziomu życia ludności w „straconej dekadzie” lat 80. Gospodarstwa domowe chętnie przeznaczają dodatkowe dochody na konsumpcję, której wielkość potęgowana była wskutek boomu kredytowego lat 90. Jednocześnie rosły rezerwy walutowe, ponieważ napływ kapitałów zagranicznych przewyższał deficyt obrotów bieżących. Bardzo niekorzystnie przedstawiała się jednak

³ Zamieszczone tutaj informacje stanowią streszczenie obszernej charakterystyki sytuacji gospodarczej wymienionych krajów przedstawionej w [Małecki i in., 2001].

struktura napływającego kapitału: były to w większości krótkoterminowe inwestycje portfelowe, a więc lokaty o charakterze spekulacyjnym. W grudniu 1994 r. bony skarbowe denominowane w dolarach (Tesobonos) stanowiły 87% *inwestycji w państwowe papiery dłużne*.

Pierwsza fala odpływu kapitału nastąpiła po serii zabójstw na tle politycznym. Decyzje inwestorów wzmacniała niekorzystna różnica stóp procentowych w USA i Meksyku. Działania Banku Meksyku podjęte w obronie peso doprowadziły do znacznego spadku rezerw walutowych, tak że w grudniu 1994 r. wynosiły one już tylko 10 miliardów dolarów. Kilka miesięcy później następował termin wykupu emisji Tesobonos o wartości niemal trzykrotnie przewyższającej wartość rezerw. Informacja o stanie rezerw spowodowała wybuch paniki na rynkach finansowych i gwałtowny odpływ kapitału, spotęgowany decyzją o upłynnieniu kursu peso. W wyniku tego kryzysu peso straciło na wartości 40%, tempo inflacji zwiększyło się do ponad 50%, zaś stopa inwestycji spadła o 28%.

Czechy

Kryzys walutowy, do którego doszło w maju 1997 r. był spowodowany radykalnym otwarciem gospodarki na wymianę międzynarodową bez uprzedniej restrukturyzacji na szczeblu mikro, co wiązało się z wadliwie i nie do końca przeprowadzoną prywatyzacją. Jej trzonem była powszechna prywatyzacja (tzw. kuponowa), której ostatecznym rezultatem była koncentracja własności w funduszach inwestycyjnych kontrolowanych przez pozostające w rękach państwa banki. Nie miały one woli, umiejętności a przede wszystkim środków do przeprowadzenia niezbędnej restrukturyzacji. Skuteczna polityka otwierania gospodarki na wymianę z zagranicą połączona z szybką integracją dobrze rozwiniętych rynków: pieniężnego i walutowego z rynkami międzynarodowymi, która była następstwem uczynienia korony walutą wymienialną (zewnątrznie) przyczyniła się do bardzo optymistycznych ocen czeskiej gospodarki, które znalazły wyraz m.in. w znaczącym napływie kapitału zagranicznego. Zmusiło to jednak Czeski Bank Narodowy do interwencji w latach 1994-1995 w celu utrzymania stabilnego kursu nominalnego korony. W 1996 r. nastąpiło wyraźne zwiększenie zapotrzebowania na finansowanie zagraniczne ze strony sektora prywatnego: rosnącym inwestycjom prywatnym towarzyszył spadek krajowych oszczędności prywatnych, będący przede wszystkim wynikiem obniżenia rentowności przedsiębiorstw na skutek niewłaściwego zarządzania. W kwietniu 1997 r. wystąpiły pierwsze objawy słabnięcia korony, co było wyrazem wzrostu nieufności do czeskiej waluty w związku z pojawiającymi się informacjami o pogarszaniu się sytuacji gospodarczej i krytyką rządowego programu stabi-

zacyjnego oraz publiczną krytyką polityki monetarnej banku centralnego ze strony rządu. 15 maja 1997 r. bank centralny interweniował po raz pierwszy od roku w obronie kursu korony, który spadł do poziomu 5% poniżej kursu parytetowego. W czasie trwania kryzysu deprecjacja korony wyniosła około 9%. Nie był on szczególnie ostry, także jeśli wziąć pod uwagę skalę utraconych rezerw walutowych. Nie doszło także do odpływu kapitału zagranicznego na większą skalę.

Rosja

U źródeł kryzysu leżało przyzwolenie władz na nadmierne wykorzystanie napływającego kapitału zagranicznego jako czynnika pozwalającego odsunąć w czasie trudne decyzje związane z koniecznością zmniejszenia deficytu budżetowego. Restrykcyjna polityka pieniężna doprowadziła do spadku inflacji, ale i zmniejszenia wpływów podatkowych budżetu będących następstwem powszechnego wykorzystywania surogatów pieniądza jako środków płatniczych. Szybko porzucono nadzieje na zrównoważenie budżetu, decydując się na bezinflacyjne finansowanie deficytu na drodze emisji papierów skarbowych, głównie krótkoterminowych bonów skarbowych GKO. Liberalizacja przepisów dewizowych w 1995 r., dzięki której banki uzyskały możliwość zaciągania za granicą nisko oprocentowanych pożyczek dewizowych sprzyjała kupowaniu przez rosyjskie banki dużych ilości bonów skarbowych. Sprzedawane bankowi centralnemu dewizy szybko powiększały stan rezerw walutowych. W 1996 r. do inwestycji w GKO dopuszczono inwestorów zagranicznych. W latach 1996-1997 krótkoterminowe zadłużenie zagraniczne Rosji zwiększyło się do poziomu 33 miliardów dolarów, przekraczając znacznie wielkość rezerw walutowych banku centralnego, które dodatkowo topniały na skutek dokonywanych interwencji w celu podtrzymania kursu rubla. Dało to inwestorom podstawę do sądzenia o nieuchronności dewaluacji waluty rosyjskiej. Jednocześnie rosyjskie banki, chcąc uchronić się przed ryzykiem kursowym, rozpoczęły spłatę zadłużenia zagranicznego. W tym celu sprzedawały GKO, kupując waluty potrzebne do spłaty zaciągniętych kredytów. Przy dużej nerwowości inwestorów, wyprzedaż GKO przemieniła się w paniczną ucieczkę kapitałów. Bank centralny miał za mało rezerw, by skutecznie bronić rubla. 17 sierpnia 1998 r. nastąpił gwałtowny spadek jego kursu.

3. Podstawy analizy harmonicznej

U podstaw analizy harmonicznej zjawiska okresowości (cykliczności) w szeregach czasowych leży spostrzeżenie, że dowolną funkcję analityczną określoną na skończonym przedziale prostej rzeczywistej można przybliżyć

z żadaną dokładnością przez ważoną sumę funkcji sinus i kosinus o rosnących częstotliwościach (por. [Pollock, 1999], str. 555):

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t)) \quad (3.1)$$

Wzór (3.1) można rozpatrywać jako tzw. fourierowską reprezentację procesu stochastycznego $f(t)$. Nieznane współczynniki Fouriera można wyznaczyć na podstawie znanych wzorów (por. np. [Milo, 1983]). Korzystając ze wzoru Eulera $\exp(ix) = \cos(x) + i \sin(x)$, gdzie i oznacza jednostkę urojoną ($i^2 = -1$), można przekształcić daną funkcję za pomocą transformaty Fouriera postaci:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-it\omega) dt \quad (3.2)$$

Takie przekształcenie funkcji f jest bezstratne, rekonstrukcji funkcji f można dokonać zgodnie ze wzorem:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(it\omega) d\omega \quad (3.3)$$

Transformata Fouriera tak przekształca daną funkcję f , by wyeksponować jej własności okresowe (częstotliwościowe). Para funkcji (3.2)-(3.3) stanowi więc pomost między analizą w dziedzinie czasowej i częstotliwościowej, jeśli tylko interpretować f jako funkcję czasu.

Podobne spostrzeżenie pozostaje prawdziwe dla szeregu liczbowego, który można rozpatrywać jako funkcję określoną na podzbiórze zbioru liczb całkowitych o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych. Ten rezultat wykorzystuje się w analizie ekonomicznych szeregów czasowych, przyjmując najczęściej skończoną liczbę wyrazów dla szeregu w (3.1). Zapis N -wyrazowego modelu składowej periodycznej przyjmie postać:

$$y(t) = a_0 + \sum_{k=1}^K (a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t)), \quad (3.4)$$

gdzie: $h_k = a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t)$ oznacza k -tą harmonikę, $t = 1, 2, \dots, N$,

$K = N/2$, $\omega_k = \frac{2\pi}{N} k$ oznacza częstotliwość, $0 \leq \omega_k \leq \pi$. Kolejne harmoniki

wykazują cykle o długości $N, \frac{1}{2}N, \frac{1}{3}N, \dots, 2$.

Ponieważ dla $k = K$ funkcja sinus przyjmuje wartość 0, zatem równanie (3.4) można przepisać w postaci:

$$y(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{K-1} (a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t)) + a_K \cos(\omega_K t) \quad (3.5)$$

Częstotliwość $\omega_k = \pi$ jest zwana częstotliwością Nyquista. Chociaż proces generujący dane może zawierać komponenty o częstotliwościach wyższych niż częstotliwość Nyquista, w praktyce zostaną one „pochłonięte” przez składowe o częstotliwościach niższych. Łatwo to zauważyć na przykładzie (por. [Pollock, 1999], str. 556) procesu zawierającego jedynie czystą składową kosinusoidalną o jednostkowej amplitudzie i zerowej fazie, którego częstotliwość ω spełnia relację $\pi < \omega < 2\pi$:

$$\cos(\omega t) = \cos(2\pi - \omega^* t) = \cos(2\pi) \cos(\omega^* t) + \sin(2\pi) \sin(\omega^* t) = \cos(\omega^* t),$$

gdzie $\omega^* = 2\pi - \omega$. Wynika stąd, że częstotliwości ω i ω^* są obserwacyjnie nierozróżnialne (obserwacyjnie równoważne).

Postać (3.5) pozwala oszacować nieznanne parametry metodą najmniejszych kwadratów. Można również skorzystać z gotowych wzorów (por. [Milo, 1983], str. 65), które zostały wyprowadzone przy wykorzystaniu m. in. własności ortogonalności funkcji sinus i kosinus (dowolna składowa okresowa nie jest skorelowana z żadną inną składową). Ocena parametru a_0 jest średnią szeregu y_t . Całkowicie naturalnym wydaje się pomiar „ważności” składowych okresowych za pomocą udziału poszczególnych harmonik w objaśnieniu wariancji szeregu y_t . Podnosząc do kwadratu otrzymane na podstawie równania (3.5) różnice $y(t) - \hat{a}_0$ ⁴, sumując otrzymane kwadraty i korzystając z własności funkcji sinus i kosinus otrzymamy (por. [Chow, 1995], str. 247-248):

$$S^2 = \sum_{k=1}^K (y(t) - \hat{a}_0)^2 = \frac{N}{2} \sum_{k=1}^{K-1} (\hat{a}_k^2 + \hat{b}_k^2) + N \hat{a}_K^2, \quad (3.6)$$

skąd płynnie bezpośredni wniosek, że udział części wariancji zmiennej $y(t)$,

⁴ Daszek nad symbolem parametru oznacza w tej pracy estymator lub – w zależności od kontekstu – jego wartość obliczoną na podstawie danych próbkowych, tzn. oszacowanie parametru.

kóra jest uwzględniona przez $K-1$ pierwszych harmonik w ogólnej wariancji \hat{S}^2 wynosi $\frac{\hat{c}_k^2}{2\hat{S}^2}$, a przez ostatnią harmonikę: $\frac{\hat{a}_K^2}{\hat{S}^2}$, gdzie $\hat{c}_k^2 = \hat{a}_k^2 + \hat{b}_k^2$, $\delta^2 = \frac{1}{N}\hat{S}^2$, $k = 1, 2, \dots, K-1$.

Wizualnej oceny udziału poszczególnych harmonik w objaśnieniu całkowitej wariancji szeregu dokonać można na podstawie analizy periodogramu, tzn. wykresu par liczb: częstotliwości $\nu_k = \frac{2\pi}{\omega_k}$ i odpowiadających im kwadratów amplitud \hat{c}_k^2 , $k = 1, 2, \dots, K^5$. Hipotezę dotyczącą statystycznej istotności wpływu harmoniki o częstotliwości ω_k na objaśnianą zmienną można zweryfikować wykorzystując poniższy test (por. [Milo, 1983], str. 215-216):

$$\begin{aligned} H_0 : a_k = b_k = 0 \\ H_1 : a_k \neq 0 \vee b_k \neq 0, k=1, 2, \dots \\ F_k = \frac{N\hat{c}_k^2}{4\hat{S}^2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej statystyka (3.7) ma rozkład F-Snedecora o 2 i $2q + 1$ stopniach swobody (q – liczba składowych harmonicznych).

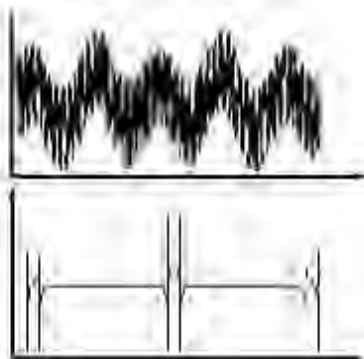
W praktyce postępowanie odbywa się według przedstawionego schematu, tzn. w pierwszej kolejności szacuje się wartości parametrów modelu (3.5) by następnie do modelu trendu cyklicznego wprowadzić tylko te składowe okresowe, które w największym stopniu objaśniają wariancję badanej zmiennej (wybór arbitralny) lub – opierając się na wynikach podanego testu – tylko harmoniki istotne statystycznie. Przy wyborze harmonik można również oprzeć się na teorii ekonomii, jeśli tylko ta formułuje odpowiednie twierdzenia.

4. Wprowadzenie do teorii falek

W przypadku większości szeregów czasowych, analiza fourierowska jest szczególnie użyteczna, a czasami wręcz niezbędna, ze względu na znaczenie

⁵ Ze względu na specyfikę narzędzia wykorzystanego do obliczeń, prezentowane periodogramy będą wykresami par liczb: częstotliwości ν_k i iloczynów $\frac{N}{2}\hat{c}_k^2$, co jednak w żaden sposób nie wpływa na poprawność wniosków z analizy periodogramu.

aspektu częstotliwościowego analizowanego sygnału⁶. Niestety, analiza ta ma dość poważną wadę. Po przekształceniu sygnału za pomocą transformaty (3.2) tracimy możliwość analizy w dziedzinie czasowej. Innymi słowy, spoglądając na fourierowską transformację danego sygnału nie jesteśmy w stanie powiedzieć, kiedy dane zjawisko miało miejsce. Stwierdzenie to zilustrowano poniżej. Jest to typowa dla analizy fourierowskiej para wykresów, którą można otrzymać po zastosowaniu pary funkcji (3.2)-(3.3).



Wykres górny przedstawia pewien szereg czasowy (na osi odciętych odłożono czas), którego reprezentację częstotliwościową przedstawiono na rysunku dolnym (na osi odciętych odłożono częstotliwość). Na osi rzędnych zaznaczono amplitudę.

Wada ta nie stanowi być może dużego problemu w przypadku szeregów, których własności nie zmieniają się istotnie w czasie, a zatem w przypadku szeregów stacjonarnych. W przypadku jednak większości sygnałów mamy do czynienia z niestacjonarnością, będącą ważną cechą charakterystyczną szeregu, z którą nie radzi sobie analiza fourierowska. Między innymi w takich przypadkach konieczne jest inne podejście, niemające wymienionej wady. Takim podejściem jest właśnie analiza falkowa sygnałów.

Analiza falkowa jest w stanie odkryć te własności analizowanego sygnału, które inne techniki pomijają, jak np. trendy, punkty załamania i punkty zwrotne, nieciągłość w pochodnych sygnału wyższego rzędu, samopodobieństwo. Prezentuje ona inne podejście do analizy sygnałów niż tradycyjne techniki, umożliwiając przy tym kompresję i usunięcie szumu z sygnału bez istotnej

⁶ W części pracy dotyczącej analizy falkowej określenia *szereg czasowy* i *sygnał* będą używane wymiennie.

utruty informacji. Ideę analizy falkowej można przedstawić następująco.

Mówiąc najogólniej, transformacja falkowa sygnału $y(t) : y(t) \leftrightarrow Y_v^\mu$ jest zdefiniowana jako rzut (projekcja) sygnału $y(t)$ na rodzinę funkcji stanowiących rezultat skalowania i translacji pewnej prototypowej funkcji falkowej $\psi(t)$, tzn.

$$W\{y(t)\} = Y_v^\mu = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\psi_v^\mu(t)dt, \quad (4.1)$$

$$\psi_v^\mu(t) = |\mu|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-\nu}{\mu}\right) \quad (4.2)$$

Przy tych oznaczeniach μ i ν są – odpowiednio – parametrami skali i przesunięcia, przy czym zachodzi: $-\infty < \mu, \nu < \infty$ oraz $\mu \neq 0$. Warunkiem koniecznym i dostatecznym odwracalności tej transformacji jest spełnienie przez $\psi(t)$ warunku dopuszczalności (por. [Wornell, 1996], str. 11) postaci:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(\omega)|^2 |\omega|^{-1} d\omega = C_\psi < \infty, \quad (4.3)$$

gdzie $\Psi(\omega)$ jest transformatą Fouriera falki $\psi(t)$ zdefiniowaną, zgodnie ze wzorem (3.2) jako:

$$\Psi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \exp(-it\omega) dt \quad (4.4)$$

Warunek (4.3) możemy interpretować jako wymaganie, by wraz z nieograniczonym wzrostem $|\omega|$ wartość $|\Psi(\omega)|^2$ dążyła do zera szybciej niż $|\omega|^{-1}$. Z warunku dopuszczalności (4.3) i przy założeniu całkowalności z kwadratem⁷ wynika, że $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$, co jest równoważne z równością $\Psi(0) = 0$.

Analogicznie do (3.3) możemy zdefiniować przekształcenie odwrotne do (4.4)

⁷ Funkcja zmiennej rzeczywistej t , $f(t)$, jest całkowalna z kwadratem, jeśli zachodzi:
 $\int_{t \in \mathfrak{R}} |f(t)|^2 dt < \infty$.

jako:

$$y(t) = W^{-1}\{Y_v^\mu\} = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Y_v^\mu \psi_v^\mu(t) \mu^{-2} d\mu dv \quad (4.5)$$

Pod pewnymi warunkami jest możliwe zrekonstruowanie sygnału bazując wyłącznie na Y_v^μ i oknie zdefiniowanym wzorami: $\mu = a^{-m}$, $v = nba^{-m}$, gdzie: m i n są całkowitymi współczynnikami skalowania i translacji, przy czym $-\infty < m, n < \infty$, zaś a i b są odpowiednio dobranymi przyrostami współczynników a i b . W takim przypadku mówi się, że nieskończenie przeliczalna rodzina funkcji $\psi_v^\mu(t)$ tworzy rozpięcie.

Można skonstruować takie falki i okna, dla których odpowiednie przekształcenie sygnału jest nie tylko odwracalne, ale i ma własność ortonormalności. Cecha ta jest bardzo wygodna ze względów analitycznych, jako że posiada pożądane własności numeryczne. W szczególności rozważa się diadyczne ortonormalne bazy falkowe, tzn. dla $a=2$ i $b=1$, które były szeroko omawiane w literaturze przedmiotu.

Ortonormalna transformacja falkowa sygnału $y(t)$: $y(t) \leftrightarrow y_v^\mu$ może być opisana w kategoriach pary równań syntezy – analizy:

$$W_d^{-1}\{y_n^m\} = \sum_m \sum_n y_n^m \psi_n^m(t), \quad (4.6)$$

$$y_n^m = W_d\{y(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \psi_n^m(t) dt \quad (4.7)$$

Ma ona tę szczególną własność, że ortogonalne funkcje bazowe są rezultatem skalowania i translacji tej samej funkcji zwanej falką podstawową $\psi(t)$. W szczególności, $\psi_n^m(t) = 2^{m/2} \psi(2^m t - n)$, gdzie m i n są współczynnikami skali i przesunięcia.

W pracy tej (por. punkt 5b) szeregi czasowe poddane zostały dyskretnej wielorozdzielczej analizie falkowej (por. np. [Wollock, 1996], str. 16-23). Wykorzystano przy tym następujące falki: falkę Haara, jako falkę o najprostszej formie, jedną z falek Coifmana (coiflet 1) oraz falkę 1.3 z rodziny falek biortonormalnych. Ich postać i wybrane własności zaprezentowano w punkcie 5b.

Dyskretna analiza falkowa sygnału $y(t)$ sprowadza się do wyznaczania jego dyskretnych transformatów falkowych, będących iloczynami skalarnymi sygna-

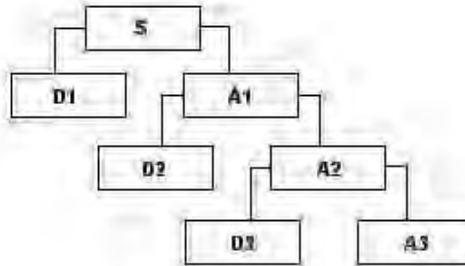
tu y i ciągu funkcji ψ_n^m . Iloczyny te nazywamy współczynnikami falkowymi. Zachodzi następująca równość definiująca dyskretną transformację odwrotną (por. (4.6)):

$$y(t) = \sum_m \sum_n \langle y; \psi_n^m \rangle \psi_n^m = \sum_m \sum_n d_m[n] \psi_n^m, \quad (4.8)$$

przy czym współczynniki falkowe $d_m[n] = \langle y; \psi_n^m \rangle$ reprezentują wspólne cechy sygnału y i falki ψ_n^m , tzn. dwa parametry m i n zapewniają dostęp do określonych cech sygnału. Korzystając z wyników analizy wielorozdzielczej równanie (4.8) możemy przepisać w postaci:

$$y(t) = \sum_{j=-\infty}^J \sum_n d_j[n] + \sum_n a_j[n] \varphi_n^j, \quad (4.9)$$

przy czym $a_j[n] = \langle y; \varphi_n^j \rangle$, zaś funkcja φ jest tzw. funkcją skalującą wielorozdzielczej reprezentacji sygnału (por. np. [Białasiewicz, 2000], str. 91). W praktyce najczęściej upraszcza się ten wzór tak, by $j = 1, 2, \dots, J$. Proces analizy wielorozdzielczej jest procesem iteracyjnym. W wyniku każdej iteracji uzyskujemy składową wielkoczęstotliwościową zwaną detalem D_j , która nie podlega analizie w następnych iteracjach oraz składową małowczęstotliwościową A_j , zwaną aproksymacją analizowanego sygnału oryginalnego S . Kolejne aproksymacje podlegają dalszej dekompozycji. Graficznym obrazem tego procesu jest drzewo dekompozycji falkowej, przedstawione poniżej ($J = 3$):



Wraz ze zwiększeniem indeksu poziomu rozwinięcia j (co odpowiada zmniejszeniu rozdzielczości) udział detali w reprezentacji sygnału maleje, tzn. wraz ze

⁸ Symbol $\langle ; \rangle$ oznacza tutaj operator iloczynu skalarnego.

zmniejszaniem rozdzielczości maleje zawartość szczegółów w aproksymacji sygnału (por. rysunki 1a, 1b, 1c, przedstawiające przykładowe dekompozycje interesujących nas szeregów czasowych). Pełna informacja o sygnale oryginalnym jest zachowana w zbiorze złożonym ze wszystkich detali jego rozwinięcia i aproksymacji najniższego poziomu rozdzielczości (w tym rozwinięciu). Dla sygnału S , którego drzewo dekompozycji przedstawiono powyżej (takim sygnałem może być każdy z czterech szeregów opisywanych w tej pracy, ponieważ przyjęliśmy założenie, że największy poziom rozdzielczości wyniesie 3) można więc zapisać: $y = A3 + D3 + D2 + D1$. W zasadzie, dla szeregu czasowego liczącego $2k$ obserwacji, możemy przeprowadzać analizę do k -tego poziomu rozwinięcia.

Po dokonaniu dekompozycji sygnału można dokonać jego kompresji. Opiera się ona na założeniu, że każdy sygnał może być z wystarczającą dokładnością przedstawiony przy wykorzystaniu tylko niektórych współczynników aproksymacji (na odpowiednim poziomie) oraz odpowiednio zmniejszonej liczby współczynników detali. Eliminację współczynników można przeprowadzić w zasadzie dwoma sposobami (por. [Białasiewicz, 2000], str. 217): ustalając globalny próg (wskaźnik jakości kompresji) dla wszystkich elementów rozwinięcia falkowego (4.9) i pozostawiając jedynie te współczynniki, których wartość bezwzględna jest większa od ustalonego progu, lub też różnicując progi na każdym poziomie rozwinięcia.

Jedną z falek zastosowanych w tej pracy jest falka Haara. Oprócz analitycznej prostoty ma ona jeszcze inną zaletę. Dzięki niewielkiemu nośnikowi⁹ można ją efektywnie wykorzystać do analizy punktów nieciągłości, które w naszym przypadku będą po prostu punktami znacznych wahań kursów walut, np. w czasie kryzysu. Analizując więc wielorozdzielczą reprezentację każdego z czterech kursów walutowych prawdopodobnie będzie można coś więcej powiedzieć o możliwości wystąpienia kryzysu walutowego. Szczegółowa analiza przedstawiona jest w punkcie 5b pracy.

5. Prezentacja wyników obliczeń

a) *Analiza harmoniczna*

Podstawę obliczeń stanowi ogólny model (5.1):

⁹ Nośnikiem falki nazywać będziemy przedział, w którym funkcja falkowa przyjmuje wartości niezerowe.

$$y(t) = f(t) + c(t) + \xi(t), \quad (5.1)$$

gdzie $f(t)$ oznacza pewną funkcję trendu (i objaśnia tendencję rozwojową szeregu), $c(t)$ oznacza składową cykliczną, zaś $\xi(t)$ jest zmienną losową generowaną przez stacjonarny proces gaussowski o średniej zero, wprowadzoną – między innymi – w celu odzwierciedlenia wahań przypadkowych. Zakładamy przy tym, że wahania przypadkowe są niezależne przynajmniej od wahań cyklicznych. Addytywną postać modelu uzasadnia kształt wykresów (nie przeprowadzono dodatkowego badania). Model (5.1) będzie poddawany pewnym modyfikacjom, opisanym w dalszej części pracy. Wszystkie obliczenia w części dotyczącej analizy harmonicznej zostały wykonane w programie Microsoft® Excel 2000 oraz w pakiecie Statistica®. W pakiecie tym wykonano również przedstawione tu wykresy.

Założmy, że szereg obserwacji jest generowany przez proces (5.2)-(5.3):

$$y^*(t) = \sum_{k=1}^{K-1} h_k + a_k \cos(\omega_k t) + \xi(t), \quad (5.2)$$

$$y^*(t) = y(t) - \hat{a}_0 = y(t) - \bar{y}, \quad t = 1, 2, \dots, N, \quad (5.3)$$

będący zmodyfikowaną wersją modelu (3.5). Centrowanie szeregu miało na celu uniknięcie zdominowania rezultatów obliczeń przez średnią szeregu $\bar{y} = \hat{a}_0$, która może być traktowana jako składowa okresowa o zerowej częstotliwości, odpowiadającej cyklowi o okresie N . Wstępne wyniki wykazały bowiem, że periodogram został zdominowany przez bardzo dużą wartość średniej, co skutkowało także nieistotnością kolejnych harmonik. Model (5.2)-(5.3) odpowiada modelowi (5.1) przy założeniu, że $f(t) \equiv 0$, a zatem że średni poziom analizowanego zmiennej y jest stały w czasie.

W modelu (5.2)-(5.3) symbol $y^*(t)$ oznacza szereg czasowy 64-elementowy, którego wartości zostały skorygowane o wyznaczoną wartość średnią \bar{y} , kursu walutowego odpowiednio: reala brazylijskiego (BRL), peso meksykańskiego (MXN), korony czeskiej (CZK) i rubla rosyjskiego (RUB) względem dolara amerykańskiego (USD) jako waluty bazowej¹⁰. Dane statystyczne są modyfikacjami¹¹ pochodzących z wydawanego przez MFV Interna-

¹⁰ W zapisie USD/PLN walutą bazową jest dolar.

¹¹ Oryginalne kursy walut XXX/USD zostały przekształcone do postaci USD/XXX a także poddane skalowaniu w celu zachowania zbliżonego rzędu wielkości dla wszystkich walut krajowych.

tional Financial Statistics i stanowią próbę 64 obserwacji miesięcznych dla każdej zmiennej, przy czym zakres próby jest uzależniony od momentu załamania się kursu danej waluty (tzn. momentu wystąpienia kryzysu walutowego w danym państwie, por. punkt 1). Rysunek 1 w załączniku nr 1 przedstawia wartości empiryczne i prognozy ex post dla czterech wymienionych zmiennych objaśnianych. W wyniku przeprowadzenia procedury opisanej w punkcie 3. uzyskano oszacowania parametrów modelu (5.2)-(5.3), a zatem i wartości kwadratów amplitud \hat{c}_k^2 oraz statystyk (3.7). Możliwe staje się więc wykreślenie periodogramu dla każdej zmiennej i ocena „zdolności” poszczególnych harmonik do objaśnienia zmienności $y'(t)$.

W początkowej fazie obliczeń liczba harmonik w równaniu (5.2) jest równa – zgodnie z uwagami w punkcie 3. – połowie liczebności próby: $K = 32^{12}$. Po przeprowadzeniu analizy istotności objaśnienia badanej zmiennej przez harmonikę o określonej częstotliwości można ograniczyć ich liczbę do kilku, które w najwyższym stopniu objaśniają jej zmienność. Rysunek 2 w Załączniku nr 1 przedstawia periodogramy dla czterech zmiennych będących przedmiotem analizy. Wiersz pierwszy odnosi się do analizowanego modelu. Na podstawie analizy tych wykresów ustalono – wstępnie – które z harmonik znajdują się w końcowym modelu. Następnie przeprowadzono weryfikację hipotezy o istotności statystycznej kolejnych harmonik, w rezultacie której zdecydowano o końcowym kształcie modeli. W zamieszczonej dalej Tabeli 1 zawarto oszacowania parametrów istotnych statystycznie harmonik (kursywą zaznaczono wartości ujemne). W przypadku peso meksykańskiego i rubla rosyjskiego istotnymi okazały się harmoniki o częstotliwościach $\frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N}$, co odpowiada cyklom o okresach N i $\frac{1}{2}N$, tzn. 64 i 32 miesiące (5 lat i 4 miesiące oraz 2 lata i 8 miesięcy). W przypadku reala brazylijskiego i korony czeskiej istotną statystycznie jest dodatkowo harmonika o częstotliwości $\frac{6\pi}{N}$, co odpowiada cyklom o długości $\frac{1}{3}N$ (w przybliżeniu równej 1 rok i 9 miesięcy).

¹² Oznacza to, że liczba stopni swobody w modelu wynosi 0, co ma istotne konsekwencje dla jakości uzyskiwanych prognoz.

Tabela 1.
Oszacowania parametrów modeli postaci (5.2)-(5.3)

k	cos	sin	cos	sin	cos	sin
	1		2		3	
BRL	4,457	15,295	5,879	10,846	1,039	10,886
CZK	8,759	42,042	14,092	16,514	12,410	16,298
MXN	4,105	9,630	1,573	3,651	-	-
RUB	3,997	5,800	0,870	3,609	-	-

Model o tak oszacowanych parametrach został następnie wykorzystany do wyznaczenia prognoz ex post, dotyczących okresu próby (1) (wartości teoretyczne) oraz prognoz quasi ex ante, odnoszących się do okresu obejmującego 6 obserwacji następujących bezpośrednio po okresie próby (2 – predyktor wykorzystujący zredukowany zestaw harmonik) i (3 – predyktor wykorzystujący pełen zestaw harmonik). Graficzną ilustracją dokonanych obliczeń jest Rysunek 1 w Załączniku nr 1. Przedstawia on wartości historyczne, prognozy uzyskane przy wykorzystaniu oszacowanego modelu oraz prognozy dla okresu poza próbą wyznaczone w oparciu o pełen zestaw harmonik (32).

Przedstawimy teraz wartości miar jakości prognoz ex post i quasi ex ante dla rozważanych modeli. Użyte symbole oznaczają kolejno: R^2 – współczynnik determinacji, WZU – współczynnik złego uwarunkowania macierzy, MAE – średni błąd absolutny, MAPE – średni błąd absolutny w ujęciu procentowym, MSE – średni błąd kwadratowy, MSPE – średni błąd kwadratowy w ujęciu procentowym, U^m , U^s , U^c – składniki MSE, analizowane w punkcie 6. pracy, RMSE – pierwiastek kwadratowy z MSE, WTPZ – współczynnik trafień w punkty zwrotne, WK – wskaźnik koincydencji.

Spoglądając na wykresy na Rysunku 1, bez trudu zauważymy, że analizowane szeregi czasowe nie są stacjonarne. Tymczasem, w modelu (5.2)-(5.3) badamy cykliczne wahania wokół stałego przeciętnego (średniego) poziomu zmiennej $y(t)$, korygowane o ewentualne wahania przypadkowe. Formalnego potwierdzenia faktu niestacjonarności dostarczą nam wyniki testu DF, które zestawiono w Tabeli 3¹³. Zawiera ona również wyniki tego testu dla dwóch innych modeli, które będą przedmiotem naszego zainteresowania w dalszej części pracy. Testowano hipotezę o występowaniu pierwiastka jednostkowego

¹³ W badaniu wykorzystano rozszerzony test Dickeya – Fullera (ADF), przy czym rząd procesu autoregresyjnego dobierany był na podstawie kryterium Schwarz. Obliczenia do testu ADF wykonano w pakiecie EViews®.

Tabela 2.
Miary jakości prognoz uzyskanych dla modeli postaci (5.2)-(5.3)

miara	BRL			CZK			MXN			RUB		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
R ²	79,34%			81,52%			85,52%			86,13%		
WZU	1.1892			1.1892			1.1892			1.1892		
MAE	5,707	46,604	52,468	11,643	89,797	105,832	2,177	17,462	21,607	1,557	14,619	16,992
MAPE	179,33%	260,05%	292,81%	56,19%	177,64%	213,00%	28,71%	184,27%	230,17%	31,14%	196,06%	227,98%
MSPE*	20,66%	403,11%	585,57%	18,48%	168,03%	269,70%	14,48%	187,76%	340,71%	13,85%	224,22%	348,27%
MSE	66,005	2209,755	2754,540	301,865	840,087	1128,590	10,475	314,576	467,265	5,016	216,930	288,749
U ^m	0,000	0,983	0,999	0,000	0,960	0,993	0,000	0,969	0,999	0,000	0,983	1,000
U ^s	0,043	0,017	0,000	0,040	0,004	0,000	0,033	0,014	0,001	0,030	0,017	0,000
U ^t	0,957	0,000	0,000	0,960	0,036	0,007	0,967	0,017	0,000	0,970	0,000	0,000
RMSE	8,124	47,008	52,484	17,374	91,663	106,229	3,237	17,736	21,616	2,240	14,729	16,993
WTPZ	56,25%	33,33%	33,33%	53,13%	16,67%	66,67%	57,81%	16,67%	16,67%	46,88%	0,00%	33,33%
WK	83,33%			100,00%			100,00%			100,00%		

Tabela 3.
Wartości statystyki testowej testu ADF (pominięto znak „minus”)

	(5.2) - (5.3)				(5.4) - (5.5)				(5.5) - (5.6)			
	BRL	CZK	MXN	RUB	BRL	CZK	MXN	RUB	BRL	CZK	MXN	RUB
a	1,823	0,524	1,115	1,489	7,667	8,504	7,759	5,240	2,988	2,732	3,374	5,907
b	1,815	0,490	1,107	1,501	7,605	8,433	7,696	5,198	2,963	2,713	3,348	5,859
c	2,589	2,617	1,218	0,736	7,629	8,448	7,684	5,263	2,916	2,687	3,405	5,809

wobec hipotezy alternatywnej o stacjonarności procesu. Przeprowadzono trzy rodzaje testów: bez wyrazu wolnego (a), z wyrazem wolnym (b) oraz ze zmienną czasową (trendem deterministycznym) i wyrazem wolnym (c). Wartości krytyczne dla 5% poziomu istotności przedstawiają się następująco (pominięto znak „minus”): 1,946 (a), 2,908 (b), 3,483 (c). W przypadku braku podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej procedurę testowania kontynuowano, przy czym we wszystkich takich przypadkach odrzucono hipotezę o zintegrowaniu zmiennych w stopniu drugim.

Z tabeli 3 wynika, że procesy generujące cztery opisywane zmienne są niestacjonarne (czcionką pogrubioną zaznaczono przypadki, w których brakło podstaw do odrzucenia hipotezy o zintegrowaniu zmiennej w stopniu pierwszym). Po zastosowaniu filtru różnicowego (pierwszych różnic) test Dickeya – Fullera wskazuje na stacjonarność szeregów. Analizę dla przypadku modelu oznaczonego symbolem (5.5)-(5.6) odłożymy do czasu omówienia tego modelu.

Ponieważ model (5.2)-(5.3) nie wydaje się być właściwym modelem do opisu analizowanych kursów walutowych, ze względu na fakt, że nie uwzględnia wyraźnie obecnej tendencji rozwojowej, proponowane dalej modele uwzględniają trend obecny w danych i starają się go wyeliminować.

Rozważmy model postaci (5.4)-(5.5):

$$y^{**}(t) = \sum_{k=1}^{K-1} h_k + a_k \cos(\omega_k t) + \xi(t), \quad (5.4)$$

$$y^{**}(t) = y^*(t) - y^*, \quad y^*(t) = y(t) - y(t-1) \equiv \Delta y(t), \quad (5.5)$$

dla $t = 1, 2, \dots, N$. Jest to zapis modelu na pierwszych różnicach (liczba obserwacji wynosi $N = 64$, ponieważ dysponujemy danymi dla okresu bezpośrednio poprzedzającego okres początkowy próby i możemy wyznaczyć pierwsze różnice dla wszystkich rozważanych wcześniej okresów). Z modelu tego ponownie wyeliminowano średnią, choć w trzech przypadkach na cztery jej wartość bezwzględna nie była większa niż 0,0035 (jedynie dla kursu peso wartość ta jest równa $-0,0086$). Przedstawione wcześniej wyniki testu Dickeya – Fullera wskazują, że zastosowanie filtra różnicowego pierwszego rzędu skutecznie wyeliminowało niestacjonarność z szeregów. Postępując według znanego schematu oszacowano parametry modelu i zbadano istotność kolejnych harmonik wykorzystując statystykę (3.7). Wizualnej oceny udziału kolejnych harmonik w objaśnianiu wariancji szeregu można dokonać analizując drugi wiersz Rysunku 2 w Załączniku nr 1. Porównanie wykresów periodogramów dla bieżącego modelu z wykresami dla pozostałych modeli, a zwłaszcza dla modelu (5.2)-(5.3), ujawnia znacznie zwiększoną „aktywność” składowych o wyższych częstotliwościach, przy czym nie istnieje wyraźna tendencja wskazująca na kierunek narastania lub zmniejszania się wpływu kolejnych harmonik. Wykresy te – za wyjątkiem wykresu dla kursu rubla – nie mają wyraźnego maksimum, dominującego nad pozostałymi częstotliwościami, a w przypadku kursu korony i peso wykresy te mają kształt antymodalny. Co ciekawe, ani jedna harmonika nie jest istotna statystycznie według testu opartego na statystyce (3.7). Wobec tego postanowiliśmy dokonać arbitralnego wyboru harmonik. Kryterium rozstrzygającym o włączeniu harmoniki do modelu była obliczona dla niej wartość statystyki (3.7). Wartość progową ustaliliśmy na poziomie połowy wartości krytycznej testu. W rezultacie ustalona została ostateczna postać modelu (5.4)-(5.5) dla kolejnych zmiennych. Oszacowania parametrów zamieszczono w Tabeli 4 (kursywą zaznaczono wartości ujemne).

Tabela 4.
Oszacowania parametrów modeli postaci (5.4)-(5.5)

	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9									
BRL	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,51	14,4	-	-
CZK	-	-	-	0,21	0,29	-	-	0,18	0,34	0,38	0,11	-	-	-	-	0,23	0,36	
MX N	3,29	3,56	-	-	-	-	-	-	-	1,91	4,36	4,93	1,39	-	-	-	-	
RUB	1,26	3,64	2,26	2,39	2,99	1,21	0,16	3,21	2,61	1,26	-	-	-	-	-	-	-	
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin
k	12	16	17	20	21	22	24	25	26									
BRL	16,96	1,91	4,90	18,17	13,02	7,99	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
CZK	-	-	-	-	-	0,25	0,32	0,43	0,14	-	-	-	-	0,01	0,51	-	-	
MX N	-	-	-	-	-	-	-	4,79	0,14	2,65	3,76	2,84	3,65	-	-	4,48	2,22	
RUB	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	

Tabela 5.
Miary jakości prognoz ex post i quasi ex ante uzyskanych dla modeli postaci (5.4)-(5.5)

miara	BRL			CZK			MXN			RUB		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
MAE	28,288	18,168	13,437	0,973	0,362	0,563	9,621	3,640	3,711	3,231	1,663	0,901
MAPE	516,67%	327,84%	220,06%	185,83%	515,01%	216,50%	659,55%	201,95%	116,77%	255,00%	74,78%	40,98%
MSPE*	114,01%	267,01%	102,67%	139,52%	101,37%	94,76%	139,93%	56,58%	125,76%	68,73%	24,23%	13,36%
MSE	2453,179	459,985	236,629	1,699	0,322	0,390	271,315	19,928	23,805	54,630	3,818	1,083
U ^m	0,000	0,089	0,164	0,000	0,114	0,717	0,000	0,101	0,332	0,000	0,617	0,549
U ^s	0,215	0,237	0,011	0,059	0,027	0,040	0,090	0,004	0,607	0,253	0,382	0,451
U ^c	0,785	0,674	0,825	0,941	0,859	0,243	0,910	0,895	0,061	0,747	0,001	0,000
RMSE	49,530	21,447	15,383	1,304	0,567	0,625	16,472	4,464	4,879	7,391	1,954	1,041
WTPZ	56,25%	66,67%	16,67%	40,63%	50,00%	66,67%	35,94%	50,00%	66,67%	50,00%	50,00%	83,33%
WK	75,00%			78,57%			50,00%			90,00%		

Efekty zastosowania modelu (5.4)-(5.5) do pierwszych przyrostów analizowanych szeregów przedstawiono na Rysunku 3 w Załączniku nr 1. W tabeli 5 zamieszczono wartości miar jakości prognoz.

Już wstępna analiza danych zawartych w tabeli zmusza do stwierdzenia, że model (5.4)-(5.5) nie jest – podobnie jak model (5.2)-(5.3) – właściwym narzędziem analizy własności cyklicznych badanych szeregów lub też do konkluzji zgoła odmiennej, że stosowane metody nie są w stanie wykryć wahań cyklicznych w szeregach kursów walutowych ponieważ takie wahania w tych szeregach nie występują. Ostateczne wnioski odłożymy do punktu 6. pracy,

kiedy znane będą wyniki prognoz opartych na ostatnim rozważanym przez nas modelu, tzn. modelu (5.6)-(5.7) postaci:

$$y^*(t) = \sum_{k=1}^{K-1} h_k + a_k \cos(\omega_k t) + \eta(t), \quad (5.6)$$

$$y^*(t) = y(t) - \hat{f}(t), \quad t = 1, 2, \dots, N. \quad (5.7)$$

Jest to więc model postaci (5.1), w którym odjęto stronami oszacowaną postać tendencji rozwojowej. Ponieważ do oszacowania parametrów trendu f zastosowano metodę najmniejszych kwadratów, nie istnieje potrzeba odjęcia średniej szeregu (jest ona równa zero). W każdym przypadku postać trendu dobrana została wizualnie tak, by możliwie najlepiej aproksymować tendencję rozwojową przy możliwie prostej postaci analitycznej. Dla reala i korony zdecydowaliśmy się na postać potęgową, kurs peso i rubla aproksymowany został funkcją liniową po uprzedniej segmentacji próby.

Podobnie jak w przypadku poprzednio rozważanego modelu test oparty na statystyce (3.7) nie doprowadził do jednoznacznego rozstrzygnięcia. W przypadku niektórych zmiennych dwie lub trzy harmoniki były istotne statystycznie (pogrubiono je w tabeli). Uzyskane prognozy były jednak niezadawalające. Stosując więc wprowadzoną wcześniej zasadę doboru harmonik, dla których wartość statystyki testu przewyższyła (co do modułu) połowę wartości krytycznej, ustalono końcową postać modeli. Oszacowania ich parametrów zawiera Tabela 6. Oceny periodogramów można dokonać na podstawie trzeciego wiersza Rysunku 2 w Załączniku nr 1.

Można przyjąć, że szeregi będące różnicą szeregów oryginalnych i oszacowanych wartości funkcji trendu są stacjonarne (Tabela 6). Wskazują na to wyniki testu DF, chociaż dla przypadku (3) wynik testu nie daje podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Wydaje się jednak, że w tym przypadku moc testu nie jest wysoka. Z analizowanych szeregów trend (deterministyczny) został wyeliminowany, zatem testowanie jego obecności w szeregu nie jest uzasadnione. Do tego samego wniosku prowadzi nieistotność statystyczna parametru stojącego przy zmiennej czasowej w odpowiednim równaniu.

Rysunek 4 w Załączniku nr 1 przedstawia graficzną ilustrację uzyskanych prognoz, zaś Tabela 7 syntetyczne ich podsumowanie za pomocą odpowiednich miar.

Tabela 6.
Oszacowania parametrów modeli postaci (5.6)-(5.7)

	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin
k	1		2		3		4	
BRL	-	-	4,23696	2,04818	0,179	5,020	-	-
CZK	-	-	0,166	0,032	0,102	0,032	-	-
MXN	0,002	0,662	0,332	0,588	-	-	0,305	0,336
RUB	0,399	0,232	0,361	0,295	0,262	-0,251	-	-

	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos
k	5		6		10		16		32
BRL	-	-	-	-	-	-	-	-	0,782
CZK	0,052	0,033	-	-	-	-	-	-	0,000
MXN	-	-	0,190	0,162	0,086	0,233	0,156	0,203	0,141
RUB	0,363	0,080	0,159	0,310	-	-	-	-	0,230

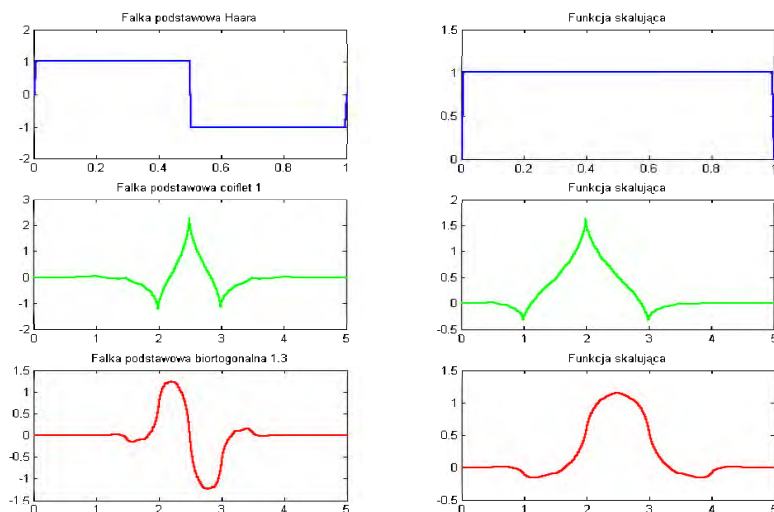
Tabela 7.
Miary jakości prognoz ex post i quasi ex ante uzyskanych dla modeli postaci (5.6)-(5.7)

miara	BRL			CZK			MXN			RUB		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
R ²	49,48%			65,91%			38,85%			35,94%		
MAE	4,278	1,655	0,820	0,087	0,087	0,110	2,177	0,872	0,717	0,345	1,103	0,855
MAPE	654,64%	26,06%	12,36%	201,42%	147,78%	105,58%	28,71%	475,60%	531,91%	497,71%	135,52%	103,83%
MSPE	50,52%	6,79%	1,46%	34,09%	30,81%	43,88%	16,93%	111,00%	124,60%	64,06%	130,56%	69,84%
MSE	28,011	3,613	1,016	0,011	0,009	0,017	10,475	0,807	0,659	0,649	1,240	0,753
U ^m	0,000	0,461	0,028	0,000	0,017	0,406	0,000	0,004	0,165	0,000	0,980	0,970
U ^s	0,558	0,108	0,391	0,069	0,002	0,068	0,033	0,002	0,020	0,210	0,008	0,001
U ^c	0,442	0,431	0,581	0,931	0,981	0,526	0,967	0,994	0,815	0,790	0,012	0,029
RMSE	5,293	1,901	1,008	0,107	0,095	0,129	3,237	0,898	0,812	0,805	1,114	0,868
WTPZ	48,44%	16,67%	50,00%	64,06%	16,67%	50,00%	57,81%	33,33%	50,00%	62,50%	50,00%	33,33%
WK	16,67%			71,43%			100,00%			90,91%		

b) Analiza falkowa

Analiza falkowa interesujących nas szeregów czasowych przebiegała według następującego schematu. W pierwszym kroku dokonano wielorozdzielczej dekompozycji każdego szeregu według schematu opisanego w punkcie 4. pracy, wykorzystując trzy falki podstawowe: falkę Haara (oznaczaną dalej (H) i zazna-

czaną kolorem niebieskim na wykresach), jedną z falek Coifmana, zwaną coiflet 1 ((C), zaznaczaną kolorem zielonym) oraz falę 1.3 z rodziny falek biortogonalnych ((B), zaznaczaną kolorem czerwonym). Poniższy rysunek przedstawia wykresy wymienionych falek podstawowych oraz odpowiadających im funkcji skalujących wykorzystywanych w analizie wielorozdzielczej¹⁴:



Po dokonaniu dekompozycji szeregów przeprowadzono proces kompresji analizowanych sygnałów. Wszystkie obliczenia i wykresy związane z analizą falkową przeprowadzono i wykonano w pakiecie MATLAB®¹⁵.

Dokonana analiza była dyskretną analizą falkową. Decyzja o ograniczeniu się do tego typu analizy (zamiast ciągłej analizy falkowej) poddyktowana była własnościami analizowanych sygnałów. Ponieważ badane szeregi są stosunkowo krótkie i mają relatywnie gładki przebieg (w porównaniu do chociażby tych samych danych dla większej częstotliwości próbkowania, gdzie ujawniłby się zapewne szum, który w badanych szeregach nie jest znaczący

¹⁴ Analityczną postać i szczegółowy opis własności zastosowanych falek można znaleźć w większości podręczników nawiązujących do analizy falkowej, np. [Wornell, 1996].

¹⁵ Do podstawowej wersji pakietu MATLAB® może być dołączony specjalny zestaw narzędzi umożliwiający przeprowadzenie analizy falkowej. Zawiera on interfejs graficzny dodatkowo wspomagający tę analizę. Przy dokonywaniu obliczeń do tej pracy wykorzystano ten zestaw narzędzi, ograniczając się w większości do ręcznego przeprowadzania analizy.

ze względu na wysoki poziom agregacji), analiza dyskretna umożliwi wystarczająco dokładną aproksymację sygnałów. Względna gładkość szeregów oraz cel, któremu analiza ma służyć miały wpływ na podjęcie decyzji co do poziomu dekompozycji sygnałów. Poziom ten ustalono na trzy, choć przy szeregu o liczebności 64, tzn. 26, możliwa jest dekompozycja do szóstego poziomu włączenie.

Na rysunkach 1a, 1b, 1c w Załączniku nr 2 przedstawiono rezultaty dekompozycji oryginalnych sygnałów do trzeciego poziomu analizy włącznie. Zgodnie ze stwierdzeniem zawartym w punkcie 4., każdy z sygnałów y można przedstawić w postaci sumy trzech detali i aproksymacji trzeciego (ostatniego) poziomu: $y = A3 + D3 + D2 + D1$. W rzeczywistości, ze względu na błędy zaokrągleń, zrekonstruowane szeregi różniły się od szeregów oryginalnych o wielkości rzędu 10-15, które to różnice można jednak zaniedbać. Porównanie tych wykresów może dostarczyć ciekawych informacji o własnościach analizowanych sygnałów oraz o trafności doboru funkcji falkowych. Należy przy tym wspomnieć, że kolejność rysunków na wykresach nie jest przypadkowa. W kolumnie pierwszej przedstawiono dekompozycję kursu reala (pierwszy wiersz) i kursu korony (drugi wiersz), zaś w kolumnie drugiej (odpowiednio) kursa peso i rubla. Taka konwencja została podyktowana wynikami analizy. Ograniczając się jedynie do analizy detali zauważymy, że znacznie większą zmiennością charakteryzują się wykresy z kolumny pierwszej, wykresy z kolumny drugiej mają przebieg znacznie bardziej stabilny, zakłócony jedynie w momencie wystąpienia kryzysu walutowego. Jak wspomniano w punkcie 4. pracy, dekompozycja falkowa pozwala zidentyfikować punkty nieciągłości i wszelkie nieregularności w przebiegu sygnałów. Dodatkowo, ponieważ analiza falkowa – w przeciwieństwie do analizy fourierowskiej – pozwala na analizę sygnałów na płaszczyźnie czasowo – częstotliwościowej, tzn. bez konieczności stosowania transformat do przejścia z jednej dziedziny w drugą, wykryte punkty nieciągłości mogą być precyzyjnie zlokalizowane w czasie. W przypadku opisywanych sygnałów wykryte nieciągłości należy interpretować jako załamanie się kursu danej waluty w relacji do dolara, w szczególności, jako kryzys walutowy (jeśli spełnione są założenia definicji kryzysu walutowego podane w punkcie 1. pracy). Ponieważ – jak to wspomniano wcześniej – największą rozdzielczością charakteryzują się detale na pierwszym poziomie dekompozycji i tutaj udział detali w aproksymacji jest największy, zatem analizując te detale jesteśmy w stanie dokładnie zlokalizować w czasie wystąpienie istotnej deprecjacji waluty, w szczególności wystąpienie kryzysu walutowego. Jest to zapewne wielką zaletą analizy sygnałów z wykorzystaniem falek. Jeśli zauważyć,

że analiza falkowa jest powszechnie wykorzystywana w sejsmografii do wykrywania trzęsień ziemi, od razu przychodzi na myśl zacytowane w punkcie 1. pracy stwierdzenie Eichengreena o analogii prognozowania kryzysu walutowego do prób przewidywania wybuchu wulkanu. Jak widać, analiza falkowa jest w stanie dokładnie zlokalizować w czasie moment zaistniałego „wybuchu wulkanu”. Czy równie dobre wyniki da próba prognozowania przyszłych „wybuchów”?

Porównując detale poziomu pierwszego dla różnych falek można stwierdzić, że każda z nich „poprawnie” wykryła załamanie kursów walutowych. Widoczne jest przy tym znaczne podobieństwo detali dla falki (H) i falki (B) i wyraźnie inny kształt detalu dla dekompozycji przy wykorzystaniu falki (C). Ograniczając się jedynie do własności falek, które możemy odczytać z ich wykresów stwierdzamy, że prawdopodobną przyczyną tego stanu jest to, że kształt falek (H) i (B) jest wyraźnie podobny i zbliżony do kształtu analizowanych sygnałów, które w większości odznaczają się tendencją malejącą z wyraźnie zaznaczonym punktem załamania. Poza tym, niewielka długość nośnika¹⁶ falki (H) stanowi o jej dobrych własnościach lokalizacyjnych.

Po przedstawieniu analizowanych sygnałów w postaci sumy reprezentacji zgrubej i ciągu trzech detali o różnej rozdzielczości, w drugim kroku dokonano kompresji sygnałów. Polegała ona na zdefiniowaniu tzw. progów, tzn. wartości granicznych dla współczynników rozwinięcia falkowego. Jeśli wartość któregoś ze współczynników nie przekraczała ustalonego progu, współczynnik ten był eliminowany. Przyjęto przy tym różne progi dla każdego poziomu dekompozycji. Ponieważ w doborze współczynników istnieje pewna dowolność (pomijając aspekt eliminacji progowej), przy ustalaniu progów i ostatecznym doborze współczynników kierowano się kilkoma zasadami, znanymi z teorii ekonometrii. Przede wszystkim starano się tak ustalić progi, by przy możliwie największej eliminacji współczynników zachować jak największą energię¹⁷ sygnału. Jeśli to było możliwe, starano się zachować większość współczynników z końcowego okresu próby, tak by zminimalizować błędy prognozy ex post w tym okresie. Usiłowano również tak dobrać współczynniki, by wyeliminować autokorelację reszt i nadać im rozkład w przybliżeniu normalny. Te kryteria mogły być bez problemu zastosowane, ponieważ narzędzie wykorzystane do obliczeń wspierało ich kontrolę. Kierowano się przy tym hierarchią ważności kryteriów, jaką zaprezentowano powyżej. W wyniku tych działań udało się wyeliminować

¹⁶ Nośnikiem falki nazywamy przedział, w którym falka przyjmuje wartość niezerową.

¹⁷ Przez energię sygnału \mathbf{x} rozumieć należy iloczyn skalarny $\langle \mathbf{x}; \mathbf{x} \rangle$.

przeciętnie ok. 70% współczynników przy zachowaniu co najmniej 99% energii sygnału. Podsumowanie tych zabiegów zamieszczono w Tabeli 8.

Tabela 8.

Energia sygnału skompresowanego jako udział w energii sygnału oryginalnego i odsetek wyeliminowanych współczynników rozwinięcia falkowego

falka	BRL			CZK			MXN			RUB		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
energia	99,94%	99,97%	99,97%	99,99%	99,96%	99,99%	99,97%	99,99%	99,98%	99,99%	100,00%	99,97%
współczynniki	65,63%	58,41%	63,64%	56,25%	59,74%	57,14%	75,00%	74,03%	70,13%	73,44%	75,32%	76,62%

Na rysunkach 2a, 2b, 2c w Załączniku nr 2 przedstawiono graficznie rezultaty kompresji sygnałów w postaci wykresów prezentujących sygnały oryginalne i skompresowane. Syntetyczne podsumowanie wyników prognoz ex post zawiera tabela 9. Zostaną one omówione w następnym punkcie pracy, gdzie dokonane zostanie porównanie wyników prognoz dla wszystkich analizowanych modeli. Dokonana też zostanie próba podsumowania wyników analiz i stwierdzenia o przydatności każdej z metod do prognozowania kryzysów walutowych.

Tabela 9.

Miary jakości prognoz ex post uzyskanych w wyniku analizy falkowej

miara	BRL			CZK			MXN			RUB		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
R ²	99,47%	99,04%	99,91%	99,98%	99,74%	99,45%	99,94%	99,98%	99,10%	98,54%	99,87%	99,95%
MAE	0,093	0,070	0,079	0,295	0,233	0,337	0,201	0,156	0,201	0,064	0,059	0,065
MAPE	2,19%	1,55%	1,55%	0,90%	0,71%	1,03%	1,19%	0,98%	1,14%	1,20%	1,00%	1,40%
MSPE	0,14%	0,04%	0,04%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,02%	0,05%
MSE	0,017	0,008	0,012	0,156	0,089	0,189	0,064	0,042	0,076	0,009	0,007	0,010
U ^m	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
U ^s	0,001	0,000	0,001	0,002	0,001	0,022	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
U ^o	0,999	1,000	0,999	0,998	0,999	0,978	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
RMSE	0,130	0,090	0,108	0,395	0,298	0,435	0,254	0,205	0,276	0,095	0,084	0,101
WTPZ	28,13%	39,06%	76,56%	46,88%	51,56%	84,38%	26,56%	35,94%	59,38%	25,00%	23,44%	79,69%

Uzyskane w wyniku opisanej procedury aproksymacje sygnałów mogą służyć do wyznaczenia prognoz na okres poza próbą wykorzystaną w analizie. Prognozy zostały uzyskane w następujący sposób. Ponieważ dysponujemy wartościami współczynników rozwinięcia falkowego, możliwa jest ekstrapolacja tych współczynników poza zakres próby, przy zastosowaniu którejś z metod

analizy sygnałów (szeregów czasowych). Zdecydowano, że prognozy współczynników stanowiąc będą prostą ekstrapolację poza okres próby liniowej funkcji trendu. Zadanie polegało więc na oszacowaniu parametrów czterdziestu ośmiu modeli liniowego trendu deterministycznego (dwanaście modeli dla współczynników aproksymacji trzeciego poziomu i trzydzieści sześć modeli dla współczynników detali każdego z trzech poziomów). Otrzymane w ten sposób predyktory posłużyły do wyznaczenia dodatkowych współczynników rozwinięcia falkowego, które – zgodnie z formułą (4.9) – umożliwiły rekonstrukcję czterech sygnałów. Stanowią one prognozy quasi ex ante kursów walutowych czterech rozważanych zmiennych. Rezultaty tych zabiegów zaprezentowano graficznie na Rysunku 2 w Załączniku nr 3. Wartości syntetycznych mierników jakości prognoz zawarto poniżej.

Tabela 10.
Miary jakości prognoz quasi ex ante uzyskanych w wyniku analizy falkowej

kryterium	BRL			CZK			MXN			RUB		
	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)
MAE	0,997	2,203	2,273	23,629	1,462	1,673	5,196	7,380	7,821	6,915	6,956	7,090
MAPE	28,87%	64,37%	66,42%	92,70%	5,74%	6,56%	49,69%	70,13%	74,30%	217,51%	219,33%	223,57%
MSPE	21,96%	41,54%	44,29%	86,07%	0,40%	0,49%	25,91%	49,35%	55,39%	621,25%	484,78%	504,25%
MSE	2,625	4,873	5,196	559,373	2,592	3,185	27,847	54,533	61,278	62,853	48,727	50,687
U^m	0,348	0,996	0,994	0,128	0,019	0,123	0,969	0,999	0,998	0,717	0,992	0,990
U^s	0,652	0,001	0,002	0,872	0,227	0,224	0,023	0,000	0,000	0,283	0,008	0,010
U^e	0,000	0,003	0,004	0,000	0,754	0,653	0,007	0,001	0,002	0,000	0,000	0,000
RMSE	1,620	2,207	2,280	23,651	1,610	1,785	5,277	7,385	7,828	7,928	6,980	7,119
WTPZ	50,00%	33,33%	33,33%	50,00%	33,33%	33,33%	66,67%	66,67%	50,00%	16,67%	50,00%	50,00%

Tabela 11 zawiera te same mierniki jakości wyznaczone dla szeregów prognoz zmodyfikowanych poprzez korektę wyrazu wolnego (miernik U^m w każdym niemal przypadku wykazuje na znaczną różnicę w średniej prognozy i sygnału oryginalnego, wskazując na systematyczne obciążenie prognoz) w każdym z modeli prognostycznych, przy czym dla prognoz uzyskanych przy wykorzystaniu w rozwinięciu falki (H) prognozy dokonano na cztery, zamiast sześciu okresów. Podejście takie zastosowano po przeanalizowaniu pierwszego wykresu na Rysunku 2. Wyraźnie jest bowiem widoczna tendencja – za wyjątkiem kursu korony – do niedoszacowywania wartości zmiennych prognozowanych w szeregach uzyskanych na podstawie rozwinięć wykorzystujących falkę (C) i falkę (B), przy czym wielkość niedoszacowania pozostaje na mniej więcej stałym poziomie w całym rozważanym okresie prognozy. Wyniki uzyskane dla

modeli opartych na fałcie (H) charakteryzują się większą różnorodnością: niedoszacowanie i przeszacowanie wartości zmiennych prognozowanych występuje obok względnego dopasowania prognoz do danych historycznych, przy czym można przedstawić hipotezę, że prognozowanie przy wykorzystaniu fałki (H) nie powinno być przeprowadzane na więcej niż cztery okresy do przodu. Korekta wyrazu wolnego jest równa wartości średniego błędu prognozy ME dla każdego modelu.

Tabela 11.
Miary jakości prognoz quasi ex ante po korektach predyktorów

kryterium	BRL			CZK			MXN			RUB		
	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)
MAE	0,096	0,117	0,138	0,782	1,462	1,673	0,300	0,225	0,304	0,238	0,495	0,478
MAPE	2,85%	3,41%	4,00%	3,02%	5,74%	6,56%	2,84%	2,14%	2,86%	7,49%	15,59%	15,07%
MSPE	0,11%	0,16%	0,24%	0,11%	0,40%	0,49%	0,13%	0,06%	0,10%	0,61%	3,42%	4,10%
MSE	0,012	0,019	0,029	0,748	2,592	3,185	0,137	0,069	0,117	0,062	0,345	0,413
U^m	0,101	0,000	0,000	0,000	0,019	0,123	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
U^s	0,673	0,145	0,288	0,401	0,227	0,224	0,863	0,030	0,021	1,000	1,000	1,000
U^c	0,226	0,855	0,712	0,599	0,754	0,653	0,137	0,970	0,979	0,000	0,000	0,000
RMSE	0,110	0,140	0,170	0,865	1,610	1,785	0,370	0,263	0,341	0,248	0,587	0,643
WTPZ	75,00%	33,33%	33,33%	50,00%	33,33%	33,33%	75,00%	66,67%	50,00%	50,00%	50,00%	50,00%

6. Analiza harmoniczna a analiza falkowa jako narzędzie prognozowania kryzysów walutowych. Podsumowanie rezultatów

W punkcie tym omówiona zostanie pokrótce przydatność prognostyczna kolejnych modeli a także dokonana zostanie próba porównania zdolności analizy harmonicznej i analizy falkowej do prognozowania kryzysów walutowych. W pierwszej kolejności analizowane są wyniki analizy harmonicznej.

Rysunek 1 w Załączniku nr 3 zestawia wartości opisowych mierników jakości prognoz zastosowanych w pracy do oceny przydatności prognostycznej modeli. Na wstępie trzeba zauważyć, że stosowane syntetyczne miary dokładności prognoz nie są niezmiennicze względem transformacji dokonywanych na porównywalnych szeregach. W efekcie otrzymane wyniki zależą w znacznym stopniu od tego, czy ocena dokładności prognozy dotyczy poziomów czy przyrostów zmiennych. W przypadku poziomów zmiennych (kolumny oznaczone numerem 1), ze względu na wykazane zintegrowanie szeregów (por. punkt 5a pracy), błędy prognozy są w większości przypadków mniejsze niż w przypadku

pierwszych różnic (kolumny oznaczone numerem 2). Trzeba też pamiętać, że względne miary jakości (MAPE, MSPE) mogą dawać wadliwą informację w przypadku szeregów, których wartości są bliskie zera. W naszym przypadku taka sytuacja miała miejsce dla modeli na przyrostach. Istotnym jest również to, że analizom poddawane były szeregi bez usuniętych obserwacji nietypowych (widać to zwłaszcza na Rysunku 2 w Załączniku nr 1 oraz gdy porównuje się wartości MAE i RMSE dla kolumn oznaczonych numerem 2 w tabeli). Uznano bowiem, że – ze względu na cel pracy – obserwacje te niosą bardzo ważną informację (są to najczęściej punkty wystąpienia kryzysów walutowych).

Prognozy kryzysów walutowych uzyskane dla modeli z punktu 5a pracy, tzn. wykorzystujących trendy cykliczne, charakteryzują bardzo duże błędy, przy czym względnie najlepsze wyniki otrzymaliśmy dla danych, z których wyeliminowano trend (oczywiście, przy porównaniach należy mieć na względzie podane wyżej uwagi). Żadna z miar jakości prognoz nie spełnia zwykle przyjmowanych warunków dopuszczalności, wskaźniki U_m wykazują systematyczne obciążenie prognoz quasi ex ante, zaś wskaźniki U_s – nadmierne nieraz zróżnicowanie prognoz w porównaniu do zmienności szeregu oryginalnego. Błędy MAPE dochodzą do kilkuset procent. Mogą one jednak fałszować rzeczywisty obraz sytuacji, ze względu na występowanie w szeregu wartości bliskich zera, zwłaszcza dla okresu próby (kolumny oznaczone liczbą I). W kolumnach I błędy te są bowiem wyraźnie większe niż dla okresu prognozy quasi ex ante (kolumny II (harmoniki istotne) i III (pełen zestaw harmonik)), przy czym, jak już zauważono, wyniki są względnie lepsze dla modeli z wyeliminowaną tendencją rozwojową i przy wykorzystaniu pełnego zestawu harmonik (kolumny 3.III). Zastosowanie skorygowanego współczynnika MAPE nie było możliwe, ze względu na to, że elementy każdego szeregu sumują się do zera. Bardziej miarodajne będą więc skorygowane błędy MSPE, tzn. $MSPE^*$, które liczone są jako ilorazy średnich błędów kwadratowych i średnich z kwadratów obserwacji. Najmniejsze wartości przyjmują one zwykle dla okresu prognozy quasi ex ante, choć nie można jednoznacznie stwierdzić, czy lepsze rezultaty dostarcza zastosowanie jedynie istotnych statystycznie harmonik czy też wszystkich dostępnych. Przy ocenie prognoz kursów walutowych szczególnie, być może, znaczenia nabiera zdolność modelu prognostycznego do wykrycia punktów zwrotnych. Niestety, oceniający tę zdolność współczynnik WTPZ tylko niekiedy przyjmuje wartości większe od 50%, co w żadnym razie nie można uznać za wynik zadawalający.

Ocena jakości prognoz ex post, tzn. dla danych z próby wykorzystanej do szacowania parametrów, daje nam podstawy do stwierdzenia, że zaproponowa-

ne modele już w okresie próby nie najlepiej opisują zmienność badanych szeregów. Można zadać pytanie, czy nie jest to skutkiem braku obecności w danych wyraźnej cykliczności. Oczywiście, inny dobór harmonik (przede wszystkim zwiększenie ich liczby) pozwoliłby uzyskać lepsze jakościowo prognozy ex post, niemniej nie oznacza to, że prognozy quasi ex ante i ex ante również byłyby lepsze. Porównując otrzymane wyniki stwierdzimy wyraźną niezdolność wszystkich modeli do prognozowania kursów walutowych, bez względu na charakter zmian tego kursu. Nie można również dokonać jednoznacznie wyboru najlepszego z zaproponowanych modeli.

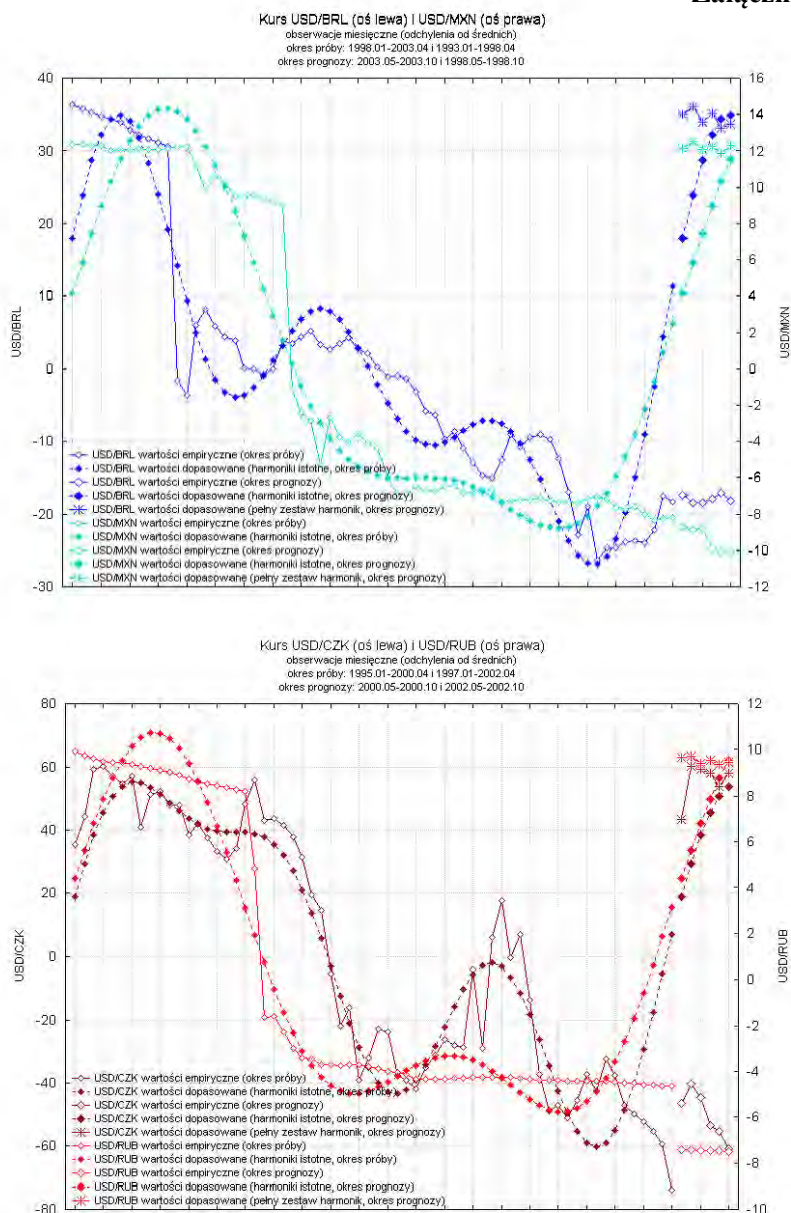
Niezdolność modelu do prognozowania ex post została przewyżczona przez wykorzystanie analizy falkowej. Tu sytuacja jest zgoła odmienna. W okresie próby predyktor niemal idealnie odzwierciedla przebieg szeregów oryginalnych (por. Rysunek 2c w Załączniku nr 2 oraz tabelę w Załączniku nr 3). Tak istotny jednak współczynnik WTPZ psuje ogólnie dobrą ocenę prognoz, jedynie w trzech przypadkach przyjmując wartości większe niż 75%. Interesujące jest to, że wyniki takie uzyskano stosując rozwinięcie względem falki (B), rezultaty dużo gorsze daje rozwinięcie względem falki (H). Wyraźnie gorsze rezultaty otrzymano dla prognoz quasi ex ante, zwłaszcza przy prognozie kursu rubla. Stopień wykrycia punktów zwrotnych jest tu jeszcze mniejszy. Porównanie jakości prognoz quasi ex ante dla modeli wykorzystujących analizę harmoniczną i analizę falkową prowadzi do wniosku, że metody te dają podobne rezultaty przy prognozowaniu kursów walutowych, z nieznaczną przewagą analizy falkowej (szczególnie błędy MAPE są znacznie lepsze w przypadku tej metody). Przewagę tę powiększa fakt, że po zastosowaniu korekty wyrazów wolnych uzyskujemy prognozy, których błędy są do zaakceptowania (za wyjątkiem kursu rubla, gdzie MAPE przekracza 15%). Modele te nie potrafią jednak właściwie wykrywać punktów zwrotnych (najlepiej wykryto je korzystając z rozwinięcia względem falki (H)).

Jeśli więc rozważać prognozowanie kursów walutowych z wykorzystaniem badanych w tej pracy metod, rekomendację należy przyznać analizie falkowej, jakkolwiek bez większego entuzjazmu. Być może – ale to wymaga dalszych badań – lepsze rezultaty osiągnięto by wykorzystując w badaniach inne falki podstawowe i/albo korzystając z innej metody prognozowania współczynników rozwinięcia falkowego, wykorzystywanych do rekonstrukcji sygnału w okresie prognoz quasi ex ante. Uzyskane w tej pracy prognozy, skorygowane o wartość błędu ME (mniej więcej stałą w całym okresie prognozy) nie są bardzo złe, jeśli porównuje się wartości standardowo liczonych błędów MAE, MAPE, MSE, MSPE, RMSE, jednakże ogólną przydatność prognostyczną modeli bar-

dzo obciąża niezdolność do prognozowania punktów zwrotnych. Dalsze badania należałoby więc skierować ku próbom eliminacji właśnie tego problemu. Głównie z tego powodu rezultaty otrzymane w tej pracy nie pozwalają zaprzeczyć stwierdzeniu Eichengreena o niemożności przewidzenia kryzysu walutowego, nie dają wszakże również podstaw do jego potwierdzenia.

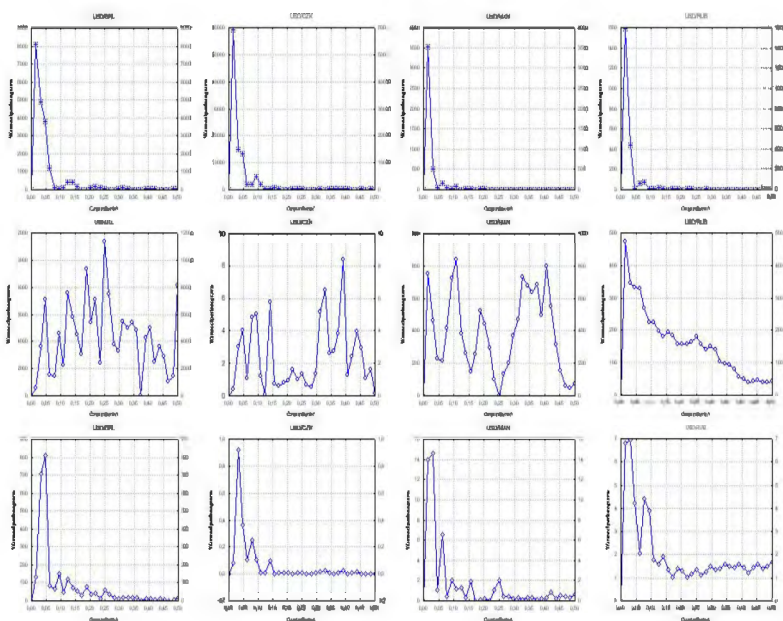
Literatura

- [1] Białasiewicz J. T. (2000), *Falki i aproksymacje*. WNT, Warszawa.
- [2] Chow G. C. (1995), *Ekonometria*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- [3] Eichengreen B. (1998), *Toward a New International Financial Architecture*. Institute for International Economics, Waszyngton.
- [4] Frankel J. A., Rose A. K. (1996), *Currency Crashes in Emerging Markets: Empirical Indicators*. NBER Working Paper Series (Working Paper 5437)
- [5] Gruszczyński M. (2003), *Kryzysy walutowe a liberalizacja obrotów kapitałowych*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- [6] Małecki W., Sławiński A., Piasecki R., Żuławska U. (2001), *Kryzysy walutowe*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- [7] Milo W. (red.) (1983), *Analiza szeregów czasowych*. Wydawnictwo UŁ, Łódź.
- [8] Pollock D. S. G. (1999), *A Handbook of Time-Series Analysis. Signal Processing and Dynamics*, Academic Press, London.
- [9] Szczepańska O., Sotomska-Krzysztofik P. (2003), Reżim kursowy a kryzysy walutowe – czy możliwy jest kryzys walutowy w warunkach kursu płynnego? *Bank i Kredyt*, wrzesień.
- [10] Wornell G. (1996), *Signal Processing with Fractals: A Wavelet-Based Approach*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River.

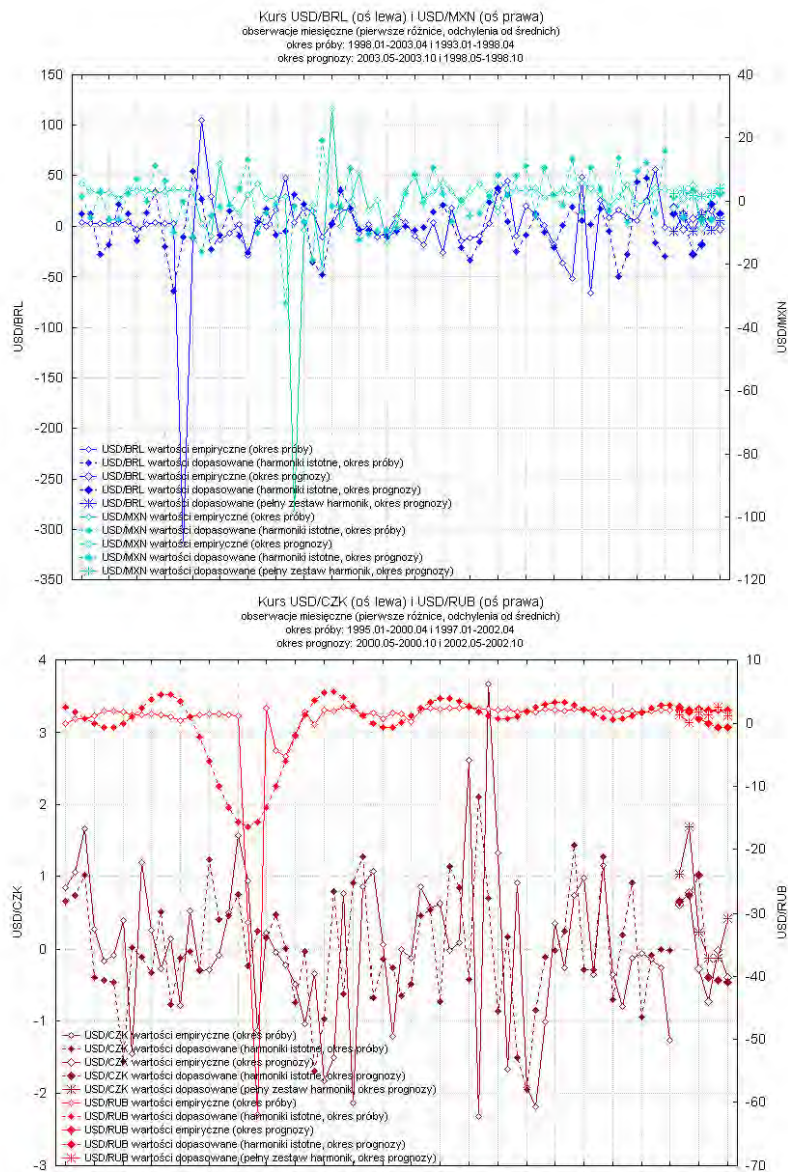


Rysunek 1. Rezultaty estymacji oraz prognozy *ex post* kursu walutowego czterech walut

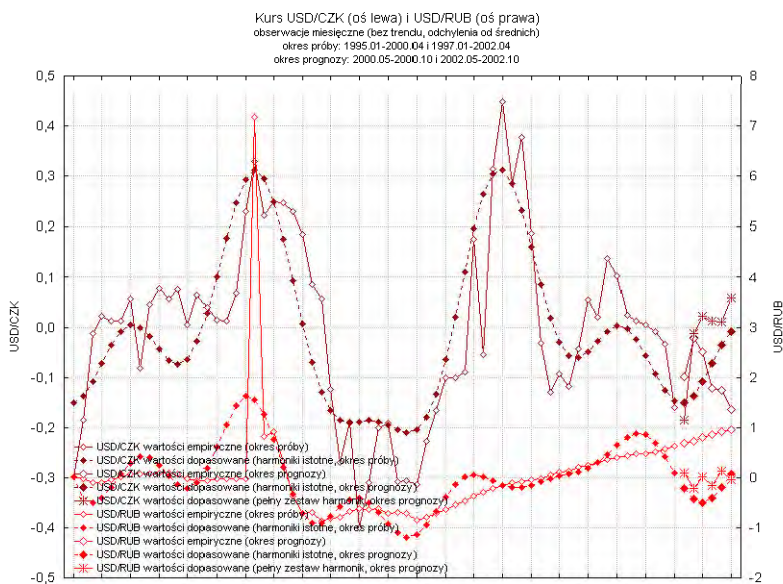
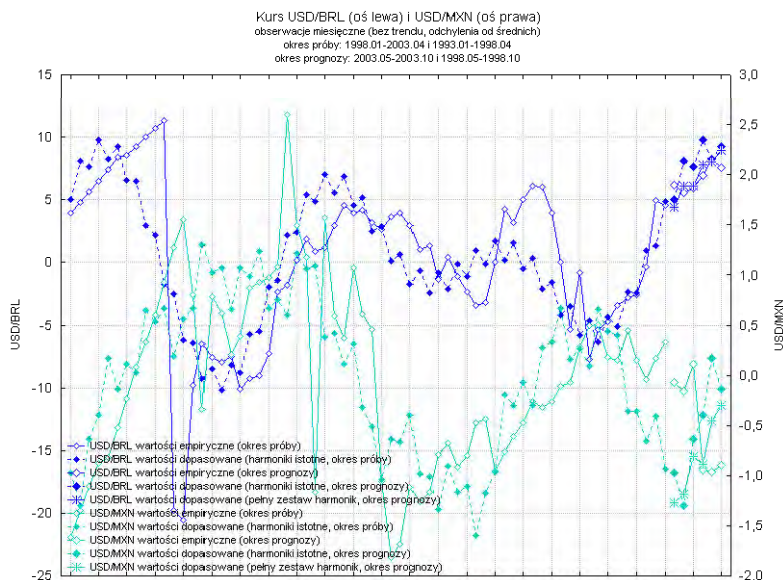
dla modelu (5.4)-(5.5).



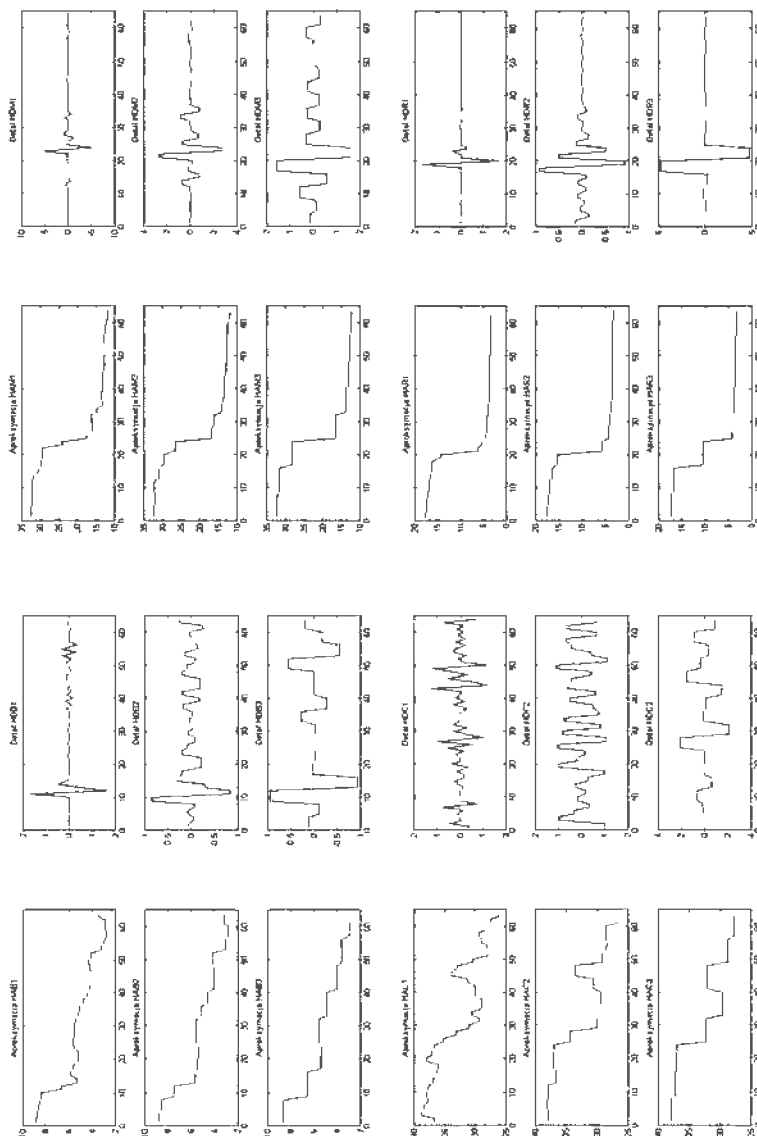
Rysunek 2. Wykresy periodogramów dla modeli (wierszami): na poziomach zmiennych (5.2)-(5.3), na pierwszych różnicach (5.4)-(5.5), po wyliminowaniu trendu (5.6)-(5.7).



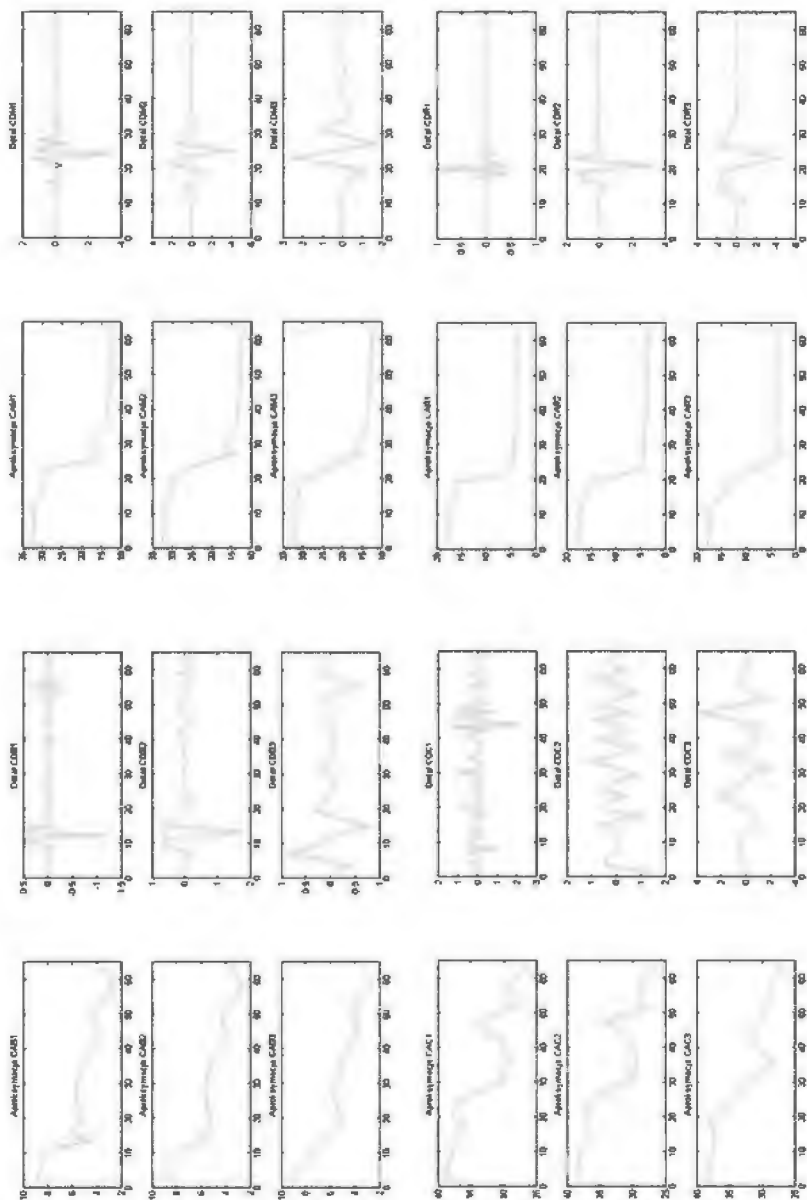
Rysunek 3. Rezultaty estymacji oraz prognozy *ex post* kursu walutowego czterech walut dla modelu (5.4)-(5.5).



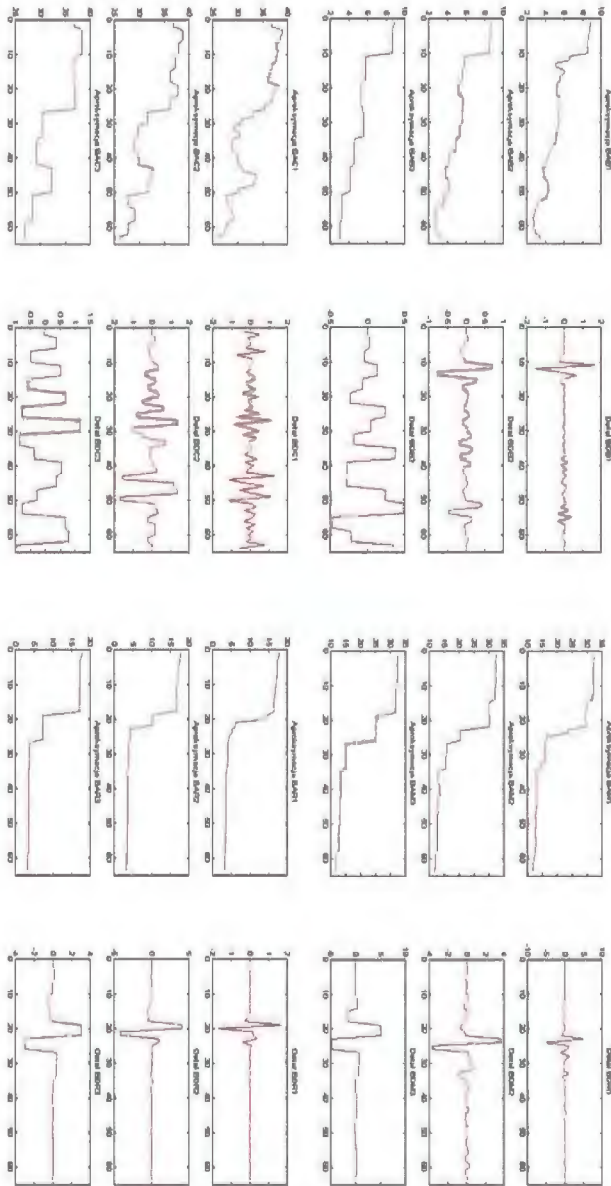
Rysunek 4. Rezultaty estymacji oraz prognozy *ex post* kursu walutowego czterech walut dla modelu (5.6)-(5.7).



Rysunek 1a. Wielorozdzielcza dekompozycja szeregów przy wykorzystaniu falki Haara, dla trzech poziomów analizy.

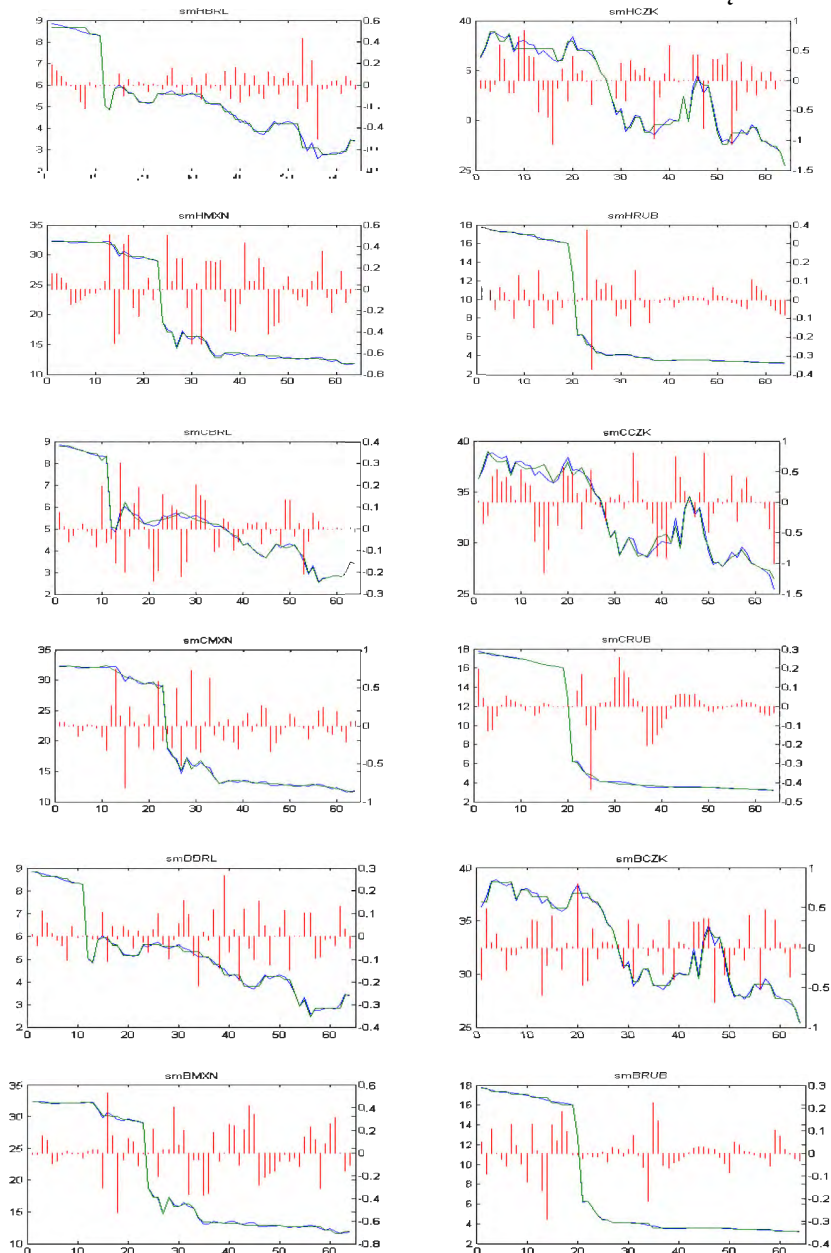


Rysunek 1b. Wielorozdzielcza dekompozycja szeregów przy wykorzystaniu falki coiflet 1, dla trzech poziomów analizy.



Rysunek 1c. Wielorozdzielcza dekompozycja szeregów przy wykorzystaniu falki biortogonalnej 1.3, dla trzech poziomów analizy.

Załącznik nr 2 d.c.



Rysunek 2. Wyniki analizy falkowej w wykorzystaniu (kolejno) falek: (H), (C) i (B).

Analiza harmoniczna:

BRL												CZK											
model	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3					
okres	I	II		II		II		II		I	II		II		II		II						
R ²	79,34%	49,48%								81,52%	65,91%												
WZU	1,1892									1,1892													
MAE	5,707	28,288	4,278	46,604	18,168	1,655	52,488	13,437	0,820	11,643	0,973	0,087	89,797	0,362	0,087	105,837	0,553	0,110					
MAPE	179,33%	516,07%	654,04%	260,05%	327,84%	26,06%	292,81%	220,06%	12,36%	56,18%	185,83%	201,42%	177,64%	515,01%	147,76%	213,00%	216,50%	105,58%					
MSPE*	20,86%	114,01%	59,52%	403,11%	287,01%	6,79%	585,57%	102,67%	1,48%	18,48%	139,52%	34,09%	168,03%	101,37%	30,81%	269,70%	94,78%	43,88%					
MSE	66,005	2453,179	29,011	2298,755	499,385	3,813	2764,540	238,829	1,018	301,805	1,699	0,011	840,087	0,322	0,099	1128,500	0,390	0,017					
U _I	0,000	0,000	0,900	0,983	0,089	0,461	0,999	0,164	0,028	0,000	0,900	0,900	0,960	0,114	0,017	0,983	0,717	0,400					
U _{II}	0,043	0,215	0,558	0,917	0,237	0,108	0,000	0,011	0,391	0,040	0,959	0,089	0,004	0,027	0,002	0,000	0,040	0,068					
U _{III}	0,867	0,765	0,442	0,900	0,874	0,481	0,000	0,826	0,581	0,960	0,941	0,831	0,036	0,859	0,981	0,007	0,243	0,526					
RMSE	8,124	49,530	5,293	47,908	21,447	1,901	52,484	15,383	1,008	17,374	1,304	0,107	91,683	0,587	0,095	106,229	0,825	0,129					
WTPZ	58,25%	58,25%	48,44%	33,33%	66,67%	16,67%	33,33%	16,67%	50,00%	53,13%	40,83%	64,06%	16,67%	50,00%	16,67%	66,67%	66,67%	50,00%					
WK	83,33%	75,00%	18,67%							100,00%	78,57%	71,43%											

MXN									RUB									
model	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3			
okres	I	II		II		II		II		I	II		II		II			
R ²	85,52%	38,86%								88,15%	35,94%							
WZU	1,1692									1,1692								
MAE	2,177	0,621	0,541	17,462	3,940	0,717	21,507	3,711	0,717	1,567	3,231	0,345	14,619	1,653	1,103	16,992	0,801	0,855
MAPE	28,71%	699,55%	133,05%	184,27%	201,95%	531,91%	230,17%	116,77%	531,91%	31,14%	255,00%	497,71%	196,06%	74,78%	135,52%	227,96%	40,96%	103,83%
MSPE*	14,48%	139,93%	16,93%	187,79%	58,58%	111,00%	340,71%	125,76%	124,60%	13,85%	68,73%	64,06%	224,22%	24,23%	130,56%	248,27%	13,36%	69,84%
MSE	10,475	271,315	0,503	314,576	19,828	0,859	497,285	23,805	0,659	5,018	54,830	0,849	218,930	3,618	1,340	288,749	1,083	0,753
U _I	0,000	0,000	0,000	0,969	0,101	0,185	0,999	0,332	0,165	0,000	0,000	0,000	0,983	0,619	0,380	1,000	0,549	0,970
U _{II}	0,033	0,050	0,045	0,914	0,004	0,020	0,000	0,607	0,020	0,030	0,253	0,210	0,017	0,382	0,000	0,000	0,451	0,001
U _{III}	0,987	0,910	0,955	0,917	0,895	0,815	0,000	0,081	0,815	0,970	0,747	0,790	0,000	0,001	0,012	0,000	0,000	0,029
RMSE	3,237	16,472	0,709	17,738	4,484	0,812	21,618	4,879	0,812	2,340	7,391	0,805	14,729	1,554	1,114	18,993	1,041	0,886
WTPZ	57,81%	35,94%	51,56%	18,57%	50,00%	50,00%	16,67%	66,67%	50,00%	48,88%	50,00%	62,50%	0,00%	50,00%	50,00%	33,33%	33,33%	33,33%
WK	100,00%	50,00%	65,02%							100,00%	80,00%	90,81%						

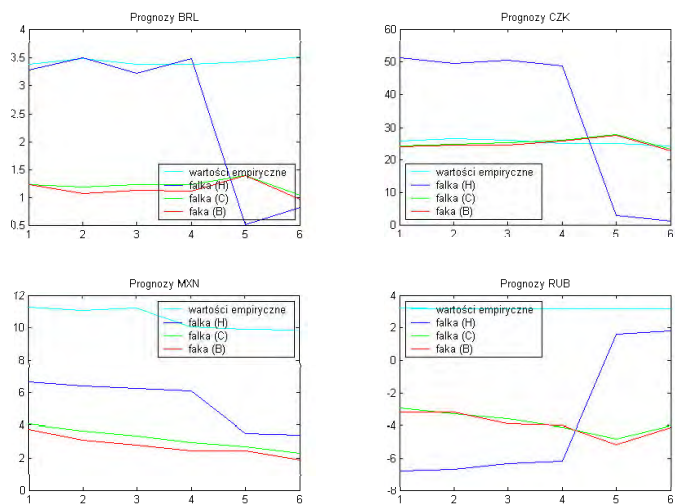
Analiza falkowa:

BRL												CZK											
teka	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)					
okres	I	II		II		II		II		I	II		II		II		II						
R ²	99,47%	99,04%	99,91%							99,88%	99,74%	99,45%											
MAE	0,093	0,070	0,079	0,997	2,203	2,273	0,096	0,117	0,138	0,265	0,233	0,337	23,629	1,462	1,673	0,782	1,452	1,673					
MAPE	2,19%	1,55%	1,55%	28,87%	64,37%	66,42%	2,89%	3,41%	4,00%	0,80%	0,71%	1,03%	92,70%	5,74%	6,58%	3,02%	5,74%	6,58%					
MSPE*	0,14%	0,04%	0,04%	21,96%	41,54%	44,29%	0,11%	0,16%	0,24%	0,01%	0,01%	0,02%	89,07%	0,40%	0,49%	0,11%	0,40%	0,49%					
MSE	0,017	0,008	0,012	2,825	4,873	5,186	0,012	0,019	0,028	0,158	0,089	0,189	559,373	2,562	3,185	0,748	2,562	3,185					
U _I	0,000	0,000	0,000	0,348	0,966	0,984	0,101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,128	0,919	0,123	0,000	0,919	0,123					
U _{II}	0,001	0,000	0,001	0,852	0,001	0,002	0,673	0,145	0,288	0,002	0,001	0,022	0,872	0,227	0,224	0,401	0,227	0,224					
U _{III}	0,999	1,000	0,999	0,000	0,003	0,004	0,226	0,855	0,712	0,988	0,999	0,978	0,000	0,754	0,853	0,999	0,754	0,853					
RMSE	0,130	0,090	0,108	1,520	2,207	2,280	0,110	0,140	0,170	0,395	0,298	0,435	23,651	1,610	1,785	0,865	1,610	1,785					
WTPZ	28,13%	38,06%	78,58%	50,00%	33,33%	33,33%	75,00%	33,33%	33,33%	48,88%	51,56%	84,38%	50,00%	33,33%	33,33%	50,00%	50,00%	33,33%					

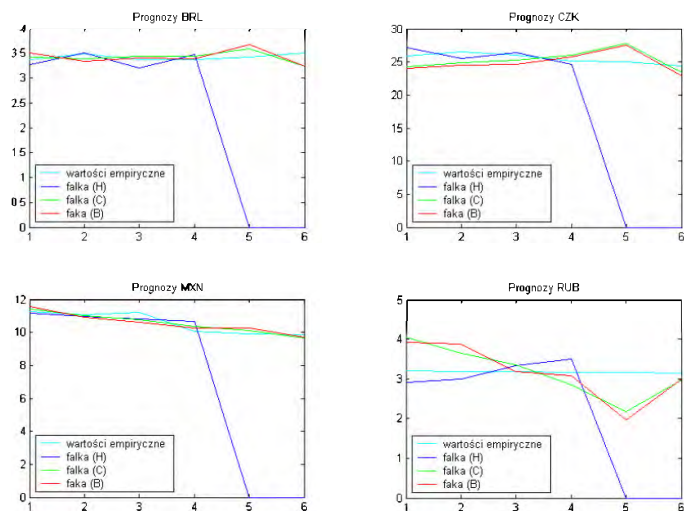
MXN									RUB									
teka	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)	(H)	(C)	(B)
okres	I	II		II		II		II		I	II		II		II		II	
R ²	99,94%	99,98%	99,10%							98,54%	99,67%	99,05%						
MAE	0,201	0,158	0,201	5,196	7,380	7,821	0,300	0,225	0,304	0,064	0,059	0,065	6,915	6,955	7,090	0,238	0,495	0,478
MAPE	1,19%	0,98%	1,14%	49,69%	70,13%	74,30%	2,84%	2,14%	2,86%	1,20%	1,00%	1,40%	217,51%	219,33%	223,57%	7,49%	15,56%	15,07%
MSPE*	0,02%	0,02%	0,02%	25,91%	49,35%	55,39%	0,13%	0,05%	0,10%	0,03%	0,02%	0,05%	621,25%	484,78%	504,25%	0,51%	3,42%	4,10%
MSE	0,064	0,042	0,076	27,847	54,533	61,278	0,137	0,089	0,117	0,009	0,007	0,010	62,853	48,727	50,687	0,062	0,345	0,413
U _I	0,000	0,000	0,000	0,869	0,969	0,988	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,717	0,962	0,980	0,000	0,000	0,000
U _{II}	0,000	0,000	0,000	0,023	0,000	0,000	0,863	0,030	0,021	0,000	0,000	0,000	0,283	0,008	0,010	1,000	1,000	1,000
U _{III}	1,000	1,000	1,000	0,007	0,001	0,002	0,137	0,870	0,879	1,000	1,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
RMSE	0,254	0,205	0,276	5,277	7,385	7,828	0,263	0,341	0,095	0,094	0,101	7,928	8,980	7,110	0,248	0,587	0,643	
WTPZ	26,56%	35,94%	59,39%	66,67%	66,67%	50,00%	75,00%	66,67%	50,00%	25,00%	23,44%	79,69%	16,57%	50,00%	50,00%	50,00%	50,00%	50,00%

Rysunek 1. Zestawienie miar jakości prognoz otrzymanych w wyniku analizy harmonicznej (I – okres próby, II – prognozy *quasi ex ante*, harmoniki istotne, III – prognozy *quasi ex ante*, pełen zestaw harmonik; 1,2,3 – numeracja kolejno rozpatrywanych modeli) i analizy falkowej (I – okres próby, II – prognozy *quasi ex ante*, III – skorygowane prognozy *quasi ex ante*).

Przed korektą:



Po korekcie wyrazów wolnych:



Rysunek 2. Prognozy, z wykorzystaniem metody ekstrapolacji współczynników rozwinięcia, dla trzech falek. Prognozy po korekcie wyrazów wolnych (dla falki (H) wykres jest zerowany po czwartej obserwacji).

ISBN 9788389475336

