

**WYŻSZA SZKOŁA  
INFORMATYKI STOSOWANEJ  
I ZARZĄDZANIA**



# **ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH I ZARZĄDZANIU**

**Wybrane problemy  
Tom 2**

**Pod redakcją**

**Macieja KRAWCZAKA i Jerzego HOŁUBCA**

**Warszawa 2000**

**WYŻSZA SZKOŁA  
INFORMATYKI STOSOWANEJ  
I ZARZĄDZANIA**

# **ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH I ZARZĄDZANIU**

Wybrane problemy  
Tom 2

Pod redakcją  
**Macieja KRAWCZAKA i Jerzego HOŁUBCA**

Warszawa 2000

**Wykaz opiniodawców artykułów zamieszczonych w tomie:**

doc dr hab. Dariusz **GĄTAREK**

prof. dr hab. Jakub **GUTENBAUM**

prof. dr hab. Jerzy **HOLUBIEC**

doc. dr hab. Marek **LIBURA**

prof. dr hab. Stanisław **PIASECKI**

prof. dr hab. Andrzej **STRASZAK**

doc. dr hab. Sławomir **WIERZCHOŃ**

doc dr. hab. Leszek **ZAREMBA**

© **Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania**

Warszawa 2000

**ISBN 83-85847-54-5**

## MOŻLIWOŚĆ PORÓWNYWANIA PROJEKTÓW INWESTYCYJNYCH RÓŻNYCH

*Janusz Kosiński*

*Zaoczne Studium Doktoranckie IBS PAN*

Przychody i wydatki (korzyści i straty) są rozpatrywane w przedsiębiorstwach najczęściej jako zdarzenia występujące w jednym okresie. Jeżeli potraktujemy występowanie tych zdarzeń w kilku następujących po sobie okresach, to świadomość zmiany wartości pieniądza w czasie pozwala na zapisywanie podstawowych związków zachodzących między elementami procesu produkcyjnego (zgodnie z metodykami *UNIDO* i *Banku Światowego - Singh, 1978*) w sposób umożliwiający stosowanie *dyskonta* oraz badanie wrażliwości.

Powszechnie stosowane jest określanie *stopy dyskonta* jako stopy zysku z danej działalności inwestycyjnej i zapisywanie jej procentowo w odniesieniu do okresów rocznych. Zasada ta, wykorzystywana jest przy *określanu wartości projektowanego przedsięwzięcia* (projektu inwestycyjnego) metodą zdyskontowanych przepływów pieniężnych.

Wśród stosowanych w praktyce metod dyskontowych, można wyróżnić dwie podstawowe (*Merret, Sykes, 1966*):

1. metoda wartości bieżącej netto (*the net present value method*), zwana popularnie *NPV*,
2. metoda określania wydajności (*the yield method*) znana pod różnymi nazwami:
  - ◆ wewnętrzna stopa zwrotu (*the internal rate of return*), zwana popularnie *IRR*,
  - ◆ stopa zwrotu (*the rate of return*),
  - ◆ graniczna efektywność kapitału (*the marginal efficiency of capital*),
  - ◆ zdyskontowany przepływ pieniężny (*the discounted cash flow*),
  - ◆ stopa zwrotu inwestycji (*the interest rate of return*),
  - ◆ metoda inwestora (*the investors method*),
  - ◆ zwrot ubezpieczenia (*the actuarial return*).

Jest oczywiste, że kryteria *NPV* i *IRR*, stosowane do oceny projektów inwestycyjnych, są ściśle ze sobą związane. Oba kryteria są zbudowane wg.

takich samych zasad:

- wykorzystywanie *dyskontowania* (efekt zmienności wartości pieniądza w czasie),
- stosowanie podobnego zapisu *sformalizowanego* - przy wykorzystaniu takich samych składników

$$NPV = \sum_{j=0}^n \frac{c_j}{(1+k)^j} - I_0 \quad \text{oraz} \quad \sum_{j=0}^n \frac{c_j}{(1+IRR)^j} = I_0$$

gdzie:

- $I_0$  - wartość nakładu początkowego (początkowy wydatek kapitałowy),
- $R$  - stopa dyskonta ( $k$ ) lub wewnętrzna stopa zwrotu ( $IRR$ ),
- $c_j$  - oczekiwana wartość przepływu pieniężnego netto (net cash-flow) na koniec okresu  $j$ .

Należy więc przyjrzeć się dokładniej własnościom wartości bieżącej –  $PV$ , która jest podstawą pomiaru wartości projektów inwestycyjnych. Podstawowy zapis  $PV$  jest zapisem szeregu liczbowego<sup>1</sup>, o postaci ogólnej:

$$\left\{ \begin{array}{l} PV = \sum_{j=0}^{\infty} pv_j \\ pv_j = \frac{c_j}{(1+r)^j} \end{array} \right. \quad (1)$$

gdzie:

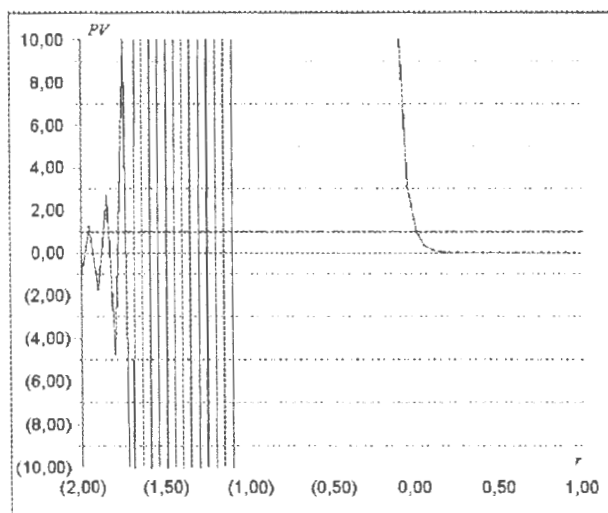
- $PV$  - wartość bieżąca (*present value*),
- $r$  - stopa dyskonta ( $k$ ) lub wewnętrzna stopa zwrotu ( $IRR$ ),
- $c_j$  - oczekiwana wartość przepływu pieniężnego netto na koniec okresu  $j$ .

Ponieważ szereg ( $I$ ) jest szeregiem potęgowym, więc:

- dla  $(1+r) = 0$  jest on rozbieżny,
- dla  $(1+r) \neq 0$  szereg ten może być zbieżny lub rozbieżny<sup>2</sup> - por. Rys.1 .

<sup>1</sup> W wyniku odejmowania wydatków od przychodów oraz dyskontowania tak powstałych różnic uzyskujemy ciągi liczb (jakkolwiek ich powstawanie jest wynikiem zależności funkcyjnych).

<sup>2</sup> W praktyce trudno jest zinterpretować ujemne stopy dyskonta, nie posiadają one fizycznego sensu.



Rys. 1. Szereg  $PV$  w przedziale  $(-2, 1)$ . (Źródło: Opracowanie własne).

Przedstawione w (1) wartości  $pv_j$  możemy przedstawić w postaci, określonego w pewnym zbiorze  $X$ , ciągu funkcyjnego:  $\{PV_n(c_n, r)\} = f_0(c_0, r); f_1(c_1, r); f_2(c_2, r); \dots f_n(c_n, r)$ , mającego sumę:

$$\sum_{j=0}^n f_j(c_j, r) = PV_n(c_n, r) \quad (2)$$

Ciąg ten może być zapisany jako szereg funkcyjny:

$$\sum_{j=0}^n f_j(c_j, r) = \sum_{j=0}^n c_j \frac{1}{(1+r)^j} \quad (3)$$

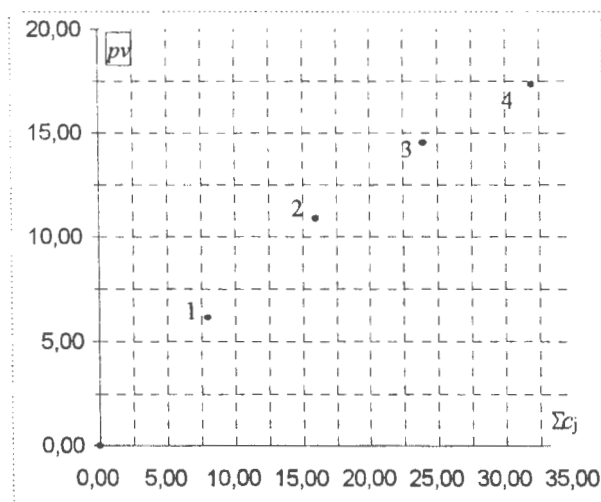
który jest zbieżny w zbiorze  $X$  jednostajnie i bezwzględnie (Kosiński, 1996).

Przedstawiony powyżej sposób zapisywania wartości bieżącej jako szeregu funkcyjnego, jednostajnie i bezwzględnie zbieżnego w pewnym zbiorze  $X$ , zilustrować można w postaci przykładu - Tablica 1. Jest to postać powszechnie stosowana w arkuszach kalkulacyjnych, umożliwiającą przeprowadzanie rozmaitych symulacji kształtowania postaci poszczególnych okresów planowania.

Tablica 1. Przykład zapisywania wartości bieżącej jako sumy szeregu

okres planowania j	1	2	3	4	$\Sigma c_j$
$c_j$	8,00	8,00	8,00	8,00	32,00
$\Sigma c_j$	8,00	16,00	24,00	32,00	-
stopa dyskonta r	0,30	0,30	0,30	0,30	-
-	0 - 1	1 - 2	2 - 3	3 - 4	$PV = \Sigma pv$
wartości funkcji	6,15	4,73	3,64	2,80	17,33
-	0 - 1	0 - 2	0 - 3	0 - 4	-
$\Sigma pv(r)$	6,15	10,89	14,53	17,33	-

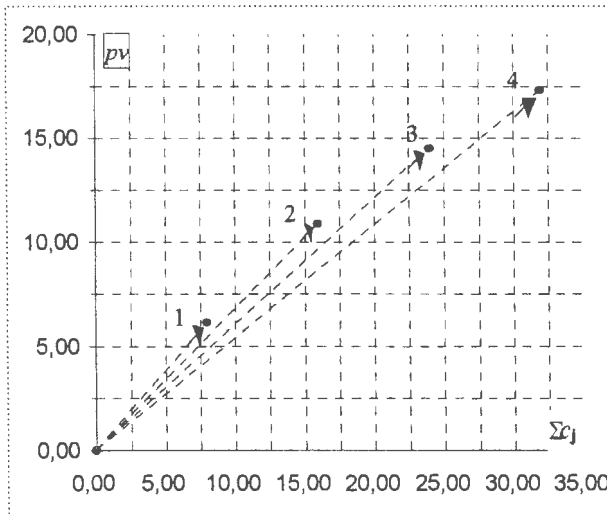
1. Ilustrację zależności pomiędzy  $pv$  a  $\Sigma c_j$  prezentuje Rysunek 2. - Punkty [1], [2], [3], [4] są punktami ustalonymi. Reprezentują one rozkład wartości stopy dyskonta w poszczególnych okresach horyzontu planowania, w układzie współrzędnych  $\langle \Sigma c_j - pv \rangle$ . Pozwala to na ocenę zmienności kosztów kapitału w projekcie inwestycyjnym w zależności od kształtowania się skumulowanego salda gotówkowego.



Rys. 2. Zależność  $\Sigma c_j - pv$  (Źródło: opracowanie własne).

2. Jeżeli poprowadzimy od początku układu, promienie wodzące do punktów z Rysunku 2., to uzyskamy zbiór wektorów: [0-1]; [0-2]; [0-3]; [0-4]; reprezentujących wartości  $\Sigma pv_j$  dla odpowiednich stóp dyskonta w danych okresach planowania - Rys. 3. Są to skumulowane wartości bieżące dla poszczególnych okresów planowania pozwalające na przeprowadzanie ocen

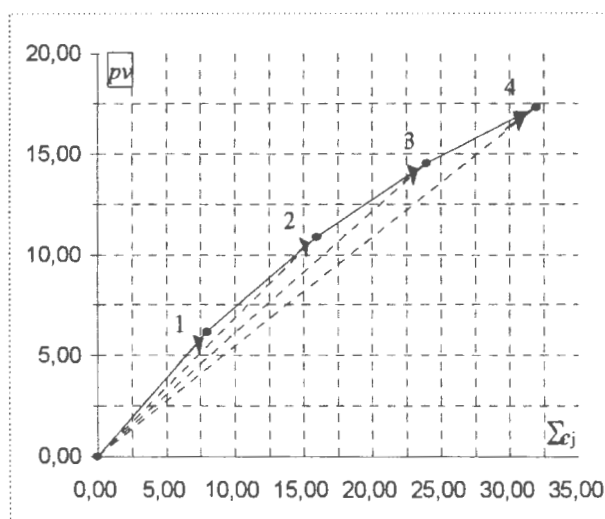
poszczególnych okresów projektu - można stosować podejścia alternatywne, bez konieczności przeprowadzania zmian w okresach poprzednich (o ile nie jest to wymagane założeniami projektu)



Rys. 3. Interpretacja geometryczna szeregu  $\Sigma pv_j$ . (Źródło: opracowanie własne).

3. Współrzędne końców wektorów - promieni  $\Sigma pv_j$  opisują trajektorię cząstkowych wartości  $PV$  w przestrzeni  $\langle \Sigma c_j - pv \rangle$ . (Zależności pomiędzy wektorami opisującymi cząstkowe wartości bieżące [0-1]; [1-2]; [2-3]; [3-4], a wektorami opisującymi skumulowane wartości bieżące dla poszczególnych okresów planowania [0-1]; [0-2]; [0-3]; [0-4], są zależnościami geometrycznymi interpretującymi zasady kształtowania wartości bieżącej - Np. sumy wektorów [0-2] oraz [2-3] dają jako wypadkowy wektor [0-3] - por. Rys. 4.)





Rys. 4. Trajektoria cząstkowych wartości  $PV$ , w przestrzeni  $\Sigma c_j - pv$ .  
(Źródło: opracowanie własne)

O zaprezentowanych wektorach  $\Sigma pv_j$  można więc powiedzieć, że są liniowo niezależne<sup>3</sup>, czyli wektory te rozpinają  $n$ -elementową euklidesową przestrzeń metryczną<sup>4</sup> - przestrzeń zdyskontowanych przepływów pieniężnych.

Suma szeregu, określająca wartość bieżącą może być przedstawiona jako odległość na osi obrazującej *stan gotówki u inwestora* (Rys 5.).

Odległość jest mierzona od stanu początkowego ( $t_0$ ) do stanu ( $t_j$ ) - odpowiadającego  $j$ -temu okresowi w założonym horyzoncie planowania.

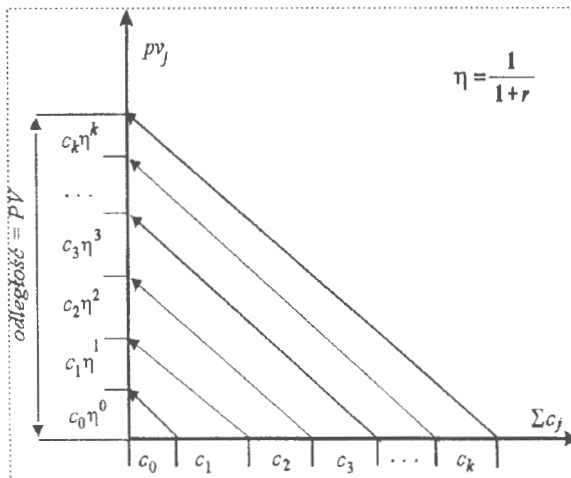
<sup>3</sup> O zbiorze, przedstawionym na Rys.4. możemy powiedzieć, że stanowią grupę ze względu na dodawanie:

- Wartość wektora  $PV$ , nie jest zależna od kolejności dodawania wektorów składowych (warunek łączności).
- W zbiorze wektorów znajdziemy zawsze taki wektor, który będzie wektorem jednostkowym (warunek istnienia elementu jednostkowego)
- Dla każdego wektora znajdziemy element odwrotny.

<sup>4</sup> W każdej przestrzeni metrycznej metryka  $d$  jest określana jako odległość między parą punktów  $(x, y)$  i jest zapisywana w postaci  $d(x, y)$ , a każda metryka określona w  $\mathbb{R}^n$  charakteryzuje się czterema podstawowymi własnościami:

$$- \wedge_{(x,y) \in X} d(x, y) \geq 0, \quad - d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y, \quad - d(x, y) = d(y, x),$$

$$- \wedge_{(x,y) \in X} d(x, y) + d(y, z) \geq d(x, z).$$



Rys. 5. Suma szeregu  $PV$  - jako odległość. (Źródło: opracowanie własne)

Przestrzeń zdyskontowanych przepływów pieniężnych - jest przestrzenią metryczną. Spełnienie aksjomatu tożsamości i aksjomatu symetrii jest tu oczywiste, dowiedlny jest również aksjomat trójkąta. Oznacza to, że wartość bieżąca zapisywana jako odległość jest *metryką* w przestrzeni zdyskontowanych przepływów pieniężnych (por. Kosiński, 1996)

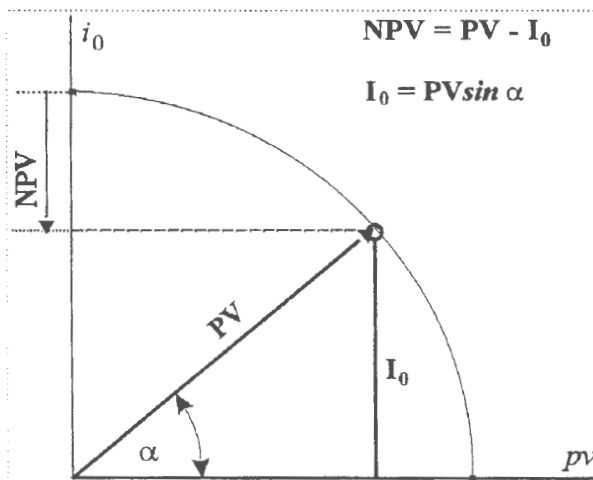
Dla każdego inwestora informacja o wartości  $PV$  jest niewystarczająca. Inwestor oczekuje informacji o wartościach  $NPV$  i  $IRR$ .

Jeżeli możemy przedstawić wartość bieżącą ( $PV$ ) jako metrykę projektu inwestycyjnego to możemy również zastanowić się nad możliwością przeprowadzania porównań między projektami inwestycyjnymi o różnych charakterystykach<sup>5</sup>.

Zarówno  $NPV$  jak i  $IRR$  są dla inwestora miarami użyteczności projektu inwestycyjnego. Należy przy tym pamiętać, że wartość zaktualizowana netto opisuje absolutny przyrost wartości inwestycji, zaś wewnętrzna stopa zwrotu opisuje stopę zwrotu zainwestowanych kapitałów z całego projektu inwestycyjnego. Uszczegółowiając, wielkości te są *miarami użyteczności projektu planu finansowego* danego przedsięwzięcia inwestycyjnego.

Metrykę  $PV$  możemy przedstawić w postaci promienia wodzącego na pewnej płaszczyźnie  $\langle pv - i_0 \rangle$ , gdzie podstawowe zależności pomiędzy  $NPV$ ,  $PV$  oraz  $I_0$  (por. Rys. 6.) przyjmują postać związków geometrycznych - zależnych od kąta  $\alpha$ , zakreślanych przez ten właśnie promień.

<sup>5</sup> Dla projektów różniących się horyzontem planowania, skalą inwestowania, oraz wartością nakładów inwestycyjnych



Rys. 6. Graficzna reprezentacja relacji między  $PV$ ,  $NPV$  i  $I_0$  na płaszczyźnie  $\langle pv - i_0 \rangle$ . (Źródło: Opracowanie własne).

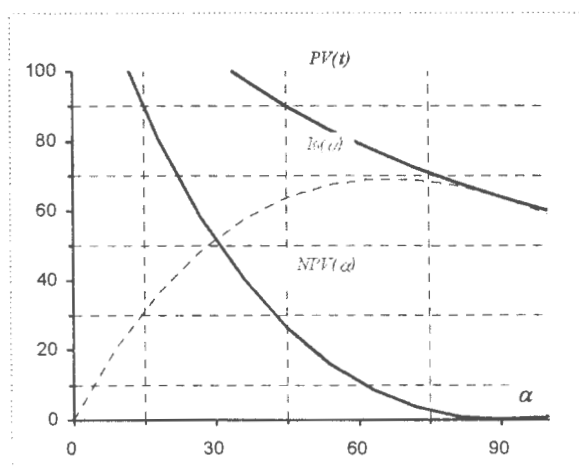
Zgodnie z zapisami Rys. 6 mamy:

$$NPV = PV \left(1 - \frac{I_0}{PV}\right) \quad (4)$$

przy ograniczeniach:

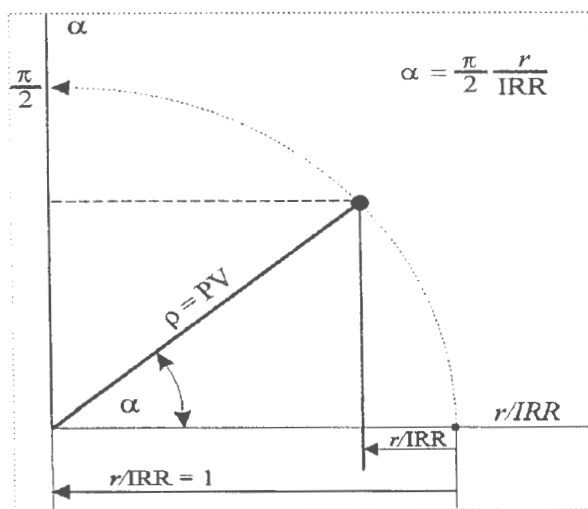
1.  $0 \leq I_0 \leq PV$
2.  $0 \leq NPV \leq PV$
3.  $PV \geq 0$

Przyjmując obrót promienia wodzącego w zakresie wartości kąta  $\alpha$  w przedziale  $[0^\circ - 90^\circ]$  możemy przedstawić przebieg zmienności  $NPV$  i  $I_0$  w funkcji kąta  $\alpha$ , dla pewnej założonej wartości  $PV$  - por. Rys. 7.



Rys. 7. Przebieg zmienności  $NPV$  oraz  $I_0$  w funkcji kąta  $\alpha$ . (Źródło: Opracowanie własne).

Wykorzystując interpretację  $PV$  jako promienia wodzącego na płaszczyźnie możemy przedstawić także związki geometryczne, dotyczące wartości  $IRR$ . Każdej wartości  $NPV$  (Rys. 6) odpowiada pewna wartość  $r$  - stopy dyskonta. Możemy więc przedstawić zależność pomiędzy zakreślonym przez promień  $PV$  kątem  $\alpha$ , a relacją stopy dyskonta do wewnętrznej stopy zwrotu.



Rys. 8. Graficzna reprezentacja relacji między stopą dyskonta a kątem opisywanym przez promień  $PV$ . (Źródło: Opracowanie własne).

Dla wartości  $NPV$  równej zero, promień wodzący określa kąt  $\alpha = 90^\circ$  (lub  $\pi/2$  – w mierze łukowej). Przy tej wartości kąta stopa dyskonta osiąga wartość  $r = IRR$ , czyli możemy zapisać relację:  $r/IRR = 1$ . I przeciwnie dla  $NPV = PV$ , zapiszemy  $r/IRR = 0$  (kąt  $\alpha = 0^\circ$ ). Możemy więc, zakładając liniowy rozkład relacji  $r/IRR$ , - por. Rys.8, przedstawić dowolny kąt  $\alpha$  zakreślany w przedziale  $(0^\circ, 90^\circ)$  przez promień wodzący  $PV$ , w postaci:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \frac{r}{IRR} \quad (5)$$

przy ograniczeniu:  $0 \leq r \leq IRR$ .

Możliwość dokonywania porównań projektów inwestycyjnych różniących się horyzontem planowania, skalą inwestowania oraz wartością nakładów inwestycyjnych, zostanie przedstawiona z uwzględnieniem prezentowanych uprzednio zastrzeżeń dotyczących:

- stosowania dodatnich wartości stopy dyskonta,
- realności wewnętrznej stopy zwrotu oraz jej jednokrotności,
- dodatnich wartości nakładu początkowego,
- rozpatrywania przepływów, tzw. Konwencjonalnych

W tym miejscu należy wspomnieć o popularnym wśród inwestorów amerykańskich wariancie kryterium  $NPV$ , t.j. o *indeksie zyskowności* (*profitability index*). Jest on definiowany jako wartość bieżąca projektu inwestycyjnego dzielona przez początkowy wydatek kapitałowy lecz nie jest najlepszą miarą inwestycji (krytyczną analizę tego indeksu przedstawił *H. M. Weingartner, 1963*).

- *miara użyteczności kryterium NPV*

Pamiętając o fizycznym sensie zapisów planu finansowego - wartości  $PV$  zawsze muszą być większe od zera - w przeciwnym przypadku projekt jest pozbawiony sensu - możemy zastosować względną miarę użyteczności dla omawianego kryterium. Wartość  $NPV$  może zmieniać się od zera do wartości równej  $PV$ . Przedstawiając indeks zyskowności w postaci nieco zmodyfikowanej oraz definiując go jako "efektywność" nakładu inwestycyjnego, mamy:

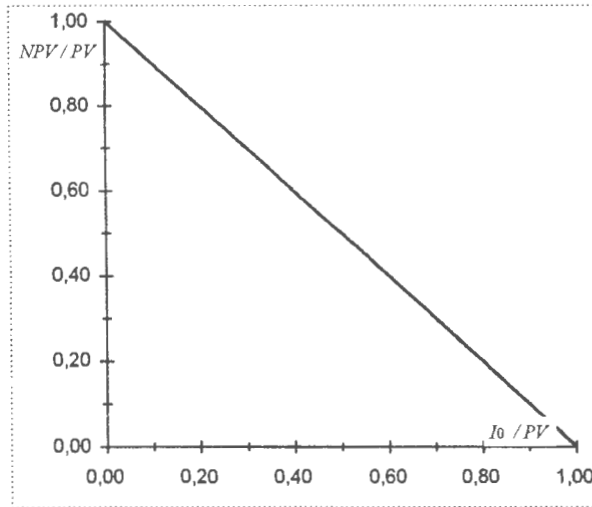
$$\frac{NPV}{PV} = 1 - \frac{I_0}{PV} \quad (6)$$

gdzie:

1.  $0 \leq \frac{r}{IRR} \leq 1$
2.  $0 < IRR$

Przebieg zmienności miary użyteczności kryterium *NPV* przedstawia Rys.

9.



Rys. 9. Zmienność względnej miary użyteczności kryterium *NPV*.  
(Źródło: Opracowanie własne).

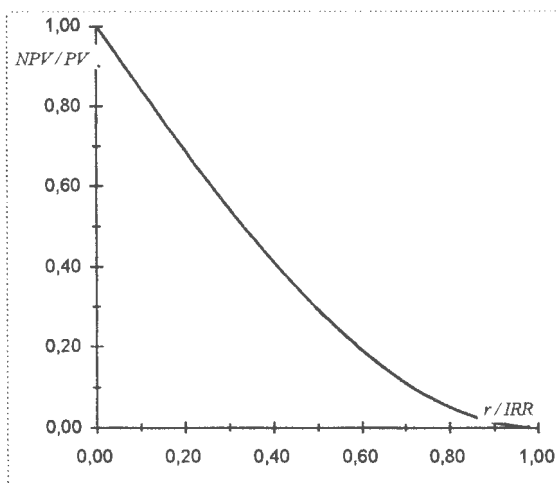
- *miara użyteczności kryterium IRR*

Ułamek  $r / IRR$  przedstawia sobą miarę kąta  $\alpha$  - por Rys. 8. Pozwala to na przedstawienie wyrażenia stanowiącego względną miarę użyteczności kryterium *IRR*, którą przez analogię do poprzedniej można nazwać "efektywnością" istniejącej stopy zwrotu - Rys. 10.

$$\frac{NPV}{PV} = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{r}{IRR}\right) \quad (7)$$

gdzie:

1.  $0 \leq \frac{r}{IRR} \leq 1$
2.  $0 < IRR$



Rys. 10. Zmienność względnej miary użyteczności kryterium *IRR*.  
(Źródło: Opracowanie własne).

- *Porównywanie projektów różnych*

Sposób porównywania projektów o różnej skali inwestowania, różnych horyzontach planowania oraz różnych wartościach nakładu początkowego, przedstawimy na podstawie przykładu.

Przykład:

Przypuśćmy że chcemy dokonać porównania pomiędzy różnymi co do skali i zakresu inwestowania oraz horyzontu planowania, projektami inwestycyjnymi, celem podjęcia decyzji który z zaproponowanych projektów dostarczy relatywnie największy zwrot z zainwestowanego kapitału. W celu uproszczenia obliczeń zakładamy jednakowy koszt kapitału dla każdego projektu - na poziomie 10%.

1. Podstawowe dane o projektach przedstawione są w Tablicy 2.

Tablica.2. Dane o alternatywnych projektach inwestycyjnych

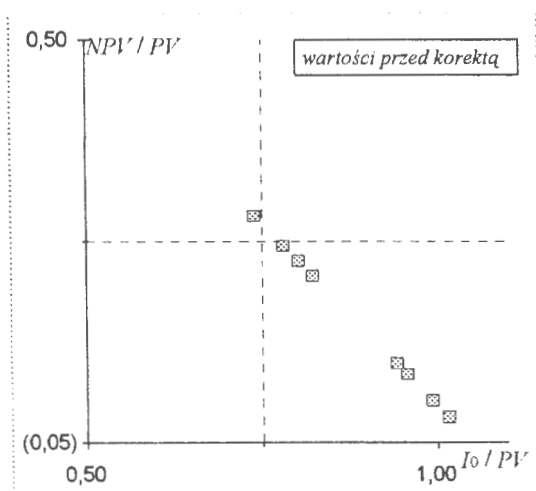
<i>horyzont planowania</i>	10	8	20	15	5	6	10	3
<i>przepływ roczny stały</i>	55 000	24 000	12 000	58 600	14 000	18 000	41 000	99 000
<i>nakład początkowy</i>	250 000	100 000	400 000	75 000	50 000	75 000	250 000	250 000

2. Obliczenie *NPV* i *IRR* wskazuje na dylemat - który projekt skierować do realizacji? Projekt wybrany według kryterium *NPV* posiada trzecią w kolejności wartość *IRR*, z kolei projekt o najwyższej *IRR* posiada akurat odwrotną co do kolejności wartość *NPV*. Jak widać sytuacja ta nie upoważnia do podjęcia decyzji. W celu przeprowadzenia porównania obliczamy zaproponowane miary użyteczności - por. Tablica 3.

L.p.	horizon t	$I_0$	r	PV	NPV	IRR	$I_0 / PV$	NPV / PV	r / IRR
1	2	400 000	0,	498 895	<u>98 895</u>	0,134825	0,801772	0,198228	0,741703
2	1	250 000	0,	337 951	<u>87 951</u>	0,176814	0,739752	0,260248	0,565566
3		100 000	0,	128 038	<u>28 038</u>	0,173070	0,781017	0,218983	0,577801
4	1	75 000	0,	91 273	<u>16 273</u>	0,136538	0,821711	0,178289	0,732397
5		75 000	0,	78 395	<u>3 395</u>	0,115305	0,956697	0,043303	0,867265
6		50 000	0,	53 071	<u>3 071</u>	0,123759	0,942134	0,057866	0,808022
7	1	250 000	0,	251 927	<u>1 927</u>	0,101792	0,992350	0,007650	0,982400
8		250 000	0,	246 198	<u>(3 802)</u>	0,091342	1,015441	(0,015441)	1,094787

3. Uporządkowanie projektów według wartości  $NPV$  jeszcze nie pozwala na rozstrzygnięcie - który projekt jest lepszy - możliwa do uzyskania maksymalna stopa zwrotu jest jeszcze daleka od  $IRR$  co przy długich horyzontach planowania nabiera większego znaczenia.

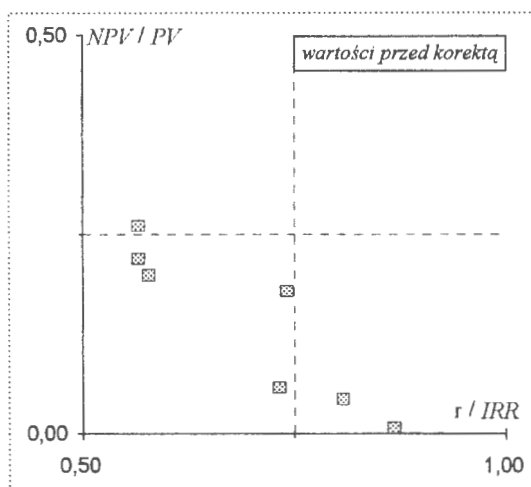
4. Na Rysunku 11. przedstawiony jest rozkład tych projektów według kryterium użyteczności  $NPV / PV$ . Jak widać, dla jednego z projektów występują wartości  $NPV / PV < 0$  oraz  $I_0 / PV > 1$ , - co oznacza przekroczenie założonych w (.7) przedziałów zmienności.



Rys. 11. Rozkład projektów według użyteczności kryterium  $NPV$  - przed wprowadzeniem modyfikacji. (Źródło: Opracowanie własne).

4. Znacznie lepiej sytuację tę ilustruje Rys. 12. - nie można podjąć decyzji wprost - przyczyną podstawową są różne okresy planowania oraz nierozróżnialność w tym przypadku między użytecznością  $NPV$  a  $IRR$ .





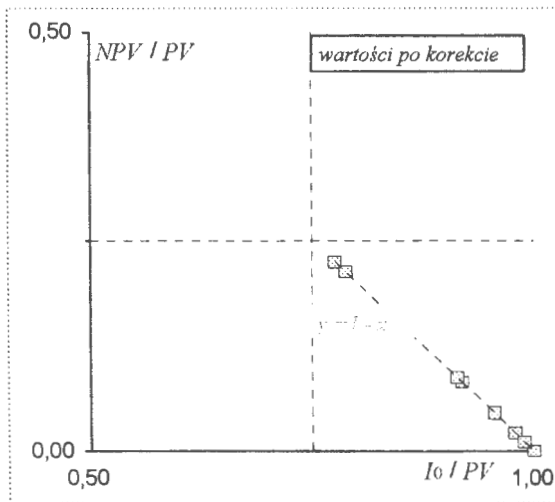
Rys. 12. Rozkład projektów według użyteczności kryterium IRR - układ przed wprowadzeniem modyfikacji. (Źródło: Opracowanie własne)

6. Wykorzystując zaproponowany model opisu relacji między składnikami każdego projektu inwestycyjnego - por. Rys. 6 oraz 8. - obliczamy kąt  $\alpha$  na płaszczyźnie  $\langle pv - i_0 \rangle$  oraz zmodyfikowaną wartość wskaźnika  $NPV / PV$ . Działanie to umożliwi przeprowadzenie porównań między projektami według wspólnej podstawy obliczeniowej. Jak widać, w nowym uporządkowaniu wg. zmodyfikowanej wartości kryterium wartości zaktualizowanej -  $NPV^*$ , tylko czwarty projekt z Tablicy 3. nie zmienił kolejności - por. Tablica 4.

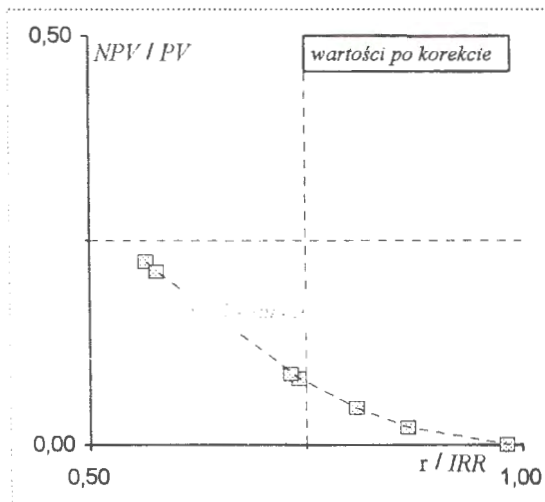
Tablica 4. Obliczanie zmodyfikowanej postaci użyteczności kryterium  $NPV$

L.p. wg. Tab.3.	Horyzont planowania		$\alpha^\circ = r/IRR \times 90^\circ$	$\sin \alpha = I_0 / PV^*$	$PV^* = I_0 / \sin \alpha$	$NPV^* = PV^* - I_0$	$NPV^* / PV^*$
2	10	250 000	51	0,776057	322 141	72 141	0,223943
1	20	400 000	67	0,918814	435 344	35 344	0,081186
3	8	100 000	52	0,788033	126 898	26 898	0,211967
4	15	75 000	66	0,912946	82 152	7 152	0,087054
8	3	250 000	99	0,988936	252 797	2 797	0,011064
6	5	50 000	73	0,954875	52 363	2 363	0,045125
5	6	75 000	78	0,978343	76 660	1 660	0,021657
7	10	250 000	88	0,999618	250 096	96	0,000382

7. Sytuację po przeprowadzeniu modyfikacji przedstawiają: Rys. 13. i Rys. 14.



Rys. 13. Rozkład projektów według użyteczności kryterium  $NPV$  - układ po wprowadzeniu modyfikacji. (Źródło: Opracowanie własne).



Rys. 14. Rozkład projektów według użyteczności kryterium  $IRR$  - układ po wprowadzeniu modyfikacji. (Źródło: Opracowanie własne).

Przykład powyższy pokazuje, że jest możliwe dokonywanie porównań projektów inwestycyjnych charakteryzujących się różnym czasem trwania, różną skalą inwestowania i różnymi nakładami początkowymi, wg. zmodyfikowanego kryterium wartości bieżącej netto ( $NPV$ ). Jak widać, celem zastosowania

zapropozowanego sposobu porównywania projektów nie jest rozstrzygnięcie dylematu, czy lepsze jest kryterium *NPV* czy kryterium *IRR*. lecz utworzenie układu zdeterminowanego wiążącego ze sobą, przeciwstawne z założenia, miary użyteczności projektów inwestycyjnych.

Ponieważ można zdeterminować związki między *NPV* a *IRR* to należy stwierdzić czy występuje a jeżeli tak to przy jakich uwarunkowaniach, *stan równowagi* pomiędzy zaproponowanymi miarami użyteczności projektu inwestycyjnego.

Opis projektów inwestycyjnych w funkcji kąta  $\alpha$  uzyskiwany jest z relacji pomiędzy zastosowaną w ocenie projektu stopą dyskonta a istniejącą dla danego projektu wewnętrzną stopą zwrotu

Zgodnie z (7) oraz (8) mamy:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{NPV}{PV} = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{r}{IRR}\right) \\ \frac{NPV}{PV} = 1 - \frac{I_0}{PV} \end{array} \right.$$

Dokonując podstawień:

$$v_0 = \frac{I_0}{c_0}; \frac{c_k}{c_0} = \lambda_k; \eta = \frac{1}{1+r}$$

gdzie:

- $c_0$  - wartość przepływów pieniężnych netto w okresie "zerowym"<sup>6</sup>,
- $c_k$  - wartość przepływów pieniężnych netto w okresie  $k$ : ( $k = 0, 1, 2, \dots, j$ ;  $j = 0, 1, 2, \dots, n$ )
- $I_0$  - wartość nakładu początkowego,
- $r$  - stopa dyskonta lub *IRR*.

otrzymujemy wyrażenie wiążące ze sobą wartości przepływów pieniężnych netto i nakładu początkowego.

$$\sin \alpha = \frac{v_0}{\left(1 + \sum_{k=1}^j \lambda_k \eta^k\right)}$$

Na podstawie własności funkcji *sinus* możemy zapisać warunek istnienia stanu szczególnego:

<sup>6</sup> Jest to czas przed pierwszym okresem eksploatacji projektu inwestycyjnego.

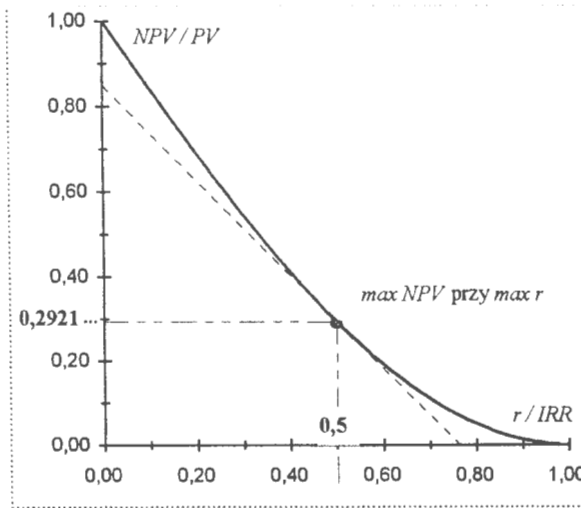
$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{v_0^2}{\sqrt{\left(1 + \sum_{k=1}^j \lambda_k \eta^k\right)^2 - v_0^2}}, \text{ a po przekształceniu:}$$

$\left(1 + \sum_{k=0}^j \lambda_k \eta^k\right) = \sum_{k=1}^j \lambda_k \eta^k = \sqrt{2}v_0$ , czyli możemy przedstawić zapis *stanu równowagi w sensie Pareto*:

$$\sum_{k=0}^j c_k \frac{1}{(1+r)^k} = \sqrt{2}I_0 \quad (9)$$

Równowaga ta występuje dla: (por. Rys. 15)<sup>7</sup>

$$\frac{I_0}{PV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ oraz } \frac{r}{IRR} = \frac{1}{2}$$



Rys. 15. Stan równowagi w sensie Pareto.  
(Źródło: Opracowanie własne).

<sup>7</sup> Interpretacją stanu równowagi jest największa wartość pola pod styczną do krzywej  $y = 1 - \sin x$ . Odpowiada to sytuacji kiedy uzyskujemy największą wartość *NPV*, przy maksymalnie możliwej wartości stopy dyskonta

## Literatura

- [1] Alfred A.M., Evans J.B.; *Discounted Cash-flow, Principles and Some Short Cut Techniques*; Chapman and Hall London, 1969
- [2] Boulding K.; *The Theory of Single Investment*; *Quarterly Journal of Economics*. May 1935.
- [3] Brigham E.F.; *Podstawy zarządzania finansami*; PWE Warszawa, 1996.
- [4] Kosiński J. F.; *A possibility of Application of Genetic Algorithms in Investment Project Cash- Flow Optimization* . IVth Annual Competitive Examination of Scientific Papers; System Research Institute, Polish Academy of Science, December 1996.
- [5] Levy H., Sarnat M.; *Capital Investment & Financial Decisions*; Prentice Hall New York - Tokyo - Toronto - London - Sydney, 1994
- [6] Merret A., Sykes A.; *The Finance and Analysis of Capital Projects*; Longman London, 1966
- [7] Ross S.A., Spatt C.S., Dybvig P.H.; *Present Values and Internal Rates of Return*, *Journal of Economic Theory*, August 1980.
- [8] Samuelson P. A.; *Some Aspects of the Pure Theory of Capital*: *Quarterly Journal of Economics*. May 1937.
- [9] Singh Rana K.D.N., Giersig F., Mohnot R.S.; *Manual for the preparation of industrial feasibility studies*; International Centre for Industrial Feasibility Studies, United Nations New York, 1978.
- [10] Weingartner H. M.; *The Excess Present Value Index - A Theoretical Basis and Critique*; *Journal of Accounting Research*, Autumn 1963.



**WYŻSZA SZKOŁA  
INFORMATYKI STOSOWANEJ  
I ZARZĄDZANIA**

pod auspicjami  
Polskiej Akademii Nauk

ZAŁOŻYCIELEM

**Wyższej Szkoły Informatyki Stosowanej i Zarządzania**

jest

**FUNDACJA KRZEWIENIA NAUK SYSTEMOWYCH**

powołana z inicjatywy

**Prezesa**

**POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

FUNDATOREM

**Fundacji Krzewienia Nauk Systemowych**

jest

**POLSKA AKADEMIA NAUK**

ORGANEM

sprawującym nadzór jest

**MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ**

**Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania**

prowadzi studia wyższe na kierunkach:

**INFORMATYKA**

**ZARZĄDZANIE I MARKETING**

SIEDZIBA

**Instytut Badań Systemowych**

**Polskiej Akademii Nauk**

**ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa**

ISBN 83-85847-54-5