

KIWIEL



POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

WSPOMAGANIE DECYZJI

SYSTEMY EKSPERCKIE

pod redakcją

Romana Kulikowskiego i Lucyny Bogdan

Warszawa 1995

WSPOMAGANIE DECYZJI

SYSTEMY EKSPERCKIE

pod redakcją

Romana Kulikowskiego i Lucyny Bogdan

Warszawa 1995

Wydano z wykorzystaniem dotacji
KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Materiały konferencji: "Analiza Decyzyjna, Systemy Ekspertyczne, Zastosowania Systemów Komputerowych",
Warszawa, 25-27 maja 1994r.

Komitet Programowy Konferencji:

Andrzej Ameljańczyk, Zdzisław Bubnicki, Wiesław Grudzewski, Olgierd Hryniewicz, Janusz Kacprzyk, Lech Kruś, Roman Kulikowski (przewodniczący), Kazimierz Mańczak, Ireneusz Nykowski, Zdzisław Pawlak, Roman Słowiński, Andrzej Straszak, Andrzej Weryński, Andrzej Wierzbicki.

Wykonano z oryginałów tekstowych dostarczonych przez autorów

© Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 1995

ISBN 83-85847-85-5

PROCEDURA METAHEURYSTYCZNA P-SA DLA ZADAŃ WIELOKRYTERIALNEJ OPTYMALIZACJI KOMBINATORYCZNEJ

Piotr Czyżak, Andrzej Jaszkievicz
Instytut Informatyki
Politechniki Poznańskiej
60-965 Poznań, ul.Piotrowo 3a

Streszczenie. Artykuł przedstawia koncepcję procedury metaheurystycznej P-SA (ang. Pareto - Simulated Annealing) dla rozwiązywania wielokryterialnych problemów o charakterze kombinatorycznym. Celem metody jest generowanie "dobrej" próby rozwiązań sprawnych i przedstawianie jej decydentowi. Proponowane podejście łączy idee pochodzące z jednokryterialnych technik metaheurystycznych: symulowanej relaksacji (ang.simulated annealing) oraz algorytmów genetycznych (ang.genetic algorithm). Z pierwszej z nich zapożyczono technikę unikania pozostawiania w lokalnych optimach. Z drugiej natomiast, koncepcję równoległego przetwarzania zbioru rozwiązań (populacji) wzajemnie na siebie oddziałujących zamiast pojedynczego rozwiązania.

1.Wstęp

W ostatnim dziesięcioleciu dużą popularność zdobyły procedury metaheurystyczne typu symulowanej relaksacji [4,5], przeszukiwania tabu [2] oraz algorytmy genetyczne [3]. Stosowano je do zagadnień kombinatorycznych o dużym rozmiarze. Dla tej klasy zadań nieprzydatne okazały się dokładne metody optymalizacyjne charakteryzujące się dużą złożonością obliczeniową. Ponadto, w wielu praktycznych sytuacjach decydenta satysfakcjonują rozwiązania suboptymalne uzyskane w możliwym do akceptacji czasie.

Ocena generowanych rozwiązań realizowana była najczęściej za pomocą pojedynczej miary jakości. W problemach rzeczywistych często niezbędnym jest uwzględnienie wielu różnych aspektów oceny. Prowadzi to do sformułowania problemu

wielokryterialnej optymalizacji kombinatorycznej, który w ogólności może być zapisany następująco:

$$\max\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_K(x)\}$$

przy ograniczeniach

$$x \in D$$

gdzie D jest skończonym, lecz bardzo licznym zbiorem dostępnych rozwiązań (alternatyw) x , $f_i(x)$ ($i=1, \dots, K$) wyraża ocenę alternatywy z i -tego punktu widzenia.

Matematycznie, powyższe sformułowanie problemu optymalizacji kombinatorycznej jest niepoprawne, niemożliwe jest bowiem, w ogólnym przypadku, jednoczesne maksymalizowanie różnych, zwykle wzajemnie sprzecznych kryteriów. Stosuje się tu zatem koncepcję rozwiązań niezdominowanych (Pareto-optymalnych), zgodnie z którą rozwiązania różniące się wartościami ocen dla poszczególnych kryteriów jednocześnie w sposób zgodny i przeciwny kierunkowi preferencji decydenta są z matematycznego punktu widzenia nierozróżnialne.

Celem proponowanej procedury wielokryterialnej jest wygenerowanie jak najliczniejszej próby rozwiązań dopuszczalnych będących rozwiązaniami niezdominowanymi lub bliskimi niezdominowanym. Ponieważ algorytmy metaheurystyczne okazały się efektywnymi narzędziami optymalizacji jednokryterialnej sensowne wydaje się wykorzystanie zawartych w nich idei dla budowy algorytmów optymalizacji wielokryterialnej.

2. Ogólny schemat metody P-SA

Podstawową ideą metody P-SA jest znajdowanie zamiast pojedynczego rozwiązania, jak to miało miejsce w przypadku metod jednokryterialnych, próby rozwiązań będących dobrą reprezentacją zbioru rozwiązań Pareto-optymalnych. Podobnie jak jednokryterialne metaheurystyki, proponowana metoda wielokryterialna jest także tylko ogólnym schematem procedury optymalizacyjnej. Schemat ten musi za każdym razem być odpowiednio adaptowany dla rozwiązania konkretnego problemu optymalizacji kombinatorycznej.

Proponowane podejście wykorzystuje szereg koncepcji zaproponowanych dla metaheurystyk jednokryterialnych: symulowanej relaksacji i algorytmów genetycznych. Koncepcje zaczerpnięte z obu algorytmów można w skrócie opisać następująco:

- Algorytmy Genetyczne
 - Zastosowanie próby rozwiązań (populacji)
- Symulowana Relaksacja
 - Koncepcja sąsiedztwa
 - Akceptacja nowych rozwiązań z pewnym prawdopodobieństwem
 - Zależność prawdopodobieństwa akceptacji od parametru zwanego temperaturą
 - Zastosowanie schematu zmiany temperatury.

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

D - zbiór rozwiązań dopuszczalnych wielokryterialnego problemu optymalizacji kombinatorycznej;

$x, y \in D$ - rozwiązania sprawne problemu optymalizacji kombinatorycznej;

S - próbka generująca rozwiązania sprawne;

N - zbiór rozwiązań potencjalnie sprawnych;

$V(x)$ - sąsiedztwo rozwiązania x (zbiór rozwiązań osiągalnych za pomocą pojedynczego "ruchu" z rozwiązania x);

T - temperatura;

T_0 - temperatura początkowa;

$p_{xy}(T, S)$ - prawdopodobieństwo akceptacji rozwiązania y należącego do sąsiedztwa $V(x)$ przy temperaturze T , gdzie $x \in S$;

Ogólny schemat metody P-SA w zapisie Pascalo-podobnym można wyrazić następująco:

Wybierz próbę rozwiązań początkowych S

Wykorzystaj S do uaktualnienia zbioru rozwiązań potencjalnie niezdominowanych N

$T := T_0$

repeat

repeat

for *każdego $x \in S$ do*

Wybierz $y \in V(x)$

Uaktualnij zbiór N ze względu na y

$x := y$ (akceptuj y) z prawdopodob. $p_{xy}(T, S)$

until *warunki zmiany temperatury będą spełnione*

$T := \alpha T$

until *spełniono warunki stopu*

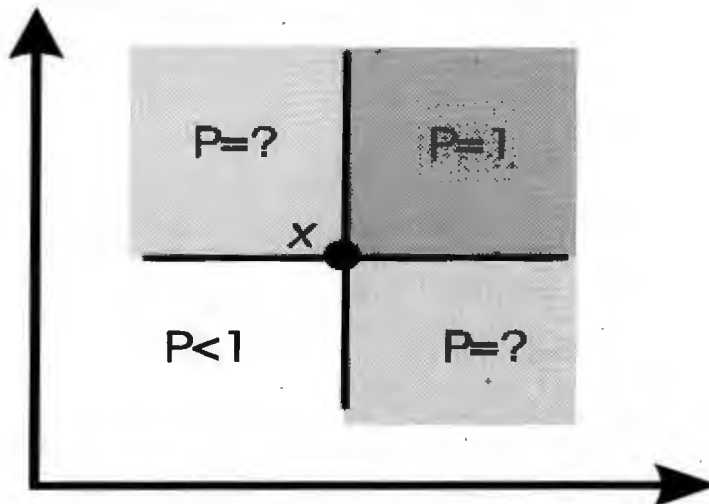
Adaptacja powyższego schematu metody dla konkretnego zadania wielokryterialnej optymalizacji kombinatorycznej polega na zdefiniowaniu pojęcia sąsiedztwa dla dowolnego rozwiązania dopuszczalnego, określeniu warunków które muszą być spełnione dla zmiany temperatury oraz zatrzymywania procedury. Ponadto ustalona być musi wielkość próby generującej S (populacji) oraz temperatura początkowa T_0 .

Ogólny schemat proponowanej metody podobny jest do schematu klasycznej, jednokryterialnej symulowanej relaksacji. Proponowana metoda stosuje jednak próbę generującą S , zamiast pojedynczego rozwiązania jak to było w metodzie jednokryterialnej. Inną różnicą jest sposób określania prawdopodobieństwa akceptacji nowego rozwiązania. Prawdopodobieństwo to określane jest tak aby powodować, z jednej strony, ruch próby generującej S w stronę zbioru rozwiązań niezdominowanych, z drugiej zaś strony, dyspersję rozwiązań w próbie, w sposób możliwie równomierny, po całym zbiorze rozwiązań niezdominowanych.

W celu wytworzenia tendencji przemieszczającej zbiór S w stronę zbioru rozwiązań sprawnych proponuje się zastosowanie tzw. reguł wielokryterialnej akceptacji [1,6]. W przypadku jednokryterialnym prawdopodobieństwo akceptacji zależy od wartości pojedynczego kryterium i jest równe jeden jeśli nowe rozwiązanie ma wartość kryterium nie gorszą od poprzedniego rozwiązania oraz mniejszą od jeden w przeciwnym przypadku. Gdy mamy do czynienia z wieloma kryteriami, gdy dokonujemy porównania ze sobą aktualnego i nowego rozwiązania, mogą wystąpić trzy sytuacje:

- nowe rozwiązanie dominuje lub jest równe aktualnemu,
- nowe rozwiązanie jest zdominowane przez aktualne,
- nowe rozwiązanie jest nie-zdominowane ze względu na aktualne rozwiązanie.

Wszystkie stosowane reguły wielokryterialnej akceptacji przyjmują, że w sytuacji pierwszej prawdopodobieństwo akceptacji jest równe 1 i w sytuacji drugiej jest mniejsze od 1. Reguły te różnią się jedynie sposobem traktowania przypadku trzeciego, gdy rozwiązanie nowe i aktualne się wzajemnie nie dominują (zobacz Rys. 1). Przykłady różnych reguł akceptacji nowego rozwiązania przedstawiono w kolejnym rozdziale.



Rys 1. Prawdopodobieństwo akceptacji dla reguł wielokryterialnej akceptacji w przypadku dwóch kryteriów.

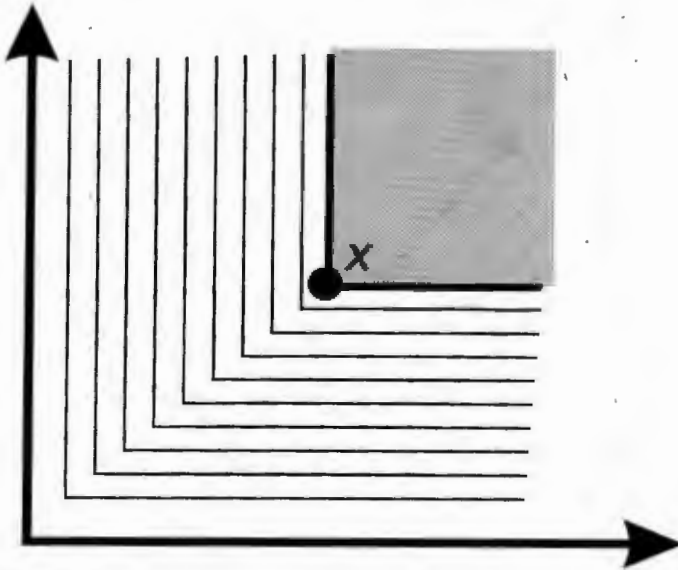
3. Różne reguły akceptacji nowych rozwiązań

Reguła C używa następującego wyrażenia dla określenia prawdopodobieństwa akceptacji:

$$P_{xy}(T) = \min \left\{ 1, \exp \left(\max_j \{ \lambda_j (f_j(x) - f_j(y)) / T \} \right) \right\}$$

gdzie $\Lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_p]$ jest wektorem wag.

Reguła ta może być rozumiana jako lokalna agregacja wszystkich kryteriów za pomocą ważonej normy Czebyszewa. Graficznie powyższą regułę przedstawiono na Rys.2.

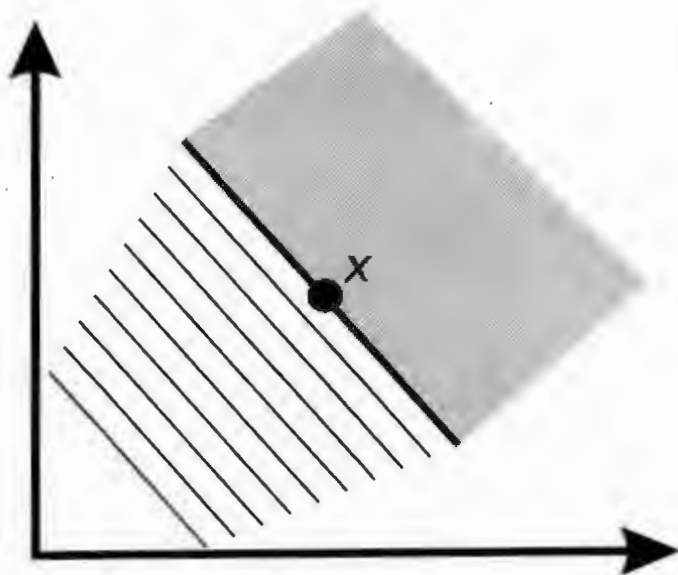


Rys. 2. Graficzna prezentacja reguły C w przypadku dwukryterialnym (linie przedstawiają obszary o tym samym prawdopodobieństwie akceptacji).

Prawdopodobieństwo akceptacji reguły SL zdefiniowane jest za pomocą następującego wyrażenia:

$$P_{xy}(T) = \min \left\{ 1, \exp \left(\sum_j (\lambda_j (f_j(x) - f_j(y)) / T) \right) \right\}$$

Reguła ta realizuje zasadę lokalnej agregacji kryteriów za pomocą ważonej, liniowej sumy. Graficznie regułę SL ilustruje Rys.3.

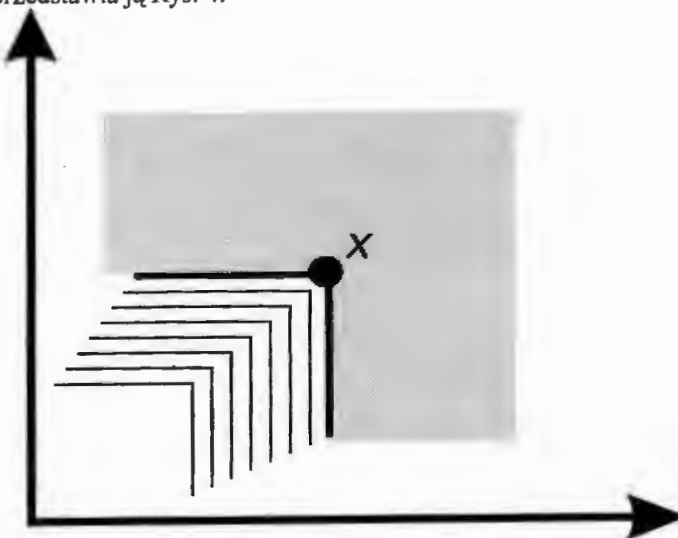


Rys. 3. Graficzna reprezentacja reguły SL dla dwóch kryteriów.

Reguła W wykorzystuje następującą definicję prawdopodobieństwa akceptacji:

$$P_{xy}(T) = \min \left\{ 1, \exp \left(\min_j \left\{ \lambda_j (f_j(x) - f_j(y)) / T \right\} \right) \right\}$$

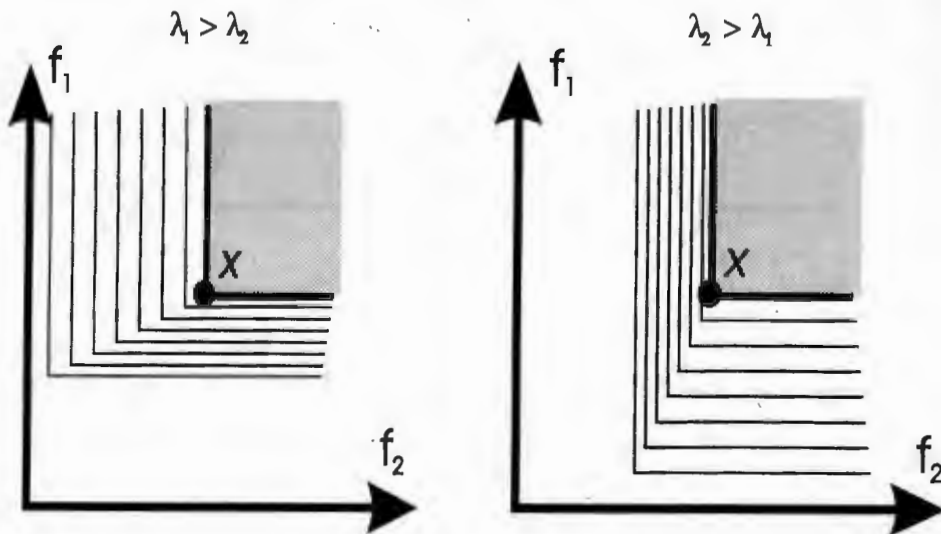
Graficznie przedstawia ją Rys. 4.



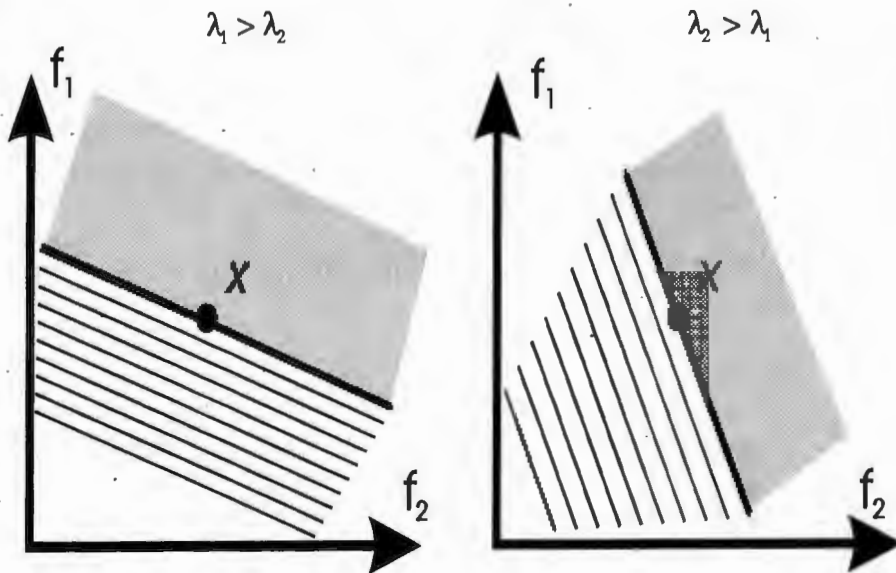
Rys. 4. Graficzna reprezentacja reguły W dla dwóch kryteriów.

4. Znaczenie wektora wag dla poszczególnych reguł akceptacji

Wszystkie przedstawione powyżej reguły akceptacji rozwiązań wykorzystują wektor wag $\Lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_p]$. W ogólności, im wyższa waga związana z danym kryterium tym niższe prawdopodobieństwo akceptacji nowego rozwiązania pogarszającego wartość tego kryterium. Z drugiej strony, im niższa waga kryterium tym większa możliwość akceptacji rozwiązania pogarszającego to kryterium. Sytuacja ta jest graficznie przedstawiona na Rys. 5 oraz Rys. 6 dla reguł, odpowiednio, C i SL oraz różnych relacji pomiędzy wagami..



Rys. 5. Rola wag w regule C.



Rys. 6. Rola wag w regule SL.

W prezentowanej metodzie metaheurystycznej odpowiednia modyfikacja wag służy zapewnieniu realizacji równomiernej dyspersji rozwiązań z próbki generującej w zbiorze rozwiązań niezdominowanych. W związku z tym, wagi przeliczane są przed każdym krokiem dla każdego z rozwiązań $x \in S$.

Algorytm przeliczania wag wygląda następująco:

Znajdź rozwiązanie $x' \in S$ nie zdominowane ze wzgl. na x i najbliższe x (ze wzgl. na pewną miarę odległości L_p)

if *jeśli nie istnieje $x' \in S$ niezdominowane ze wzgl. na x* **then**

Nadaj wagom wartości losowe spełniające warunki:

$$\forall_j \lambda_j \geq 0 \text{ and } \sum_j \lambda_j = 1$$

else

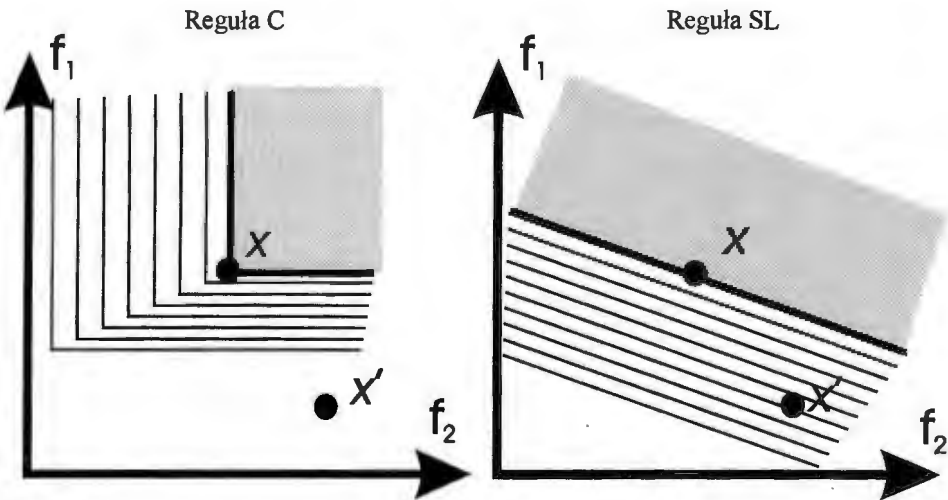
for *dla każdego kryterium j* **do**

$$\lambda_j = \begin{cases} \alpha, & \text{dla } f_j(x) \geq f_j(x') \\ \beta, & \text{dla } f_j(x) \leq f_j(x') \end{cases}$$

gdzie: α jest stałą dodatnią, bliską 1, a β jest stałą dodatnią bliską 0.

Celem powyższego algorytmu jest obniżenie prawdopodobieństwa akceptacji ruchów zmniejszających dystans pomiędzy x i x' oraz zwiększanie prawdopodobieństwa akceptacji ruchów zwiększających ten dystans. Cel ten jest osiągany poprzez

przydzielanie niższego prawdopodobieństwa ruchom, które pogarszają znacznie wartość kryteriów lepszych dla rozwiązania x . Sytuacja ta jest graficznie zilustrowana na Rys.7 dla reguł C oraz SL.



Rys 7. Obliczanie wag kryteriów dla reguł C i SL.

5.Zastosowania metody P-SA

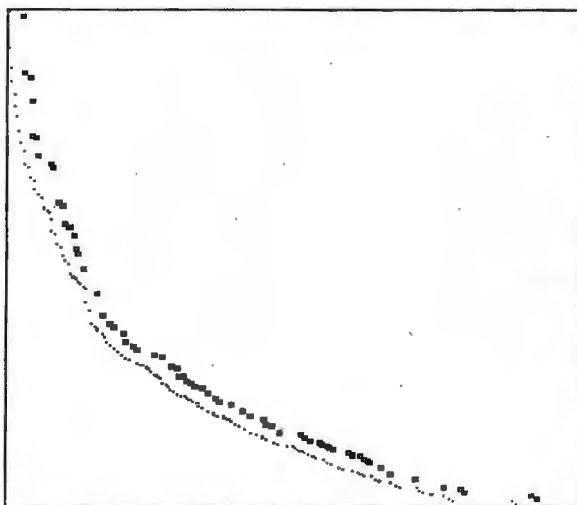
Przedstawiona w artykule metoda metaheurystyczna dla kombinatorycznych problemów wielokryterialnych służy do generowanie zbiorów rozwiązań będących dobrym przybliżeniem zbioru rozwiązań Pareto- optymalnych. Przykład takiego przybliżenia pokazano na Rys.8.

Uzyskane w ramach tej procedury rozwiązania mogą być następnie przeglądane przez decydenta w celu znalezienia rozwiązania będącego najlepszym kompromisem. Przegląd ten może być oczywiście wspomagany za pomocą różnych metod służących do analizy skończonych zbiorów alternatyw, np. metodami typu ELECTRE.

Innym sposobem wykorzystania procedury P-SA jest wbudowanie jej jako procedury obliczeniowej do metody dialogowego rozwiązywania problemu wielokryterialnej optymalizacji kombinatorycznej. W tym wypadku, kolejne iteracje procedury służyły by dokładniejszej eksploracji otoczeń rozwiązań wskazanych przez decydenta jako interesujące.

Na koniec pragniemy zwrócić uwagę na potencjalne możliwości dotyczące implementacji procedury P-SA. Ponieważ w procedurze uwzględnia się jednocześnie wiele punktów generujących (zbiór S) i w każdej iteracji procedury dla każdego z nich wykonuje się niezależne obliczenia można w sposób bardzo naturalny dokonać

równoległej implementacji procedury P-SA. Implementacja taka powinna w znaczny sposób poprawić efektywność algorytmu oraz umożliwić jego dialogowe wykorzystanie.



Rys.8. Przybliżenie zbioru rozwiązań Pareto- optymalnych dla zadania dwukryterialnego (punkty reprezentują zbiór rozwiązań Pareto- optymalnych, kwadraty zbioru rozwiązań potencjalnie Pareto- optymalnych)

LITERATURA

- [1] Fortemps P., Teghem J., Ulungu B. , Heuristics for multiobjective combinatorial optimization by simulated annealing, *Proc. of the XI-th Internat. Conf. on MCDM, Coimbra 1-6.08.94.*
- [2] Glover F., Tabu Search - Part I, *ORSA J.Comput.*, 1, 190-206, 1989.
- [3] Goldberg D.E., *Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.
- [4] Kirkpatrick S., Gelatt C.D. and Vecchi M.P., Optimization by simulated annealing, *Science*, 220, 671-680, 1983.
- [5] Laaroven P.J.M. and Aarts E.H.L., *Simulated Annealing: Theory and Applications*, Reidel, Dordrecht, 1987.
- [6] Serafini P., Simulated annealing for multi-objective optimization problems. *Proceedings of the Tenth International Conference on Multiple Criteria Decision Making*, Taipei, 1, 87-96, 1992.

ISBN 83-85847-85-5

**W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt
z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 36-19-01 w. 241 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl**