KIWIEL

POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

WSPOMAGANIE DECYZJI SYSTEMY EKSPERCKIE

pod redakcją
Romana Kulikowskiego i Lucyny Bogdan

Warszawa 1995

WSPOMAGANIE DECYZJI

SYSTEMY EKSPERCKIE

pod redakcją

Romana Kulikowskiego i Lucyny Bogdan

Warszawa 1995

Wydano z wykorzystaniem dotacji
KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Materiały konferencji: "Analiza Decyzyjna, Systemy Eksperckie, Zastosowania Systemów Komputerowych", Warszawa, 25-27 maja 1994r.

Komitet Programowy Konferencji:

Andrzej Ameljańczyk, Zdzisław Bubnicki, Wiesław Grudzewski, Olgierd Hryniewicz, Janusz Kacprzyk, Lech Kruś, Roman Kulikowski (przewodniczący), Kazimierz Mańczak, Ireneusz Nykowski, Zdzisław Pawlak, Roman Słowiński, Andrzej Straszak, Andrzej Weryński, Andrzej Wierzbicki.

Wykonano z oryginałów tekstowych dostarczonych przez autorów

ISBN 83-85847-85-5

ALGORYTM PLANOWANIA REMONTÓW SIECI DROGOWEJ

Stanisław Łukasik
Instytut Badań Systemowych PAN Warszawa

1. Wstęp

Obiekt decyzyjny interpretujemy jako zbiór słabo powiązanych elementów $I = \{i\}$.

System ten jest organizacyjnie zdekomponowany na zbiór podsystemów $I^n, n \in N$.

$$\bigcup_{n \in N} I^n = I, \qquad I^n \bigcap I^m = \emptyset, n, m \in N.$$

Stan techniczny każdego z elementów ulega degradacji w czasie, z udziałem czynnika losowego.

Rozważany problem decyzyjny sprowadza się do następujących zagadnień:

a) rozdzielania środków finansowych na remonty, z puli centralnej Q(t) pomiędzy podsystemy :Q(t)→ $\{Q^n(t)\}$, t∈$[t_0, t_k]$,

b) dystrybucji środków finansowych na poziomie niższym pomiędzy elementy podsystemów: $Q^n(t) \to \{q^i(t)\}, i \in I^n, n \in N$,

c) planowanie prac remontowych na wieloletnim horyzoncie czasowym :

$$u^i(t), t \in [t_0, t_k - 1].$$

W pracy zaproponowano dwupoziomowy, dwuetapowy (w sensie programowania stochastycznego) algorytm rozwiązania powyższych zadań. Ogólna struktura systemu przedstawiona jest poniżej .Struktura ta odpowiada istniejącej w kraju strukturze organizacyjnej drogownictwa, w jego górnej warstwie.

Na poniższym schemacie $\Phi^0, \Phi^n, n \in$N ,oznaczają ekonomiczne funkcje celu, N-zbiór podsystemów (okręgów drogowych), x - stan zużycia technicznego, u -zmienne decyzyjne, określające harmonogram operacji remontowych, z- zakłócenia losowe, Q, Q^n-strumienie finansowe.

Mamy tutaj do czynienia ze zbiorem zadań wieloetapowej optymalizacji dyskretno-ciągłej. Zadanie centrum jest ponadto zadaniem optymalizacji nieróżniczkowalnej.

$\downarrow$ Q(t)

centrum

$\boxed{\min_{Q^n} \Phi^0(x, Q, z)}$

$\downarrow$ $Q^n,\ n \in N$ podsystemy

$\boxed{\min_{q^n, u^n} \Phi^n(x^n, z^n, u^n)}$ ....

$\downarrow$ $\downarrow q^i, u^i,\ i \in I$

Rys. 1

2.Model matematyczny

Oznaczmy przez $x^i(t) \in [0,1], i \in I$, zagregowany indeks zużycia i-tego elementu sieci, przy czym $x^i = 0$ oznacza stan najlepszy ,natomiąst $x^i = 1$ - stan pełnego zużycia. Proces degradacji opisujemy niestacjonarnym modelem dynamicznym

$$x^i(t+1) = a^i(t)\, x^i(t) + b\,(x^i(t), u^i(t), z^i(t)) + z^i(t) \qquad (1)$$

$$z^i(t+1) = \alpha^i(t)\, z^i(t) + \beta\,(u^i(t), z^i(t)) + \eta^i(t, \omega),\quad i \in I^n, n \in N, \qquad (2)$$

$\omega \in \Omega, (\sigma, \Omega, p)$, $[x^i(t_0), z(t_0)]$-zadane,

gdzie: $a^i(..), \alpha^i(..)$ współczynniki tranzycyjne modelu, $u^i(t) \in \{u_m\}$, m=0,1,...M, przy czym u_0 oznacza zaniechanie remontu , u_1 - remont minimalny, ...u_M - pełna odnowa , z(t) - składowa losowa stanu, $\eta(t, \omega)$ - zakłócenie losowe , x_m -stan osiągany w wyniku remontu u_m ,

$$b(\ldots) = \begin{cases} 0 & \text{- gdy } u^i(t) = u_0 \\ -z^i(t) & \text{-gdy } u^i(t) = u_1 \\ x_m - a^{i\ i}(t)\, x^i(t) - z^i(t) & \text{- gdy } u^i(t) = u_m , \end{cases}$$

$$\beta(\ldots) \triangleq \begin{cases} 0 & \text{-gdy } u^i(t) = u_0 \end{cases}$$

$-\alpha^i z^i$ (t) - gdy u^i (t) = u_r ,r = 1,2...M .

Wymagać będziemy , aby stopień zużycia nie przekraczał dopuszczalnego poziomu

$$x^i(t) \le x^i_{\max}, i \in I, t \in [t_0, t_k]. \tag{3}$$

Ograniczenia zbiorów decyzyjnych

$$\sum_{i \in I^n} d^i q^i (u^i_m(t)) \le Q^n(t), t \in [t_0, t_k - 1], n \in N. \tag{4}$$

$$\sum_{n \in N} Q^n(t) \le Q(t), \quad t \in [t_0, t_k - 1], \tag{5}$$

gdzie q^i ($u^i{}_m$) oznacza koszt m-tej operacji remontowej, na jednostkę długości i-tego łuku sieci, przy czym koszt operacji u_1 jest proporcjonalny do stanu z(t),

q^i (u_1 (t)) = $\psi^i z^i(t)$, natomiast koszty pozostałych operacji są parametrami

Model ewolucji stanu technicznego (1),(2) jest modelem bazowym. Ze względów praktycznych przyjęto, że w momencie początkowym dopuszczalne są częściowe remonty elementów sieci. Do opisu tej operacji wprowadzimy dodatkowe zmienne decyzyjne δ (t_0)$\in$ [0,1] ,

$$\sum_{m \in \mathrm{M}} \delta^i_m(t_0) = 1, \mathrm{M} = \{0,1,2,..\, M\}, i \in I \tag{6}$$

oraz zmienne stanu $d^j(t_0) = \delta^i_m(t_0) d^i, j \in J, J = I \otimes \mathrm{M}$.

Analogicznie zwielokrotni się rozmiar wektorów stanu x^j (t) i zakłóceń z^j (t).

Funkcje celu formułujemy następująco

$$\Phi^n(x^n, u^n, z^n, \delta^n) = E \sum_{t \in [t_0, t_k - 1]} \varphi^n(t) = E \sum_{t \in [t_0, t_k - 1]} \sum_{j \in J^n} d^j (\kappa^j x^j(t+1) + q^j(u^j(t))), n \in N$$

- dla podsystemów, oraz:

$$\Phi^0(x,Q,z) = E\sum_{n\in N}\sum_{j\in J^n}\sum_{t\in[t_0,t_k-1]}\gamma^j d^j (x^j(t+1) - \overset{*}{x}{}^j)^2 \qquad (8)$$

- dla centrum.

Powyżej κ^j oznacza współczynnik kosztów użytkowania drogi wynikających z obniżenia stanu technicznego, γ -wskaźnik priorytetu drogi , $\overset{*}{x}$ - stan idealny drogi, $\varphi^n(t)$ – cząstkowa funkcja celu, E- operator wartości oczekiwanej, natomiast $Q = [Q^1,..Q^n,..]$ - zmienne decyzyjne centrum.

Strukturę zmiennych decyzyjnych podano na rys.1.

Przyjmujemy, że zbiory rozwiązań dopuszczalnych dla każdego z powyższych zadań są niepuste.

Zakładamy że proces decyzyjny nosi charakter repetycyjny, z przesuwanym horyzontem czasowym, przy znajomości stanów początkowych $[x(t_0), z(t_0)]$.

3.Algorytm wyznaczania rozwiązań

Rozpatrzmy zadanie pojedynczego podsystemu podstawowego

$$\min_{u^n,\delta^n} \Phi^n(x^n, u^n, \delta^n, z^n)\,\Big|\, \textit{przy warunkach}\,(1),(2),(3),(5),(6),(7) \quad . \qquad (9)$$

Powyższe zadanie zinterpretujemy jako dwuetapowy problem optymalizacyjny:

$$\min_{u(t_o),\delta(t_0)} \varphi(x(t_1), u(t_0), \delta(t_0)) + \underset{z\in Z(t_1)}{E}\, \Phi^*(x(t_1), z(t_1), z)\,\Big|\, \textit{przy warunkach}(1),(2),(3),(5),(6),$$

gdzie: $Z(t_1) = \{\eta(t): t_1 \le t \le t_k - 1\}$, oraz

$$\Phi^*(x(t_1), z(t_1), z) = \min_{u} \sum_{t\in[t_1,t_k-1]} \varphi(t)\,\Big|\, \textit{przy ustalonym } z \in Z(t_1), \textit{oraz przy warunkach}(1),(2),(3),(5).$$

Zauważmy, że zadanie dwuetapowe składa się z dwóch zadań:

-statycznego, odnoszącego się do pierwszego etapu t_0 ,

-dynamicznego, dla przedziału $[t_1, t_k]$.

Drugie z tych zadań traktować można jako pomocnicze, dopuszczalne jest zatem jego racjonalne uproszczenie. Głównym uproszczeniem ,które tutaj wprowadzamy, jest przyjęcie rozwiązań typu " greedy" dla zadania drugiego etapu. Ponadto, rozpatrujemy uproszczoną postać tego zadania , redukując zbiór $Z(t_1)$ do jednego elementu tzn. prognozy zakłóceń $\hat{\eta}(t|t_0)$.

Otrzymujemy w ten sposób deterministyczne zadanie optymalizacji dynamicznej, z czasem dyskretnym oraz dyskretnymi zmiennymi decyzyjnymi. Wynika stąd również dyskretny charakter zmiennych stanu. Zauważmy, że w równaniach dynamiki (1),(2) występują elementy nieróżniczkowalne b(..) i β (..).

Powyższe własności zadania powodują, że należy wykluczyć zastosowanie metod optymalizacji opartych na zmiennych sprzężonych. W prezentowanym ujęciu wykorzystano walory klasycznej metody programowania dynamicznego. Ponadto w pracy zastosowano algorytm punktu wewnętrznego oraz zmodyfikowany algorytm załadunku. W procedurze optymalizacyjnej istotną rolę odgrywa rozwiązanie utopijne. Pojęciem tym określamy rozwiązanie zredukowanej postaci zadania (9) , w którym pominięto ograniczenie (5).Mówiąc popularnie , rozwiązanie utopijne odpowiada sytuacji w której dysponujemy nieograniczoną sumą środków na remonty.

Niech

$$\overset{*}{w}(x(t_1)) = \sum_{j\in J^n} \overset{*}{w}{}^{j}(x^j(t_1)) \qquad (10)$$

oznacza funkcję Bellmana zadania utopijnego.

Cenną własnością tej funkcji jest jej addytywna struktura. Pozwala to zdekomponować procedurę programowania dynamicznego. Własność ta rozciąga się na zadanie (9).Zadanie pierwszego etapu zapiszemy teraz w postaci:

$$\min_{u(t_0),\delta(t_0)} \sum_{j\in J^n} d^j(\kappa^j x^j(t_1) + q^j(u^j(t_0)) + w^j(x^j(t_j)))\,\Big|\, przy\ \ warunkach (1),(2),(3),(5),(6)\ . \qquad (11)$$

Ogólny schemat algorytmu dla zadania (9) jest następujący:

krok 1: wyznaczenie rozwiązania utopijnego $[\overset{*}{x},\overset{*}{u},\overset{*}{w}]$,

krok 2: podstawienie funkcji Bellmana do zadania (11) oraz rozwiązanie tego zadania,

krok 3: przesunięcie trajektorii rozwiązań do obszaru dopuszczalnego poprzez włączenie ograniczeń (5),

krok 4: jeśli ostatnie przesunięcie trajektorii przekracza dopuszczalne -modyfikacja funkcji Bellmana oraz powrót do p.2,

krok 5: w przeciwnym przypadku

STOP

Zadanie kroku 1 rozwiązywane jest metodą programowania dynamicznego, kroku 2 - metodą punktu wewnętrznego [1], natomiast w kroku 3 stosujemy uogólniony algorytm załadunku [5].

Zauważmy, że powyższy algorytm traktować można jako ciąg odwzorowań

$$x(t_1) \rightarrow w(x(t_1)) \rightarrow \delta(t_1) \rightarrow x(t_1). \qquad (12)$$

Dowodzi się [7], że jeśli istnieją rozwiązania zadań w krokach 1,2,3, oraz istnieje punkt stały odwzorowań (12), wówczas punkt ten określa rozwiązanie zadania (9),określonego jako zadanie pierwszego etapu.

Zadanie pierwszego etapu (krok 2),po dokonaniu prostych przekształceń uzyskuje postać

$$\min_{\delta(t_0)} \sum_{i\in I^n} \sum_{m\in M} \delta^i_m(t_0) d^i (\kappa^i x^i_m(t_1) + q^i(u^m) + w^i(x^i_m(t_1))) \qquad (13)$$

$$\sum_{m\in M} \delta^i_m(t_0) = 1,\ i\in I^n,\ \delta^i_m(t_0) \geq 0, i \in I,$$

$$\sum_{i\in I} \sum_{m\in M} d^i \delta^i_m(t_0) q^i(u_m) \leq Q^n(t_0).$$

Podobnie zadanie przesuwania trajektorii (krok 3) sformułujemy w postaci

$$\min_{y(t)} \sum_{i\in I^n} y^i_m(t) d^i (\kappa^i x^i_m(t+1) + q^i(u_m) + w^i(x^i_m(t+1))) \qquad (14)$$

$$\sum_{m\in M} y^i_m(t) = 1,\ i\in I^n, t\in[t_1, t_k - 1],\ y^i_m(t) \in \{0,1\},$$

$$\sum_{i\in I^n} \sum_{m\in M} y^i_m(t) q^i(u_m) \leq Q^n(t),\ t\in[t_1, t_k - 1].$$

Przejdźmy do zadania centrum. W zapisie zwartym, zadanie to wygląda następująco:

$$\min_{\{Q^n\}} \sum_{n\in N} \left\| x^n - \overset{*}{x}{}^n \right\|^2_{D(\delta)} \qquad (15)$$

przy warunkach:

$$x^n = f^n(Q^n),\ \ \delta^n = g^n(Q^n),\ \ \sum_{n\in N} Q^n(t) \leq Q(t), t\in[t_0, t_k - 1] \ .$$

Podkreślimy najważniejsze własności zadania centrum.

a)funkcje $f^n(..), g^n(..)$, $n \in N$, posiadają formę niejawną,

b)funkcje $f^n(..)$ są nieciągłe, natomiast $g^n(..)$ są nieróżniczkowalne,

c)macierz $D(\delta)$ jest macierzą diagonalną, dodatnią, liniowo zależną od δ.

W procedurze iteracyjnej role pochodnych pełnić będą zatem odpowiednie charakterystyki wrażliwości. Optymalizacja dokonywana jest na funkcjonale

$$\Lambda(Q,\delta,\rho)=\sum_{n\in N}\left\|f^{n}(Q^{n})-\overset{*}{x}^{n}\right\|^{2}_{D^{n}(\delta^{n})}+<\lambda^{n},\delta^{n}-g^{n}(Q^{n})>+\frac{1}{\rho^{n}}\left\|(\sum_{n\in N}Q^{n}-Q)_{K^{+}}\right\|^{2}$$

gdzie:

λ^n –mnożnik Lagrange'a ,ρ^n – współczynnik kary, $\|(.)_{K^+}\|$-norma rzutu na stożek dodatni K.

Do wyznaczania punktu siodłowego powyższego funkcjonału $\max_{\rho}\min_{\{Q^n\}}\Lambda(Q,\delta,\rho)$, wykorzystuje się metody optymalizacji globalnej [8], z rozpoznawaniem obszarów niewrażliwości rozwiązań lokalnych.

4.Literatura

1.A.Altman, J.Gondzio:An efficient implementation of a higher order primal-dual interior point method for large sparse linear programs. Archives of Control Sciences Vol.2, Nr 1 - 1993,

2. J.Jermoliew, R.Wets:Numerical techniques for stochastic optimization. Springer Verlag, 1988,

3.K.Kiwiel:Niektóre metody obliczeniowe optymalizacji nieróżniczkowalnej. Ossolineum, 1988,

4.A.Lewandowski, A.Wierzbicki:Theory, software and testing examples in decision support systems.IIASA Laxemburg, WP-071 ,1988,

5.M.Libura:Analiza wrażliwości rozwiązań zadań optymalizacji dyskretnej. Synpress PAN, 1993,

6.S.Łukasik:Model decyzyjny planowania remontów sieci transportowej. Mat.III Konf. BOS'93, Warszawa 1993,

7.S.Łukasik:Two-level algorithm for maintenance optimization -praca zgł.na 17 IFIP Konf. Systems Modelling and Optimization ,1995, Praga,

8.M.Volle:Calculus roles for global minima and applications to subdifferential culus. Journal of Global Optimization, Vol.5,Nr 5, 1994.

ISBN 83-85847-85-5

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt
z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 36-19-01 w. 241 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl