



**Instytut Badań Systemowych**  
**POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

**Jan Studziński**

**IDENTYFIKACJA, SYMULACJA  
I STEROWANIE  
OCZYSZCZALNIAMI ŚCIEKÓW**



**IDENTYFIKACJA, SYMULACJA  
I STEROWANIE  
OCZYSZCZALNIAMI ŚCIEKÓW**

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH • POLSKA AKADEMIA NAUK

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE**

**tom 35**

---

**Redaktor naukowy:**

**Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum**

**Warszawa 2004**

**Jan Studziński**

**IDENTYFIKACJA, SYMULACJA  
I STEROWANIE  
OCZYSZCZALNIAMI ŚCIEKÓW**

Publikację opiniowali do druku:

Prof. dr hab. inż. Krzysztof Kuczewski

Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN  
Warszawa 2004

Komputerowa edycja tekstu: Anna Gostyńska

ISBN 83-85847-88-X

ISSN 0208-8029

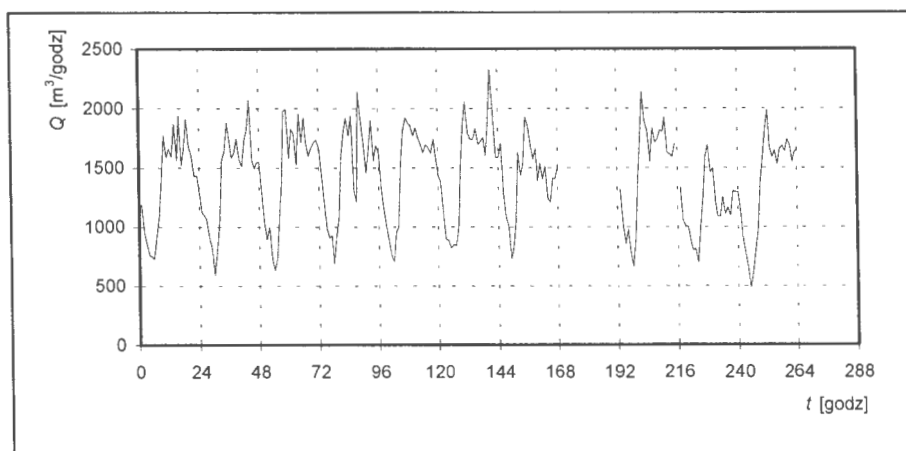
**Druk i oprawa: ARGRAF Sp. z o.o.**  
03-301 Warszawa, ul. Jagiellońska 76  
tel. (22) 811 51 11, (22) 614 53 31

## 5. IDENTYFIKACJA OCZYSZCZALNI

### 5.1. Opis dynamiki przepływu ścieków

Podczas procesu oczyszczania ścieki przepływają kolejno przez zbiorniki obiektu: osadniki wstępne, komory z osadem czynnym i osadniki wtórne. Każdy z tych zbiorników ma swoją objętość geometryczną, jednak podczas przepływu cieczy przez zbiornik nie zawsze jego cała objętość geometryczna uczestniczy w przepływie. Może to być spowodowane kształtem zbiornika, zgromadzonym w nim osadem zajmującym określoną objętość, lub również znaczną intensywnością przepływu. W tym ostatnim przypadku przepływ cieczy, mający zwykle charakter laminarny, staje się przepływem burzliwym, w wyniku czego mogą w zbiorniku o określonym kształcie powstawać strefy martwe, zmniejszające objętość zbiornika uczestniczącą w przepływie, czyli jego *objętość czynną*.

Ponieważ w tworzonych modelach matematycznych oczyszczalni przyjmuje się, że wszystkie obiekty oczyszczalni są zbiornikami z idealnym mieszaniem, więc objętość czynna tych zbiorników jest zawsze istotnym parametrem opisujących je równań.



Rys. 5.1. Przykładowy dopływ ścieków surowych do oczyszczalni w Rzeszowie

Jednocześnie we wszystkich tych zbiornikach występuje osad, czy to w postaci osadu surowego w osadnikach wstępnych, czy w postaci osadu czynnego w osadnikach wtórnych i komorach z osadem czynnym. Także dopływ ścieków do oczyszczalni może się gwałtownie zmieniać (rys. 5.1). Mogą występować istotne różnice między objętościami geometrycznymi i czynnymi zbiorników oczyszczalni

i nieuwzględnienie tych różnic może prowadzić w konsekwencji do złych wyników przy tworzeniu modeli fizykalnych procesu oczyszczania. Stąd staje się istotne obliczenie objętości czynnych dla podstawowych obiektów oczyszczalni na podstawie pomiarów uzyskanych w wyniku specjalnych eksperymentów czynnych. W takim eksperymencie na wejście oczyszczalni podaje się sygnał wymuszający a następnie mierzy się odpowiedź obiektu.

W tym rozdziale zostanie opisane szczegółowo wyznaczanie modeli przepływowych i obliczanie objętości czynnych podstawowych zbiorników w oczyszczalni ścieków. Rozważania są zilustrowane wynikami przykładowych obliczeń wykonanych przy użyciu pomiarów uzyskanych z oczyszczalni ścieków w Rzeszowie.

Dynamikę przepływu ścieków w zbiorniku oczyszczalni można opisać równaniem bilansowym postaci [Bogdan i in., 2000a i 2002d]

$$V \frac{dc(t)}{dt} = Q_{we}(t - \rho)c_{in}(t - \rho) - Q_{wy}(t)c(t) \quad (5.1)$$

gdzie:  $V$  – objętość czynna zbiornika,  $c$  – stężenie znacznika zawartego w ściekach,  $t$  – czas,  $Q_{we}$  i  $Q_{wy}$  – dopływ ścieków do, i odpływ ścieków ze zbiornika,  $c_{we}$  – stężenie znacznika w dopływie,  $\rho$  – opóźnienie między czasem pomiaru stężenia znacznika w dopływie i czasem znalezienia się ścieków w zbiorniku.

Równanie (5.1) jest podobne do równania (4.1) opisującego również przepływ cieczy przez zbiornik z idealnym mieszaniem, z tą różnicą, że w obecnym równaniu uwzględnia się zmienny przepływ ścieków a także przyjmuje się, że pomiar stężenia znacznika występuje z pewnym wyprzedzeniem w stosunku do modelowanego procesu mieszania. Te założenia lepiej odpowiadają warunkom rzeczywistym panującym w oczyszczalni.

Można przyjąć, że dopływ i odpływ ścieków ze zbiornika są identyczne, skąd wynika warunek

$$Q_{we}(t) = Q_{wy}(t) = Q \quad (5.2)$$

na podstawie którego równanie (5.1) przyjmie postać

$$\frac{dc(t)}{dt} = \frac{Q(t - \rho)}{V} (c_{we}(t - \rho) - c(t)) \quad (5.3)$$

Warunek (5.2) jest prawdziwy w przypadku komór z osadem czynnym i osadnika wtórnego, w którym dwie wyróżnione strefy: klarowania i sedymentacji, są modelowane niezależnie. Jest to możliwe dzięki ustaleniu dwóch punktów

pomiarowych na wyjściu osadnika wtórnego: w ściekach oczyszczonych biologicznie i w osadzie zawracanym. W przypadku osadnika wstępnego odpływ ścieków ze zbiornika jest zwykle mniejszy od dopływu o ilość sedymentującego osadu surowego. Jednak osad ten jest odprowadzany z osadnika okresowo i między dosyć rzadkimi chwilami usuwania go ze zbiornika zalega on w osadniku, więc praktycznie można również i w tym przypadku przyjąć warunek (5.2).

Równanie (5.3) jest liniowym równaniem różniczkowym zwyczajnym ze stałym parametrem  $V$  i zmiennym parametrem  $Q(t)$ . Ze względu na techniczne rozwiązanie odpływu ścieków ze zbiorników oczyszczalni z zastosowaniem profilowanych przelewów, zmiany natężenia dopływu powodują w rzeczywistości jedynie nieznaczne zmiany objętości czynnej zbiorników i błąd spowodowany przyjęciem stałej objętości  $V$  nie przekracza 1% [Bogdan i in., 2000a]. Dlatego uważa się, że przyjęcie założenia  $V = const$  w równaniu (5.3) jest poprawne.

Istnieje wiele sprawdzonych metod identyfikacji liniowych systemów dynamicznych ze stałymi parametrami, jednak nie ma takich metod dla systemów ze zmiennymi parametrami [Mańczak i Nahorski, 1983; Nahorski i Studziński, 1988; Nahorski, 1991]. Dlatego jest celowe przekształcenie równania (5.3) do postaci ze stałymi parametrami. W tym celu można zdefiniować następującą zmienną [Niemi, 1988]

$$s_p(t) = \int_{t-\rho}^t Q(\tau) d\tau \quad (5.4)$$

oraz przekształcić ją do postaci

$$\zeta(t) = \int_{t_0}^t Q(\tau - \rho) d\tau \quad (5.5)$$

Zmienna  $\zeta(t)$  oznacza ilość ścieków, które przepłynęły przez zbiornik od początku okresu obserwacji do chwili  $t$ . Ponieważ  $Q(t) > 0$ , więc istnieje różniczkowalna funkcja odwrotna

$$t = g(\zeta) = \int_0^{\zeta} \frac{1}{Q(\mu - \rho)} d\mu \quad (5.6)$$

kóra oznacza zastąpienie czasu  $t$  nową zmienną  $g(\zeta)$  zależną od przepływu  $Q(t)$ .

Podstawiając obecnie w równaniu (5.3) w miejsce  $t$  zmienną  $g(\zeta)$  otrzymamy nową postać równania



$$V \frac{dc(g(\zeta))}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dt} = Q(g(\zeta) - s_\rho)(c_{we}(g(\zeta) - s_\rho) - c(g(\zeta))) \quad (5.7)$$

Ponieważ na podstawie zależności (5.5) zachodzi  $\frac{d\zeta}{dt} = Q(t - \rho)$ , więc z (5.7) otrzymuje się następujące równanie liniowe tylko z jednym stałym parametrem  $V$

$$V \frac{dc(\zeta)}{d\zeta} = c_{we}(\zeta - s_\rho) - c(\zeta) \quad (5.8)$$

gdzie  $c(\zeta) = c(g(\zeta))$  i  $c_{we}(\zeta) = c_{we}(g(\zeta))$ .

Dokonane przekształcenia spowodowały zamianę dotychczasowej zmiennej niezależnej w równaniu, którą był czas  $t$ , na nową zmienną  $\zeta$ , będącą – zgodnie z zależnością (5.5) – całką z dopływu ścieków liczoną zawsze dla przedziału czasu od  $t_0$  do  $t$ . Również dotychczasowe opóźnienie  $\rho$ , liczone w jednostkach czasu, zostało zastąpione opóźnieniem  $s_\rho$  liczonym w jednostkach przepływu.

Równanie (5.8) jest opisem ciągłym *modeli przepływowych* zbiorników oczyszczalni. Rozwiązaniem analitycznym tego równania jest funkcja

$$c(\zeta) = C e^{-\frac{\zeta}{V}} + \frac{1}{V} \int_{\zeta_0}^{\zeta} e^{-\frac{\zeta - \tau}{V}} c_{we}(\tau - s_\rho) d\tau \quad (5.9)$$

gdzie  $C$  oznacza warunki początkowe równania. Ponieważ sprawdzone metody identyfikacji modeli dynamicznych są przeznaczone dla modeli różnicowych i również pomiary z wykonywanego dla celów modelowania eksperymentu czynnego mają zwykle charakter dyskretny, więc można funkcję ciągłą (5.9) sprowadzić także do postaci dyskretniej.

Przyjmijmy upraszczające założenie, że stężenie znacznika w dopływie  $c_{we}(\zeta)$  jest stałe między kolejnymi chwilami pomiaru, to znaczy  $c_{we}(\zeta) = c_{we}(\zeta_{n-1})$  dla  $t_{n-1} \leq t < t_n$ , gdzie  $\zeta_{n-1} = \zeta(t_{n-1})$  i  $t_{n-1}$ ,  $t_n$  są odpowiednio  $(n-1)$ -szą i  $n$ -tą chwilą pomiaru.

Wtedy funkcję (5.9) można przekształcić do postaci

$$\begin{aligned}
c(\zeta_n) &= C e^{\frac{-\zeta_n}{V}} + \frac{1}{V} \int_{\zeta_0}^{\zeta_n} e^{\frac{-\zeta_n - \tau}{V}} c_{we}(\tau - s_\rho) d\tau = C e^{\frac{-\zeta_n - \zeta_{n-1}}{V}} e^{\frac{-\zeta_{n-1}}{V}} + \\
&+ \frac{1}{V} \int_{\zeta_0}^{\zeta_n} e^{\frac{-\zeta_n - \zeta_{n-1}}{V}} e^{\frac{-\zeta_{n-1} - \tau}{V}} c_{we}(\tau - s_\rho) d\tau = \\
&= e^{\frac{-\Delta}{V}} \left( C e^{\frac{-\zeta_{n-1}}{V}} + \frac{1}{V} \int_{\zeta_0}^{\zeta_{n-1}} e^{\frac{-\zeta_{n-1} - \tau}{V}} c_{we}(\tau - s_\rho) d\tau \right) + \\
&+ \frac{1}{V} \int_{\zeta_{n-1}}^{\zeta_n} e^{\frac{-\zeta_n - \tau}{V}} d\tau c_{we}(\zeta_{n-k}) = e^{\frac{-\Delta_n}{V}} c(\zeta_{n-1}) + (1 - e^{\frac{-\Delta_n}{V}}) c_{we}(\zeta_{n-k})
\end{aligned} \tag{5.10}$$

gdzie  $k = (s_\rho / \Delta_n + 1)$ ,  $\Delta_n = \Delta_n(\zeta) = \zeta_n - \zeta_{n-1}$  oznacza różnicę między kolejnymi dopływami ścieków do zbiornika dla  $n=1, 2, \dots, N$ , i  $N$  jest liczbą pomiarów.

Tak jak przy dyskretyzacji po czasie  $t$  przyjmuje się zazwyczaj stały krok próbkowania  $\Delta_n(t) = const$ , tak również obecnie, stosując dyskretyzację po ilości dopływających ścieków, można przyjąć  $\Delta_n(\zeta) = \Delta_n = const$ . Funkcję (5.10) można wówczas zapisać w postaci następującego równania różnicowego

$$c_n = a c_{n-1} + b c_{we n-k} \tag{5.11}$$

gdzie:  $c_n = c(\zeta_n)$ ,  $c_{n-1} = c(\zeta_{n-1})$ ,  $c_{we n-k} = c_{we}(\zeta_{n-k})$  oraz  $a = e^{\frac{-\Delta_n}{V}}$  i  $b = 1 - e^{\frac{-\Delta_n}{V}} = 1 - a$ .

W równaniu (5.11) występują dwa parametry  $a$  i  $b$  i można je estymować, nie biorąc pod uwagę ich wzajemnej zależności. Wtedy otrzymuje się dwa niezależne wzory do obliczenia objętości czynnych modelowanych zbiorników:

$$V_a = -\frac{\Delta_n}{\ln a} \quad \text{oraz} \quad V_b = -\frac{\Delta_n}{\ln(1-b)} \tag{5.12}$$

przy czym indeksy  $a$  i  $b$  we wzorach wskazują, na podstawie którego parametru równania (5.11) obliczono objętość czynną zbiornika.

Równanie (5.11) jest dyskretną formą równania deterministycznego (5.8), którą można przekształcić do postaci *równania stochastycznego*, uwzględniając potrzeby metod numerycznych stosowanych zwykle w obliczeniach identyfikacji

[Isermann, 1974; Mańczak i Nahorski, 1983]. W tym celu przyjmuje się, zresztą zgodnie z rzeczywistością, że pomiary stężenia znacznika w zbiornikach oczyszczalni są mierzone z błędem  $\varepsilon_n$ , to znaczy

$$y_n = c_n + \varepsilon_n \quad (5.13)$$

Na podstawie (5.11) i (5.13) otrzymuje się liniowe *równanie różnicowe* postaci

$$y_n = ay_{n-1} + bc_{we_{n-k}} + \varepsilon_n - a\varepsilon_{n-1} \quad (5.14)$$

z którego można już wyznaczać objętości czynne zbiorników stosując znane metody identyfikacji obiektów dynamicznych. Po wprowadzeniu operatora różnicowego  $z^{-1}$  można równanie (5.14) zapisać również w następującej *postaci operatorowej*

$$(1 - az^{-1})y_n = bc_{we_{n-k}} + (1 - az^{-1})\varepsilon_n \quad (5.15)$$

gdzie  $z^{-1}y_n = y_{n-1}$  i  $z^{-1}\varepsilon_n = \varepsilon_{n-1}$ .

Równanie (5.14) można przekształcić jeszcze do innych równorzędnych postaci. Uwzględniając wzajemną zależność parametrów  $a$  i  $b$  można w równaniu (5.14) zastąpić parametr  $b$  zależnością  $b = 1 - a$ , otrzymując w rezultacie

$$y_n - c_{we_{n-k}} = a(y_{n-1} - c_{we_{n-k}}) + v_n \quad (5.16)$$

gdzie  $v_n = \varepsilon_n - a\varepsilon_{n-1}$ . Przyjmując teraz następujące oznaczenia:  $y_n - c_{we_{n-k}} = z_n$  oraz  $y_{n-1} - c_{we_{n-k}} = u_n$ , otrzymujemy nową postać liniowego równania różnicowego tylko z jednym parametrem

$$z_n = au_n + v_n \quad (5.17)$$

Z kolei, korzystając ze wzoru  $a = e^{-\frac{\Delta_n}{V}}$ , można sprowadzić równanie (5.17) do postaci równania nieliniowego z jednym parametrem

$$z_n = e^{-\frac{\Delta_n}{V}} u_n + v_n \quad (5.18)$$

Równania (5.14), (5.17) i (5.18) są równoważne i jednocześnie mają formy umożliwiające stosowanie różnych metod identyfikacji.

## 5.2. Identyfikacja modeli przepływowych

Równania (5.14), (5.16) i (5.17) mają dobrze znaną postać opisu modeli stochastycznych klasy ARMA (*autoregression moving average*). Do ich identyfikacji stosuje się zwykle tak zwane metody *szeregów czasowych*, oparte na metodzie najmniejszej sumy kwadratów. Również takie metody można stosować do wyznaczenia modeli przepływowych zbiorników oczyszczalni.

W Instytucie Badań Systemowych PAN opracowano w latach 1980-tych bibliotekę programów komputerowych IDOL (*Identyfikacja Dynamicznych Obiektów Liniowych*), służących do wyznaczania modeli złożonych procesów dynamicznych [Nahorski i Studziński, 1988]. Programy napisane w języku FORTRAN zawierają podstawowe metody identyfikacji modeli dyskretnych, w tym: metodę najmniejszej sumy kwadratów Kalmana, metodę uogólnionej sumy kwadratów Clarke'a, metodę największej wiarygodności, metodę regresji liniowej i metodę regresji nieliniowej. Ponadto biblioteka zawiera programy do wygładzania danych pomiarowych algorytmami średniej ruchomej i wielomianów aproksymacyjnych, a także zawiera algorytmy oceny statystycznej wyznaczanych modeli.

Programy pisane około 20 lat temu były przystosowane do systemu operacyjnego DOS i miały bardzo skromny interfejs użytkownika. Dlatego w latach 1990-tych dokonano modernizacji wymienionych programów, tworząc nową wersję biblioteki IDOL02 z centralnym interfejsem napisanym w języku programowania DELPHI. Umożliwia on uruchamianie programów pod systemem operacyjnym WINDOWS i jednocześnie znacznie usprawnia wykonywanie obliczeń i rozszerza możliwości edycyjne programów [Licznar i in., 2001].

Przyjęta w programach biblioteki postać opisu procesu przy wyznaczaniu jego modeli liniowych jest następująca

$$y_n = -A(z^{-1})y_n + \sum_{i=1}^M B_i(z^{-1})u_{in} + v_n \quad (5.19)$$

gdzie:  $M$  – liczba wejść modelu,  $A(z^{-1}), B_i(z^{-1})$  – operatory różnicowe wyjścia i wejść modelu:  $A(z^{-1}) = a_1 z^{-1} + \dots + a_R z^{-R}$  i  $B_i(z^{-1}) = b_{i0} + b_{i1} z^{-1} + \dots + b_{iP_i} z^{-P_i}$ ;  $R, P_i$  – rzędy operatorów  $A(z^{-1})$  i  $B_i(z^{-1})$ ,  $v_n$  – zakłócenie skorelowane.

Z kolei przyjęty opis procesu dla modeli nieliniowych jest postaci

$$y_n = \sum_{i=1}^K f_i(b, u_n) + v_n \quad (5.20)$$

gdzie funkcje  $f_i$  są nieliniowe względem parametrów  $b$ .

Można zauważyć, że opisy modeli przyjęte w programach biblioteki odpowiadają w ogólności opisom modeli przepływowych (5.14), (5.17) i (5.18) wprowadzonym w rozdz. 5.1.

Doświadczenia ze stosowania biblioteki IDOL wykazują, że w przypadku modeli dynamicznych postaci (5.14) metodą najbardziej niezawodną jest stosunkowo wolna metoda największej wiarygodności. Z kolei metoda Kalmana jest najszybsza i jednocześnie najmniej dokładna, dlatego dobrze nadaje się do modelowania wstępnego, polegającego na szybkim wyznaczeniu przybliżonych modeli procesu. Metoda Clarke'a jest dokładniejsza od metody Kalmana i szybsza od metody największej wiarygodności, jednak bardziej od niej zawodna, to znaczy może zbiegać do złych rozwiązań, tak zwanych *optimów lokalnych*, w przypadku bardziej złożonych modeli [Studziński, 1981]. W metodzie Kalmana nie stosuje się dodatkowego opisu dla zakłócenia skorelowanego  $v_n$ , natomiast w metodach Clarke'a i największej wiarygodności wprowadza się dodatkowe modele skorelowania zakłóceń i wykonuje się estymację parametrów tych modeli z prowadzoną równoległe estymacją parametrów modeli procesu.

Modele skorelowania zakłóceń dla metody Kalmana są postaci

$$(1 + D(z^{-1}))v_n = \varepsilon_n \quad (5.21)$$

oraz postaci

$$v_n = (1 + D(z^{-1}))\varepsilon_n \quad (5.22)$$

dla metody Clarke'a, gdzie:  $D(z^{-1}) = d_1 z^{-1} + \dots + d_S z^{-S}$ ,  $S$  jest rzędem operatora różnicowego  $D(z^{-1})$ . Dodatkowo przyjmuje się, że  $\varepsilon_n$  jest zakłóceniem nieskorelowanym o zerowej wartości średniej i stałej wariancji.

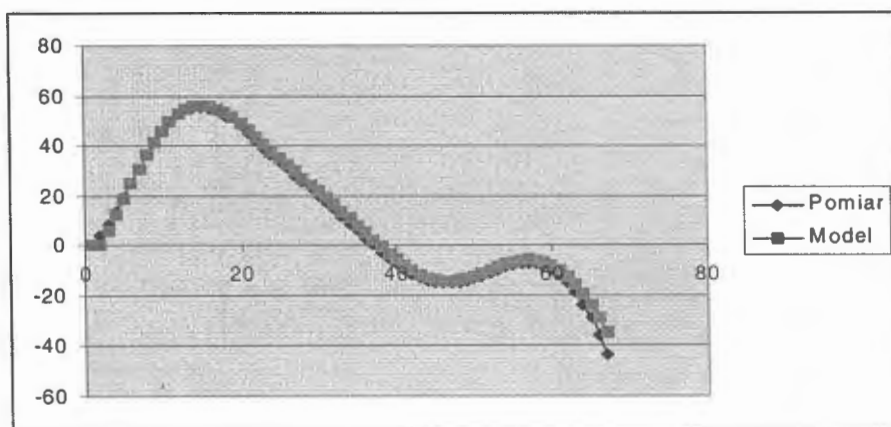
W rezultacie tych założeń wyznaczony estymator parametrów w modelu procesu jest asymptotycznie nieobciążony dla metody Clarke'a i największej wiarygodności i jest on asymptotycznie obciążony dla metody Kalmana [Mańczak i Nahorski, 1983].

W przypadku modeli liniowych lub nieliniowych opisanych równaniami statycznymi (5.17) i (5.18) stosuje się oczywiście metody regresji liniowej względnie nieliniowej, przy czym w regresji nieliniowej można stosować gradientowe i bezgradientowe algorytmy optymalizacji statycznej, na przykład, odpowiednio, Marquarda lub Powella.

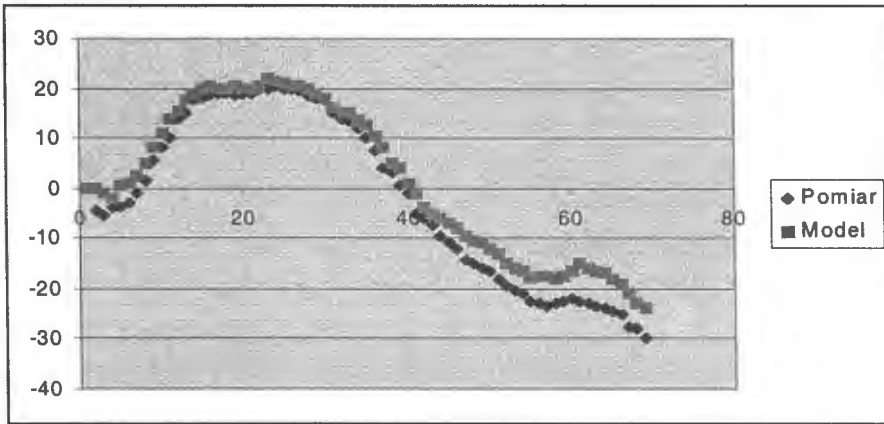
Przykładowe obliczenia identyfikacji dla oczyszczalni ścieków w Rzeszowie – według przedstawionej wyżej metodologii – wykonano najpierw dla modeli opisanych równaniem (5.14). Przystępując do obliczeń należało dokonać odpowiedniego przetworzenia danych pomiarowych. W omawianym przypadku wyznaczania modeli przepływowych składa się ono z trzech następujących kroków:

1. zmiana zmiennej niezależnej w pomiarach z czasu  $t$  na ilość przepływających ścieków  $Q(t)$ ,
2. wygładzenie danych pomiarowych,
3. kalibracja danych.

Stężenia chlorków w ściekach są mierzone w stałych odstępach czasu, natomiast zgodnie z równaniem (5.8) muszą być liczone w stałych odstępach ilości przepływających ścieków. Przetworzenie danych polega w tym przypadku na obliczeniu całek z przepływu dla kolejnych godzin pomiarowych a następnie na skorygowaniu wartości stężeń dla przyjętych równomiernych przepływów ścieków dla wszystkich badanych zbiorników oczyszczalni. Do korygowania stężeń zastosowano metodę interpolacji liniowej. Tak przetworzone dane wygładzono za pomocą algorytmu średniej ruchomej dla usunięcia zakłóceń pomiarowych. Z kolei kalibracja danych polega na takim ich przetworzeniu, aby zmierzony sygnał odpowiedzi impulsowej zaczynał się od zera. Wymagają tego użyte metody identyfikacji z biblioteki IDOL, w których przyjęto zerowe warunki początkowe estymacji parametrów. Niespełnienie tego warunku może istotnie zakłócić wyniki identyfikacji, prowadząc na przykład do niebezpieczności algorytmów obliczeniowych lub otrzymania niepoprawnych wartości estymatorów.

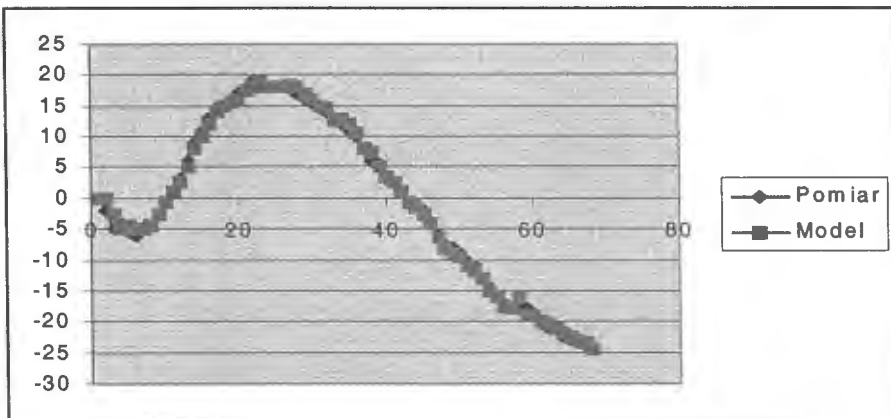


**Rys. 5.2.** Wyniki modelowania osadników wstępnych przy estymacji parametrów  $a$  i  $b$

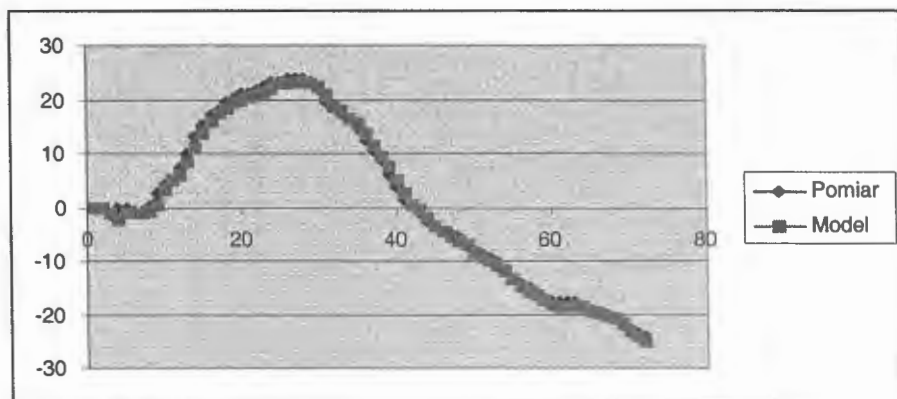


**Rys. 5.3.** Wyniki modelowania komór z osadem czynnym przy estymacji parametrów  $a$  i  $b$

Pierwsze obliczenia modelowania wykonano dla równania (5.14), w którym występują dwa traktowane niezależnie parametry  $a$  i  $b$ , w rzeczywistości związane ze sobą warunkiem  $a + b = 1$ . Obliczenia wykonano za pomocą trzech metod najmniejszej sumy kwadratów: metody Kalmana, Clarke'a i największej wiarygodności. Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 5.2–5.5 oraz w tabl. 5.1–5.4.

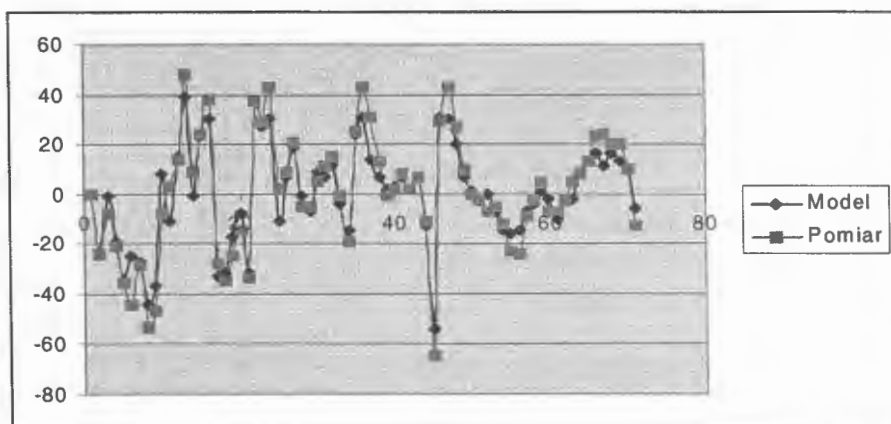


**Rys. 5.4.** Wyniki modelowania strefy klarowania w osadnikach wtórnych przy estymacji parametrów  $a$  i  $b$



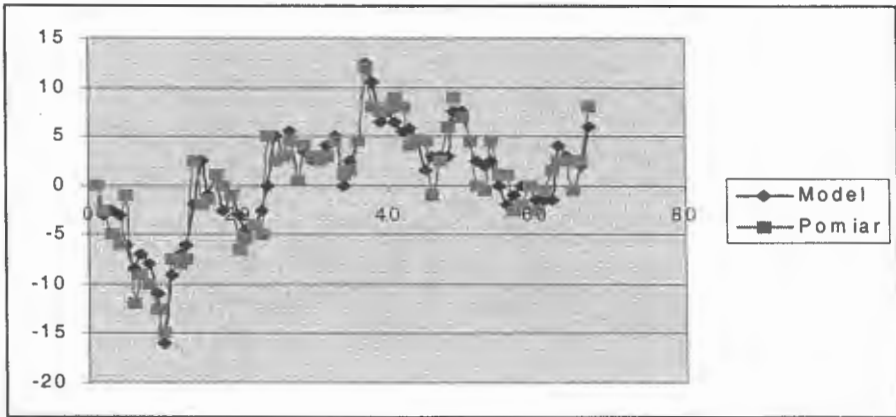
Rys. 5.5. Wyniki modelowania strefy sedimentacji w osadnikach wtórnych przy estymacji parametrów  $a$  i  $b$

Można było oczekiwać, że objętości czynne zbiorników oczyszczalni – obliczone następnie niezależnie na podstawie wyznaczonych parametrów modeli – będą identyczne, ponieważ wyniki identyfikacji oceniane na podstawie standardowych wskaźników statystycznych, takich jak sumy resztowe, wariancje estymatorów parametrów modeli, współczynniki rozbieżności modeli, współczynniki zmienności losowej, były poprawne. Podobnie widać zadowalającą zgodność między modelami i pomiarami na przedstawionych wykresach.

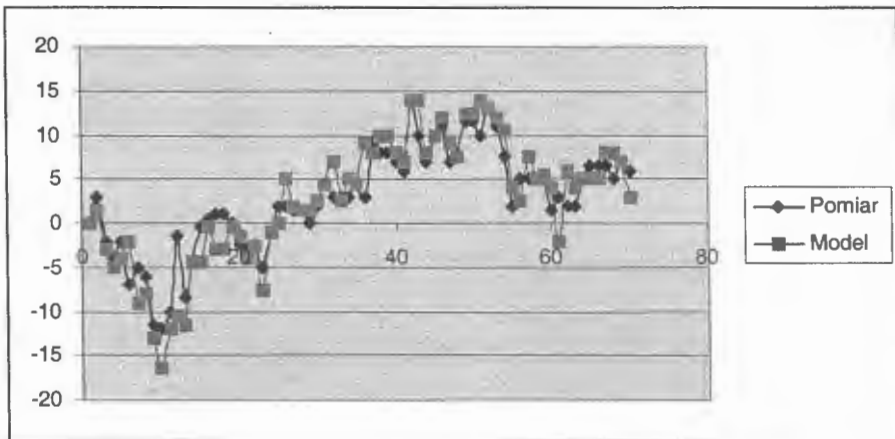


Rys. 5.6. Wyniki modelowania osadników wstępnych przy estymacji parametru  $a$





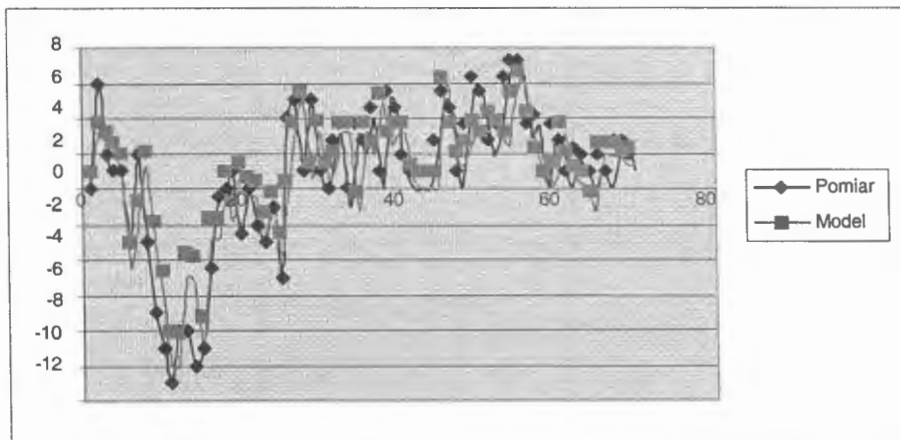
Rys. 5.7. Wyniki modelowania komór z osadem czynnym przy estymacji parametru  $a$



Rys. 5.8. Wyniki modelowania strefy klarowania w osadnikach wtórnych przy estymacji parametru  $a$

Mimo tej poprawnej oceny statystycznej otrzymano jednak tak znaczne rozbieżności w wartościach obliczonych objętości czynnych, że praktycznie dyskwalifikowały one wyniki identyfikacji. Wprawdzie suma wyznaczonych parametrów  $a$  i  $b$  jest bliska lub nawet równa 1, zgodnie z wymaganym warunkiem, to jednak obliczone potem ze wzorów (5.12) wartości  $V_a$  i  $V_b$  są na ogół od siebie

bardzo różne, i ta uwaga dotyczy tak różnych wyznaczonych modeli, jak i różnych stosowanych metod (tabl. 5.1–5.4). Najgorsze wyniki otrzymano przy tym dla osadników wstępnych i komór z osadem czynnym, które w przypadku oczyszczalni w Rzeszowie były jednocześnie *komorami napowietrzania*. Trochę lepsze wyniki, chociaż też niezadowalające, otrzymano dla osadników wtórnych a w szczególności dla strefy sedimentacji osadników, modelowanej za pomocą metody największej wiarygodności [Bogdan i in., 2002d].



**Rys. 5.9.** Wyniki modelowania strefy sedimentacji w osadnikach wtórnych przy estymacji parametru  $a$

Należy przyznać, że ogólnie ocena otrzymanych wyników jest trudna, ponieważ nie ma informacji, jakie wartości powinny mieć szukane objętości czynne. Wiadomo tylko, że nie mogą być one większe od odpowiadających im objętości geometrycznych. W kilku przypadkach ten warunek nie został spełniony, co ostatecznie zdecydowało o odrzuceniu otrzymanych wyników.

Dlatego przeprowadzono drugi etap obliczeń i wyznaczono modele zbiorników za pomocą metody regresji liniowej zastosowanej do opisu modelu w postaci równania (5.17). *Metoda regresji liniowej* jest zwykle mniej dokładna niż metody użyte poprzednio, z wyjątkiem równie mało dokładnej metody Kalmana dla przypadku zakłóceń skorelowanych w opisie modelu. Można było jednak oczekiwać, że estymowanie tylko jednego parametru będzie zadaniem łatwiejszym, niż wyznaczanie dwóch parametrów. Do obliczeń użyto danych niewyglądających Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 5.6–5.9 oraz w tabl. 5.5.

**Tablica 5.1.** Wyniki identyfikacji osadników wstępnych ( $\sigma_a$  i  $\sigma_b$  oznaczają odchylenia standardowe parametrów;  $V_g$  – objętość czynna osadników)

Metoda	Oceny parametrów $a$ i $b$					
	$a/\sigma_a$	$b/\sigma_b$	$a+b$	$V_a$	$V_b$	$V_g$
Kalmana	0,73 ( $\pm 0,04$ )	0,24 ( $\pm 0,03$ )	0,97	4.675	5.427	7.820
Clarke'a	0,80 ( $\pm 0,04$ )	0,16 ( $\pm 0,03$ )	0,96	5.701	8.444	
Największej wiarygodności	0,76 ( $\pm 0,04$ )	0,22 ( $\pm 0,04$ )	0,97	5.327	5.049	

**Tablica 5.2.** Wyniki identyfikacji komór z osadem czynnym

Metoda	Oceny parametrów $a$ i $b$					
	$a/\sigma_a$	$b/\sigma_b$	$a+b$	$V_a$	$V_b$	$V_g$
Kalmana	0,98 ( $\pm 0,02$ )	0,04 ( $\pm 0,02$ )	1,02	182.790	95.673	13.500
Clarke'a	0,55 ( $\pm 0,08$ )	0,34 ( $\pm 0,07$ )	0,89	5.164	8.378	
Największej wiarygodności	0,97 ( $\pm 0,03$ )	0,04 ( $\pm 0,03$ )	1,02	131.005	82.725	

**Tablica 5.3.** Wyniki identyfikacji osadników wtórnych – strefa klarowania

Metoda	Oceny parametrów $a$ i $b$					
	$a/\sigma_a$	$b/\sigma_b$	$a+b$	$V_a$	$V_b$	$V_g$
Kalmana	0,76 ( $\pm 0,02$ )	0,22 ( $\pm 0,01$ )	0,98	5.087	5.491	11.060
Clarke'a	0,76 ( $\pm 0,03$ )	0,22 ( $\pm 0,03$ )	0,98	5.048	5.500	
Największej wiarygodności	0,76 ( $\pm 0,02$ )	0,22 ( $\pm 0,02$ )	0,98	5.071	5.494	

**Tablica 5.4.** Wyniki identyfikacji osadników wtórnych – strefa sedimentacji

Metoda	Oceny parametrów $a$ i $b$					
	$a/\sigma_a$	$b/\sigma_b$	$a+b$	$V_a$	$V_b$	$V_g$
Kalmana	0,80 ( $\pm 0,02$ )	0,20 ( $\pm 0,02$ )	1,00	10.217	10.036	11.060
Clarke'a	0,70 ( $\pm 0,06$ )	0,28 ( $\pm 0,06$ )	0,98	5.381	5.948	
Największej wiarogodności	0,79 ( $\pm 0,03$ )	0,21 ( $\pm 0,03$ )	1,00	9.812	9.722	

**Tablica 5.5.** Objętości czynne wszystkich zbiorników

Metoda	Osadniki wstępne	Komory z osadem czynnym	Osadniki wtórne	
			klarowanie	sedymantacja
Regresji liniowej (RL)	5.676	11.246	4.723	5.303
Regresji nieliniowej (NL)	5.283	12.087	4.612	5.514
Objętość geometryczna	7.820	13.500	11.060	
$V_a/V_g$ [%] (RL)	73	83	100	
$V_a/V_g$ [%] (NL)	80	90	101	

Obliczone na podstawie wyznaczonego parametru  $a$  objętości czynne zbiorników różnią się znacznie od tych otrzymanych poprzednio, jednak w każdym przypadku jest spełniony warunek, że objętość czynna jest mniejsza od odpowiadającej jej objętości geometrycznej. Pozwala to wnioskować, że obecne wyniki są poprawne [Bogdan i in., 2002b].

Wykonano również trzeci etap modelowania, wyznaczając modele opisane równaniem (5.18) z użyciem metody regresji nieliniowej z algorytmem optymalizacji Marquardta [Bogdan, 1998]. Podobnie jak przy regresji liniowej, użyto do obliczeń danych niewygladzonych. Otrzymane wyniki zawarto również w tabl. 5.5 i zestawione z wynikami regresji liniowej.

Ocena poprawności wyników otrzymanych z regresji nieliniowej jest także trudna. Wartości objętości czynnych obliczone na podstawie wyznaczonego

parametru  $a$  są zbliżone do tych otrzymanych z regresji liniowej. Są one trochę większe od wartości z regresji liniowej dla prawie wszystkich zbiorników, nie dotyczy to jednak objętości czynnej dla strefy sedimentacji osadników wtórnych. Zawsze jest spełniony warunek, że objętość czynna jest mniejsza od odpowiadającej jej objętości geometrycznej. Jednak sumując objętości czynne obliczone dla strefy klarowania i strefy sedimentacji osadników wtórnych otrzymuje się dla wyników z regresji nieliniowej wartość większą od objętości geometrycznej, co jest niepoprawne, natomiast w przypadku regresji liniowej taki przypadek nie zachodzi. To zadecydowało, że jako najbardziej wiarygodne wybrano modele regresji liniowej.

Na podstawie wyznaczonych modeli są widoczne istotne różnice między obliczonymi objętościami czynnymi zbiorników i ich znanymi objętościami geometrycznymi, szczególnie w przypadku osadników wstępnych i komór napowietrzania. W przypadku osadników wstępnych przyczyną różnicy może być osad surowy zbierający się na dnie osadników i stosunkowo rzadko z nich usuwany. W przypadku komór napowietrzania powodem mogą być strefy martwe zbiorników, ale także pęcherzyki powietrza włączanego do komór, zajmujące określoną objętość, zanim tlen z fazy gazowej przejdzie do fazy rozpuszczonej w ściekach.

### 5.3. Ocena wyników identyfikacji

Przedstawione wyżej rozważania dotyczące wyznaczania modeli przepływowych<sup>b</sup> zbiorników oczyszczalni a także przytoczone wyniki wykonanych obliczeń skłaniają do kilku ogólnych wniosków. Przede wszystkim, jest widoczna konieczność obliczania objętości czynnych zbiorników oczyszczalni, jeżeli przystępuje się do modelowania matematycznego prowadzonego w niej procesu oczyszczania. Może się bowiem zdarzyć, że będą występować istotne różnice między objętościami czynnymi i odpowiadającymi im objętościami geometrycznymi zbiorników. Różnice te mogą być spowodowane różnymi czynnikami, z których najbardziej prawdopodobne, to nieodpowiednia konstrukcja zbiorników oraz media znajdujące się w zbiornikach i nie biorące udziału w przepływie ścieków. Te media, to przede wszystkim osad gromadzący się w zbiornikach i w porę z nich nieusuwany oraz, być może, powietrze pompowane do ścieków w komorach napowietrzania, zanim przejdzie ono do fazy gazowej. Ten wniosek bierze się z obserwacji, że w badanych osadnikach wtórnych nie ma praktycznie różnicy między objętością czynną i geometryczną. Jednocześnie w tych zbiornikach nie występuje tlen w fazie gazowej, jak w komorach napowietrzania, oraz dynamika mieszania osadu czynnego w strefie sedimentacji zbiorników była oddzielnie modelowana, czego nie robiono w przypadku osadników wstępnych.

Kolejny wniosek dotyczy trudności z wyborem właściwego opisu modelu i doбором odpowiedniej metody identyfikacji. Mogłoby się wydawać, że poprawne

wyniki uzyska się stosując bardziej dokładne metody największej wiarygodności lub regresji nieliniowej do dokładnych opisów obiektów w postaci równań (5.14) lub (5.18). Ostatecznie okazało się, że najlepsze wyniki otrzymano za pomocą prostej metody regresji liniowej przy opisie modeli prostym równaniem statycznym (5.17). Jednocześnie nieodpowiedni wybór opisu lub metody prowadzi do wykonania czasochłonnej pracy obliczeniowej, której wyniki okazują się w konsekwencji nieprzydatne.

Ostatni wniosek odnosi się do problemów związanych z wykonywaniem badań stosowanych, czyli związanych z praktyką. W rozdz. 4 wskazywano na ograniczenia techniczne, które często utrudniają lub czasami uniemożliwiają przestrzeganie w praktyce wymagań, wynikających z własności stosowanych metod lub algorytmów obliczeniowych. Możliwości techniczne badanego obiektu istotnie wówczas ograniczały potrzeby zaplanowanych eksperymentów pomiarowych.

Z kolei, przy modelowaniu obiektów rzeczywistych pojawiają się trudności z właściwą oceną otrzymywanych wyników, co różni obliczenia z danymi rzeczywistymi od obliczeń z danymi akademickimi. Te ostatnie służą zwykle do badania rozwijanych metod obliczeniowych, natomiast te pierwsze służą do badania właściwości konkretnych obiektów. Przy identyfikacji parametrów modelu zwykle nie wiadomo wówczas dokładnie, jakie wartości powinny one osiągać. Kierowanie się przy ocenie jedynie wskaźnikami statystycznymi może często prowadzić do nieprawidłowych wniosków, ponieważ ich wartości zależą istotnie od przyjętego opisu modelu, od zastosowanej metody obliczeniowej oraz od rodzaju danych użytych do obliczeń.

W opisanym przypadku wyznaczenia modeli przepływowych najlepszą zgodność statystyczną pomiarów z obliczeniami uzyskano dla metody największej wiarygodności i dla metody regresji nieliniowej, jednocześnie poprawne wyniki identyfikacji otrzymano jedynie dla metody regresji liniowej. Oznacza to, że przy ocenie wyników modelowania w przypadku obiektów nieznanymi, należy bardzo często kierować się intuicją i doświadczeniem wynikającym z bogatej praktyki obliczeniowej [Studziński, 1994a; Bogdan i in., 2003].

Jan Studziński

**IDENTYFIKACJA, SYMULACJA I STEROWANIE  
OCZYSZCZALNIAMI ŚCIEKÓW**

Monografia dotyczy problematyki modelowania i sterowania mechaniczno-biologicznymi oczyszczalnymi ścieków. Przedstawione badania obejmują opracowanie modeli matematycznych oczyszczalni, ich identyfikację oraz zastosowanie do celów sterowania. Omówiono aktualny stan badań oraz wskazano pożądane kierunki ich rozwoju. Opisano szczegółowo zagadnienia związane z wykonywaniem eksperymentów pomiarowych, opracowywaniem modeli przepływowych wydzielonych zbiorników oczyszczalni, wyznaczeniem modelu fizycznego oczyszczalni oraz modeli neuronowych. Wszystkie rozważania są ilustrowane wynikami przykładowych badań wykonanych pod kierunkiem autora w miejskiej oczyszczalni ścieków w Rzeszowie.

**ISSN 0208-8029**  
**ISBN 83-85847-88-X**