POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

WSPOMAGANIE INFORMATYCZNE ROZWOJU SPOŁECZNO-GOSPODARCZEGO I OCHRONY ŚRODOWISKA

Redakcja:

Jan Studziński

Ludosław Drelichowski

Olgierd Hryniewicz

WSPOMAGANIE INFORMATYCZNE
ROZWOJU
SPOŁECZNO-GOSPODARCZEGO
I OCHRONY ŚRODOWISKA

Polska Akademia Nauk Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE

tom 36

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2004

WSPOMAGANIE INFORMATYCZNE ROZWÓJU SPOŁECZNO-GOSPODARCZEGO I OCHRONY ŚRODOWISKA

Redakcja:

Jan Studziński
Ludosław Drelichowski
Olgierd Hryniewicz

Książka wydana dzięki dotacji KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju w zakresie rozwoju modeli, technik i systemów zarządzania oraz ich zastosowań w różnych dziedzinach gospodarki narodowej. Wyodrębnioną grupę stanowią artykuły omawiające aplikacyjne wyniki projektów badawczych i celowych KBN.

Recenzenci artykułów:

Dr Lucyna Bogdan
Prof. dr hab. inż. Olgierd Hryniewicz
Dr Grażyna Petriczek
Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak
Dr inż. Jan Studziński

Komputerowa edycja tekstu: Anna Gostyńska

Wydawca: Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa

Sekcja Informacji Naukowej i Wydawnictw IBS PAN
tel. 836-68-22

Druk: Zakład Poligraficzny Urzędu Statystycznego w Bydgoszczy
Nakład 110 egz.

ISBN 83-85847-92-8
ISSN 0208-8028

ZWIĘKSZENIE PRAWDOPODOBIEŃSTWA BŁĘDNEJ KLASYFIKACJI W ROZPOZNAWANIU WIELOETAPOWYM Z ROZMYTYMI OBSERWACJAMI CECH OBIEKTU

Robert Burduk

Katedra Systemów i Sieci Komputerowych
Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska
<robert.burduk@pwr.wroc.pl>

This paper deals with the decision rules of a multistage classifier based on a decision-tree scheme, under the assumption of complete probabilistic information. Additionally the information on object's features is assumed imprecise – its formal description uses fuzzy numbers. For this case of recognition the probability of misclassification is presented and compared with case when object's features are non-fuzzy. The obtained result is presented as a calculation example.

Keywords: Probability of misclassification, multistage pattern recognition, fuzzy observations.

1. Wprowadzenie

Zadanie rozpoznawania polega na zaliczeniu obiektu do jednej z wcześniej określonych klas. Każdy z rozpoznawanych obiektów ma przypisane pewne mierzalne atrybuty zwane cechami. Cała procedura rozpoznawania obejmuje pomiar wartości cech, selekcję oraz klasyfikację. Celem selekcji jest wybór cech najbardziej istotnych z punktu widzenia przydatności w rozpoznawaniu. Dopiero taki zestaw cech, specjalnie dobranych w zależności od rozwiązywanego problemu, zostaje poddany klasyfikacji, która przypisuje obiekt do jednej z klas. Przykładowo w systemie zarządzania wiedzą dotyczącego budowy profili klientów, rozpoznawanym obiektem będzie klient, zaś klasami nazwy grup klientów (np. lojalni, mogący odejść, przejęci od konkurencji itp.). Cechy w tym przypadku, to atrybuty opisujące klientów (np. ilość zakupionych towarów, czas trwania umowy, częstość transakcji kupna itp.).

W wielu przypadkach zadaniach rozpoznawania, tradycyjna pod względem przyjętego modelu i sposobu postępowania, jednoetapowa metoda klasyfikacji okazuje się mało efektywna lub niewystarczająca. Wynika to z dwóch powodów. Z jednej strony bowiem mamy często do czynienia ze złożonymi problemami, w których zarówno liczba klas, jak i liczba cech opisujących obiekty są duże. Z drugiej strony sama natura rozpatrywanej sytuacji wymaga specjalnego traktowania. W takich przypadkach jest uzasadnione stosowanie złożonych metod rozpoznawania, w których bądź model zadania rozpoznawania jest bardziej skomplikowany i pełniej opisuje konkretną rzeczywistość, bądź złożony jest sam schemat decyzyjny klasyfikatora. Przykładem takiego podejścia jest rozpoznawanie wieloetapowe, w którym decyzja o przynależności obiektu do określonej klasy nie jest czynnością jednorazową, ale jest wynikiem bardziej złożonego procesu decyzyjnego.

W procesach rozpoznawania istotną rolę odgrywają takie czynniki, jak przypadkowość, niedokładność i niejednoznaczność, z którymi mamy do czynienia już na etapie tworzenia modelu matematycznego zadania klasyfikacji. Z przypadkowością (losowością) określonych zdarzeń utożsamiana jest niepewność, modelowana z wykorzystaniem aparatu teorii prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Niepewność typu rozmytego, pozwalająca na rozważenie problemów niejednoznacznie (nieprecyzyjnie) sformułowanych, modelowana jest za pomocą teorii zbiorów rozmytych. W dalszej części pracy będziemy mówić o zadaniu rozpoznawania wieloetapowego, w którym wystąpi niepewność typu probabilistycznego jak i rozmytego. Celem pracy jest natomiast przedstawienie różnicy prawdopodobieństw błędnej klasyfikacji, jeśli dysponujemy precyzyjną lub nieprecyzyjną informacją opisującą cechy obiektu.

2. Rozpoznawanie wieloetapowe – opis matematyczny oraz przyjęte założenia

Rozważmy zadanie rozpoznawania obiektów, w którym liczba klas jest równa M. Załóżmy, iż klasy zostały zorganizowane w drzewo decyzyjne, którego struktura spełnia dwa następujące ograniczenia:

Długość ścieżki od korzenia do każdego węzła terminalnego jest taka sama i wynosi N.

Każda klasa jest związana z jednym i tylko jednym węzłem terminalnym.

Ponumerujmy dalej wszystkie węzły utworzonego drzewa decyzyjnego kolejnymi liczbami 0,1,2,..., rezerwując 0 dla korzenia, a numery klas ze zbioru $\mathrm{M}=\{1,2,\ldots,M\}$ przyporządkujmy węzłom terminalnym tak, aby każdy z nich był oznaczony numerem tej klasy, która jest z tym węzłem związana. Pozwala to wprowadzić następujące oznaczenia (Kurzyński, 1997):

$\mathrm{M}(n)$ – zbiór numerów węzłów, których odległość od korzenia wynosi n, $n=0,1,2,\ldots,N$. W szczególności $\mathrm{M}(0)=\{0\}$, $\mathrm{M}(N)=\mathrm{M}$,

$\overline{\mathrm{M}}=\bigcup_{n=0}^{N-1}\mathrm{M}(n)$ – zbiór numerów węzłów wewnętrznych (nieterminalnych),

$\mathrm{M}_i\subseteq \mathrm{M}(N)$ – zbiór numerów węzłów terminalnych (numerów klas) osiągalnych z węzła i $(i\in\overline{\mathrm{M}})$,

M^i – zbiór numerów bezpośrednich następników węzła i $(i \in \overline{\mathrm{M}})$,

m_i – numer bezpośredniego poprzednika węzła i $(i \neq 0)$,

$\mathrm{s}(i, j)$ – zbiór numerów węzłów na ścieżce od węzła i do węzła j,

$\mathrm{s}(j) = \mathrm{s}(0, j)$ – zbiór numerów węzłów na ścieżce od korzenia do węzła j.

Przyjmijmy probabilistyczny model zadania rozpoznawania, to znaczy będziemy zakładać, że numer klasy rozpoznawanego obiektu $j_N \in \mathrm{M}(N)$ i jego zmierzone cechy x są realizacją pary zmiennych losowych $\boldsymbol{J}_N$ oraz X. Pełna informacja probabilistyczna oznacza teraz znajomość prawdopodobieństw *a priori* klas

$$p(j_N) = P(\mathbf{J_N} = j_N), \quad j_N \in \mathrm{M}(N) \tag{1}$$

oraz warunkowych gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach

$$f_{j_N}(x) = f(x / j_N), \quad x \in \mathrm{X}, \quad j_N \in \mathrm{M}(N) \tag{2}$$

Z każdym węzłem wewnętrznym drzewa decyzyjnego są związane cechy, których zmierzone wartości są podstawą do podjęcia decyzji w tym węźle. Niech dalej

$$x_i \in \mathrm{X}_i \subseteq \mathrm{R}^{d_i}, \quad d_i \leq d, \quad i \in \mathrm{M} \tag{3}$$

oznacza wektor wartości cech wykorzystywanych w węźle i, które zostały wyselekcjonowane z wektora x.

Z przyjętej struktury drzewa decyzyjnego wynikają następujące równości dla prawdopodobieństw *a priori*

$$p(j_n) = P(\mathbf{J}_n = j_n) = \sum_{j_N \in \mathrm{M}_{j_n}} p(j_N) \tag{4}$$

oraz dla warunkowych gęstości prawdopodobieństwa cech

$$f_{j_n}(x_i) = f(x_i / j_n) = \frac{1}{p(j_n)} \sum_{j_N \in \mathrm{M}_{j_N}} p(j_N) f_{j_N}(x_i) \tag{5}$$

dla każdego $i \in \overline{\mathrm{M}}$ oraz $j_n \in \mathrm{M}(n), n = 1,2,\dots,N-1$.

Algorytm rozpoznawania w węźle i-tym, który odwzorowuje przestrzeń cech związanych z tym węzłem w zbiór jego bezpośrednich następników, oznaczmy przez

$$\Psi_i : X_i \to M^i, \quad i \in \overline{M} \tag{6}$$

Decyzja i_n, podjęta na n-tym etapie rozpoznawania (n=1,2,...,N) jako funkcja zmierzonych wartości cech, jest realizacją dyskretnej zmiennej losowej $\mathbf{I_n}$ przyjmującej wartości z zbiorze $M(n)$. Z mechanizmu klasyfikacji wieloetapowej wynika dalej, że ciąg zmiennych losowych $\mathbf{I_1}, \mathbf{I_2}, ..., \mathbf{I_{N-1}}, \mathbf{I_N}$ tworzy, dla każdej wartości zmiennej losowej $\mathbf{J_n}$, łańcuch Markowa I rzędu o następujących prawdopodobieństwach przejścia

$$q(i_n / i_{n-1}, j_N) = P(\mathbf{I_n} = i_n / \mathbf{I_{n-1}} = i_{n-1}, \mathbf{J_N} = j_N) =$$

$$= \begin{cases} \int\limits_{D^{(i_n)}_{x_{i_{n-1}}}} f_{j_N}(x_{i_{n-1}}) dx_{i_{n-1}}, & \text{gdy} \quad i_{n-1} = m_{i_n} \\ 0, & \text{gdy} \quad i_{n-1} \neq m_{i_n} \end{cases} \tag{7}$$

i prawdopodobieństwach początkowych
$i_n \in M(n),\ i_{n-1} \in M(n-1),\ n = 2,3,...,N$

$$q(i_1 / j_N) = P(\mathbf{I_1} = i_1 / \mathbf{J_N} = j_N) = \int\limits_{D^{(i_1)}_{x_0}} f_{j_N}(x_0) dx_0, \quad i_1 \in M(1) \tag{8}$$

Otrzymujemy stąd następujące zależności dla dowolnych $i_{n_1} \in M(n_1)$, $i_{n_2} \in M(n_2)$, $n_1 = 0,1,...,N-1, n_1 < n_2$

$$q(i_{n_2} / i_{n_1}, j_N) = \prod_{i_k \in s(i_{n_1}, i_{n_2}) - \{i_{n_1}\}} q(i_k / m_{i_k}, j_N) \tag{9}$$

W dalszych rozważaniach wykorzystywać będziemy zerojedynkową funkcję strat

$$L(i_N, j_N) = \begin{cases} 0, & \text{gdy} \quad i_N = j_N \\ 1, & \text{gdy} \quad i_N \neq j_N \end{cases} \tag{10}$$

przypisującą każdej błędnej decyzji wartość 1.

Za kryterium optymalności przyjmijmy wartość oczekiwaną funkcji strat

$$R[\Psi] = \underset{\mathbf{I_N}, \mathbf{J_N}}{E} [L(\mathbf{I_N}, \mathbf{J_N})] = \underset{\mathbf{X}, \mathbf{J_N}}{E} [L(\Psi(\mathbf{X}), \mathbf{J_N})] \tag{11}$$

którą będziemy nazywać ryzykiem średnim.

Dla przedstawionego powyżej problemu rozpoznawania wieloetapowego możemy wyznaczyć algorytmy rozpoznawania (Kurzyński, 1987), które prowadzą do separowalnej strategii, w przypadku warunkowo niezależnych cech. Oznacza to, że zmienne losowe $X_{i_{n-1}}$ oraz J_N są warunkowo niezależne względem zmiennej J_n

$$f_{j_N}(x_{i_{n-1}}) = f(x_{i_{n-1}} / j_N, j_n) = f_{j_n}(x_{i_{n-1}}) \tag{12}$$

Załóżmy teraz, że składowymi wektora wartości cech x opisującego rozpoznawany obiekt są liczby rozmyte. Stanowią one formalny opis wartości cech x traktowanych jako zmienne lingwistyczne. Z przyjętego modelu rozpoznawania wieloetapowego wynika, że z każdym węzłem wewnętrznym i ($i \in \overline{M}$) utworzonego drzewa decyzyjnego związane są cechy, których zmierzone wartości są podstawą do podjęcia decyzji w tym węźle. Określmy wektor liczb rozmytych

$$\tilde{A}_i = \left[\tilde{A}^{(1)}, \tilde{A}^{(2)}, ..., \tilde{A}^{(k_i)} \right] \tag{13}$$

o funkcjach przynależności $\mu_{\tilde{A}^{(l)}}(x_i^{(l)})$, gdzie k_i jest liczbą cech wykorzystywanych w węźle i. Każda składowa wektora $\tilde{A}_i$ ma przypisaną odpowiednią etykietę lingwistyczną. Etykiety te wyrażają takie sformułowania słowne jak: mały, średni, duży, bardzo duży lub też bezpośrednio odzwierciedlają przypisaną im liczbę rozmytą, czego przykładami są takie określenia jak: około 1, około 2 itd.

Przyjmijmy trapezową postać liczb rozmytych, tzn. postać opisaną czterema parametrami $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)_{Tr}$.

Załóżmy dodatkowo, że dla każdej składowej k wektora cech x zbiory liczb rozmytych $\tilde{\mathrm{A}}^{(k)} = \left\{ \tilde{A}_1^{(k)}, \tilde{A}_2^{(k)}, ..., \tilde{A}_{k_L}^{(k)} \right\}$ opisujące tą składową spełniają warunek ortogonalności (Pedrycz, 1990)

$$\sum_{l=1}^{k_L} \mu_{\tilde{A}_l^{(k)}}(x^{(k)}) = 1 \tag{14}$$

gdzie k_L oznacza ilość liczb rozmytych opisujących k-tą składową wektora x. Warunek ten narzuca taką postać liczb rozmytych, aby wartości ich funkcji przynależności sumowały się do jedności w każdym punkcie $x^{(k)} \in \mathrm{X}$.

Prawdopodobieństwo zdarzenia rozmytego przyjmiemy w ujęciu Zadeha (Zadeh, 1968), co oznacza, że jest ono liczbą rzeczywistą wyrażoną następująco

$$p(\tilde{A}) = \int_{R^n} \mu_{\tilde{A}}(x)dP \tag{15}$$

3. Oszacowanie różnicy prawdopodobieństwa błędnej klasyfikacji w przypadku rozmytych i nie rozmytych cech obiektu

W przypadku pełnej informacji probabilistycznej, tj. wówczas, gdy znamy odpowiednie prawdopodobieństwa *a priori* klas (1) oraz warunkowe gęstości prawdopodobieństwa cech w klasach (2), prawdopodobieństwo błędnej klasyfikacji $Pe(\pi_N^*)$ dla informacji nierozmytej oraz przyjętych przez nas założeń (10) oraz (12) wynosi (Kurzyński, 1987)

$$Pe(\pi_N^*) = 1 - \sum_{j_N \in \mathrm{M}(N)} p(j_N) \prod_{i_k \in s(j_N)-\{0\}} q(i_k / m_{i_k}, i_k) \tag{16}$$

Wykorzystując analogiczne założenia możemy określić prawdopodobieństwo błędnej klasyfikacji $Pe_R(\pi_N^*)$, dla rozpoznawania wieloetapowego w przypadku znajomości informacji rozmytej zawartej w $\tilde{A}_i$, $i \in \overline{\mathrm{M}}$, w następujący sposób (Burduk, 2003)

$$Pe_R(\pi_N^*) = 1 - \sum_{j_N \in \mathrm{M}(N)} p(j_N) \prod_{i_k \in s(j_N)-\{0\}} q_R(i_k / m_{i_k}, i_k) \tag{17}$$

gdzie

$$q_R(i_k / m_{i_k}, i_k) = \sum_{\tilde{A}_{m_{i_k}} \in D_{x_{m_{i_k}}}^{(i_k)}} \int_{supp\, \tilde{A}_{m_{i_k}}} \mu_{\tilde{A}_{m_{i_k}}}(x_{m_{i_k}}) f_{i_k}(x_{m_{i_k}}) dx_{m_{i_k}} \tag{18}$$

Rozmyta informacja o cechach związanych z danym węzłem i_n wiąże się ogólnie z utratą optymalności, tzn. powiększeniem średniego prawdopodobieństwa błędnej klasyfikacji. Oszacowanie różnicy, o ile dysponowanie informacją rozmytą zamiast dokładną o poszczególnych cechach obiektu pogarsza jakość rozpoznawania mierzoną średnim prawdopodobieństwem błędu dla przyjętych założeń wynosi (Burduk, 2003)

$$Pe_R(\pi_N^*) - Pe(\pi_N^*) \le \sum_{j_N \in \mathrm{M}(N)} p(j_N) \sum_{i_k \in s(j_N)-\{0\}} \varepsilon_{m_{i_k}} \tag{19}$$

gdzie, dla $i \in \overline{\mathrm{M}}$

$$\varepsilon_i = \sum_{\tilde{A}_i \in X_i} \left| \int_{supp\,\tilde{A}_i} \mu_{\tilde{A}_i}(x_i) \max_{k\in M^i}\{f_k(x_i)\}dx_i - \max_{k\in M^i}\left\{ \int_{supp\,\tilde{A}_i} \mu_{\tilde{A}_i}(x_i) f_k(x_i)dx_i \right\} \right| \quad (20)$$

Przedstawmy teraz otrzymany wynik na przykładzie rachunkowym.

5. Przykład rachunkowy

Przyjmijmy, dwuetapowy, binarny klasyfikator, którego drzewo decyzyjne przedstawione jest na rys.1. Obiekt opisany jest trójwymiarowym wektorem cech $\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x}^{(1)}, \boldsymbol{x}^{(2)}, \boldsymbol{x}^{(3)}]$, które są wykorzystywane do klasyfikacji w poszczególnych węzłach wewnętrznych według zasady: $x_0 = x^{(1)}$, $x_5 = x^{(2)}$, $x_6 = x^{(3)}$. Dla każdej składowej wektora cech $\boldsymbol{x}$ określony jest zbiór liczb rozmytych $\tilde{A}^{(k)}$, $k = 1,2,3$, który spełnia warunek (14). Przyjęto następujące przypadki opisu cech:

Przypadek A

$$\tilde{A} = \{\tilde{A}_1 = (\infty, -9, -8), \tilde{A}_2 = (-9, -8, -8, -7)_{Tr}, \ldots,$$

$$\tilde{A}_{25} = (14, 15, 15, 16)_{Tr}, \tilde{A}_{26} = (15, 16, \infty)\}.$$

Przypadek B

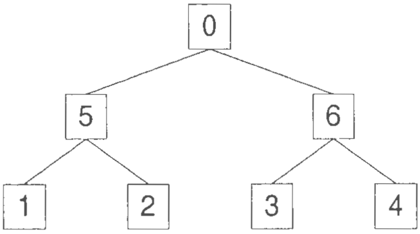
$$\tilde{B} = \{\tilde{B}_1 = (\infty, -9, -8{,}5), \tilde{B}_2 = (-9, -8{,}5, 8{,}5, -8)_{Tr}, \ldots,$$

$$\tilde{B}_{50} = (15, 15{,}5, 15{,}5, 16)_{Tr}, \tilde{B}_{51} = (15{,}5, 16, \infty)\}.$$

Przypadek C

$$\tilde{C} = \{\tilde{C}_1 = (\infty, -9{,}25\ -8{,}75), \tilde{C}_2 = (-9{,}25\ -8{,}75, -8{,}25, -7{,}75)_{Tr}, \ldots,$$

$$\tilde{C}_{26} = (14{,}75, 15{,}25, 15{,}75, 16{,}25)_{Tr}, \tilde{C}_{27} = (15{,}75, 16{,}25, \infty)\}.$$



Rysunek 1. Drzewo decyzyjne klasyfikatora

Prawdopodobieństwa *a priori* klas wynoszą

$p(j_2) = 0{,}25, \qquad j_2 \in \mathrm{M}(2)$

natomiast warunkowe gęstości prawdopodobieństw cech w klasach są równe:

Przypadek I

$$\mu_1 = [0,\ 0,\ 0] \qquad \mu_2 = [0,\ 4,\ 0]$$

$$\mu_3 = [3,\ 0,\ 1] \qquad \mu_4 = [3,\ 0,\ 8]$$

$$\sum\nolimits_{j_2} = 4I, \quad j_2 \in \mathrm{M}(2), \quad I - \text{macierz jednostkowa},$$

Przypadek II

$$\mu_1 = [0,\ 0,\ 0] \qquad \mu_2 = [0,\ 2,\ 0]$$

$$\mu_3 = [3,\ 0,\ 1] \qquad \mu_4 = [3,\ 0,\ 8]$$

$$\sum\nolimits_{j_2} = 4I, \quad j_2 \in \mathrm{M}(2), \quad I - \text{macierz jednostkowa}.$$

Na podstawie przyjętych danych określono konkretne przypadki dotyczące przyjętych założeń, które podane są w poniższej tablicy:

Tablica 1. Przyjęte założenia do przykładu rachunkowego

Przypadek	Rozkład cech w klasach - przypadek	Opis wektora cech obiektu - przypadek		
		$\boldsymbol{x}^{(1)}$	$\boldsymbol{x}^{(2)}$	$\boldsymbol{x}^{(3)}$
1	I	A	A	A
2	I	B	B	B
3	I	C	C	C
4	I	nierozmyty	A	A
5	I	nierozmyty	B	B
6	I	nierozmyty	C	C
7	II	A	A	A
8	II	B	B	B
9	II	C	C	C
10	II	nierozmyty	A	A
11	II	nierozmyty	B	B
12	II	nierozmyty	C	C

Na podstawie przyjętych założeń oraz wzoru (19) możemy teraz określić różnice średnich prawdopodobieństw błędnych klasyfikacji w zadaniu wieloetapowym dla przypadku dysponowania precyzyjnym i rozmytym opisem cech obiektu. Wyniki obliczeń zawarte są w tab. 2.

Tablica 2. Górne oszacowanie $Pe_R(\pi_N^*) - Pe(\pi_N^*)$

Przypadek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
oszac. róż. [%]	1,6	0,9	2,0	1,1	0,4	0,6	1,3	0,8	2,0	0,8	0,3	0,5

Otrzymane wyniki dotyczą przypadku pełnej informacji probabilistycznej, czyli sytuacji, gdy znamy wszystkie niezbędne charakterystyki zmiennych losowych.

6. Podsumowanie

Przedstawiony w pracy problem dotyczy złożonej metody rozpoznawania, a dokładniej rozpoznawania wieloetapowego. W przyjętym modelu zadania podejmowania decyzji dysponujemy dokładnym, bądź też nieprecyzyjnym opisem dotyczącym cech obiektu. Opis nieprecyzyjny formalizowany jest za pomocą liczb rozmytych określonych na danej przestrzeni cech. Przedstawione w pracy oszacowanie pokazuje o ile może pogorszyć się jakość rozpoznawania w przypadku dysponowania nieprecyzyjną informacją o cechach obiektu w porównaniu z przypadkiem, gdy dokładnie znamy wartości cech obiektu. Należy pamiętać jednak, że nie zawsze w realnych przypadkach wiedza o wartościach cech obiektu jest precyzyjna, co może wynikać z samej reprezentacji wiedzy podawanej w sformułowaniach języka naturalnego, dla którego formalnym opisem mogą być liczby rozmyte.

Literatura

Burduk R. (2003) *Komputerowe algorytmy rozpoznawania wieloetapowego z modelem probabilistyczno-rozmytym i ich zastosowanie w medycynie.* Raport 1/03, Katedra Systemów i Sieci Komputerowych, Wrocław.

Kurzyński M. (1987) Algorytmy rozpoznawania wieloetapowego oraz ich zastosowania medyczne i techniczne. *Prace Naukowe Inst. Sterowania i Techniki Systemów Politech. Wr.*, 5, *Seria Monografie*, 3, Wrocław.

Kurzyński M. (1997) *Rozpoznawanie obiektów – metody statystyczne.* Ofic. Wyd. Politech. Wr., Wrocław.

Pedrycz W. (1990) Fuzzy sets in pattern recognition: methodology and methods. *Pattern Recognition*, **23**, 121-146.

Zadeh L.A. (1968) Probability measures of fuzzy events. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **23**, 421-427.

ISSN 0208-8028
ISBN 83-85847-92-8

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl