POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

ZASTOSOWANIA INFORMATYKI W NAUCE, TECHNICE I ZARZĄDZANIU

Redakcja:

Jan Studziński
Ludosław Drelichowski
Olgierd Hryniewicz

ZASTOSOWANIA INFORMATYKI
W NAUCE, TECHNICE I ZARZĄDZANIU

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
Tom 41

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2005

ZASTOSOWANIA INFORMATYKI W NAUCE, TECHNICE I ZARZĄDZANIU

Redakcja:

Jan Studziński

Ludosław Drelichowski

Olgierd Hryniewicz

Książka wydana dzięki dotacji KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju, w zakresie rozwoju modeli, technik i systemów informatycznych oraz ich zastosowań w różnych dziedzinach gospodarki. Kilka artykułów omawia aplikacyjne wyniki projektów badawczych i celowych Ministerstwa Nauki i Informatyzacji.

Recenzenci artykułów:

Dr inż. Lucyna Bogdan
Prof. dr hab. inż. Ludosław Drelichowski
Prof. dr hab. inż. Olgierd Hryniewicz
Dr inż. Edward Michalewski
Dr inż. Grażyna Petriczek
Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak
Dr inż. Jan Studziński

Komputerowa edycja tekstu: Anna Gostyńska

Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa

Sekcja Informacji Naukowej i Wydawnictw
e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl

ISBN 83-89475-03-0
ISSN 0208-8029

ZASTOSOWANIA INFORMATYKI
W NAUCE, TECHNICE I ZARZĄDZANIU

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
Tom 41

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2005

ZASTOSOWANIA INFORMATYKI W NAUCE, TECHNICE I ZARZĄDZANIU

Redakcja:

Jan Studziński

Ludosław Drelichowski

Olgierd Hryniewicz

Książka wydana dzięki dotacji KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju, w zakresie rozwoju modeli, technik i systemów informatycznych oraz ich zastosowań w różnych dziedzinach gospodarki. Kilka artykułów omawia aplikacyjne wyniki projektów badawczych i celowych Ministerstwa Nauki i Informatyzacji.

Recenzenci artykułów:

Dr inż. Lucyna Bogdan
Prof. dr hab. inż. Ludosław Drelichowski
Prof. dr hab. inż. Olgierd Hryniewicz
Dr inż. Edward Michalewski
Dr inż. Grażyna Petriczek
Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak
Dr inż. Jan Studziński

Komputerowa edycja tekstu: Anna Gostyńska

Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa

Sekcja Informacji Naukowej i Wydawnictw
e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl

ISBN 83-89475-03-0
ISSN 0208-8029

PODEJMOWANIE DECYZJI STATYSTYCZNYCH PRZY MINIMALNEJ LICZNOŚCI BADANEJ PRÓBKI

Olgierd HRYNIEWICZ
Instytut Badań Systemowych, Polska Akademia Nauk
<hryniewi@ibspan.waw.pl>

W wielu rzeczywistych przypadkach podejmowania decyzji statystycznych problem niezbędnej liczności próbki losowej ma często niezwykle istotne znaczenie. Jest rzeczą dobrze znaną, że sekwencyjne plany Walda w sposób asymptotyczny zapewniają minimalną oczekiwaną liczność próbki niezbędnej do podjęcia decyzji. Jednakże z powodów praktycznych, konieczne jest stosowanie tzw. uciętych planów sekwencyjnych. W artykule pokazano, że wprowadzenie ucięcia zniekształca statystyczne charakterystyki planu badania. W dalszej części artykułu pokazano, że możliwe jest istotne poprawienie własności uciętego planu sekwencyjnego poprzez optymalizację jego parametrów. W wyniku takiej optymalizacji możemy np. w istotny sposób zmniejszyć oczekiwaną liczność próbki niezbędnej do podjęcia decyzji statystycznej.

Słowa kluczowe: Test statystyczny, sekwencyjny plan badania Walda, oczekiwana liczność próbki, optymalne plany badania.

1. Wprowadzenie

Jednym z podstawowych zadań statystyki jest weryfikacja hipotez dotyczących prawdopodobieństwa zajścia jakiegoś zdarzenia. Dla uproszczenia przyjmijmy, że za pożądaną uznamy sytuacje, gdy prawdopodobieństwo zajścia interesującego nas zdarzenia jest małe. Klasyczny przykład pochodzi z obszaru statystycznej kontroli odbiorczej, gdy chcemy sprawdzić, czy prawdopodobieństwo wyprodukowania (dostarczenia klientowi) wyrobu nie spełniającego postawionych wymagań jest wystarczająco małe. Innym przykładem może być weryfikacja hipotezy, że w kolejnych wersjach testowych pewnego oprogramowania prawdopodobieństwo błędnego działania jest wystarczająco małe.

Weryfikacja hipotez statystycznych związanych z odpowiedzią na postawione powyżej pytania wymaga przyjęcia pewnych szczegółowych założeń. W przypadku klasycznych zadań statystycznej rozróżnia się dwa podstawowe przypadki: kontrolę wg klasyfikacji alternatywnej oraz kontrolę wg klasyfikacji wykorzystującej pomiary liczbowych wartości pewnych cech jakościowych. W obu przypadkach przyjmuje się dodatkowe założenia o postaci rozkładów prawdopodobieństwa opisujących kontrolowaną cechę jakościową. W bardziej złożonych przypadkach (np. dotyczących badania jakości oprogramowania) konieczne jest przyjęcie skomplikowanych często założeń lub też pogodzenie się z faktem, że stosowane testy statystyczne są procedurami przybliżonymi.

Podstawowym problemem wnioskowania statystycznego jest konstrukcja takiego testu statystycznego, który z jednej strony zapewniłby możliwe małe prawdopodobieństwa podejmowania błędnych decyzji (zarówno prawdopodobieństwa popełnienia błędu pierwszego rodzaju – błędnego odrzucenia hipotezy prawdziwej, jak też i prawdopodobieństwa popełnienia błędu drugiego rodzaju – błędnego przyjęcia hipotezy fałszywej) przy jednoczesnej minimalizacji nakładów na kontrolę, wyrażanych np. za pomocą oczekiwanej liczności kontrolowanej próbki losowej. Rozwiązanie tego problemu, opublikowana przez Abrahama Walda (1945, 1947) teoria sekwencyjnych testów statystycznych, jest jednym z najpiękniejszych i najbardziej ważnych rezultatów statystyki matematycznej. Zastosowanie teorii Walda do weryfikacji prostych hipotez dotyczących prawdopodobieństw zajścia określonych zdarzeń losowych zostanie przedstawione w drugim punkcie niniejszej pracy.

Zaproponowane przez Walda sekwencyjne testy statystyczne dopuszczają nieograniczoną od góry liczność badanej próbki. Co prawda dowodzi się, że oczekiwana liczba kontrolowanych elementów próbki jest skończona z prawdopodobieństwem jeden, to jednak mogą pojawić się przypadki, gdy liczba kontrolowanych elementów próbki może być bardzo duża. By uniknąć takiej nieprzyjemnej sytuacji stosuje się tzw. *ucięte plany sekwencyjne*, w których wprowadza się zadane z góry ograniczenie na maksymalną liczbę kontrolowanych elementów. Takie rozwiązania stosowane są w znanych od dawna normach międzynarodowych ISO 8422:1991 oraz ISO 8423:1991. Przeprowadzone w ostatnich latach badania, wykorzystując dużą moc obliczeniowa współczesnych komputerów, pokazały, że stosowane dotychczas rozwiązania nie spełniają przyjętych wymagań. Okazuje się bowiem, że albo rzeczywiste prawdopodobieństwa popełnienia błędów (tzw. ryzyka) są znacznie większe od założonych, albo też oczekiwane liczności próbki nie są optymalne. Problem ten zostanie przedstawiony na przykładach podanych w trzecim punkcie niniejszej pracy.

W tej sytuacji celowe jest podjęcie badań mających na celu opracowanie takich uciętych planów sekwencyjnych, dla których oczekiwana liczba kontrolowanych elementów byłaby minimalna, przy jednoczesnym spełnieniu wymagań na założone prawdopodobieństwa błędnych decyzji (ryzyka). W czwartym punkcie niniejszej pracy przedstawione zostaną przykłady takich planów oraz pokazane zostaną zyski z ich stosowania w praktyce. Należy podkreślić, że znajdowanie takich optymalnych procedur statystycznych wymaga olbrzymich nakładów na prace obliczeniowe. W typowych przypadkach statystycznej kontroli odbiorczej będzie można skorzystać z opracowywanych pod kierunkiem autora niniejszej pracy nowych wersji norm międzynarodowych ISO 8422 oraz ISO 8423. W innych, nietypowych, przypadkach decyzje o poszukiwaniu optymalnego uciętego planu sekwencyjnego należy podjąć po przeanalizowaniu potencjalnych zysków wynikających ze zmniejszenia liczby kontrolowanych jednostek, co może mieć istotne znaczenie np. w przypadku tzw. kontroli niszczącej.

2. Sekwencyjne plany Walda

Sekwencyjne procedury weryfikowania hipotez statystycznych zostały zaproponowane przez A.Walda w czasie II Wojny Światowej jako wynik prac nad planami kontroli odbiorczej. Zostały one opublikowane już po wojnie i znane są powszechnie jako sekwencyjne plany Walda.

Ideę sekwencyjnego planu Walda przedstawimy na przykładzie weryfikacji hipotezy statystycznej dotyczącej prawdopodobieństwa zajścia p jakiegoś zdarzenia losowego. Przyjmijmy, że weryfikowana hipoteza statystyczna, zwana hipotezą zerową, ma postać $H_0 : p = p_0$, zaś hipoteza alternatywna ma postać $H_1 : p = p_1$. Oznaczmy przez $L(p)$ prawdopodobieństwo przyjęcia weryfikowanej hipotezy, gdy rzeczywiste prawdopodobieństwo zajścia interesującego nas zdarzenia losowego wynosi p. Interesują nas takie procedury testowe, dla których spełnione są dwa warunki

$$L(p_0) \geq 1-\alpha \tag{1}$$

oraz

$$L(p_1) \leq \beta \tag{2}$$

gdzie prawdopodobieństwa α oraz β w zastosowaniach statystycznej kontroli jakości nazywane są, odpowiednio, ryzykiem dostawcy oraz ryzykiem odbiorcy.

Przyjmijmy teraz, że obserwacji podlegają kolejne elementy próbki losowej, a wynik badania opisany jest pewną statystyką, której zaobserwowana wartość wynosi $d(n)$ i ma interpretację liczby zajść interesującego nas zdarzenia w n kolejnych elementach próbki losowej. Wald zaproponował następującą procedurę decyzyjną. Wyznaczamy dwie półproste:

$$A(n) = -h_A + gn \tag{3}$$

zwaną linią akceptacji oraz

$$R(n) = h_R + gn \tag{4}$$

zwaną linią odrzucenia, gdzie dodatnie stałe h_A, h_R oraz g są parametrami planu. Jeżeli po zbadaniu n (=1,2,...) elementów próbki losowej spełniony jest warunek $d(n) \leq A(n)$, to weryfikowaną hipotezę *przyjmujemy*. Jeżeli zachodzi nierówność $d(n) \geq R(n)$, to weryfikowaną hipotezę *odrzucamy*. Jeżeli jednak spełniona jest nierówność $A(n)<d(n)<R(n)$, to kontroli należy poddać kolejny element próbki losowej i decyzję podejmować na podstawie n+1 obserwacji.

Wald pokazał, że jeżeli parametry planu sekwencyjnego wyznaczymy z następujących wzorów

$$h_A = \frac{\ln\left[\frac{1-\alpha}{\beta}\right]}{\ln\left[\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}\right]}, \tag{5}$$

$$h_R = \frac{\ln\left[\frac{1-\beta}{\alpha}\right]}{\ln\left[\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}\right]}, \tag{6}$$

$$g = \frac{\ln\left[\frac{1-p_0}{1-p_1}\right]}{\ln\left[\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}\right]}, \tag{7}$$

to spełnione są warunki (1) oraz (2), a ponadto wyznaczony w ten sposób plan kontroli odbiorczej jest optymalny w tym sensie, że spośród *wszystkich możliwych* planów spełniających warunki (1) oraz (2) zapewnia on *minimalną* oczekiwaną liczbę kontrolowanych elementów potrzebnych do podjęcia decyzji o przyjęciu lub odrzuceniu weryfikowanej hipotezy statystycznej.

W pewnych przypadkach o zajściu interesującego zdarzenia losowego decyduje to, czy obserwowana cech jakościowa znajduje się poza ustalonymi granicami tolerancji. Mówimy wówczas o kontroli według właściwości liczbowej. W najprostszym przypadku przyjmuje się, że obserwowana cecha statystyczna X ma *rozkład normalny* o znanej wartości odchylenia standardowego σ i nieznanej wartości oczekiwanej. Przyjmijmy teraz, że interesujące nas zdarzenie zachodzi, gdy wartość cechy statystycznej X jest *większa* od pewnej wartości granicznej U. W zastosowaniach kontroli jakości oznacza to, że wyrób jest niezgodny z wymaganiami, gdy cecha jakościowa X przyjmuje wartości większe od ustalonej górnej granicy tolerancji U. Statystyką planu sekwencyjnego Walda jest w tym przypadku *skumulowany odstęp* definiowany jako

$$y(n) = \sum_{i=1}^{n} (U - x_i) \tag{8}$$

gdzie xi są wartościami kolejnych obserwacji badanej cechy statystycznej. Jeżeli interesujące nas zdarzenie zachodzi, gdy wartość cechy statystycznej X jest mniejsza od pewnej wartości granicznej L (lub gdy mamy do czynienia z jednoczesnym występowaniem obu granic tolerancji), to skumulowany odstęp definiowany jest w postaci

$$y(n)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-L) \tag{9}$$

Linie decyzyjne opisane są teraz równaniami

$$A(n)=\sigma h_A+\sigma g n \tag{10}$$

oraz

$$R(n)=-\sigma h_R+\sigma g n \tag{11}$$

Weryfikowaną hipotezę *przyjmujemy*, gdy spełniony jest warunek $y(n)\geq A(n)$, *odrzucamy*, gdy zachodzi warunek $y(n)\leq R(n)$, zaś w przypadku $R(n)<y(n)<A(n)$ kontrola jest kontynuowana. Parametry planu Walda dla przypadku kontroli wg wartości liczbowej wyznacza się z zależności

$$h_A=\frac{\ln\left(\frac{1-\alpha}{\beta}\right)}{z(1-p_0)-z(1-p_1)} \tag{12}$$

$$h_A=\frac{\ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{z(1-p_0)-z(1-p_1)} \tag{13}$$

$$g=0{,}5[z(1-p_0)-z(1-p_1)] \tag{14}$$

gdzie $z(w)$ jest kwantylem rzędu w standaryzowanego rozkładu normalnego. Wald wykazał, że wyznaczony w powyższy sposób sekwencyjny plan badania jest także optymalny w omówionym powyżej sensie.

3. Ucięte sekwencyjne plany Walda i ich właściwości

Podstawową praktyczną wadą omówionych powyżej sekwencyjnych planów Walda jest nieograniczona z góry liczność próbki potrzebnej do podjęcia decyzji o przyjęciu lub odrzuceniu weryfikowanej hipotezy. Aczkolwiek, średnio rzecz biorąc, decyzje te podejmowane są po zbadaniu minimalnej liczby elementów próbki, to od czasu do czasu może zdarzyć się przypadek, gdy decyzja nie może być podjęta po zbadaniu nawet dużej liczby elementów próbki losowej. Sytuacja ta jest zazwyczaj nie akceptowana w praktyce i narzuca się dodatkowe warunki na maksymalną liczbę kontrolowanych elementów n_t. Procedura testowa przebiega podobnie jak w przypadku oryginalnego planu Walda. Jeżeli jednak liczność próbki osiągnie wartość n_t, to podejmowana jest decyzja (wg ustalonego algorytmu) o przyjęciu lub odrzuceniu weryfikowanej hipotezy.

W przypadku kontroli odbiorczej wg klasyfikacji alternatywnej w normie międzynarodowej ISO 8422:1991 zaproponowano dwa sposoby wyznaczania maksymalnej liczby kontrolowanych elementów n_t. Jeżeli znana jest liczność jednostopniowego planu kontroli odbiorczej n_0, to należy przyjąć $n_t=1{,}5n_0$, przy czym wartość n_t należy zaokrąglić w górę do najbliższej liczby całkowitej. W przypadku, gdy wartość n_0 nie jest znana (a więc praktycznie zawsze, gdyż nie ma prostego algorytmu pozwalającego na jej wyznaczenie przez praktyków) możemy wartość n_t wyznaczyć z następującego wzoru:

$$n_t = \frac{2h_A h_R}{g(1-g)}, \tag{15}$$

przy czym wartość n_t należy zaokrąglić w górę do najbliższej liczby całkowitej. Wyznaczona w ten sposób maksymalna liczność badanej próbki odpowiada, w przybliżeniu, dwukrotnej oczekiwanej liczności próbki w najbardziej niekorzystnym przypadku (gdy prawdopodobieństwo zajścia badanego zdarzenia losowego wynosi g). Jeżeli liczność próbki osiągnie maksymalną wartość n_t, to hipotezę zerową odrzuca się, gdy liczba interesujących nas zdarzeń (np. liczba elementów próbki, które są niezgodne z wymaganiami jakościowymi) przekroczy wartość A_t, która wyznaczamy biorąc najbliższą liczbę całkowitą, która jest mniejsza od wartości iloczynu gn_t.

W przypadku kontroli odbiorczej wg wartości liczbowej w normie międzynarodowej ISO 8423 przyjęto, że maksymalną liczbę kontrolowanych elementów n_t należy wyznaczyć ze wzoru

$$n_t = 1{,}5\left(\frac{z(1-\alpha)+z(1-\beta)}{z(1-p_0)-z(1-p_1)}\right)^2 \tag{16}$$

gdzie $z(w)$ jest kwantylem rzędu w standaryzowanego rozkładu normalnego, a wyznaczoną z (16) wartość n_t zaokrąglamy w górę do najbliższej liczby całkowitej. Jeżeli liczność próbki osiągnie maksymalną wartość n_t, to hipotezę zerową odrzuca się, gdy wartość wyznaczanej wg (9) lub (10) statystyki $y(n_t)$ jest mniejsza od $\sigma g n_t$. W przeciwnym przypadku hipotezę zerową przyjmuje się.

Wprowadzenie ograniczenia na maksymalną liczbę kontrolowanych elementów próbki losowej przy jednoczesnym pozostawieniu bez zmian pozostałych parametrów planu sekwencyjnego skutkuje występowaniem odstępstw od założonych (nominalnych) statystycznych charakterystyk procedury testowej. Ponieważ nie istnieje możliwość wyznaczenia takich charakterystyk w sposób analityczny, efekt „ucięcia" możemy zilustrować wyłącznie na przykładach.

Rozpatrzmy więc przypadek weryfikacji hipotezy zerowej p_0=0,01 przy trzech różnych hipotezach alternatywnych p_1 (0,05 , 0,1 , oraz 0,2). W tabeli 1 pokazano parametry odpowiednich uciętych planów sekwencyjnych dla przypadku kontroli wg klasyfikacji alternatywnej (wg atrybutów), gdy ucięcie wyznaczone zostało wg wzoru (15), a nominalne ryzyka wynoszą α_0=5% oraz β_0=10%.

Tabela 1. Plany Walda. Kontrola wg klasyfikacji alternatywnej (ISO8422:1991)

$p_0 \setminus p_1$		0,05	0,1	0,2
0,01	h_A	1,399	0,978	0,751
	h_R	1,796	1,255	0,965
	g	0,0249	0,0391	0,0634
	n_t , Ac	207 , 5	66 , 2	25 , 1
	α[%]	3,098	3,040	1,933
	β[%]	10,411	8,749	8,005
	ASSN(p_0)	86,31	31,77	13,295

W tabeli 1 podano również rzeczywiste wartości ryzyk α oraz β, a także oczekiwaną liczność próbki ASSN(p_0) w przypadku, gdy prawdopodobieństwo zajścia interesującego nas zdarzenia jest równe p_0.

Jak łatwo zauważyć, rzeczywiste ryzyka są znacznie niższe od nominalnych. Oznacza to, że wyznaczony w ten sposób plan jest znacznie „ostrzejszy" od założonego. Można więc przypuszczać, że poprzez odpowiedni dobór parametrów planu można będzie uzyskać istotne zmniejszenie oczekiwanej liczności próbki. Należy tu zauważyć, że oczekiwana liczność próbki jest *znacznie mniejsza* od liczności maksymalnej n_t, która – przypomnijmy – jest w przybliżeniu 1,5 razy większa od liczności „tradycyjnego" jednostopniowego planu badania. Jak więc można łatwo zauważyć, stosując sekwencyjne plany badania nawet w nieoptymalnej postaci możemy – w przypadku kontroli wg atrybutów – zmniejszyć oczekiwane koszty badania nawet o kilkadziesiąt procent.

W przypadku kontroli wg wartości liczbowej (tzn. gdy dokonujemy pomiaru cech opisanej rozkładem normalnym, a interesujące nas zdarzenie polega na zaobserwowaniu wartości kontrolowanej cechy statystycznej poza ustalonymi granicami tolerancji) odpowiednie plany sekwencyjne, wraz z ich charakterystykami, przedstawione są w tabeli 2.

Tabela 2. Plany Walda. Kontrola wg własności liczbowej. (ISO8423:1991)

$p_0 \setminus p_1$		0,05	0,1	0,2
0,01	h_A	3,303	2,155	1,516
	h_R	4,241	2,768	1,947
	g	1,986	1,804	1,584
	n_t	29	13	7
	α	4,467	3,888	3,248
	β	7,544	6,383	5,189
	ASSN(p_0)	10,476	5,014	2,863

Jak łatwo zauważyć, w przypadku kontroli wg własności liczbowej oczekiwana liczność próbki jest *wielokrotnie* mniejsza niż w przypadku kontroli wg klasyfikacji alternatywnej, którą jednak można stosować bez żadnych specjalnych założeń. Można również przypuszczać, że również i w tym przypadku optymalizacja parametrów planu badania pozwoli na dalszą redukcję oczekiwanej liczności próbki

4. Ucięte plany sekwencyjne o minimalnej liczbie kontrolowanych elementów

Optymalizacja uciętych planów sekwencyjnych, mająca na celu opracowanie planów odznaczających się minimalną oczekiwaną licznością badanych elementów próbki, jest bardzo trudnym zadaniem programowania matematycznego. Wartość funkcji celu, nawet w najprostszej postaci oczekiwanej liczności próbki ASSN(p_0), może być wyznaczona wyłącznie jako wynik obliczeń odpowiedniej procedury numerycznej i jest nieliniową funkcją parametrów planu. Również funkcje opisujące ograniczenia (ryzyka) nie mają jawnej postaci matematycznej i są nieliniowymi funkcjami parametrów planu. Wobec tego nie można skorzystać z efektywnych metod optymalizacji, które wymagają znajomości gradientu funkcji celu. Dodatkową komplikacją jest to, że parametry planu (a więc zmienne w procesie optymalizacji) są zmiennymi dyskretnymi, „ukrytymi" zmiennymi dyskretnymi oraz zmiennymi ciągłymi, co znacznie komplikuje proces optymalizacji. Ponadto do wyznaczenia wartości funkcji celu oraz ograniczeń konieczne jest korzystanie ze skomplikowanych obliczeniowo przybliżonych procedur numerycznych.

Wymienione powyżej trudności powodują, że prace nad optymalizacją znormalizowanych uciętych planów sekwencyjnych nie zostały jeszcze zakończone. W przypadku kontroli wg klasyfikacji alternatywnej, w przewidywanej do publikacji w 2006 roku nowelizacji normy międzynarodowej ISO 8422 opracowane zostały zestawy optymalnych uciętych planów sekwencyjnych minimalizujących funkcję celu w postaci ASSN(0)+ASSN(p_0). W tabeli 3 zaprezentowane zostały wyniki obliczeń w rozpatrywanych przez nas w tej pracy konkretnych przypadkach kontroli wg klasyfikacji alternatywnej.

Tabela 3. Optymalne plany Walda. Kontrola wg klasyfikacji alternatywnej (ISO8422:2006)

$p_0 \backslash p_1$		0,05	0,1	0,2
0,01	h_A	1,389	0,931	0,659
	h_R	1,591	0,922	0,672
	g	0,0251	0,0394	0,0658
	n_t, Ac	189 , 4	65 , 2	22 , 1
	α	4,998	4,568	4,798
	β	9,985	9,987	9,881
	ASSN(p_0)	82,14	28,655	11,32

Jak widać, rzeczywiste ryzyka są bliższe wartościom nominalnym, a oczekiwane liczności próbki są mniejsze o kilkanaście procent.

Z kolei w przypadku kontroli wg właściwości liczbowej optymalne plany kontroli dla rozpatrywanych przez nas przypadków wyznaczone zostały dla przypadku, gdy parametr g nie podlega optymalizacji. Wynika to z tego, że proces optymalizacyjny w przypadku większej liczby optymalizowanych parametrów jest bardzo czasochłonny, a uzyskane wyniki niewiele różnią się od przypadku, gdy wartość parametru g jest z góry ustalona. Parametry planów, które zostaną opublikowane w znowelizowanej wersji normy międzynarodowej ISO 8423, a także ich charakterystyki, przedstawione zostały w tabeli 4.

Tabela 4. Optymalne plany Walda (wyliczone g). Kontrola wg własności liczbowej (ISO8423:2006)

$p_0 \backslash p_1$		0,05	0,1	0,2
0,01	h_A	2,795	1,615	0,938
	h_R	3,858	2,290	1,419
	g	1,986	1,804	1,584
	n_t	29	13	7
	α	5,000	4,990	4,995
	β	9,998	9,998	9,988
	ASSN(p_0)	9,007	3,975	2,110

W wyniku procesu optymalizacji uzyskano rzeczywiste ryzyka praktycznie identyczne z ryzykami nominalnymi. Również i w tym przypadku proces optymalizacji spowodował zmniejszenie oczekiwanej liczności próbek o kilkanaście procent.

5. Podsumowanie

Opracowane przez Walda blisko 60 lat temu sekwencyjne plany badania są nadal niezwykle efektywnym narzędziem służącym do weryfikacji hipotez o wartości prawdopodobieństwa zajścia interesujących nas zdarzeń losowych. Pozwalają one na redukcję nakładów na badania nawet o kilkadziesiąt procent w stosunku do zazwyczaj stosowanych procedur jednostopniowych. Opisana w niniejszej pracy ich dalsza optymalizacja pozwala obniżyć te nakłady o przynajmniej dalsze kilkanaście procent. Taka redukcja może mieć duże znaczenie praktyczne w przypadku dużych jednostkowych kosztów kontroli.

Literatura

ISO 8422: 1991: Sequential sampling plans for inspection by attributes.

ISO 8423: 1991: Sequential sampling plans for inspection by variables.

Wald A. (1945) Sequential tests of statistical hypotheses. *Annals of Math. Stat.*, **16**, 117–186.

Wald A. (1947) *Sequential Analysis*. J.Wiley, New York.

STATISTICAL DECISIONS WITH A MINIMAL SAMPLING SIZE

It is a well known fact that Wald's sequential sampling plans asymptotically assure minimal expected sampling efforts. However, due to practical limitations, there is a need to impose some curtailments on the original Wald's procedures. The paper shows that such curtailments distort statistical characteristics of the sampling plan. The paper shows a possibility to improve significantly curtailed sequential sampling plans by appropriate optimization of their parameters.

Keywords: Statistical test, Wald's sequential research plan, optimal research plans.

Jan Studziński, Ludosław Drelichowski, Olgierd Hryniewicz
(Redakcja)

ZASTOSOWANIA INFORMATYKI
W NAUCE, TECHNICE I ZARZĄDZANIU

Monografia zawiera wybór artykułów dotyczących informatyzacji procesów zarządzania, prezentując bieżący stan rozwoju informatyki stosowanej w Polsce i na świecie. Zamieszczone artykuły opisują metody, algorytmy i techniki obliczeniowe stosowane do rozwiązywania złożonych problemów zarządzania, a także omawiają konkretne zastosowania informatyki w różnych sektorach gospodarki. Kilka prac przedstawia wyniki projektów badawczych Ministerstwa Nauki i Informatyzacji, dotyczących rozwoju metod informatycznych i ich zastosowań.

ISBN 83-89475-03-0
ISSN 0208-8029