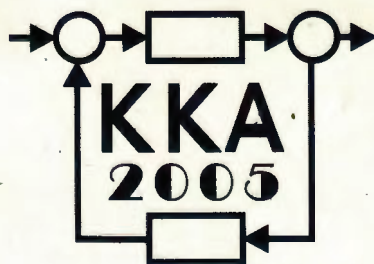


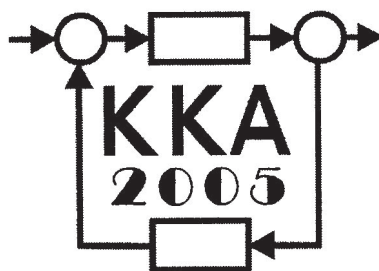
XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom I



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom I



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący
Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA
Mikołaj BUSŁOWICZ
Ryszard GESSING
Jakub GUTENBAUM
Stanisław KACZANOWSKI
Janusz KACPRZYK
Józef KORBICZ
Krzysztof KOZŁOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI
Krzysztof MALINOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Stanisław SKOCZOWSKI
Jerzy ŚWIĄTEK
Ryszard TADEUSIEWICZ
Krzysztof TCHOŃ
Jan WĘGLARZ

Michał BIAŁKO
Władysław FINDEISEN
Henryk GÓRECKI
Jerzy JÓZEFczyk
Tadeusz KACZOREK
Jerzy KLAMKA
Zbigniew KOWALSKI
Juliusz L. KULIKOWSKI
Kazimierz MALANOWSKI
Wojciech MITKOWSKI
Władysław PEŁCZEWSKI
Leszek RUTKOWSKI
Roman SŁOWIŃSKI
Andrzej ŚWIERNIAK
Piotr TATJIEWSKI
Leszek TRYBUS
Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący
Zastępcy Przewodniczącego

Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK
Stanisław KACZANOWSKI
Tadeusz KACZOREK
Krzysztof MALINOWSKI
Roman OSTROWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Dariusz WAGNER
Jan STUDZIŃSKI
Jan W. OWSIŃSKI

Członkowie

Sekretarze naukowci

ISBN 83-89475-00-6

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

**STEROWANIE OPTYMALNE
I ADAPTACYJNE**

ZASTOSOWANIE FUNKCJI SKLEJANYCH W ZADANIU OPTYMALNEJ IDENTYFIKACJI, OBSERWACJI STANU I REGULATORZE ADAPTACYJNYM

Witold BYRSKI*, Marcin NOWAK**

*Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki
Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, e-mail: wby@ia.agh.edu.pl

**Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki
Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, e-mail: mnowak@agh.edu.pl

Streszczenie: Artykuł przedstawia metodę identyfikacji parametrów i obserwacji stanu ciągłego systemu liniowego w zastosowaniu do regulacji adaptacyjnej. Dla aproksymacji kolejnych pochodnych funkcji wejścia i wyjścia wykorzystano bazy funkcji sklepane. Następnie znalezione współczynniki bazowych funkcji sklepanych służą do wyliczenia iloczynów skalarnych będących elementami liczbowej symetrycznej macierzy Grama. Optymalne parametry są uzyskiwane jako wektor własny skojarzony z najmniejszą wartością własną odpowiedniej macierzy Grama. Metoda odtwarza również niemierzalny stan układu, który jest wykorzystany w zadaniu regulacji.

Słowa kluczowe: regulacja adaptacyjna, funkcje sklepane, identyfikacja ciągła, obserwacja stanu

1. WSTĘP

W literaturze można znaleźć wiele przykładów zastosowań funkcji sklepanych w problemie sterowania procesami. Dotychczas wykorzystywano funkcje sklepane do interpolacji wartości funkcji w dyskretnych punktach symulowanych, np. modelowania krzywych i powierzchni, śledzenia trajektorii ruchomych obiektów [7]. Niniejszy artykuł przedstawia ich przydatność do identyfikacji ciągłego układu przez aproksymację wartości sygnału pomiarowego wraz z pochodnymi, obserwacji stanu układu i regulacji LQR obiektów SISO.

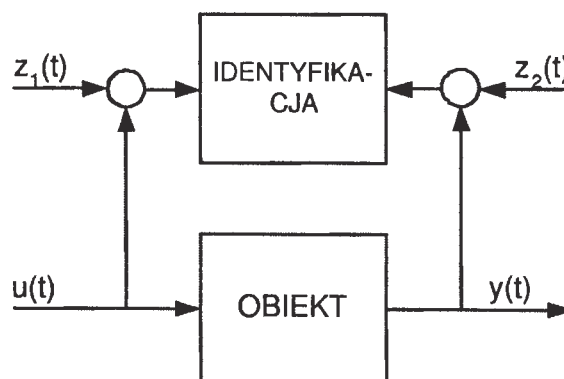
Zwykle zadania identyfikacji dynamicznej dla układów liniowych ciągłych wysokiego rzędu formułowane są w wersji dyskretniej. W wielu procesach technicznych pozyskanie modelu ciągłego jest jednak bardziej potrzebne i użyteczne. Model LTI ciągłego procesu SISO ma postać (1).

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^m b_i u^{(i)}(t) \quad (1)$$

gdzie: $y^{(i)}(t)$, $u^{(i)}(t)$ są i -tą pochodną wyjścia i wejścia, $n + m + 2$ nieznanne parametry, a_i , b_i .

Problemem jest pomiar pochodnych $y^{(i)}$, $u^{(i)}$ zwłaszcza w zadaniach zakończonych szumami pomiarowymi $z_1(t)$ i $z_2(t)$, rysunek 1. Jedną ze stosowanych metod

jest metoda funkcji modulujących [1, 2, 6] wykorzystująca transformacje splotowe tych pochodnych na skończonym oknie czasowym, ze specjalnie dobranymi funkcjami modulującymi, a następnie minimalizująca błąd obustronny równania (ang. *Equation Error*, EE). Transformacja liniowa funkcjami modulującymi zmienia równanie różniczkowe (1) w odpowiednie równanie algebraiczne. Otrzymany stan nie jest stanem oryginalnym ale zachowuje właściwości stabilizowalności [1].



Rysunek 1. Schemat poglądowy układu identyfikacji

W przedstawianym tu podejściu, do wyznaczenia niezszumionych przebiegów sygnału wejścia/wyjścia wraz z pochodnymi, zamiast funkcji modulujących, użyto bazowych funkcji sklepanych (ang. *basis spline*, B-spline).

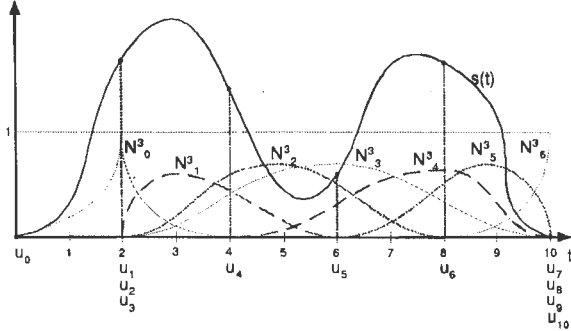
2. FUNKCJE SKLEJANE

Rzeczywiste sygnały pomiarowe mają zbyt skomplikowane kształty by przybliżyć je pojedynczym wielomianem. Stopień takiego wielomianu k musiał by być zbyt wysoki co powodowało by w praktyce dużą komplikację obliczenia jego współczynników [5]. Zastosowanie funkcji sklepanych $s(t)$ umożliwia podzielenie tych krzywych na mniejsze fragmenty, które jesteśmy w stanie przybliżyć wielomianem znacznie niższego stopnia, rys. 2. Przyjmujemy niemalejący ciąg N punktów kontrolnych

u_i , zwanych dalej węzłami funkcji sklejanej (i - nr węzła), takich że:

$$u_0 \leq \dots \leq u_N \text{ dla } N > k. \quad (2)$$

Węzły gwarantują ciągłość krzywej $s(t)$ wraz z pochodnymi conajmniej rzędu $k - r$, gdzie r jest krotnością występowania tego samego węzła na końcach krzywej narzuca dodatkowe ograniczenia na wartości kolejnych pochodnych w tym punkcie.



Rysunek 2. Przykład bazowych funkcji sklejanych, $N = 10$, $k = 3$.

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-k-1} d_i N_i^k(t) \quad (3)$$

gdzie d_i są współrzędnymi w bazie funkcji $N_i^k(t)$ przeszerzeni wielomianów stopnia nie większego niż k danej zależności:

$$N_i^k(t) \stackrel{def}{=} (-1)^{k+1} (u_{i+k+1} - u_i) M_i^k(t) \quad (4)$$

dla $i = 0, \dots, N - k - 1$, gdzie:

$$M_i^k(t) = g^k[u_i, \dots, u_{i+k+1}] \quad (5)$$

jest różnicą dzieloną funkcji g o postaci:

$$g^k[u_i] = g^k(u_i) \quad (6)$$

$$g^k[u_i, \dots, u_{i+k+1}] = \frac{g^k[u_i \dots u_{i+k}] - g^k[u_{i+1} \dots u_{i+k+1}]}{u_i - u_{i+k+1}}$$

Postać jawna (nierekurencyjna) dla funkcji różnicy dzielonej dowolnego rzędu:

$$g^k[u_i, \dots, u_{i+k+1}] = \sum_{j=i}^{i+k+1} \frac{g^k(u_j)}{\prod_{\substack{l=i, \dots, i+k+1 \\ l \neq j}} (u_j - u_l)} \quad (7)$$

Funkcja g dana jest jako obciążona funkcja potęgowa:

$$g^k(u_i) = (t - u_i)_+^k, \quad (8)$$

którą definiujemy jako:

$$(t - u_i)_+^k \stackrel{def}{=} \begin{cases} 0 & \text{dla } t < u_i \\ 1 & \text{dla } t \geq 0, k = 0 \\ (t - u_i)^k & \text{dla } t \geq u_i, k > 0 \end{cases} \quad (9)$$

W praktyce można zaproponować łatwiejszą postać algorytmu dla generacji zbioru funkcji bazowych (4) - (9).

Algorytm opiera się o wzór rekurencyjny Manfielda-de Boora-Coxa [5, 7], dla $k = 0$:

$$N_i^0(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \in [u_i, u_{i+1}] \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{cases} \quad (10)$$

dla $k > 0$ wzór rekurencyjny:

$$N_i^k(t) = \frac{t - u_i}{u_{i+k} - u_i} N_i^{k-1}(t) + \frac{u_{i+k+1} - t}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{k-1}(t) \quad (11)$$

2.1. Wybrane właściwości funkcji sklejanych

Przedstawiane funkcje bazowe zwane są również unormowanymi funkcjami sklejanyymi. Właściwość ta wynika z właściwości rozkładu globalnego:

$$\forall t \in [u_k, u_{N-k}] \sum_{i=0}^{N-k-1} N_i^k(t) = 1 \quad (12)$$

oraz rozkładu lokalnego:

$$\forall t \in [u_i, u_{i+1}] \sum_{i=l-k}^l N_i^k(t) = 1 \quad (13)$$

dla $l = 1, \dots, N - n - 1$.

Aproksymacyjne zastosowanie funkcji sklejanych generuje oryginalne pochodne stanu i ma charakter filtrujący [3, 5, 8]. Wartość pochodnej funkcji $N_i^k(t)$ dla $k \geq 1$ dana jest wzorem:

$$\frac{d}{dt} N_i^k(t) = \frac{k}{u_{i+k} - u_i} N_i^{k-1}(t) - \frac{k}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{k-1}(t) \quad (14)$$

2.2. Dobór współczynników

Dobór współczynników d_i funkcji sklejanej $s(t)$ zrealizowano w oparciu o kwadratowy wskaźnik jakości z wyładzaniem:

$$J_1 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (y_i - \tilde{y}_i)^2 + \gamma \cdot \int_0^T [\tilde{y}^{(2)}(\tau)]^2 d\tau \quad (15)$$

gdzie: y_i próbki pomiarowe sygnału $y(t)$, \tilde{y}_i -wartości sygnału otrzymane z zastosowania funkcji sklejanych $\tilde{y}^{(i)}$ -pochodne uzyskane analitycznie z postaci $\tilde{y}(t)$ funkcji sklejanych, M - liczba próbek pomiarowych w horyzoncie czasowym, T - aproksymowany horyzont czasowy. Wskaźnik jakości (15) zastosowano w doborze parametrów d_i funkcji sklejanej (3) aproksymującej próbki pomiarowe sygnału wejściowego $u(t)$ i wyjściowego $y(t)$, rys. 1.

Parametr wyładzający γ pomaga poprawić ciągłość pochodnej drugiego rzędu. Stanowi on kompromis pomiędzy bliskością krzywej do punktów pomiarowych a gładkością tej krzywej. Ciągłość ta wiąże się z ciągłością krzywizny.

Dobór tego parametru jest realizowany poprzez minimalizację kryterium GCV (*ang. Generalized Cross-Validation*) [4, 8]. W praktyce jego wartość kształtuje się na poziomie 0,001.

3. OPTIMALNA IDENTYFIKACJA

Dane pomiary funkcji wejścia i wyjścia $u(t)$ i $y(t)$ na odcinku $[0, T]$. Wykonuje się operację aproksymacji przebiegów tych funkcji przy pomocy funkcji sklepanych, otrzymuje funkcje $\tilde{u}(t)$ i $\tilde{y}(t)$ oraz ich pochodne $\tilde{u}^{(i)}(t)$, $\tilde{y}^{(i)}(t)$. Równanie (1) po transformacji przyjmuje postać:

$$\sum_{i=0}^n a_i \tilde{y}^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^m b_i \tilde{u}^{(i)}(t) + \epsilon(t). \quad (16)$$

Funkcja $\epsilon \in L^2(0, T)$ wyraża sumaryczny efekt błędu równania.

Norma różnicy obu stron równania została przyjęta jako wskaźnik jakości doboru parametrów modelu [1].

$$J_2 = \left\| \sum_{i=0}^n a_i \tilde{y}^{(i)}(t) - \sum_{i=0}^m b_i \tilde{u}^{(i)}(t) \right\|_{L^2[0, T]} \quad (17)$$

Wektory - funkcje $\tilde{y}^{(i)}$, $\tilde{u}^{(i)}$ i wektor parametrów a_i , b_i zostały oznaczone odpowiednio jako c i Θ :

$$\epsilon(t) = c^T(t)\Theta \quad (18)$$

$$c^T(t) = [\tilde{y}^{(0)}(t), \dots, \tilde{y}^{(n)}(t), -\tilde{u}^{(0)}(t), \dots, -\tilde{u}^{(m)}(t)] \quad (19)$$

$$\Theta = [a_0, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m]^T \quad (20)$$

Problem minimalizacji ma postać:

$$\begin{aligned} \min_{\Theta} J_2^2 &= \min_{\Theta} \|\epsilon(t)\|_{L^2[0, T]}^2 \\ &= \min_{\Theta} \|c^T(t)\Theta\|_{L^2[0, T]}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

z kwadratowym ograniczeniem na parametry $\Theta^T\Theta = 1$. Parametry należą do kuli jednostkowej $\Theta \in B(0, 1)$. To ograniczenie jest ogólniejsze niż powszechnie przyjmowane $a_n = 1$ i pozwala na znalezienie jednoznacznego rozwiązania.

Kwadrat normy jest iloczynem skalarnym w przestrzeni L^2 .

$$\begin{aligned} J_2^2 &= \langle c^T(t)\Theta, c^T(t)\Theta \rangle_{L^2} \\ &= \Theta^T \langle c(t), c^T(t) \rangle \Theta \\ &= \Theta^T G \Theta \end{aligned} \quad (22)$$

Liczbowa macierz Grama G jest symetryczną macierzą

iloczynów skalarnych elementów wektora $c(t)$

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$G_{11} = \begin{bmatrix} \langle \tilde{y}^{(0)}, \tilde{y}^{(0)} \rangle & \dots & \langle \tilde{y}^{(0)}, \tilde{y}^{(n)} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \tilde{y}^{(n)}, \tilde{y}^{(0)} \rangle & \dots & \langle \tilde{y}^{(n)}, \tilde{y}^{(n)} \rangle \end{bmatrix}$$

$$G_{12} = \begin{bmatrix} -\langle \tilde{y}^{(0)}, \tilde{u}^{(0)} \rangle & \dots & -\langle \tilde{y}^{(0)}, \tilde{u}^{(m)} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\langle \tilde{y}^{(n)}, \tilde{u}^{(0)} \rangle & \dots & -\langle \tilde{y}^{(n)}, \tilde{u}^{(m)} \rangle \end{bmatrix}$$

$$G_{21} = \begin{bmatrix} -\langle \tilde{u}^{(0)}, \tilde{y}^{(0)} \rangle & \dots & -\langle \tilde{u}^{(0)}, \tilde{y}^{(n)} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\langle \tilde{u}^{(m)}, \tilde{y}^{(0)} \rangle & \dots & -\langle \tilde{u}^{(m)}, \tilde{y}^{(n)} \rangle \end{bmatrix}$$

$$G_{22} = \begin{bmatrix} \langle \tilde{u}^{(0)}, \tilde{u}^{(0)} \rangle & \dots & \langle \tilde{u}^{(0)}, \tilde{u}^{(m)} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \tilde{u}^{(m)}, \tilde{u}^{(0)} \rangle & \dots & \langle \tilde{u}^{(m)}, \tilde{u}^{(m)} \rangle \end{bmatrix}$$

gdzie iloczyny skalarne w $L^2[0, T]$ są dane jako:

$$\langle \tilde{y}^{(i)}, \tilde{u}^{(j)} \rangle = \int_0^T \tilde{y}^{(i)}(\tau) \tilde{u}^{(j)}(\tau) d\tau \quad (24)$$

Funkcja Lagrange'a L ma postać:

$$L = \Theta^T G \Theta + \lambda(1 - \Theta^T \Theta) \quad (25)$$

Z warunków koniecznych optymalności wynika:

$$\frac{\delta L}{\delta \Theta} = 2G\Theta = 0 \dots \Rightarrow G\Theta^0 = \lambda\Theta^0 \quad (26)$$

Optymalny zestaw parametrów Θ^0 jest wektorem własnym macierzy Grama G związanym z minimalną wartością własną λ , która jest rzeczywista i nieujemnie określona.

4. OBSERWACJA STANU

Równanie modelu (1) można przedstawić w postaci równania stanu (27) wraz z równaniem wyjścia.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (27)$$

Macierze w (27) są dobrane w wersji gwarantującej obserwowalność stanu:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & -\frac{a_0}{a_n} \\ 1 & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{b_0}{a_n} \\ \vdots \\ \frac{b_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

Z równania (1) i (27) można otrzymać następującą postać wektora stanu - równoważną w sensie dystrybucyjnym stanowi z (27).

$$x(t) = H_1 \begin{bmatrix} y(t) \\ y^{(1)}(t) \\ \vdots \\ y^{(n)}(t) \end{bmatrix} - H_2 \begin{bmatrix} u(t) \\ u^{(1)}(t) \\ \vdots \\ u^{(n-1)}(t) \end{bmatrix} \quad (28)$$

gdzie H_1 i H_2 są macierzami Toeplitza zawierającymi zidentyfikowane parametry systemu Θ^o o postaci:

$$H_1 = \frac{1}{a_n} \begin{bmatrix} a_1 & \dots & a_{n-1} & a_n & 0 \\ a_2 & \dots & a_n & 0 & 0 \\ a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & 0 \\ a_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & \dots & \dots & b_{n-1} & 0 \\ b_2 & \dots & b_{n-1} & 0 & 0 \\ b_{n-1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$H_2 = \frac{1}{a_n} \begin{bmatrix} a_1 & \dots & a_{n-1} & a_n & 0 \\ a_2 & \dots & a_n & 0 & 0 \\ a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & 0 \\ a_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & \dots & \dots & b_{n-1} & 0 \\ b_2 & \dots & b_{n-1} & 0 & 0 \\ b_{n-1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Równanie (28), jakkolwiek mało znane i używane ze względu na konieczność dostępu do pochodnych sygnałów, jest w pełni przydatne w naszym rozwiązaniu.

Pochodne sygnałów wejściowych i wyjściowych, jak również same sygnały u i y uzyskuje się przy pomocy funkcji sklepanych. W ten sposób po podstawieniu tych danych do algorytmu (28) otrzymuje się sygnał $\tilde{x}(t)$, który jest estymatą stanu oryginalnego $x(t)$.

$$\tilde{x}(t) = H_1 \begin{bmatrix} \tilde{y}(t) \\ \tilde{y}^{(1)}(t) \\ \vdots \\ \tilde{y}^{(n)}(t) \end{bmatrix} - H_2 \begin{bmatrix} \tilde{u}(t) \\ \tilde{u}^{(1)}(t) \\ \vdots \\ \tilde{u}^{(n-1)}(t) \end{bmatrix} \quad (30)$$

5. ADAPTACYJNY REGULATOR

W przedstawionym rozwiązaniu zakładamy, że sterowanie jest proporcjonalne do stanu z $\tilde{x}(t)$

$$u(t) = -K\tilde{x}(t) \quad (31)$$

Układ równań po zamknięciu pętli sprzężenia zwrotnego ma postać:

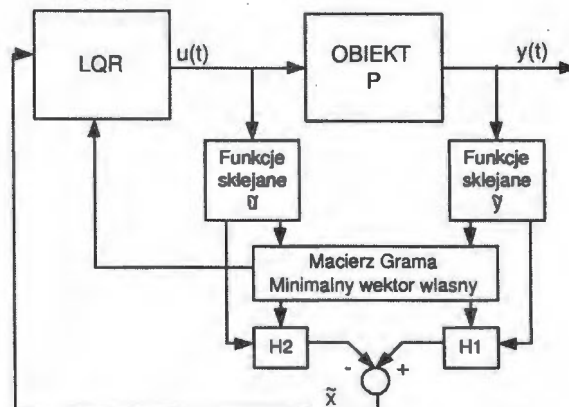
$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - BK)\tilde{x}(t) = A_z\tilde{x}(t) \quad (32)$$

Zastosowanie funkcji sklepanych umożliwia więc jednoczesną identyfikację parametrów układu ciągłego i stanu \tilde{x} . Przedstawione rozwiązanie może być użyte do budowy regulatora adaptacyjnego.

Macierz regulatora K spełnia Algebraiczne Równanie Riccatiego w standardowym schemacie LQR z macierzami wagowymi $Q = C^T C$ i $R = 1$.

$$KA + A^T K - KBR^{-1}B^T K + Q = 0 \quad (33)$$

Schemat blokowy przedstawionego regulatora adaptacyjnego zamieszczony jest na rysunku 3



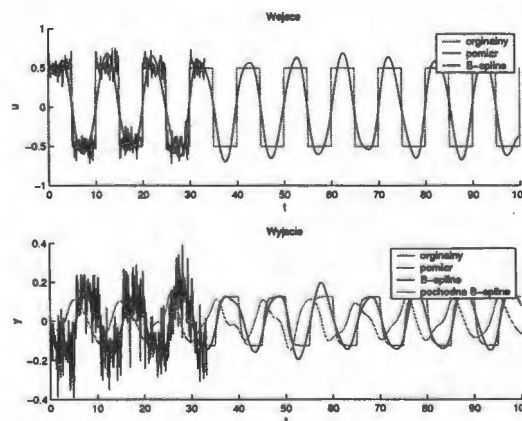
Rysunek 3. Schemat adaptacyjnego regulatora stanu.

6. PRZYKŁADY

Do testów przyjęto unormowany ($\Theta^T \Theta = 1$) model postaci:

$$P(s) = \frac{-0.2182}{0.4364s + 0.8729} \quad (34)$$

Symulacje przeprowadzono dla czasu $T = 100$ i $M = 1000$ próbek sygnału. Do mierzonych wejść i wyjść z obiektu dodano szum biały $\sigma^2 = 0.01$. W procedurze identyfikacji przyjęto rząd licznika $m = 0$, rząd mianownika $n = 1$. Rząd funkcji modulującej $k = 4$, ilość węzłów $N = 50$. Jako sygnał wymuszający $u(t)$ przyjęto przebieg prostokątny. Wykreślono również odpowiedź obiektu, rysunek 4.



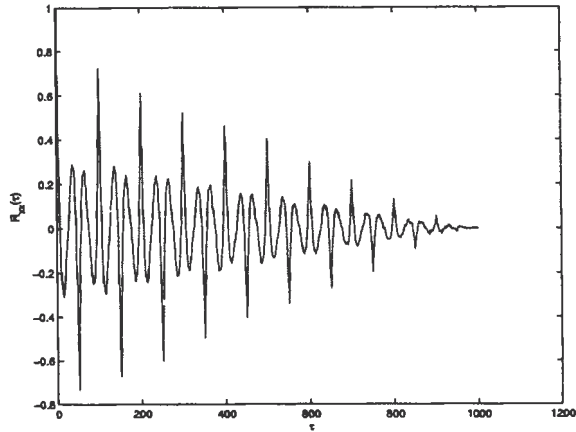
Rysunek 4. Oryginalne i zaszumione sygnały pomiarowe dla wejścia i wyjścia.

Na rys. 5 przedstawiono wykres unormowanej autokorelacji sygnału resztowego dla wejścia (1000 próbek). Można zauważyć, że zostały źle dobrane parametry funkcji sklepanej. Dodatkowo spektrum częstotliwości dla sygnału wejściowego jest bardzo szerokie co powoduje trudności w prawidłowym dopasowaniu funkcji wielomianowych. W efekcie prowadzi to do zwiększenia liczby punktów kontrolnych albo do zwiększenia stopnia wielomianu bazowego.

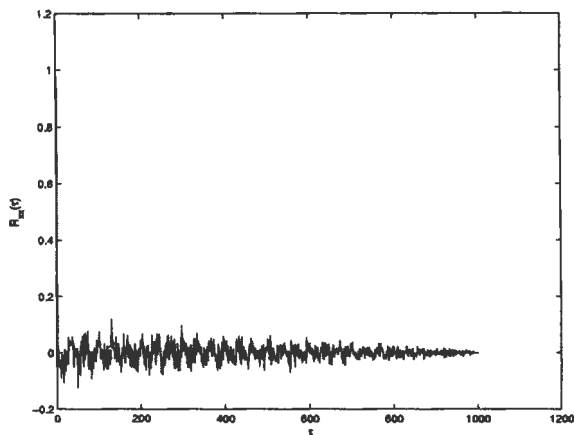
Przebieg zmienności autokorelacji R_{xx} dla residuów wyjściowych dany jest na rys.6. Tym razem wykres autokorelacji zbliżony jest do wykresu dla szumu białego,

czyli wartości parametrów funkcji sklejanych zostały dobrane prawidłowo.

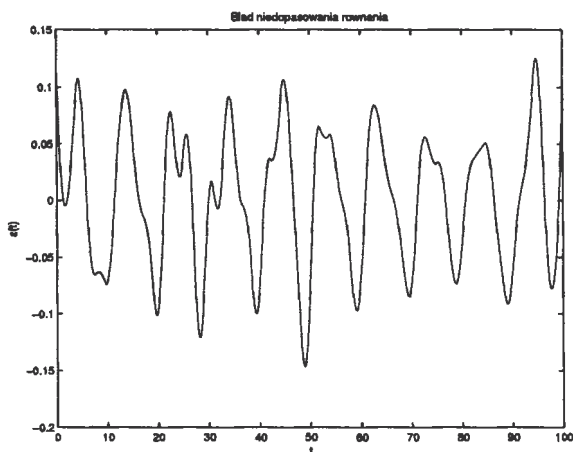
Dodatkowo na rys. 7 wykreślono przebieg zmienności błędu niedopasowania równania $\epsilon(t)$ dla identyfikowanego horyzontu czasowego. Temu przebiegowi odpowiada wykres autokorelacji na rys. 8.



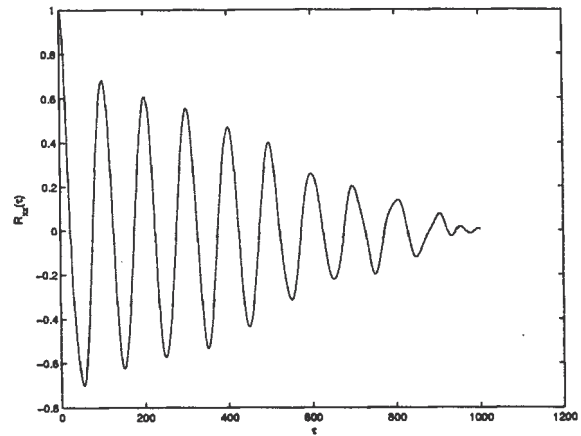
Rysunek 5. Unormowana autokorelacja residuów dla sygnału wejściowego.



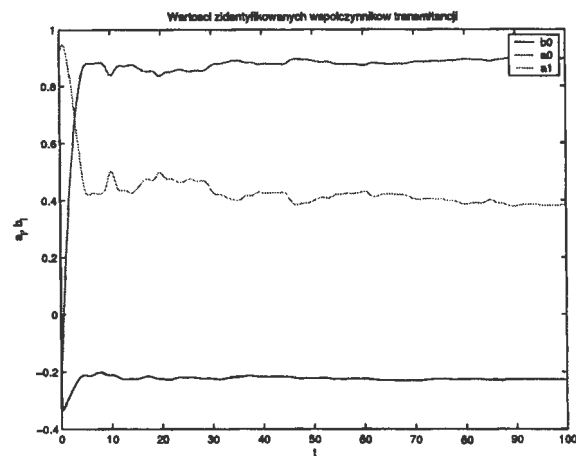
Rysunek 6. Unormowana autokorelacja residuów dla sygnału wyjściowego.



Rysunek 7. Błąd niedopasowania równania.



Rysunek 8. Unormowana autokorelacja błędów niedopasowania równania.



Rysunek 9. Zmiana wartości współczynników w trakcie wykonywania procedury identyfikacji

Rysunek 9 przedstawia zmianę wartości identyfikowanych współczynników w czasie. W czasie symulacji różnym 60 identyfikowane współczynniki zbliżyły się już do oczekiwanych wartości.

W wyniku przeprowadzenia procedury identyfikacji otrzymano transmitancję:

$$\tilde{P}(s) = \frac{-0.2148}{0.4373s + 0.8733} \quad (35)$$

Parametry powyższej transmitancji w niewielkim stopniu odbiegają od parametrów transmitancji identyfikowanej. Otrzymany wskaźnik jakości $J = 0.1415$, $\det(G) = 6.0159$.

7. WNIOSKI

W artykule przedstawiono najważniejsze wyniki teorii optymalnej identyfikacji parametrów dla ciągłych i liniowych obiektów z wykorzystaniem funkcji sklejanych. Następnie pokazano możliwość jednoczesnej i dokładnej (nieasymptotycznej) obserwacji stanu układu. Jednoczesna identyfikacja parametrów i stanu modelu posłużyły do zbudowania adaptacyjnego regulatora bazującego na

klasycznej teorii LQR. Przeprowadzone testy numeryczne potwierdziły skuteczność stosowania niniejszego adaptacyjnego algorytmu dla układów ciągłych.

THE APPLICATION OF THE B-SPLINE FUNCTION IN THE OPTIMAL PARAMETER IDENTIFICATION, STATE RECONSTRUCTION AND ADAPTIVE STABILIZING CONTROLLER

Abstract: The paper presents the application of the basis spline function in the parameter identification method and state reconstruction of linear continuous system for adaptive control. For the estimation of the unmeasured derivative of the measured discrete input/output sample system's signal B-spline functions were used. The optimal system parameters are calculated as eigenvectors associated with the minimal eigenvalue of the Gram matrix. This method reconstructs unmeasured state of the system for adaptive stabilizing controller.

Literatura

- [1] Byrski W., Fuksa S. (1995) Linear quadratic controller for continuous systems with compact support filter for optimal identification and state observation. Second International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR, Międzyzdroje.
- [2] Byrski W., Fuksa S., Nowak M. (2002) Optymalny filtr splinowy dla jednoczesnej identyfikacji parametrów i obserwacji stanu. Zastosowanie w regulatorze adaptacyjnym. Seminarium nt.: Przetwarzanie i analiza sygnałów w systemach wizji i sterowania. Wyd. ACGM Łódź, ISBN 83-914257-2-X, Słok.
- [3] Craven P., Wahba G. (1979) Smoothing noisy data with spline function: Estimation the correct degree of smoothing by the method of generalized cross-validation. Numer. Math, vol. 31, pp. 377-403.
- [4] Ibrir S., Diop S. (2004) A Numerical Procedure for Filtering and Efficient High-Order Signal Differentiation. International Journal of APPLIED MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE, Vol. 14, No. 2, pp. 201-208.
- [5] Kiciak P. (2000) Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Wydawnictwo Naukowo Techniczne Warszawa . Wyd I, Rozdział 5: "Krzywe B-sklejane"
- [6] Maletynsky V. (1979) Identification of continuous dynamical systems with spline-type modulating functions method. Proc. of IFAC Symp. on Identification and SPE, Darmstad, Vol.1., p.275
- [7] Mrozek Z. (1982) Wybrane, skończenie wymiarowe metody aproksymacji obiektów o parametrach rozłożonych. Praca doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków
- [8] Nowak M., Adamek A., Byrski W. (2004) Zastosowanie funkcji sklepanych w zadaniu optymalnej identyfikacji ciągłego systemu liniowego. XXXIII Ogólnopolska Konferencja Zastosowań Matematyki, Zakopane.
- [9] Young P. (1981) Parameter Estimation for Continuous-Time Models. A Survey, Automatica, vol.17.



**Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk**

ISBN 83-89475-02-2