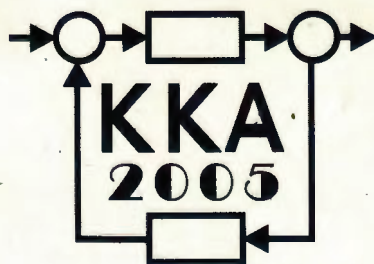


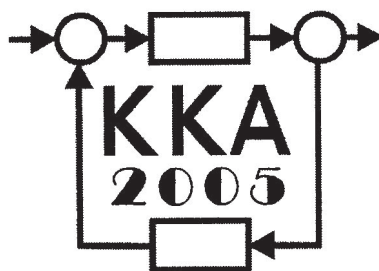
# **XV Krajowa Konferencja Automatyki**

## **Tom I**



**Redaktorzy:  
Zdzisław Bubnicki  
Roman Kulikowski  
Janusz Kacprzyk**

# XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom I



Redaktorzy:  
Zdzisław BUBNICKI  
Roman KULIKOWSKI  
Janusz KACPRZYK

**ORGANIZATOR**

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

**WSPÓŁORGANIZATORZY**

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## **ORGANIZATOR**

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

## **WSPÓLORGANIZATORZY**

Politechnika Warszawska  
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów  
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## **KOMITET PROGRAMOWY**

Przewodniczący  
Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI  
Roman KULIKOWSKI

## **CZŁONKOWIE**

Stanisław BAŃKA  
Mikołaj BUSŁOWICZ  
Ryszard GESSING  
Jakub GUTENBAUM  
Stanisław KACZANOWSKI  
Janusz KACPRZYK  
Józef KORBICZ  
Krzysztof KOZŁOWSKI  
Krzysztof KUŹMIŃSKI  
Krzysztof MALINOWSKI  
Antoni NIEDERLIŃSKI  
Tadeusz PUCHAŁKA  
Stanisław SKOCZOWSKI  
Jerzy ŚWIĄTEK  
Ryszard TADEUSIEWICZ  
Krzysztof TCHOŃ  
Jan WĘGLARZ

Michał BIAŁKO  
Władysław FINDEISEN  
Henryk GÓRECKI  
Jerzy JÓZEFczyk  
Tadeusz KACZOREK  
Jerzy KLAMKA  
Zbigniew KOWALSKI  
Juliusz L. KULIKOWSKI  
Kazimierz MALANOWSKI  
Wojciech MITKOWSKI  
Władysław PEŁCZEWSKI  
Leszek RUTKOWSKI  
Roman SŁOWIŃSKI  
Andrzej ŚWIERNIAK  
Piotr TATJIEWSKI  
Leszek TRYBUS  
Andrzej P. WIERZBICKI

## **KOMITET ORGANIZACYJNY**

Przewodniczący  
Zastępcy Przewodniczącego

Roman KULIKOWSKI  
Janusz KACPRZYK  
Stanisław KACZANOWSKI  
Tadeusz KACZOREK  
Krzysztof MALINOWSKI  
Roman OSTROWSKI  
Tadeusz PUCHAŁKA  
Dariusz WAGNER  
Jan STUDZIŃSKI  
Jan W. OWSIŃSKI

Członkowie

Sekretarze naukowci

**ISBN 83-89475-00-6**

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk  
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

# IDENTYFIKACJA I ROZPOZNAWANIE

# IDENTYFIKACJA MODELI CIĄGLYCH OBIEKTÓW DYNAMICZNYCH Z NIERÓWNOMIERNIE PRÓBKOWANYMI SYGNAŁAMI<sup>†</sup>

Jarosław FIGWER\*, Krzysztof CZYŻ\*\*

\*Politechnika Śląska, Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki  
ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, e-mail: jfigwer@ia.polsl.gliwice.pl

\*\*Politechnika Śląska, Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki  
ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, e-mail: kczyz@ia.polsl.gliwice.pl

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono nowe podejście do problemu identyfikacji modeli ciągłych obiektów dynamicznych pobudzanych wielosinusoidalnymi ciągłymi w czasie sygnałami pobudzającymi. W zaproponowanym podejściu modele obiektów wyznaczane są na podstawie ciągów próbek sygnałów, pobudzającego i wyjściowego z obiektu, uzyskanych w wyniku ich nierównomiernego próbkowania. Omówiono własności zaproponowanej metody. Przedstawione rozważania zilustrowano przykładem identyfikacji charakterystyki amplitudowo-fazowej obiektu laboratoryjnego.

**Słowa kluczowe:** Identyfikacja procesów, cyfrowe przetwarzanie sygnałów, projektowanie doświadczeń identyfikacyjnych, wielosinusoidalne sygnały pobudzające, nierównomierne próbkowanie sygnałów.

## 1. WPROWADZENIE

Modele ciągłych obiektów dynamicznych należą do najstarszych i zarazem najbardziej użytecznych narzędzi automatyki. Ich identyfikacja odgrywa szczególną rolę w zakresie analizy i projektowania układów sterowania. Pierwsze modele ciągłych obiektów dynamicznych, w postaci charakterystyk amplitudowo-fazowych, były identyfikowane na długo przed powstaniem innych technik identyfikacji modeli. W historii identyfikacji szczególnie miejsce zajmuje metoda wykorzystująca pobudzenie sinusoidalne. Była ona implementowana w pierwszych analogowych przyrządach przeznaczonych do identyfikacji modeli obiektów dynamicznych. Szybki rozwój, w ostatnich dwóch dziesięcioleciach, mikroprocesorowych układów sterowania oraz metod identyfikacji modeli obiektów dyskretnych w czasie wywarł również swój wpływ na rozwój metod identyfikacji modeli ciągłych obiektów dynamicznych na podstawie sygnałów dyskretnych w czasie [9, 14, 16, 18, 19]. Opracowano metody identyfikacji tych modeli, które bazują na przetwarzaniu sygnałów zebranych ze stałym okresem próbkowania. Metody te niewiele różnią się od metod identyfikacji obiektów dyskretnych w czasie [2, 15].

Zwiększenie precyzji pomiaru czasu w układach mikroprocesorowych otworzyło przed inżynierami możliwość zastosowania w praktyce idei nierównomiernego próbkowania sygnałów [1, 10, 12] i stworzyło możliwości realizacji nowej klasy dyskretnych w czasie układów sterowania i przyrządów pomiarowych [3]. W układach tych, dzięki wykorzystaniu idei nierównomiernego próbkowania sygnałów następuje uproszczenie toru pomiarowego - wyeliminowano z niego filtry antyaliasingowe, które to są niezbędne w przypadku przetwarzania sygnałów próbkowanych ze stałym okresem [2, 15, 16]. Konsekwencją tego jest usunięcie ich niekorzystnego wpływu na wyniki identyfikacji.

W pracy przedstawiono nowe podejście do problemu identyfikacji modeli ciągłych obiektów dynamicznych pobudzanych wielosinusoidalnymi ciągłymi w czasie sygnałami pobudzającymi [7]. W podejściu tym modele obiektów wyznaczane są na podstawie ciągów próbek sygnałów pobudzającego i wyjściowego z obiektu, uzyskanych w wyniku ich nierównomiernego próbkowania. Przedstawione rozważania są pewnym uogólnieniem rozważań przedstawionych w [6] dla przypadku przetwarzania sygnałów próbkowanych ze stałym okresem.

Organizacja artykułu jest następująca: (1) Sformułowano problem identyfikacji modeli ciągłych obiektów dynamicznych; (2) Zdefiniowano wielosinusoidalny ciągły w czasie sygnał pobudzający; (3) Omówiono sposób przeprowadzania doświadczenia identyfikacyjnego oraz nierównomiernego próbkowania sygnałów; (4) Przedstawiono metodę identyfikacji modeli obiektów ciągłych oraz omówiono jej podstawowe własności; (5) Zamieszczono przykład zastosowania zaproponowanej metody do identyfikacji modelu obiektu laboratoryjnego.

## 2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

W prowadzonych rozważaniach o obiekcie identyfikacji zakłada się, że jest asymptotycznie stabilnym obiektem

<sup>†</sup>Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę w roku 2005.

linowym o jednym wejściu i jednym wyjściu. Obiekt ten opisany jest następującym równaniem różniczkowym

$$\frac{d^p y(t)}{dt^p} + \sum_{l=0}^{p-1} a_l \frac{d^l y(t)}{dt^l} = \sum_{l=0}^r b_l \frac{d^l u(t)}{dt^l} + v(t) \quad (1)$$

z warunkami początkowymi:

$$y(0), \frac{dy(0)}{dt}, \dots, \frac{d^{p-1} y(0)}{dt^{p-1}}, \quad (2)$$

$$u(0), \frac{du(0)}{dt}, \dots, \frac{d^{r-1} u(0)}{dt^{r-1}}, \quad (3)$$

gdzie:  $p \geq r$ ,  $t$  oznacza czas,  $u(t)$  jest sygnałem wejściowym,  $y(t)$  jest sygnałem wyjściowym, a  $v(t)$  jest addytywnym zakłóceniem oddziaływującym bezpośrednio na wyjście obiektu. O zakłóceniu  $v(t)$  zakłada się, że jest stacjonarnym w szerszym sensie procesem losowym o zerowej wartości oczekiwanej i gęstości widmowej mocy  $S_{vv}(\omega)$  ( $S_{vv}(\omega) < \infty$  dla  $\omega \in [0, \infty)$ ).

Celem identyfikacji jest wyznaczenie ocen transmitancji widmowej obiektu

$$K(j\omega) = \frac{\sum_{l=0}^r b_l (j\omega)^l}{(j\omega)^p + \sum_{l=0}^{p-1} a_l (j\omega)^l} \quad (4)$$

dla pewnej liczby równoodległych częstości  $\omega$  z zakresu  $[0, \omega_1]$  na podstawie ciągów próbek sygnałów wejściowego i wyjściowego zebranych z niestałym okresem próbkowania w trakcie odpowiednio zaprojektowanych doświadczeń identyfikacyjnych przeprowadzanych z wykorzystaniem wielosinusoidalnych ciągłych w czasie sygnałów pobudzających.

## 2. WIELOSINUSOIDALNY CIĄGŁY W CZASIE SYGNAŁ POBUDZAJĄCY

Wielosinusoidalny ciągły w czasie sygnał pobudzający zdefiniowany jest w dziedzinie czasu [6, 7] jako suma  $\frac{N_p}{2} + 1$  ( $N_p$  parzyste) harmonicznych sinusoid włączając składową stałą:

$$u(t) = \sum_{n=0}^{N_p/2} A_n \sin(\Omega n t + \varphi_n) \quad (5)$$

gdzie:  $\Omega = \frac{2\omega_{\max}}{N_p}$  oznacza względną częstość podstawową

wową dla zakresu częstości  $[0, \omega_{\max}]$ ,  $n = 0, 1, \dots, \frac{N_p}{2}$  oznacza kolejne harmoniczne tej częstości w przedziale

$[0, \omega_{\max}]$ ,  $\varphi_n$  oznacza fazę, a  $A_n$  amplitudę  $n$ -tej składowej sinusoidalnej.

Gdy zbierzemy  $N_p$  próbek wielosinusoidalnego ciągłego w czasie sygnału pobudzającego ze stałym okresem próbkowania  $T = \frac{\pi}{\omega_{\max}}$ , to otrzymamy  $N_p$ -elementowy wielosinusoidalny ciąg czasowy  $u(iT)$  ( $i = 0, 1, \dots, N_p - 1$ ), który zdefiniowany jest w dziedzinie czasu jako:

$$u(iT) = \sum_{n=0}^{N_p/2} A_n \sin(\Omega T n i + \varphi_n) \quad (6)$$

gdzie  $\Omega T = \frac{2\pi}{N_p}$  oznacza względną częstość podstawową,  $n = 0, 1, \dots, \frac{N_p}{2}$  oznacza kolejne harmoniczne tej

częstości w przedziale  $[0, \pi]$ .

Widmo  $U(j\Omega T l)$   $N_p$ -elementowego wielosinusoidalnego ciągu czasowego dane jest następującą zależnością:

$$U(j\Omega T l) = \sum_{i=0}^{N_p-1} u(iT) e^{-j\Omega T l i} = \frac{N_p}{2j} \sum_{n=0}^{N_p/2} A_n [e^{j\varphi_n} \delta(l-n) - e^{-j\varphi_n} \delta(l-(N-n))], \quad (7)$$

gdzie  $\delta(\cdot)$  jest funkcją delta Kroneckera oraz  $l = 0, 1, \dots, N_p - 1$  oznacza kolejne harmoniczne względnej częstości podstawowej  $\Omega T$  w zakresie  $[0, 2\pi)$ .

Powyższa reprezentacja widmowa wraz z algorytmem FFT [4] jest podstawą syntezy wielosinusoidalnych ciągłych w czasie sygnałów pobudzających. Dla danego zbioru amplitud  $\{A_0, A_1, \dots, A_{N_p/2}\}$  (determinuje własności widmowe pobudzenia) oraz faz  $\{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{N_p/2}\}$  (determinuje własności czasowe pobudzenia) wyznacza się widmo  $U(j\Omega T l)$ , a następnie wartości  $u(iT)$  jako wynik odwrotnej skończonej transformaty Fouriera zsyntetyzowanego widma. Na podstawie tak otrzymanego ciągu czasowego  $u(iT)$  ( $i = 0, 1, \dots, N_p - 1$ ) generowany jest wielosinusoidalny ciągły w czasie sygnał pobudzający jako wynik filtracji tego ciągu próbek przez dolnoprzepustowy filtr analogowy o częstości odcięcia  $\omega_{\max}$ . Filtr ten pobudzany jest z komputera poprzez przetwornik C/A z ekstrapolatorem zerowego rzędu. Przetwornik ten pracuje z okresem próbkowania  $T$ .

### 3. DOŚWIADCZENIE IDENTYFIKACYJNE

Doświadczenie identyfikacyjne przeprowadzane jest w sposób klasyczny dla wielosinusoidalnych sygnałów pobudzających [5, 6, 8]. W trakcie jego trwania obiekt pobudzany jest cyklicznie powtarzającym wielosinusoidalnym ciągłym w czasie sygnałem pobudzającym  $u(t)$ . Zbieranie próbek sygnałów  $y(t)$  oraz  $u(t)$  rozpoczyna się po zaniku przebiegów przejściowych związanych z rozładowaniem warunków początkowych (2) i (3). Po  $m$  powtórzeniach wielosinusoidalnego ciągłego w czasie sygnału pobudzającego zebranych zostaje  $mN$  próbek sygnału  $y(t)$

$$\{y(0), y(t_1), \dots, y(t_{mN-1})\} \quad (8)$$

oraz  $mN$  próbek sygnału  $u(t)$ :

$$\{u(0), u(t_1), \dots, u(t_{mN-1})\}, \quad (9)$$

gdzie  $\{0, t_1, t_2, \dots, t_{mN-1}\}$  jest ciągiem nierówno odległych chwil czasowych. Ten sposób próbkowania sygnałów nazywany jest próbkowaniem nierównomiernym. W dalszych rozważaniach przyjmuje się, że chwile czasowe, w których dokonywano próbkowania sygnałów wybierano korzystając z metody losowego próbkowania addytywnego [1, 13]. W metodzie tej kolejne chwile czasu  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, mN - 1$ ), przyjmując  $t_0 = 0$ , wyznacza się z następującej zależności:

$$t_i = t_{i-1} + \tau_i, \quad (10)$$

gdzie:  $\tau_i$  są realizacjami zmiennej losowej  $\tau$  o wartości oczekiwanej  $\mu$  i wariancji  $\sigma^2$ . Stosunek  $\frac{\sigma}{\mu}$  jest parametrem, który pozwala sterować poziomem losowości wprowadzanej do procesu próbkowania sygnałów.

W szczególnym przypadku, gdy  $\frac{\sigma}{\mu} = 0$  mamy do czynienia z próbkowaniem sygnałów ze stałym okresem i wówczas by usunąć całkowicie zjawisko aliasingu konieczne jest zastosowanie idealnej ciągłej w czasie filtracji dolnoprzepustowej. W rzeczywistych aplikacjach jest ona realizowana w sposób przybliżony poprzez odpowiednio dobrane analogowe dolnoprzepustowe filtry antyaliasingowe. Wynika stąd, że w przypadku próbkowania sygnałów za stałym okresem, by dokonać identyfikacji modelu ciągłego konieczna jest filtracja zarówno sygnału pobudzającego jak i wyjściowego z obiektu poprzez filtry antyaliasingowe [6, 14]. By można pominąć ich wpływ na wyniki identyfikacji muszą być one identyczne, czyli posiadać jednakowe charakterystyki amplitudowo-fazowe. Gdy warunek ten nie jest spełniony, a tak jest w zastosowaniach praktycznych, nie można pominąć ich wpływu na otrzymane oceny i tym samym pominąć również wpływu zjawiska aliasingu.

Wybór, w odpowiedni sposób, wartości stosunku  $\frac{\sigma}{\mu} > 0$  pozwala na całkowite wyeliminowanie zjawiska aliasingu, a tym samym wyeliminowanie z układu pomiarowego analogowych filtrów antyaliasingowych. Ponieważ przetwarzanie sygnałów nierównomiernie próbkowanych nie jest zadaniem łatwym, zwłaszcza w identyfikacji procesów, nierównomiernie próbkowane sygnały zostaną dla celów identyfikacji przeliczone za pomocą odpowiedniego przekształcenia [3, 11] na ciągi:

$$\{\tilde{y}(0), \tilde{y}(\mu), \dots, \tilde{y}((mN-1)\mu)\}, \quad (11)$$

$$\{\tilde{u}(0), \tilde{u}(\mu), \dots, \tilde{u}((mN-1)\mu)\} \quad (12)$$

będące ocenami wartości sygnałów wejściowego  $u(t)$  i wyjściowego  $y(t)$ , które otrzymanoby w wyniku próbkowania równomiernego tych sygnałów ze stałym okresem  $\mu$ . Przekształcenie to nie powinno wprowadzać zjawiska aliasingu, czyli przed wspomnianym przeliczeniem należy z sygnału usunąć te składowe częstotliwościowe, które po przeliczeniu skutkowałyby pojawieniem się aliasingu. Implementacja odpowiedniego filtru cyfrowego dla sygnałów nierównomiernie próbkowanych, który usuwałby te składowe jest skomplikowana, dlatego zwykle filtrację dolnoprzepustową zastępuje się operacją o zbliżonych właściwościach. Jedną z takich operacji jest aproksymacja nierównomiernie próbkowanego sygnału wielomianem odpowiedniego stopnia, a następnie wyznaczenie na podstawie tego wielomianu wartości próbek sygnału dla stałego okresu próbkowania  $\mu$  [11]. W praktyce, parametry wielomianu aproksymującego mogą być wyznaczone na bieżąco wewnątrz przesuwającego się okna w oparciu o rekurencyjną metodę najmniejszych kwadratów.

### 4. IDENTYFIKACJA MODELI

Niech  $\bar{y}(i\mu)$  oznacza wartość średnią ocen  $\tilde{y}(i\mu)$  wyznaczoną dla chwil czasowych  $i\mu = 0, \mu, \dots, (N-1)\mu$  na podstawie  $mN$  kolejnych wartości  $\tilde{y}(i\mu)$ :

$$\bar{y}(i\mu) = \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} \tilde{y}((i+sN)\mu) \quad (13)$$

Podobnie,  $\bar{u}(i\mu)$  ( $i\mu = 0, \mu, \dots, (N-1)\mu$ ) oznacza odpowiednio wartość średnią ocen  $\tilde{u}(i\mu)$ .

By nie było konieczności stosowania w identyfikacji nierównomiernego algorytmu FFT [1, 13] zakłada się, że wartość oczekiwana  $\mu$  jest wielokrotnością okresu próbkowania  $T$  ( $\mu = rT$ ,  $r = 1, 2, \dots$ ). Wówczas oceny  $\hat{K}(j\Omega l)$  transmitancji widmowej obiektu (1) dla pewnej liczby równoodległych częstotliwości  $\Omega l$  ( $l = 0, 1, \dots, \frac{N}{2}$ ) z zakresu częstotliwości  $[0, \omega_1]$  ( $\omega_1 = \frac{\pi}{\mu}$ ,

$\omega_1 = \frac{\omega_{\max}}{r}$ ), będących częstotliwościami składowych sinusoidalnych wielosinusoidalnego ciągłego w czasie sygnału pobudzającego, mogą być wyznaczone na podstawie  $N$ -elementowych ciągów próbek sygnałów  $\bar{y}(i\mu)$  i  $\bar{u}(i\mu)$  wykorzystując doświadczalny estymator transmitancji [8]:

$$\hat{K}(j\Omega l) = \frac{\bar{Y}(j\Omega l)}{\bar{U}(j\Omega l)}, \quad (14)$$

gdzie  $\bar{Y}(j\Omega l)$  i  $\bar{U}(j\Omega l)$  są odpowiednio  $N$ -punktowymi dyskretnymi transformatami Fouriera sygnałów  $\bar{y}(i\mu)$  i  $\bar{u}(i\mu)$ :

$$\bar{Y}(j\Omega l) = \sum_{i=0}^{N-1} \bar{y}(iT) e^{-j\Omega \mu i}, \quad (15)$$

$$\bar{U}(j\Omega l) = \sum_{i=0}^{N-1} \bar{u}(iT) e^{-j\Omega \mu i}. \quad (16)$$

Z procedury generacji wielosinusoidalnego ciągłego w czasie sygnału pobudzającego oraz własności widm uśrednionych sygnałów  $\bar{y}(i\mu)$  i  $\bar{u}(i\mu)$  wynika, że wpływ zakłócenia  $v(t)$  na wyniki identyfikacji zanika wraz ze wzrostem liczby  $m$  przetwarzanych segmentów danych.

Oceny wektora parametrów

$$[a_0, a_1, \dots, a_{p-1}, b_0, b_1, \dots, b_r]^T \quad (17)$$

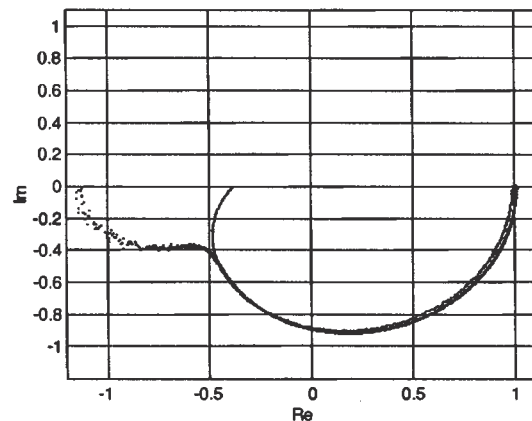
obiekту (1) mogą być wyznaczone bezpośrednio na podstawie uśrednionych sygnałów  $\bar{y}(i\mu)$  i  $\bar{u}(i\mu)$  [6] lub w wyniku aproksymacji [17] zidentyfikowanej za pomocą doświadczalnego estymatora transmitancji charakterystyki amplitudowo-fazowej transmitancją widmową daną zależnością (2).

## 5. PRZYKŁAD

W trakcie eksperymentu identyfikacyjnego obiekt laboratoryjny pobudzany był wielosinusoidalnym ciągłym w czasie sygnałem pobudzającym  $u(t)$  posiadającym 4096 składowych sinusoidalnych w zakresie częstotliwości do 1000 Hz ( $\omega_{\max} = 2000\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ). Ich amplitudy dobrano tak, by widmo amplitudowe pomocniczego sygnału  $u(iT)$  (przyjęto  $T=0.0005$  s), który użyto go generacji pobudzenia miało jednakowe wartości dla wszystkich częstotliwości składowych sinusoidalnych. Sygnał pobudzający  $u(t)$  uzyskano w wyniku filtracji sygnału  $u(iT)$  przez dolnoprzepustowy analogowy filtr Butterwortha 8 rzędu o częstotliwości odcięcia 1000 Hz. Filtr ten był pobudzany poprzez przetwornik C/A pracujący z okresem próbkowania  $T$ .

Celem identyfikacji jest wyznaczenie ocen charakterystyki amplitudowo-fazowej obiektu laboratoryjnego dla zakresu częstotliwości od 0 do 500 Hz, czyli dla zakresu częstotliwości węższego niż zakres częstotliwości występujących w sygnale pobudzającym obiekt. W trakcie każdego z przedstawionych poniżej doświadczeń identyfikacyjnych zebrano  $m=15$  segmentów danych, każdy po  $N=4096$  próbek.

Na podstawie wyników pierwszego doświadczenia identyfikacyjnego dokonano identyfikacji charakterystyki amplitudowo-fazowej obiektu laboratoryjnego w sposób klasyczny, wykorzystując sygnały próbkowane ze stałym okresem próbkowania - przyjęto  $\mu = 0.001$  s oraz  $\sigma^2 = 0$  s<sup>2</sup>. Przed operacją próbkowania, zarówno sygnał pobudzający  $u(t)$  i wyjściowy z obiektu  $y(t)$  zostały przefiltrowane przez analogowe dolnoprzepustowe filtry Butterwortha 8 rzędu o częstotliwości odcięcia 500 Hz. Ocenę  $\hat{K}_u(j\Omega l)$  charakterystyki amplitudowo-fazowej wyznaczono za pomocą doświadczalnego estymatora transmitancji (14) na podstawie uśrednionych wartości  $\bar{y}(i\mu)$  i  $\bar{u}(i\mu)$ , które wyliczono bezpośrednio z ciągów próbek (8) i (9). Otrzymaną ocenę przedstawiono na rys. 1 w postaci punktów i porównano z przedstawioną linią ciągłą charakterystyką amplitudowo-fazową  $K(j\Omega l)$  obiektu. Odpowiednie porównanie charakterystyk amplitudowych zamieszczono na rys. 2. Otrzymane wyniki pokazują wyraźny wpływ filtrów antyaliasingowych i zjawiska aliasingu na otrzymane oceny charakterystyki amplitudowo-fazowej częstotliwości począwszy od częstotliwości 400 Hz.



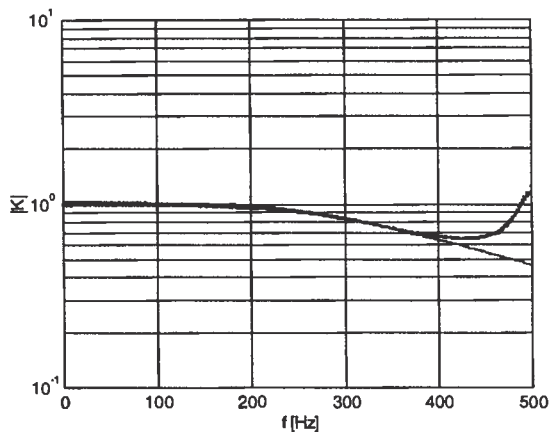
Rys. 1. Charakterystyka amplitudowo-fazowa obiektu  $K(j\Omega l)$  (linia ciągła) oraz ocena  $\hat{K}_u(j\Omega l)$  (punkty) – próbkowanie ze stałym okresem  $\mu = 0.001$  s.

W kolejnym doświadczeniu identyfikacyjnym z układu pomiarowego usunięto analogowe filtry antyaliasingowe i zebrano próbki sygnałów  $y(t)$  i  $u(t)$  ze zmiennym okresem próbkowania wykorzystując metodę losowego próbkowania addytywnego (10). Do wyznaczenia chwil próbkowania przyjęto, że  $\tau_i$  są ciągiem niezależnych realizacji zmiennej losowej  $\tau$  o wartości oczekiwanej

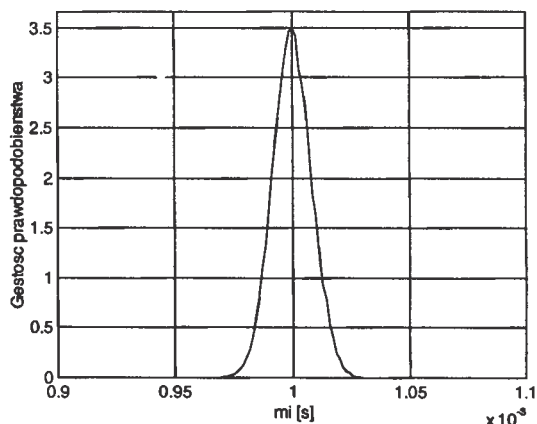


$\mu = 0.001$  s oraz wariancji  $\sigma^2 = 6.7 \cdot 10^{-11}$  s<sup>2</sup> (stosunek  $\frac{\sigma}{\mu} = 8.2 \cdot 10^{-3}$ ). Ocenę gęstości prawdopodobieństwa

zmiennej losowej  $\tau$  wyznaczoną na podstawie jej 61440 niezależnych realizacji przedstawiono na rys. 3. Przy wyznaczaniu tej oceny zakres wartości przyjmowanych przez zmienną losową podzielono na 50 przedziałów.



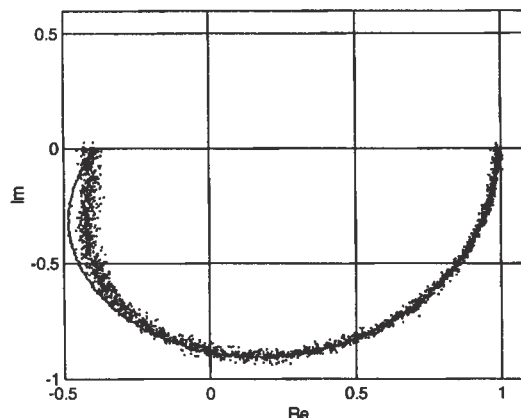
Rys. 2. Charakterystyka amplitudowa obiektu  $|K(j\Omega)|$  (linia ciągła) oraz ocena  $|\hat{K}_\mu(j\Omega)|$  (punkty) – próbkowanie ze stałym okresem  $\mu = 0.001$  s.



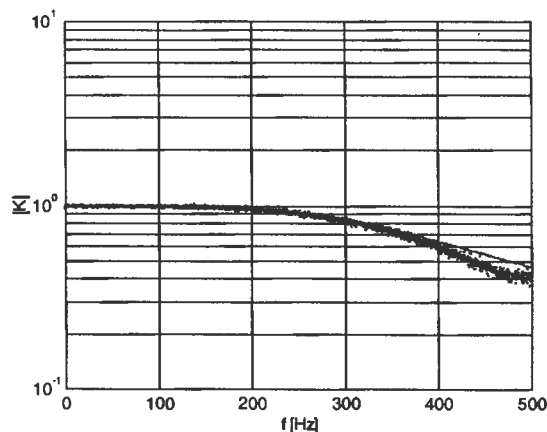
Rys. 3. Ocena gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $\tau$  na podstawie  $mN=61440$  niezależnych realizacji.

Do przeliczenia nierównomiernie próbkowanych sygnałów (8), (9) na ciągi (11), (12) będące ocenami wartości sygnałów wejściowego  $u(t)$  i wyjściowego  $y(t)$ , które otrzymanoby w wyniku próbkowania ze stałym okresem  $\mu$  zastosowano aproksymację wielomianem 2 stopnia na podstawie 4 chwil czasowych. Na rys. 4 i 5 zamieszczono porównanie wyznaczonych za pomocą estymatora (14) ocen  $\hat{K}(j\Omega)$  charakterystyki amplitudowo-fazowej i amplitudowej (punkty) z charakterystykami obiektu (linie ciągłe). Z otrzymanych wyników wynika, że zastosowanie próbkowania z losowym okresem znacznie ograniczyło wpływ zjawiska aliasingu na otrzymane oceny – błędy identyfikacji w zakresie czę-

stotliwości powyżej 400 Hz są duże mniejsze niż w przypadku próbkowania ze stałym okresem. Dalsze ograniczenie tych błędów jest możliwe poprzez zwiększenie stosunku  $\frac{\sigma}{\mu}$ .



Rys. 4. Charakterystyka amplitudowo-fazowa obiektu  $K(j\Omega)$  (linia ciągła) oraz ocena  $\hat{K}(j\Omega)$  (punkty) – próbkowanie ze zmiennym okresem  $\mu = 0.001$  s,  $\sigma^2 = 6.7 \cdot 10^{-11}$  s<sup>2</sup>.



Rys. 5. Charakterystyka amplitudowa obiektu  $|K(j\Omega)|$  (linia ciągła) oraz ocena  $|\hat{K}(j\Omega)|$  (punkty) – próbkowanie ze zmiennym okresem  $\mu = 0.001$  s,  $\sigma^2 = 6.7 \cdot 10^{-11}$  s<sup>2</sup>.

## 6. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono nowe podejście do problemu identyfikacji modeli ciągłych obiektów dynamicznych pobudzanych wielosinusoidalnymi ciągłymi w czasie sygnałami pobudzającymi, w którym modele obiektów wyznaczane są na podstawie ciągów próbek sygnału pobudzającego i wyjściowego z obiektu, uzyskanych w wyniku ich nierównomiernego próbkowania. Takie podejście do próbkowania sygnałów pozwoliło na wyeliminowanie z toru pomiarowego filtracji antyaliasingowej wspomnianych sygnałów, która to jest konieczna

w przypadku przetwarzania sygnałów próbkowanych ze stałym okresem. Konsekwencją tego jest usunięcie niekorzystnego wpływu dynamiki filtrów antyaliasingowych oraz zjawiska aliasingu na wyniki identyfikacji, a w efekcie zwiększenie dokładności otrzymywanych modeli. Dzięki usunięciu skomplikowanych układów analogowych filtrów wysokiego rzędu realizujących filtrację antyaliasingową następuje również uproszczenie układu pomiarowego.

#### CONTINUOUS-TIME MODEL IDENTIFICATION USING NONUNIFORMLY SAMPLED SIGNALS

**Abstract:** In the paper, a new approach to continuous-time model identification with continuous-time multisine excitations is proposed. The proposed approach is based on processing of nonuniformly sampled input and output signals. Properties of the proposed identification method are discussed and illustrated by results of a laboratory plant model identification.

#### Literatura

- [1] Bilinskis I., Mednieks I. (2001) *Introduction to Digital Alias-Free Signal Processing*. Institute of Electronics and Computer Science, Riga.
- [2] Van den Bos A. (1989) Estimation of Fourier coefficients. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, **38**, 1005-1007.
- [3] Czyż K. (2004) Nonuniformly sampled Active Noise Control system, *Preprints of IFAC Workshop on Programmable Devices and Systems PDS'04, Kraków*, 351-355.
- [4] De Fatta D.J., Lucas J.G., Hodgkiss W.S. (1992) *Digital Signal Processing: A System Design Approach*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [5] Figwer J. (1996) Multisine Excitation for Process Identification. *Archives of Control Sciences*, **5(XLI)**, 279-295, 1996.
- [6] Figwer J. (1997) Continuous-Time System Identification with Multisine Excitation. *Proceedings of the Fourth International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics, Międzyzdroje*, 317-322.
- [7] Figwer J. (1999) Random Process Synthesis and Simulation. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Automatyka*, 126, Gliwice.
- [8] Figwer J., Niederliński A., Kasprzyk J. (1993) A New Approach to the Identification of Linear Discrete-Time MISO Systems. *Archives of Control Sciences*, **2**, 223-239.
- [9] Harrison K. J., Partington J. R., Ward J. A. (2001) Input-Output Identifiability of Continuous-Time Linear Systems. *Journal of Complexity*, **18**, 210-223.
- [10] Hørst-Madsen A., Caspersen C. (1995) Spectral estimation for random sampling using interpolation. *Signal Processing*, **46**, 297-313.
- [11] Laakso T.I., Tarczyński A., Murphy N.P., Välimäki V. (2000) Polynomial Filtering Approach to Reconstruction and Noise Reduction of Nonuniformly Sampled Signals, *Signal Processing*, 80 567-575.
- [12] Larson E.K., Söderström T. (2002) Identification of continuous-time AR processes from unevenly sampled data. *Automatica*, **38**, 709-718.
- [13] Farok A.M. (2001) *Nonuniform sampling: theory and practice*. Kluwer Academic /Plenum Publishers, New York.
- [14] Pintelon R., Schoukens J. (1997) Identification of Continuous-Time Systems Using Arbitrary Signals. *Automatica*, **33**, 991-994.
- [15] Pintelon R., Schoukens J. (2001) *System Identification. A Frequency Domain Approach*. IEEE Press, New York.
- [16] Sinha N.K., Rao G.P. (1991) *Identification of continuous-time systems: methodology and computer implementations*, Academic Publishers B.V.
- [17] Tugnait J. K., Yhou Z. (2000) On closed-loop system identification using polyspectral analysis given noisy input-output time-domain data. *Automatica*, **36**, 1795-1808.
- [18] Unbehauen H., Rao G.P (1987) *Identification of continuous-time systems*. **10**, North-Holland Systems and control series.
- [19] Young P.(1979) Parameter estimation for continuous-time models - a survey. *Identification and System Parameter Estimation, Darmstadt*, 17-41.



**Instytut Badań Systemowych  
Polskiej Akademii Nauk**

**ISBN 83-89475-02-2**