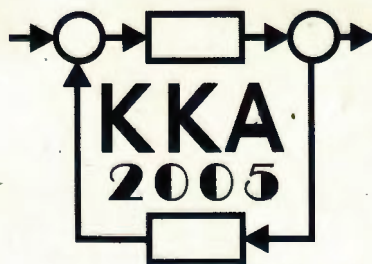


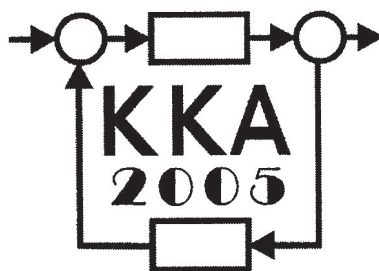
XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom I



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom I



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący
Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA
Mikołaj BUSŁOWICZ
Ryszard GESSING
Jakub GUTENBAUM
Stanisław KACZANOWSKI
Janusz KACPRZYK
Józef KORBICZ
Krzysztof KOZŁOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI
Krzysztof MALINOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Stanisław SKOCZOWSKI
Jerzy ŚWIĄTEK
Ryszard TADEUSIEWICZ
Krzysztof TCHOŃ
Jan WĘGLARZ

Michał BIAŁKO
Władysław FINDEISEN
Henryk GÓRECKI
Jerzy JÓZEFczyk
Tadeusz KACZOREK
Jerzy KLAMKA
Zbigniew KOWALSKI
Juliusz L. KULIKOWSKI
Kazimierz MALANOWSKI
Wojciech MITKOWSKI
Władysław PEŁCZEWSKI
Leszek RUTKOWSKI
Roman SŁOWIŃSKI
Andrzej ŚWIERNIAK
Piotr TATJIEWSKI
Leszek TRYBUS
Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący
Zastępcy Przewodniczącego

Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK
Stanisław KACZANOWSKI
Tadeusz KACZOREK
Krzysztof MALINOWSKI
Roman OSTROWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Dariusz WAGNER
Jan STUDZIŃSKI
Jan W. OWSIŃSKI

Członkowie

Sekretarze naukowci

ISBN 83-89475-00-6

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

IDENTYFIKACJA I ROZPOZNAWANIE

ZADANIE UPRASZCZANIA MODELI JAKO PROBLEM INTERPOLACYJNY

Wiesław KRAJEWSKI

Instytut Badań Systemowych PAN,
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa, e-mail: krajewsk@ibspan.waw.pl

Streszczenie: Niniejsza praca poświęcona jest wybranym metodom upraszczania (redukcji rzędu) modeli liniowych. Cechą wspólną wszystkich omawianych zadań redukcji rzędu jest ich równoważność z odpowiednio sformułowanym zadaniem interpolacji. Jest tak w przypadku metod Pade, uważanych za metody implementacyjnie proste. Tak jest również w przypadku metod wyznaczania optymalnych (w sensie normy L_2 modeli uproszczonych, będących metodami bardzo trudnymi implementacyjnie. W pracy pokazano, że różne na pozór metody są szczególnymi przypadkami zadania interpolacyjnego.

Słowa kluczowe: redukcja rzędu, modele liniowe, interpolacja.

1. WPROWADZENIE

Modele liniowe są często wykorzystywane w analizie systemów technicznych, ekonomicznych oraz informatycznych. Są bowiem dostatecznie proste i dobrze opisują przebieg zjawisk w tych systemach.

Dążenie jednak do możliwie dokładnego opisu systemów prowadzi zwykle do złożonych, wielowymiarowych modeli matematycznych. Budowane na podstawie praw rządzących przebiegiem zjawisk w analizowanych systemach, na przykład na podstawie praw fizycznych, modele zawierają dużą liczbę zmiennych, a także dużą liczbę wiążących je równań.

Dostatecznie dokładny model niskiego rzędu ułatwia analizę, a także prowadzi do prostszych układów regulacji. I to właśnie wyjaśnia ogromne zainteresowanie metodami upraszczania (redukcji rzędu) modeli.

Analiza różnych na pozór metod upraszczania modeli, powstałych w różnym czasie pokazuje, że wiele z nich ma wspólne cechy. Jedną z nich dotyczy warunków interpolacyjnych. Pojawiają się one w metodach Pade [1], w metodach wyznaczania optymalnych modeli uproszczonych [8] i na przykład niejawnie, w metodach zachowujących parametry pierwszego i drugiego rzędu [10].

W pracy omawiane jest zadanie upraszczania modeli jako problem interpolacyjny. Analizie poddane zostaną wybrane metody, w których warunki interpolacyjne występują. Wnioski wskazujące możliwości rozwoju nowych metod na bazie warunków interpolacyjnych będą wskazane. W końcowej części podane będą przykłady ilustrujące wspomnianą analizę.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Rozważmy asymptotycznie stabilny układ liniowy rzędu n z jednym wejściem i jednym wyjściem¹, którego opis może przyjąć postać równań stanu i wyjścia

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \quad (1)$$

$$y(t) = cx(t), \quad (2)$$

lub postać transmitancji

$$G(s) = c(I - A)^{-1}b = \frac{n(s)}{d(s)}, \quad (3)$$

$A \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $b \in \mathbb{R}^{m \times 1}$, $c \in \mathbb{R}^{1 \times m}$. Dla modelu uproszczonego przyjmiemy podobnie

$$\hat{x}(t) = \hat{A}\hat{x}(t) + \hat{b}u(t), \quad (4)$$

$$\hat{y}(t) = \hat{c}\hat{x}(t), \quad (5)$$

$$\hat{G}(s) = \hat{c}(I - \hat{A})^{-1}\hat{b} = \frac{\hat{n}(s)}{\hat{d}(s)}, \quad (6)$$

$\hat{A} \in \mathbb{R}^{q \times q}$, $\hat{b} \in \mathbb{R}^{q \times 1}$, $\hat{c} \in \mathbb{R}^{1 \times q}$, $q < m$.

Załóżmy następnie, że dany jest zbiór punktów $s_i \in \mathbb{C} \cup \infty$, $i = 1, \dots, 2m$, niekoniecznie różnych, a także zbiór skojarzonych z nimi wartości $\gamma_i \in \mathbb{C}$, $i = 1, \dots, 2m$. Mogą nimi być wartości transmitancji lub funkcji gęstości mocy oraz ich kolejnych pochodnych wyznaczone w punktach s_i . Nie wchodząc na razie w szczegóły dotyczące γ_i przyjmijmy, że zbiór par

$$\Gamma_{2m} = \{(s_1, \gamma_1), (s_2, \gamma_2), \dots, (s_{2n}, \gamma_{2n})\} \quad (7)$$

reprezentuje informacje charakteryzujące istotne cechy układu dynamicznego. Z kolei dla modelu uproszczonego informację tę zawiera zbiór

$$\hat{\Gamma}_{2q} = \{(s_1, \hat{\gamma}_1), (s_2, \hat{\gamma}_2), \dots, (s_{2q}, \hat{\gamma}_{2q})\}. \quad (8)$$

Zadanie upraszczania modeli zdefiniować następująco

Problem 1 Wyznaczyć model w postaci (4), (5) lub (6) spełniający warunki

$$\hat{\gamma}_i = \gamma_i, \quad i = 1, 2, \dots, 2q. \quad (8)$$

¹Ograniczenie się do układów z jednym wejściem i jednym wyjściem nie zmniejsza ogólności rozważań, tylko je upraszcza. Wszystkie prezentowane poniżej wyniki są również prawdziwe dla układów wielowymiarowych.

3. WARUNKI INTERPOLACYJNE W ZADANIACH UPRASZCZANIA MODELI

3.1. Metody Pade

Metody Pade stanowią bodajże najliczniejszą klasę metod, w których występują warunki interpolacyjne. Początkowo metody te wykorzystywały fakt, że transmitancja $G(s)$ może być przedstawiana w postaci rozwinięcia asymptotycznego

$$G(s) = \frac{h_{-1}}{s} + \frac{h_{-2}}{s^2} + \frac{h_{-3}}{s^3} + \dots, \quad (9)$$

lub w postaci szeregu MacLaurina

$$G(s) = h_0 + h_1s + h_2s^2 + h_3s^3 + \dots \quad (10)$$

Współczynniki h z ujemnymi indeksami są nazywane parametrami Markowa, zaś te z nieujemnymi indeksami są związane z momentami czasu odpowiedzi impulsowej.

Model uproszczony wyznaczany był na podstawie równań

$$\hat{h}_{-i} = h_{-i}, i = 1, 2, \dots, 2q \quad (11)$$

lub

$$\hat{h}_i = h_i, i = 0, 1, \dots, 2q - 1, \quad (12)$$

w których $\hat{h}_{-1}, \dots, \hat{h}_{-2q}$ oraz $\hat{h}_0, \dots, \hat{h}_{2q-1}$ są współczynnikami rozwinięcia transmitancji $\hat{G}(s)$ w odpowiedni szereg.

Równania (11) odpowiadają przypadkowi, w którym $s_1 = \dots = s_{2q} = \infty$, a $\gamma_i = h_{-i}$ ($\hat{\gamma}_i = \hat{h}_{-i}$) dla $i = 1, \dots, 2q$. Z kolei, równania (12) odpowiadają przypadkowi, w którym $s_1 = \dots = s_{2q} = 0$, a $\gamma_i = h_i$ ($\hat{\gamma}_i = \hat{h}_i$) dla $i = 0, \dots, 2q - 1$.

Aby wyznaczyć model uproszczony, wystarczyło w równaniu

$$\hat{n}(s) = \hat{d}(s)G(s) \quad (13)$$

zastąpić $G(s)$ przez odpowiedni szereg, (9) lub (10), i przyrównać współczynniki przy tych samych potęgach s . Otrzymywany był wówczas układ $2q$ równań liniowych, w którym niewiadomymi były współczynniki wielomianów $\hat{n}(s)$ oraz $\hat{d}(s)$.

Prostota i łatwość implementacji to główne zalety metod Pade. Zdarza się jednak, że dla stabilnego modelu wysokiego rzędu otrzymuje się niestabilny model uproszczony. Również dokładność opisu układu przez model uproszczony otrzymany metodami Pade nie zawsze jest zadawalająca. Dlatego zaczęto rozwijać wielopunktowe metody Pade. Zakłada się w nich rozwinięcie transmitancji w szereg wokół pewnych ustalonych *a priori* punktów

$$G(s) = \sum_{j_i=0}^{\infty} h_{j_i}(\tilde{s}_i)(s - \tilde{s}_i), \quad i = 1, \dots, \tilde{i}. \quad (14)$$

Jeśli przyjmiemy, że

$$\hat{h}_{j_i}(\tilde{s}_i) = h_{j_i}(\tilde{s}_i), \quad j_i = 0, \dots, 2\tilde{j}_i, \quad i = 1, \dots, \tilde{i} \quad (15)$$

oraz $\sum_{i=1}^{\tilde{i}} \tilde{j}_i = q$, otrzymamy zadanie upraszczania modeli, które jest równoważne sformułowanemu w punkcie 2. problemowi interpolacyjnemu.

Metody Pade były rozwijane w latach siedemdziesiątych i na początku lat osiemdziesiątych [1]. Zainteresowanie nimi wzrosło w latach dziewięćdziesiątych, kiedy zaczęto wykorzystywać w aproksymacji Pade metody Lanczosa [3].

3.2. Metody minimalizacji błędu sygnałów wyjściowych

Jakość wielopunktowych metod Pade w istotny sposób zależy od wyboru punktów $\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{\tilde{i}}$. Najlepszy wybór otrzymamy rozważając zadanie optymalnego upraszczania modeli, w którym transmitancja $\hat{G}(s)$ minimalizuje funkcjonal

$$J = \|G(s) - \hat{G}(s)\|^2 =$$

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} (G^*(-s) - \hat{G}^*(-s))(G(s) - \hat{G}(s))ds \quad (16)$$

Warunki konieczne optymalności transmitancji $\hat{G}(s)$ przyjmują bowiem postać warunków interpolacyjnych [8]

$$\left. \begin{aligned} G(-p_i^*) - \hat{G}(-p_i^*) &= 0 \\ G'(-p_i^*) - \hat{G}'(-p_i^*) &= 0 \end{aligned} \right\} i = 1, \dots, q, \quad (17)$$

w których p_1, \dots, p_q są biegunami $\hat{G}(s)$.

Wynika stąd, że zadanie optymalnego upraszczania modeli możemy traktować jako problem interpolacyjny, jeśli przyjmiemy $s_{2i-1} = s_{2i} = p_i$ oraz $\gamma_{2i-1} = G(p_i)$ i $\gamma_{2i} = G'(p_i)$ dla $i = 1, 2, \dots, q$.

Warunki optymalności (17) można zapisać w postaci równoważnej

$$n(s)\hat{d}(s) - \hat{n}(s)d(s) = w(s)\hat{d}^2(-s), \quad (18)$$

dla pewnego wielomianu $w(s)$ stopnia co najwyżej $n - q - 1$. Z ostatniego równania wynika następujący związek rekurencyjny:

$$n(s)\hat{d}^{(h+1)}(s) - \hat{n}^{(h+1)}(s)d(s) = w^{(h+1)}(s)(\hat{d}^{(h)}(-s))^2, \quad (19)$$

w którym (h) oraz $(h + 1)$ oznaczają numery iteracji.

Związki rekurencyjne (19) oraz ich odpowiedniki otrzymane dla układów z wieloma wejściami i wieloma wyjściami zostały wykorzystane w metodach iteracyjnej interpolacji przedstawionych w [6], [2].

Nietrudno sprawdzić, że wyznaczany w kolejnych iteracjach model $\hat{G}^{(h+1)}(s)$ spełnia warunki interpolacyjne (17) w punktach $-p_k^{(h)}$, przy czym $p_k^{(h)}$ są biegunami modelu $\hat{G}^{(h)}(s)$. Ta własność wyjaśnia nazwę przedstawianego algorytmu.

3.3. Metody minimalnych błędów równań modelu

Z równania (6) wynika, że transmitancji $\hat{G}(s)$ musi spełniać równanie

$$\hat{d}(s)\hat{G}(s) - \hat{n}(s) = 0. \quad (20)$$

Jeśli w równaniu tym wstawić $G(s)$ zamiast $\hat{G}(s)$, nie będzie ono spełnione. Model uproszczony można więc

wyznaczać tak, aby dla ustalonego $0 \leq k \leq q$, norma ważonego błędu będącego wynikiem nie spełnienia równania (20) przez $G(s)$,

$$e(s) = \widehat{d}(s)G(s) - \widehat{n}(s)$$

$$J_{eq} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{(-s)^k} e^*(-s)e(s) \frac{1}{s^k} ds \right), \quad (21)$$

była minimalna. Przyjmując $n(s) = n_{m-1}s^{m-1} + \dots + n_0$ oraz $d(s) = s^m + d_{m-1}s^{m-1} + \dots + d_0$ otrzymamy, że J_{eq} osiąga minimum, gdy

$$\sum_{i=0}^{k-j} \widehat{d}_i h_{k-i-j} - \widehat{n}_{k-j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (22)$$

$$\sum_{i=k+1+j}^q \widehat{d}_i h_{j-i+k} - \widehat{n}_{k+j} = 0$$

$$j = 0, \dots, q - k - 1 \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{d}_0 & \dots & \widehat{d}_{q-1} & 1 \end{bmatrix} P_{[-k:q-k]} =$$

$$\gamma_q \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

dla pewnej liczby rzeczywistej $\gamma_q \in \mathbb{R}$, przy czym

$$P_{[-k:q-k]} =$$

$$\begin{bmatrix} p_{-k,-k} & p_{-k,-k+1} & \dots & p_{-k,q-k} \\ p_{-k+1,-k} & p_{-k+1,-k+1} & \dots & p_{-k+1,q-k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{q-k,-k} & p_{q-k,-k+1} & \dots & p_{q-k,q-k} \end{bmatrix}.$$

Współczynniki $h_{-(q-k)}, \dots, 0, \dots, h_{k-1}$ w równaniach (22), (23) są tymi samymi współczynnikami, które występują w rozkładach transmitancji w szeregi (9) oraz (10). $P_{[-k:q-k]}$ jest usytuowaną w lewym górnym rogu podmacierzą macierzy $P_{[-k:n-k]} = \mathcal{O}_{[-k:n-k]} W_c \mathcal{O}_{[-k:n-k]}^T$. W_c jest rozwiązaniem równania Lapunowa

$$AW_c + W_c A^T + BB^T = 0, \quad (25)$$

oraz

$$\mathcal{O}_{[-k:n-k]} =$$

$$\begin{bmatrix} (A^T)^{-k} C^T & \dots & (A^T)^{n-k} C^T \end{bmatrix}^T. \quad (26)$$

Oznaczając odpowiedź impulsową układu przez $g(t)$ i przyjmując $g_0(t) = g(t)$ możemy zdefiniować rekurencyjnie następujący ciąg funkcji:

$$g_i(t) = \frac{dg_{i-1}(t)}{dt},$$

$$g_{-i}(t) = \int_{-\infty}^t g_{-(i-1)}(\tau) d\tau, \quad t > 0, \quad i > 0. \quad (27)$$

Okazuje się, że elementy macierzy $P_{[-k:n-k]}$ są równe

$$p_{i,j} = \int_0^{\infty} g_i(t) g_j(t) dt, \quad i, j = -k, \dots, n-k. \quad (28)$$

Ponadto wszystkie, nie leżące na głównej przekątnej, elementy macierzy $P_{[-k:n-k]}$ można wyznaczyć [5], znając parametry $h_{-(q-k)}, \dots, h_{k-1}$ oraz elementy głównej przekątnej $p_{-k,-k}, \dots, p_{n-k,n-k}$. Te ostatnie oznaczane są przez e_{-k}, \dots, e_{n-k} i reprezentują energię zawartą w sygnałach g_{-k}, \dots, g_{n-k} . Można także wykazać, że

$$\widehat{h}_i = h_i, \quad i = -(q-k), \dots, 0, \dots, k-1, \quad (29)$$

$$\widehat{e}_i = e_i, \quad i = -(q-k), \dots, 0, \dots, k-1. \quad (30)$$

Oznacza to, że wyznaczanie modelu uproszczonego metodą minimalizacji błędów równań modelu jest równoważne rozwiązaniu zadania interpolacji, w którym punktami interpolacji są 0 i ∞ a wartościami interpolowanymi h_i oraz e_i .

3.4. Metody zachowujące składową wymuszoną

Załóżmy, że na wejście układu podawany jest sygnał, którego transformata Laplace jest wymierną funkcją zmiennej s , $u(s) = \frac{n_u(s)}{d_u(s)}$. Odpowiedź na ten sygnał otrzymaną na wyjściu modelu wysokiego rzędu można rozłożyć na dwie składowe, swobodną $y_f(s)$ i wymuszoną $y_u(s)$,

$$y(s) = G(s)u(s) = y_f(s) + y_u(s) =$$

$$\frac{n_{y_f}(s)}{d_{y_f}(s)} + \frac{n_{y_u}(s)}{d_{y_u}(s)}. \quad (31)$$

Podobny rozkład można otrzymać dla odpowiedzi, na ten sam sygnał wejściowy, otrzymanej na wyjściu modelu uproszczonego

$$\widehat{y}(s) = \widehat{G}(s)u(s) = \widehat{y}_f(s) + \widehat{y}_u(s) =$$

$$\frac{\widehat{n}_{y_f}(s)}{\widehat{d}_{y_f}(s)} + \frac{\widehat{n}_{y_u}(s)}{\widehat{d}_{y_u}(s)}. \quad (32)$$

Zakładając $\widehat{y}_u(s) = y_u(s)$ oraz uwzględniając $\widehat{d}_{y_f}(s) = \widehat{d}(s)$ i $\widehat{d}_{y_u}(s) = d_{y_u}(s) = d_u(s)$, otrzymamy

$$\widehat{n}(s)n_u(s) = \widehat{n}_{y_f}(s)d_u(s) + n_{y_u}(s)\widehat{d}(s). \quad (33)$$

Po przyrównaniu w (33) współczynników występujących przy tych samych potęgach zmiennej s otrzymamy układ równań względem współczynników wielomianów $\widehat{n}(s)$ i $\widehat{d}(s)$. Jeśli $\deg n_u(s) = 2(q-1)$, układ ten ma generycznie jednoznaczne rozwiązanie.

Metoda wyznaczania modelu uproszczonego, który zachowuje składową wymuszoną przedstawiona została w [7]. Pokazano tam również, że jeśli $u(s)$ ma μ_u biegunów i ν_i oznacza krotność bieguna p_i , spełnione są warunki interpolacyjne

$$\widehat{G}^{(k)}(p_i) = G^{(k)}(p_i)$$

$$k = 0, 1, \dots, \nu_i - 1, \quad i = 1, \dots, \mu_u. \quad (34)$$

Wynika stąd, że zadanie upraszczania modeli może być formułowane jako problem interpolacyjny również wtedy, gdy wykorzystywana jest metoda zachowująca składową wymuszoną. Bieguny sygnału wejściowego p_i odpowiadają punktom s_i , natomiast wartości $G^{(k)}(p_i)$ ($\widehat{G}^{(k)}(p_i)$) parametrem γ_i ($\widehat{\gamma}_i$), o ile $\mu_u \nu_i = 2q$.

4. PRZYKŁAD

Rozważmy układ czwartego rzędu $\hat{w}(s)$, [9] i [5]:

$$\frac{0.8264s^2 + 8.2645s + 82.6446}{s^4 + 2.4793s^3 + 90.9091s^2 + 190.0826s + 82.6446}$$

Układ ten charakteryzuje się następującymi wartościami wybranych parametrów drugiego rzędu: $e_{-2} = 4.569$, $e_{-1} = 1.290$, $e_0 = 0.232$, $e_1 = 1.258$, $e_2 = 89.238$ oraz parametrów pierwszego rzędu: $c_{-2} = 0.826$, $c_{-1} = 0$, $c_0 = 1$, $c_1 = -2.2$, $c_2 = 3.97$.

Stosując omawiane metody otrzymamy następujące modele uproszczone drugiego rzędu:

$$\hat{w}_{2,0}(s) = \frac{0.8264}{s^2 + 0.2714s + 5.4238}, \quad (35)$$

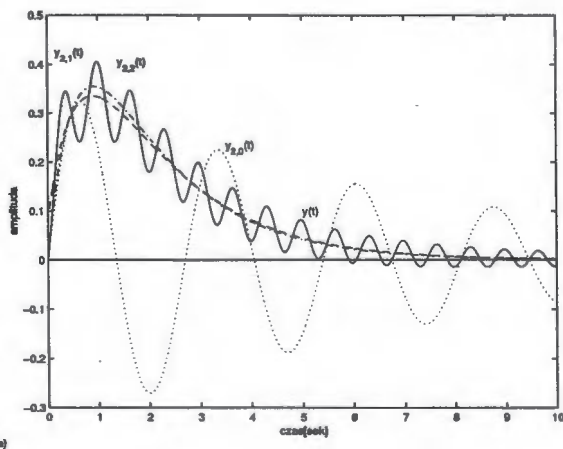
model zachowuje e_0, e_1 oraz c_{-1}, c_{-2} (błąd $\|\hat{w}(s) - \hat{w}_{2,0}(s)\|$ wynosi 0.6108),

$$\hat{w}_{2,1}(s) = \frac{1.0921}{s^2 + 2.3537s + 1.0921}, \quad (36)$$

model zachowuje e_0, e_{-1} oraz c_0, c_{-1} (błąd $\|\hat{w}(s) - \hat{w}_{2,1}(s)\|$ wynosi 0.1092),

$$\hat{w}_{2,2}(s) = \frac{-0.0779s + 0.9560}{s^2 + 2.1810s + 0.9560}, \quad (37)$$

model zachowuje e_{-2}, e_{-1} oraz c_0, c_1 (błąd $\|\hat{w}(s) - \hat{w}_{2,2}(s)\|$ wynosi 0.1053).



Rysunek 1. Odpowiedzi impulsowe układu $\hat{w}(s)$ (linia ciągła) i modeli uproszczonych $\hat{w}_{2,0}(s)$ (linia złożona z kropek), $\hat{w}_{2,1}(s)$ (linia złożona z kropek i kresek) oraz $\hat{w}_{2,2}(s)$ (linia przerywana).

Porównanie odpowiedzi impulsowych układu $\hat{w}(s)$ oraz jego modeli uproszczonych $\hat{w}_{2,0}(s)$, $\hat{w}_{2,1}(s)$ i $\hat{w}_{2,2}(s)$ przedstawia rys. 1.

Dla porównania wyznaczony został optymalny model uproszczony

$$\hat{w}_{opt}(s) = \frac{0.048s + 1.009}{0.920s^2 + 2.307s + 0.920} \quad (38)$$

oraz model uproszczony otrzymany metodą realizacji zrównoważonych [9]

$$\hat{w}_{bal}(s) = \frac{0.736s + 0.893}{3.060s^2 + 2.272s + 1} \quad (39)$$

Błędy przybliżenia charakteryzujące te modele wynoszą odpowiednio $\|\hat{w}(s) - \hat{w}_{opt}(s)\| = 0.1048$ oraz $\|\hat{w}(s) - \hat{w}_{bal}(s)\| = 0.1397$.

MODEL REDUCTION AS AN INTERPOLATION PROBLEM

Abstract: In the paper the model reduction problem is analysed. It is shown that different methods, for example Pade techniques, equation error methods or L_2 norm optimal methods, can be considered as methods of interpolation. This means, that some new methods of order reduction can be obtained in the case of interpolation conditions defined in a suitable way.

Literatura

- [1] A. Bultheel and M. Van Barel, "Pade techniques for model reduction in linear system theory: a survey", *Journal of Comp. and Appl. Mathematics*, Vol. 14, 1986, pp. 401-438.
- [2] A. Ferrante, W. Krajewski, A. Lepschy, and U. Viaro, "Convergent algorithm for L_2 model reduction", *Automatica*, Vol. 35, 1999, pp. 75-79.
- [3] K. Gallivan, E. Grimme and P. Van Doren, "A rational Lanczos method for model reduction", *Numerical Algorithms*, Vol. 12, 1996, pp. 33-63.
- [4] W. Krajewski, A. Lepschy, G. A. Mian and U. Viaro, "Optimality Conditions in Multivariable L_2 Model Reduction", *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 330, 1993, pp. 431-439.
- [5] W. Krajewski, A. Lepschy, and U. Viaro, "Model Reduction by Matching Markov Parameters, Time Moments, and Impulse-Response Energies", *IEEE Trans. Aut. Control*, Vol. 40, 1995, pp. 949-953.
- [6] W. Krajewski, A. Lepschy, M. Redivo-Zaglia and U. Viaro, "A program for solving the L_2 reduced-order model problem with fixed denominator degree", *Numerical Algorithms*, Vol. 9, 1995, pp. 355-377.
- [7] W. Krajewski, A. Lepschy and U. Viaro, "Model Reduction by Reproducing the Asymptotic Response", *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 332B, 1995, pp. 431-439.
- [8] L. Meier and D. G. Luenberger, "Approximation of Linear Constant Systems", *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-12, 1967, pp. 585-588.
- [9] B. C. Moore, "Principal component analysis in linear systems: controllability, observability, and model reduction" *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-26, 1981, pp. 17-32.
- [10] A. Yousuff and D. A. Wagie and R. E. Skelton, "Linear system approximation via covariance equivalent realizations", *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. 106, 1985, pp. 91-115.



**Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk**

ISBN 83-89475-02-2