



**POLSKA AKADEMIA NAUK**  
**Instytut Badań Systemowych**

---

**BADANIA SYSTEMOWE**  
**Inżynieria Środowiska**

**METODY I TECHNIKI OPTYCZNE**  
**W BADANIACH ZAWIESIN**



**Janusz Łomotowski**  
**Ewa Burszta-Adamiak**  
**Magdalena Kęszycka**  
**Zdzisław Jary**

**Warszawa 2008**





**METODY I TECHNIKI OPTYCZNE  
W BADANIACH ZAWIESIN**

**POLSKA AKADEMIA NAUK  
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH**

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE, tom 58**

**Redaktor naukowy: prof. Jakub Gutenbaum**

---

**Podseria: Inżynieria Środowiska**

**Warszawa 2008**

**METODY I TECHNIKI OPTYCZNE  
W BADANIACH ZAWIESIN**

**Janusz Łomotowski  
Ewa Bursza-Adamiak  
Magdalena Kęszycka  
Zdzisław Jary**

Publikacja wydana ze środków projektu badawczego MINISTERSTWA NAUKI i SZKOLNICTWA WYŻSZEGO: nr R 11 001 01.

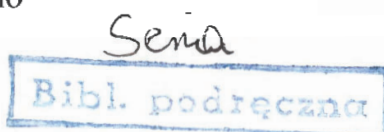
W pracy przedstawiono podstawy działania przyrządów stosowanych do badania zawiesin opartych o dyfrakcję światła. Zaprezentowano sposoby opracowywania wyników badań uzyskiwanych z granulometru laserowego. Praca zawiera oryginalne wyniki badań składu granulometrycznego zawiesin w wodach opadowych, powierzchniowych, ściekach surowych i oczyszczonych oraz osadach czynnych. Wykazano, że instrumentalne badania zawiesin z wykorzystaniem dyfrakcji światła zwiększają zasób informacji o tych, tak ważnych, a rzadko badanych analitycznie domieszkach wód naturalnych i ścieków. Granulometry laserowe pozwalają poznać skład cząsteczkowy zawiesin oraz ich budowę przestrzenną, dzięki identyfikacji wymiaru fraktalnego. Badania z użyciem granulometrów laserowych powinny w większym stopniu być prowadzone przy monitoringu jakości wód naturalnych i technologicznych, badaniach ścieków surowych i oczyszczonych oraz osadów ściekowych.

Recenzenci:

Prof. dr hab. inż. Mieczysław Metzger

Prof. dr hab. inż. Zbigniew Nahorski

Dr inż. hab. Maria Żygadło



45903

Komputerowa edycja tekstu: Anna Gostyńska

© Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 2008

Instytut Badań Systemowych PAN  
Newelska 6, PL 01-447 Warsaw

Sekcja Informacji Naukowej i Wydawnictw IBS PAN  
e-mail: [biblioteka@ibspan.waw.pl](mailto:biblioteka@ibspan.waw.pl)

**ISBN 978-83-89475-14-5**

**ISSN 0208-8029**

Druk i oprawa: ARTPRESS, tel. 052 354 95 10

## 4. SPOSOBY PREZENTACJI WYNIKÓW BADAŃ SKŁADU GRANULOMETRYCZNEGO ZAWIESIN

### 4.1. Definicje średnic zastępczych

Cząstki pozostające w wodzie w formie zawiesin najczęściej nie są sferyczne. Obrazuje to przykład przedstawiony na Rysunku 28. Przy podawaniu wyników zawsze operuje się pojęciem średnicy zastępczej.



**Rysunek 28.** Przykład trudności oceny rozmiarów komórek glonów w oparciu o analizę obrazu (zdjęcie wykonano mikroskopem skaningowym przy powiększeniu 10 000 razy)

W wagowej analizie sitowej przypisuje się cząstkom wymiar oczek sita, na którym się one zatrzymały, choć wcale nie muszą być one kulami i mieć dokładnie wymiar oczek sita. Zakładając, że cząstki są idealnie sfe-

ryczne i mają średnicę oczek sita  $d$  i gęstość  $\rho$  masa hipotetycznej cząstki zatrzymanej na sicie wyniesie:

$$m_d = \frac{\pi}{6} \cdot \rho \cdot d^3 \quad (33)$$

a teoretyczną ilość cząstek zawartą w masie zatrzymanej na sicie  $m_c$  można ustalić z zależności:

$$n_d = \frac{m_c}{m_d} = \frac{6 \cdot m_c}{\pi \cdot \rho \cdot d^3} \quad (34)$$

Przykład ten obrazuje uproszczenia, jakie są wprowadzane przy analizie sitowej wykonywanej powszechnie w badaniach materiałów ziarnistych.

W przypadku zastosowania metod sedymentacyjnych przy ustalaniu średnicy cząstek, wykorzystuje się wzór Stokesa i ustaloną doświadczalnie prędkość graniczną opadania cząstek oraz gęstość substancji, z której cząstki są zbudowane. W obliczeniach nie uwzględnia się najczęściej faktu, że cząstki rzeczywiste mogą charakteryzować się zmiennym kształtem, niejednorodnością składu chemicznego, a powierzchnia ich może wykazywać różne powinowactwo do molekuł wody. Nie należy się dlatego dziwić, że średnice cząstek zawiesin oznaczane różnymi metodami będą się pomiędzy sobą różnić. Jest to konsekwencją przyjętej metodyki określania wymiaru cząstek.

Najczęściej stosowane wzory do obliczeń średnic zastępczych przy stosowaniu analizy obrazu i w metodach sedymentacyjnych przedstawiono w Tabeli 4.

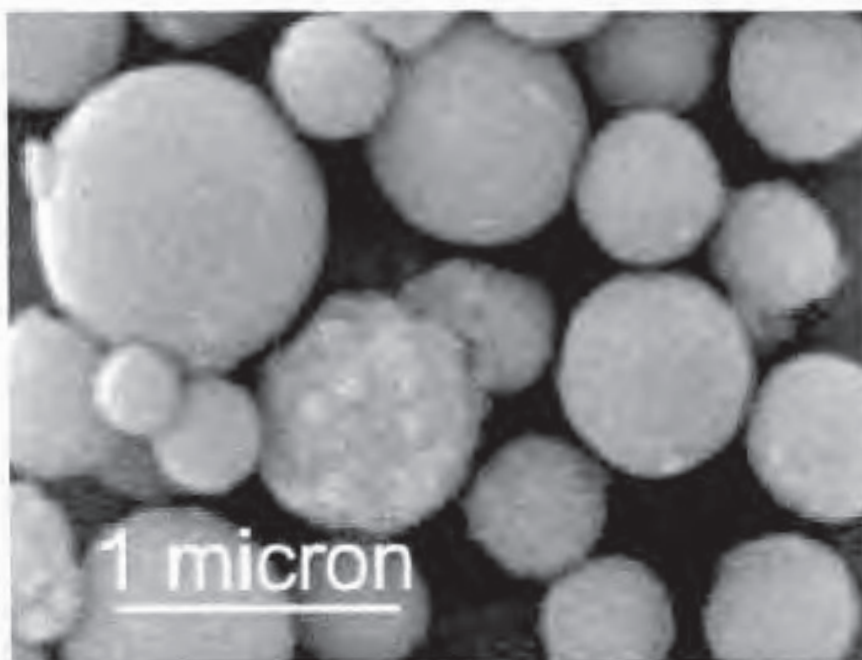
W przypadku metod optycznych z zastosowaniem dyfrakcji promieni świetlnych, za średnicę umowną uważa się średnicę szklanej cząstki sferycznej, jaka daje ten sam efekt rozproszenia światła, co badana cząstka rzeczywista.

Sposób kalibracji granulometrów laserowych został ustalony przez Wilsona i in. (1980). Granulometry laserowe są kalibrowane z użyciem mieszaniny sferycznych cząstek wykonanych ze szkła sodowo-wapiennego (Rideal i Jones, 2000). Na Rysunku 29 przedstawiono fotografię wykonaną mikroskopem skaningowym przykładowych cząstek stosowanych do kalibracji granulometrów laserowych. Wymiary cząstek są ustalane z użyciem metod optycznych oraz z zastosowaniem sit o precyzyjnych mikronowych prześwitach (Rysunek 30).



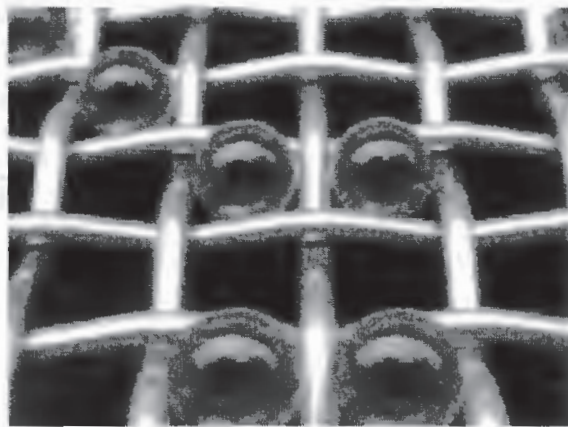
**Tabela 4.** Definicje średnic zastępczych cząstek zawiesin ustalanych na podstawie ich cech fizycznych (opracowanie własne na podstawie Govoreanu, 2004)

Parametr będący podstawą obliczenia średnicy zastępczej cząstki	Definicja	Wzór stosowany do obliczeń
Objętość $V$	Wymiar cząstki obliczony z jej objętości	$d_v = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$
Powierzchnia $A$	Średnica obliczona na podstawie powierzchni	$d_A = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$
Obwód $P$	Średnica obliczona na podstawie obwodu	$d_P = \frac{P}{\pi}$
Prędkość opadania $v$	Wymiar cząstki obliczony na podstawie prawa Stokesa	$d_{St} = \sqrt{\frac{18\mu v}{g(\rho_c - \rho_{wody})}}$



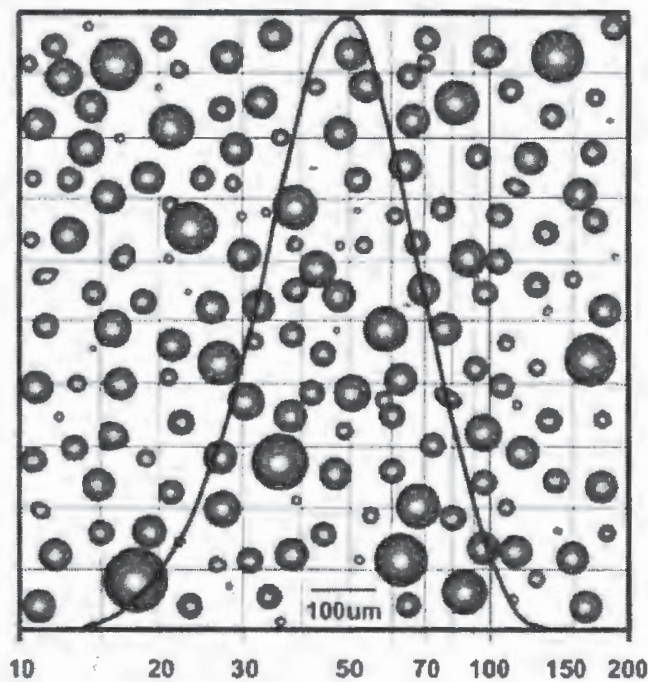
**Rysunek 29.** Szklane sferyczne mikroziarna używane do kalibracji granulometrów laserowych (Rideal 2007)





**Rysunek 30.** Sprawdzenie z zastosowaniem mikrosit wymiarów szklanych mikroziaren używanych do kalibracji granulometrów laserowych (Rideal 2007)

Z kalibrowanych szklanych ziaren wykonuje się mieszaniny o różnym losowym składzie granulometrycznym. Do badań stosuje się jednomodalne mieszaniny, w których stosunek minimalnej średnicy cząstek do średnicy maksymalnej wynosi 1:10, z wyjątkiem dużych średnic, dla których stosunek ten wynosi 1:7. W badaniach stosuje się ziarna z zakresu 1-10  $\mu\text{m}$ , 3-30  $\mu\text{m}$ ; 10-100  $\mu\text{m}$ , 50-350  $\mu\text{m}$ . Na Rysunku 31 przedstawiono schematycznie mieszaninę jednomodalną szklanych ziaren o średnicach 10-100  $\mu\text{m}$ .



**Rysunek 31.** Obraz mieszaniny szklanych sferycznych mikroziaren wykorzystywany do kalibracji granulometrów laserowych (Rideal i Jones 2000)

W czasie kalibracji granulometru laserowego ustala się liczbę szklanych cząstek sferycznych o danych średnicach. Poprawność działania kalibrowanego przyrządu sprawdza się przez porównanie ustalonych liczebności cząstek z wynikami uzyskiwanymi innymi referencyjnymi metodami, do których zalicza się metodę sedymentacyjną, analizę obrazu oraz separację cząstek na mikrositach.

Wynikiem badań zawiesin z użyciem granulometru laserowego jest liczba zastępczych ziaren sferycznych o różnych średnicach, ustalona w oparciu o rejestrowane przez detektory zmiany natężenia promieniowania rozproszonego.

#### 4.2. Statystyczna analiza polidispersyjnego zbioru cząstek

W oparciu o pomiar natężenia promieniowania rozproszonego wykorzystując teorię Mie wyliczane są ilości zastępczych cząstek sferycznych o różnych średnicach. Uzyskuje się macierz wyników:

$$\begin{bmatrix} d_1 & n_1 \\ \vdots & \vdots \\ d_i & n_i \\ \vdots & \vdots \\ d_k & n_k \end{bmatrix} \quad (35)$$

gdzie  $n_i$  jest liczbą cząstek o średnicy zastępczej  $d_i$  a  $k$  liczbą zidentyfikowanych zastępczych średnic sferycznych.

Wyniki badań są analogiczne do wyników uzyskiwanych w czasie klasycznej analizy sitowej, gdzie oznacza się masę cząstek zatrzymanych na sitach o zdefiniowanych wymiarach oczek.

W przypadku zawiesin, w skład których mogą wchodzić cząstki o różnej gęstości poddaje się analizie nie masę cząstek, ale ich liczebność oraz objętość poszczególnych frakcji wyliczaną na podstawie zastępczych średnic sferycznych.

W oparciu o macierz wyników (35) wylicza się procentowy udział cząstek o średnicy zastępczej  $d_i$  w całkowitej ilości cząstek obecnych w zawieszynie:

$$\Delta n(d_i) = \frac{n_i}{N} \cdot 100\% \quad (36)$$

gdzie:

$$N = \sum_{i=1}^k n_i \quad (37)$$

oraz udział w całkowitej ilości cząstek o zastępczych średnicach sferycznych równych lub mniejszych od  $d_i$ :

$$n(d_i) = \frac{\sum_{j=1}^i n_j}{N} \cdot 100\% \quad (38)$$

Wyniki obliczeń przedstawia się w formie tabelarycznej lub graficznej (Rysunek 32). Tak uporządkowane wyniki są analogiczne do funkcji gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty określanej dla zjawisk losowych.

Badania wykazały, że skład granulometryczny zawiesin polidyspersyjnych określony udziałem procentowym liczby cząstek o średnicy  $d_i$  w odniesieniu do całkowitej liczby cząstek tworzących zawiesinę  $N$  dobrze opisuje funkcja o rozkładzie lognormalnym, której gęstość prawdopodobieństwa wynosi:

$$dn(d_i) = 100\% \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \ln \sigma}} \exp\left[-\frac{(\ln d_i - \ln X)^2}{2 \ln \sigma^2}\right] d(\ln d_i) \quad (39)$$

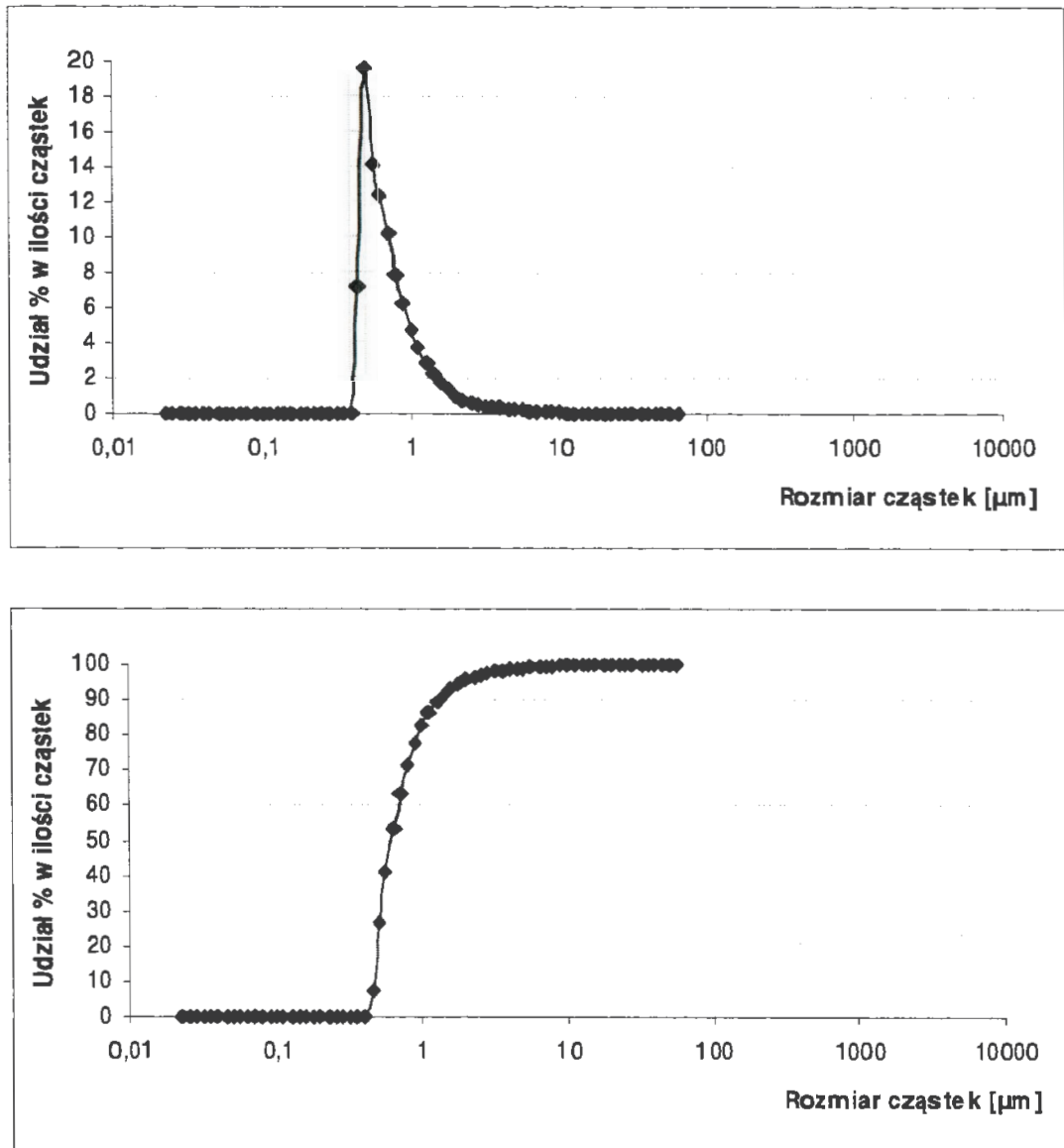
gdzie  $X$  jest średnią geometryczną zbioru cząstek obliczaną z zależności:

$$\ln X = \frac{\sum n_i \ln d_i}{N} \quad (40)$$

a  $\sigma$  geometrycznym odchyleniem standardowym:

$$\ln \sigma = \left[ \frac{\sum n_i (\ln d_i - \ln X)^2}{N - 1} \right]^{1/2} \quad (41)$$





**Rysunek 32.** Przykładowa funkcja udziału liczby cząstek w zawieszynie (wykres górny) oraz odpowiadająca jej dystrybuanta ilości cząstek w zawieszynie w zależności od ich zastępczych średnic (wykres dolny)

W oparciu o liczbę  $n_i$  cząstek o średnicach  $d_i$  ustala się ich objętość:

$$\delta V(d_i) = \frac{\pi}{6} \cdot n_i \cdot d_i^3 \quad (42)$$

W wyniku obliczeń uzyskuje się ciąg wartości objętości zawieszyny polydispersyjnej dla różnych średnic  $\{\delta V(d_1); \dots; \delta V(d_i); \dots; \delta V(d_k)\}$ , na podstawie którego oblicza się procentowy udział objętości poszczególnych frak-

cji zawiesiny o średnicach  $d_i$  w całkowitej objętości zawiesiny polidispersyjnej:

$$\Delta V(d_i) = \frac{\delta V(d_i)}{\sum_{j=1}^k \delta V(d_j)} \cdot 100\% \quad (43)$$

oraz udział objętości cząstek o zastępczych średnicach sferycznych równych lub mniejszych od  $d_i$ :

$$V(d_i) = \frac{\sum_{j=1}^i \delta V(d_j)}{\sum_{j=1}^k \delta V(d_j)} \cdot 100\% \quad (44)$$

Na Rysunku 33 przedstawiono wyniki obliczeń  $\Delta V(d_i)$  oraz  $V(d_i)$  w oparciu o dane przedstawione na Rysunku 32.

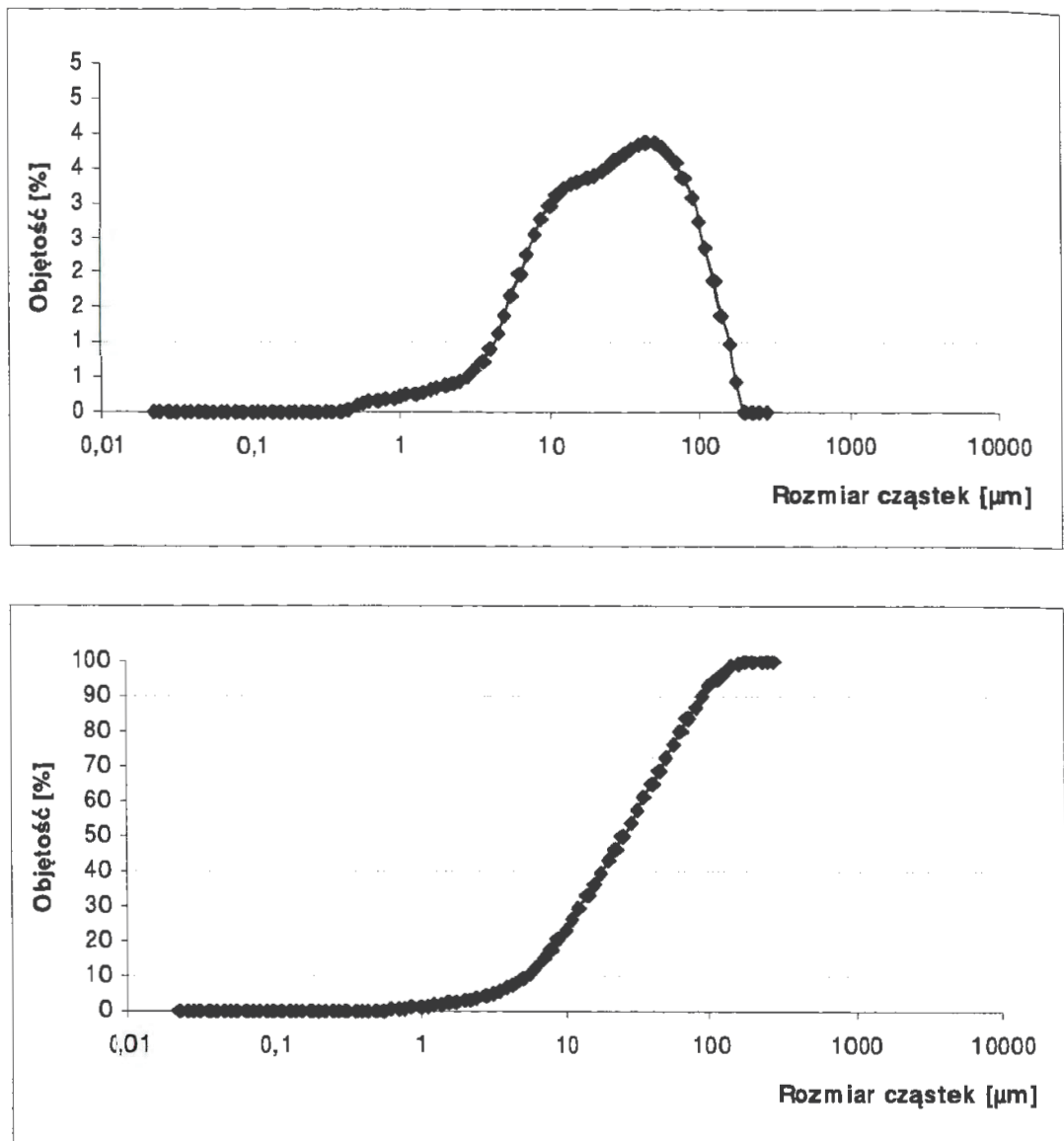
Do modelowania funkcji  $V(d_i)$  zawiesiny polidispersyjnej wykorzystuje się równanie ogólnej dystrybuanty funkcji gamma, zwanej dystrybucją Stacy'ego (Kowalski, 2004). Funkcja gęstości tej trzyparametrowej dystrybuanty opisana jest równaniem:

$$\Delta V(d_i; d_0; p; n) = 100\% \cdot \frac{n}{d_0 \cdot \Gamma(p)} \cdot \left(\frac{d_i}{d_0}\right)^{p-n-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{d_i}{d_0}\right)^n\right] \quad (45)$$

gdzie  $\Gamma(p)$  jest funkcją gamma Eulera:

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} x^{p-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{d_i}{d_0}\right)^n\right] \quad (46)$$

$d_0$  jest parametrem skali a  $p$  i  $n$  współczynnikami zależnymi od przebiegu funkcji dystrybuanty (45). W Tabeli 5 przedstawiono szczegółowe typy funkcji (45) wykorzystywanych do opisu wyników badań zmian  $\Delta V(d_i)$  zawiesiny polidispersyjnej.



**Rysunek 33.** Funkcje  $\Delta V(d_i)$  (wykres górny) i  $V(d_i)$  (wykres dolny) ustalony o skład granulometryczny przedstawiony na Rysunku 32

Do modelowania zmian  $V(d_i)$  autorzy niniejszego opracowania wykorzystywali dystrybuantę log Cauchy'ego:

$$V(d_i) = a + b \cdot \arctan \left[ c \cdot \log \left( \frac{d_i}{d_a} \right) \right] \quad (47)$$



**Tabela 5.** Parametry w równaniu (45) najczęściej wykorzystywanych dystrybuant do opisu składu zawiesin polidispersyjnych określonych objętością cząstek

Dystrybuanta	Przyjmowany parametr w równaniu (45)		
	$d_0$	$p$	$n$
Rosin-Rammler-Bennetta	$d_0$	1	$n$
Gamma	$d_0$	$p$	1
Ekspotencjalna	$d_0$	1	1
$\chi$ z $k$ stopniami swobody	$\sqrt{2}\sigma$	1	2
$\chi^2$ z $k$ stopniami swobody	$\sqrt{2}\sigma$	$k/2$	2

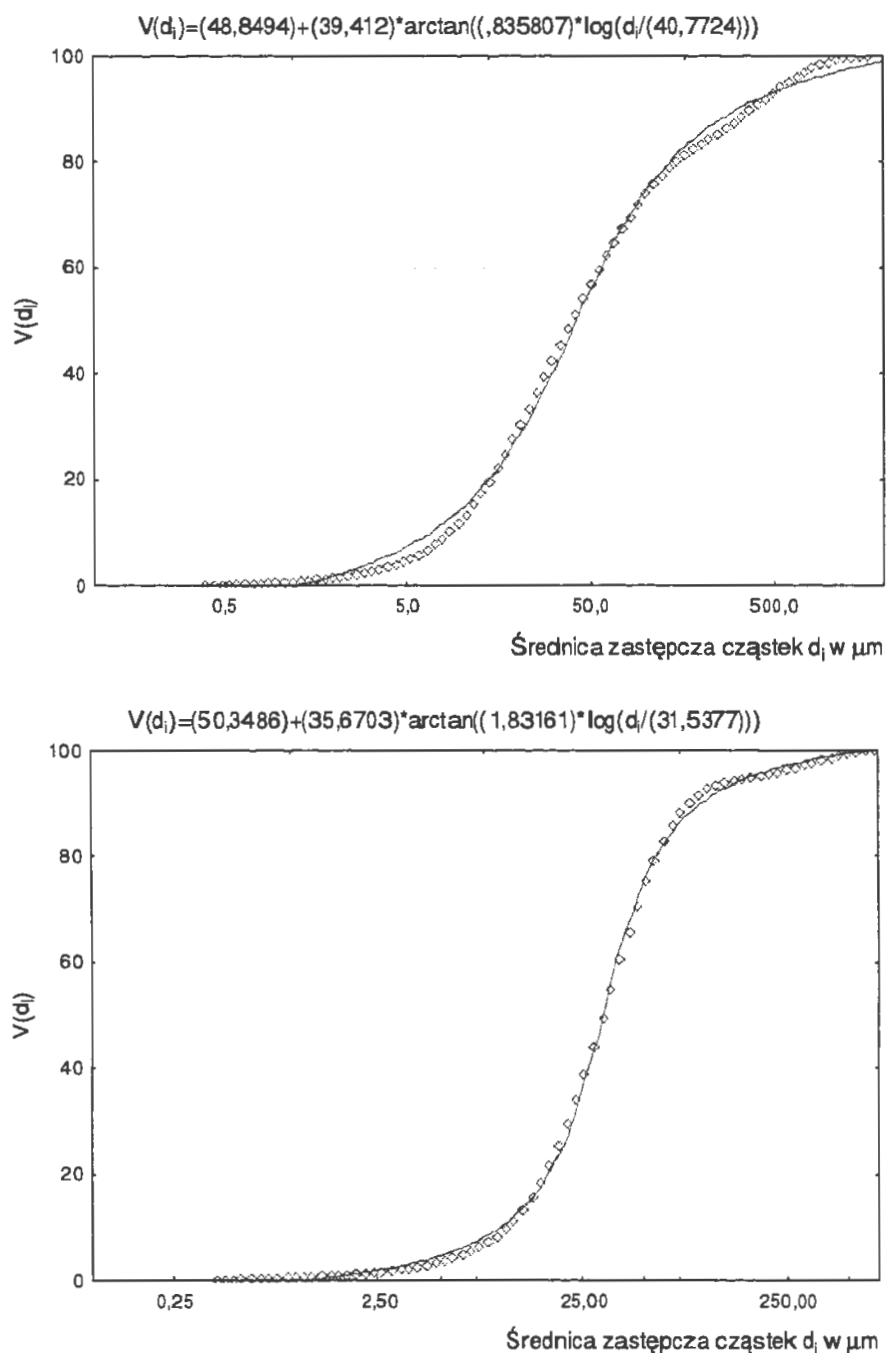
która była używana przez Anderssona (1990) i Jauhainen (2004) do opisu zmian uziarnienia gruntów. W równaniu (47) wartości  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d_a$  są stałymi eksperymentalnymi.

Na Rysunku 34 i w Tabeli 6 przedstawiono wybrane przykłady dopasowania funkcji (47) do wyników własnych badań składu granulometrycznego zawiesin w wodach powierzchniowych, opadowych, spływów z dachów, ścieków surowych i osadu czynnego.

Przy modelowaniu  $V(d_i)$  bardzo często wykorzystuje się dystrybucję Rosin-Rammlera, która została po raz pierwszy zastosowana w roku 1933 do modelowania składu ziarnowego węgla:

$$V(d_i) = 100\% \cdot \exp \left[ - \left( \frac{d_i}{d_0} \right)^n \right] \quad (48)$$

gdzie  $n$  jest parametrem, a  $d_0$  odpowiada średnicy cząstek, których objętość wraz z cząstkami o średnicach mniejszych stanowi 36,79% objętości wszystkich cząstek, które spełniają model Rosin-Rammlera.



**Rysunek 34.** Przykłady dopasowania dystrybuanty log Cauchy'ego do uzyskanych wyników badań zawiesiny w ściekach surowych dopływających do oczyszczalni w listopadzie 2006 r. w Kątach Wrocławskich (rysunek górny) oraz osadu czynnego pobranego z tej oczyszczalni w grudniu 2006 r. (rysunek dolny)

Tabela 6. Przykłady dopasowania modelu (47) do wyników doświadczalnych  $V(d_i)$ 

Oznaczenie próby	$a$	$b$	$c$	$d_a$	Współczynnik korelacji
<b>Wody powierzchniowe</b>					
Próba 1W	52,1	38,4	1,1	22,8	0,999
Próba 2W	48,7	35,8	1,2	18,7	0,999
Próba 3W	52,2	37,2	1,4	14,7	0,999
Próba 4W	53,9	39,8	1,0	35,0	0,999
Próba 5W	53,3	39,6	1,0	67,0	0,999
Próba 6W	52,1	38,3	1,2	22,6	0,999
<b>Wody opadowe</b>					
Próba 1Op	54,0	43,0	0,8	205,7	0,999
Próba 2 Op	55,4	40,5	1,7	53,4	0,999
Próba 3 Op	53,4	46,2	0,6	172,4	0,997
Próba 4 Op	55,4	42,4	1,1	106,2	0,999
Próba 5 Op	82,5	64,4	0,6	1072,6	0,998
<b>Spływy z dachów</b>					
Próba 1Sp	51,3	36,1	1,7	57,4	0,999
Próba 2 Sp	52,6	37,8	1,6	39,8	0,999
Próba 3 Sp	50,7	39,3	0,8	129,7	0,998
Próba 4 Sp	53,4	38,6	1,3	108,2	0,999
Próba 5 Sp	60,9	42,2	1,0	141,6	0,996
<b>Ścieki surowe</b>					
Próba 1S	52,725	45,372	0,532	48,554	0,999
Próba 2 S	52,538	42,462	0,681	61,468	0,999
Próba 3 S	51,364	40,273	0,813	46,420	0,999
Próba 4 S	50,830	41,150	0,732	35,932	0,999
Próba 5 S	50,524	40,052	0,789	38,961	0,999
Próba 6 S	50,236	35,100	1,794	229,163	0,998
Próba 7 S	54,194	36,633	1,888	241,225	0,999
Próba 8 S	53,115	36,464	1,763	174,189	0,999
Próba 9 S	53,839	37,637	1,174	70,918	0,999
Próba 10 S	52,912	37,547	1,322	60,623	0,999

Powszechność stosowania równania (48) w badaniach zmian  $V(d_i)$  wynika z prostoty jego linearyzacji. Logarytmując równanie (48) otrzymamy



$$\ln\left(\frac{V(d_i)}{100\%}\right) = -\left(\frac{d_i}{d_0}\right)^n \quad (49)$$

a po powtórnym zlogartmowaniu uzyskamy zależność:

$$\ln\left[\ln\left(\frac{100\%}{V(d_i)}\right)\right] = n \cdot \ln d_i - n \cdot \ln d_0 \quad (50)$$

Podstawiając zmienne:

$$\bar{Y} = \ln\left[\ln\left(\frac{100\%}{V(d_i)}\right)\right] \quad (51)$$

$$\bar{X} = \ln d_i \quad (52)$$

$$B = n \cdot \ln d_0 \quad (53)$$

otrzymamy funkcję liniową:

$$\bar{Y} = n \cdot \bar{X} - B \quad (54)$$

która pozwala wyznaczyć parametr  $n$  oraz średnicę  $d_0$ .

Oprócz dystrybuanty Rosin-Rammlera do linearyzacji funkcji  $V(d_i)$  stosuje się często model (Ahmed i Drzymala, 2005):

- Gates-Gaudin-Schumanna:

$$V(d_i) = 100\% \cdot \left(\frac{d_i}{d_{\max}}\right)^n \quad (55)$$

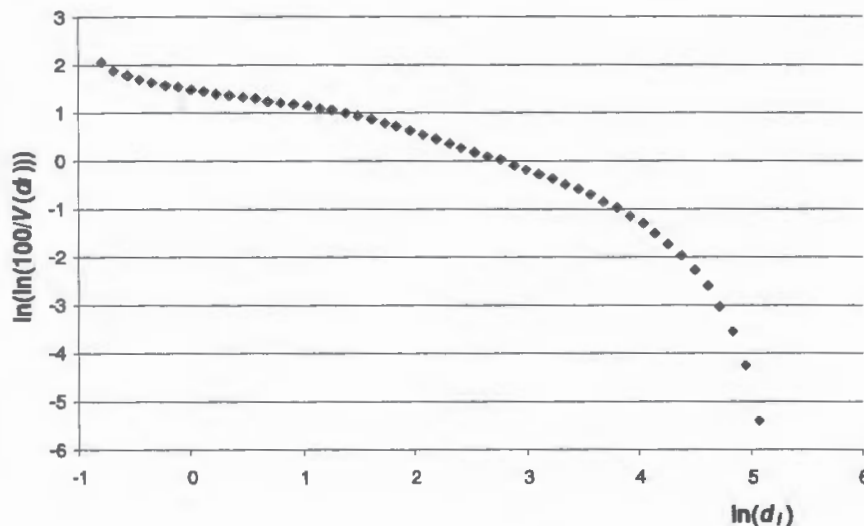
- Gaudin-Meloya:

$$V(d) = 100\% - 100\% \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_{\max}}\right)\right]^n \quad (56)$$

- Harrisa:

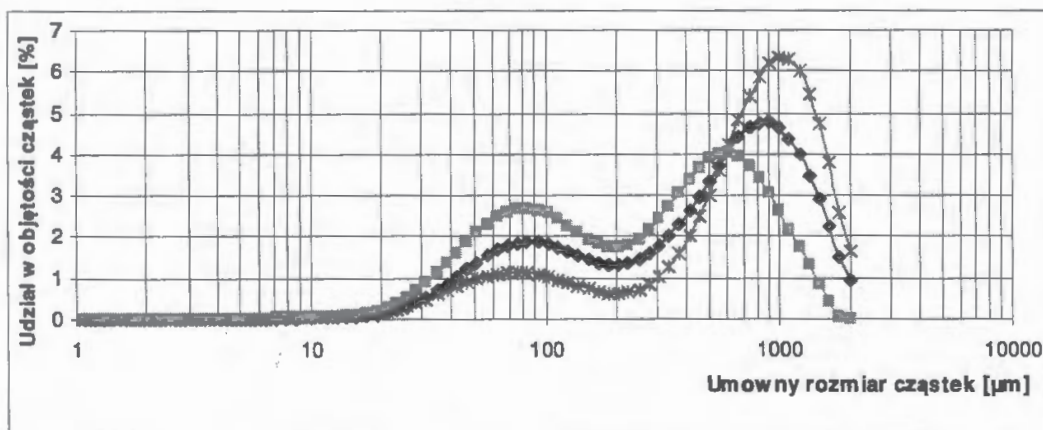
$$V(d_i) = 100\% - 100\% \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_{\max}}\right)^S\right]^n \quad (57)$$

w których  $d_{\max}$  jest maksymalną średnicą zidentyfikowanych cząstek a  $n$  i  $S$  stałymi empirycznymi.



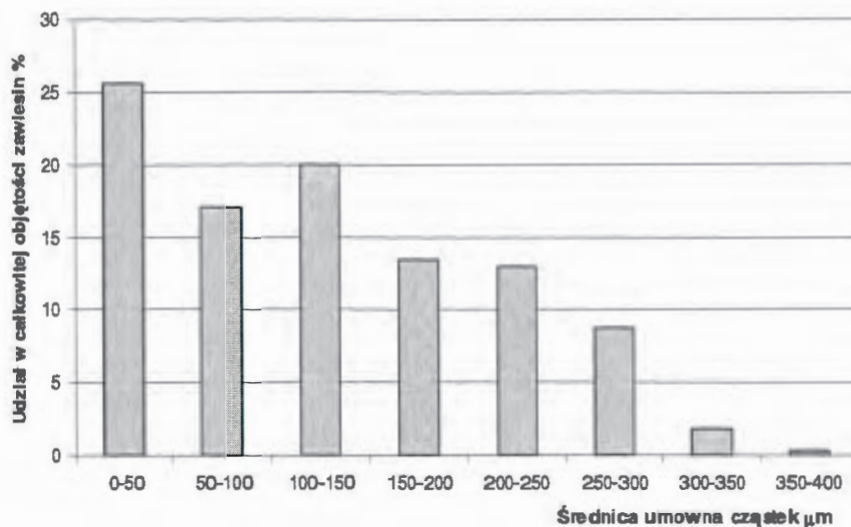
**Rysunek 35** Wynik liniaryzacji funkcji  $V(d_i)$  składu granulometrycznego przedstawionego na Rysunku 33 modelem Rosin-Rammlera (równanie 50)

Na Rysunku 35 przedstawiono przykładowe wyniki badań składu granulometrycznego zawiesiny polidispersyjnej w układzie współrzędnych  $(\bar{X}, \bar{Y})$ . Z wykresu wynika, że funkcji  $V(d_i)$  nie można opisać jednym modelem dystrybuanty Rosin-Rammlera, co świadczy, że skład granulometryczny zawiesiny jest opisany złożoną funkcją prawdopodobieństwa. Zawiesiny polidispersyjne mogą tworzyć rozkłady wielomodalne. Na Rysunku 36 przedstawiono przykład zawiesiny o rozkładzie dwumodalnym.



**Rysunek 36.** Przykłady dwumodalnych rozkładów cząstek w zawieszynie

Przy poszukiwaniu złożonych rozkładów  $V(d_i)$  wykorzystuje się statystyczną metodę estymatorów jądrowych umożliwiającą wyznaczenie dowolnego rozkładu zmiennej losowej, bez informacji o jego przynależności do ustalonej klasy rozkładów. Szczegółowy opis tej metody można znaleźć w pracy Kulczyckiego (2005).



**Rysunek 37.** Histogram częstości występowania cząstek o określonych średnicach opracowany na podstawie wyników składu granulometrycznego przedstawionego na Rysunku 33

Wyniki badań składu granulometrycznego zawiesin, często przedstawia się w postaci histogramów (Rysunek 37). W tym przypadku traci się część informacji o zmienności składu granulometrycznego zawiesin ze względu na umownie przyjęte przedziały średnic.

Wyniki badań składu granulometrycznego często przedstawia się podając wartości najmniejszych i największych zidentyfikowanych zastępczych średnic sferycznych oraz wartości średnic odpowiadających medianie, a także percentylom 10% i 90% ustalonym na podstawie funkcji  $n(d_i)$  lub  $V(d_i)$ . Wartości średnic zastępczych cząstek sferycznych odpowiadających medianie i percentylom na przyjętym poziomie procentowym ustalone na podstawie ilości cząstek różnią się zasadniczo w stosunku do wartości określonych na podstawie objętości cząstek (Tabela 7).

Wybór metody analizy składu granulometrycznego zawiesin powinien być dostosowany do potrzeb badawczych. Przy badaniu procesów koagulacji, czy też dezintegracji zawiesin, ważniejsza jest analiza liczebności cząstek. W badaniach procesu kolmatacji oraz sedymentacji istotna jest analiza



zarówno składu granulometrycznego zawiesin, jak również zmian objętości poszczególnych frakcji analizowanej zawiesiny.

**Tabela 7.** Porównanie wyników statystycznego opracowanie trzech analiz składu granulometrycznego zawiesin z wykorzystaniem o funkcję  $n(d_i)$  i  $V(d_i)$

Próba	Percentyl 10%	Mediana	Percentyl 90%
<b>Średnice zastępcze cząstek sferycznych określone na podstawie <math>n(d_i)</math></b>			
1	1,785	2,516	5,336
2	0,454	0,599	1,265
3	2,041	2,683	5,633
<b>Średnice zastępcze cząstek sferycznych określone na podstawie <math>V(d_i)</math></b>			
1	30,48	339,88	931,53
2	7,31	224,08	1061,77
3	51,32	483,29	1224,81

### 4.3. Średnie średnice zbioru cząstek

Dla scharakteryzowania zawiesin polidispersyjnych wprowadzono średnie średnice zbioru cząstek. Definicje sposobu ich obliczeń przedstawiono w Tabeli 8.

Średnie średnice obliczone na podstawie liczby cząstek i ich średnic  $D(1,0)$  oraz liczby cząstek i ich powierzchni  $D(2,0)$  wykorzystywane są w badaniach katalizatorów (Zhang i Hu 2004).

Największe zastosowanie w badaniach i obliczeniach inżynierskich ma średnia średnica obliczana na podstawie objętości i powierzchni cząstek  $D(3,2)$ . Średnica ta nazywana jest również w piśmiennictwie technicznym średnicą Sautera. Wartość tę wykorzystuje się przy charakterystyce pyłów, cząstek tworzących chmury, kropel deszczu, kropel cieczy wytwarzanych przez atomizery (Madsen i in., 2003) oraz pęcherzyków gazowych wytwarzanych w systemach napowietrzania i reaktorach chemicznych (Podhorecki i in, 2005). Średnicę Sautera wykorzystuje się w obliczeniach hydro- i aero-transportu cząstek, także w obliczeniach pieców fluidalnych (Heinrich i in., 2004). Średnica  $D(3,2)$  ma wpływ na właściwości reologiczne zawiesin (Afoakwa i in., 2007).

**Tabela 8.** Sposoby wyznaczania średnich wymiarów zawiesiny polidispersyjnej (Allen, 1997)

Średnia średnica	Dla cząstek sferycznych		Dla cząstek niesferycznych	
	Oznaczenie	Sposób obliczenia	Oznaczenia	Sposób obliczenia
Liczby cząstek i ich długości	$D(1,0)$	$\frac{\sum_i n_i d_i}{N}$	$X_{NL}$	$\frac{\sum_i n_i x_i}{N}$
Liczby cząstek i ich powierzchni	$D(2,0)$	$\sqrt{\frac{\sum_i n_i d_i^2}{N}}$	$X_{NS}$	$\sqrt{\frac{\sum_i n_i S_i}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_i n_i x_i^2}{N}}$
Liczby cząstek i ich objętości	$D(3,0)$	$\sqrt[3]{\frac{\sum_i n_i d_i^3}{N}}$	$X_{NV}$	$\sqrt[3]{\frac{\sum_i n_i V_i}{N}} = \sqrt[3]{\frac{\sum_i n_i x_i^3}{N}}$
Powierzchni i długości	$D(2,1)$	$\frac{\sum_i n_i d_i^2}{\sum_i n_i d_i}$	$X_{LS}$	$\frac{\sum_i n_i S_i}{\sum_i n_i x_i} = \frac{\sum_i n_i x_i^2}{\sum_i n_i x_i}$
Objętości i długości	$D(3,1)$	$\sqrt{\frac{\sum_i n_i d_i^3}{\sum_i n_i d_i}}$	$X_{LV}$	$\sqrt{\frac{\sum_i n_i V_i}{\sum_i n_i d_i}} = \sqrt{\frac{\sum_i n_i x_i^3}{\sum_i n_i x_i}}$
Objętości i powierzchni	$D(3,2)$	$\frac{\sum_i n_i d_i^3}{\sum_i n_i d_i}$	$X_{SV}$	$\frac{\sum_i n_i V_i}{\sum_i n_i S_i} = \frac{\sum_i n_i x_i^3}{\sum_i n_i x_i^2}$
Moment masy Moment objętości	$D(4,3)$	$\frac{\sum_i n_i d_i^4}{\sum_i n_i d_i^3}$	$X_{VM} = X$	$\frac{\sum_i n_i M_i}{\sum_i n_i V_i} = \frac{\sum_i n_i x_i^4}{\sum_i n_i x_i^3}$

Oznaczenia:  $n_i$  – liczba cząstek o średnicy  $d_i$ , (wymiarze  $x_i$ ), powierzchni  $S_i$ , objętości  $V_i$  lub masie  $M_i$ ;  $N$  – całkowita liczba cząstek

Średnica  $D(4,3)$  jest wykorzystywana do analizy składu ziarnowego miazgi węglowej i zmielonych rud metali.

Średnie średnice zbioru cząstek mogą być ustalane bezpośrednio na podstawie składu granulometrycznego lub pośrednio w oparciu o parametry rozkładu lognormalnego opisanego równaniem (39).

W 1929 roku T. Haich i S.P. Choate (za Rale, 2005) ustalili związki pomiędzy  $X$  (równanie 40) i  $\sigma$  (równanie 39) a średnimi średnicami poli-dydispersyjnego zbioru cząstek:

$$\ln D_{1,0} = 3 \ln X - 2,5 \cdot \ln^2 \sigma \quad (58)$$

$$\ln D_{2,0} = 2 \ln X - 4 \cdot \ln^2 \sigma \quad (59)$$

$$\ln D_{3,0} = 3 \ln X - 4,5 \cdot \ln^2 \sigma \quad (60)$$

$$\ln D_{2,1} = \ln X - 1,5 \cdot \ln^2 \sigma \quad (61)$$

$$\ln D_{3,1} = 2 \ln X - 2 \cdot \ln^2 \sigma \quad (62)$$

$$\ln D_{3,2} = \ln X - 0,5 \cdot \ln^2 \sigma \quad (63)$$

$$\ln D_{4,3} = \ln X + 0,5 \cdot \ln^2 \sigma \quad (64)$$

Dla odróżnienia sposobu wykonania obliczeń średnich średnic zbioru cząstek w pracy przyjęto inny sposób ich zapisu. Wartości średnich średnic obliczanych na podstawie składu granulometrycznego zawiesin najczęściej różnią się w porównaniu z wartościami ustalonymi równaniami Haich i Choate'a. Obrazują to dane przedstawione w Tabeli 9. Wartości ustalone na podstawie równań (58)-(64) dają większe wartości średnich średnic w porównaniu z wartościami obliczonymi z uwzględnieniem składu granulometrycznego zawiesin.

**Tabela 9.** Porównanie wyliczonych średnich średnic na podstawie składu granulometrycznego z wartościami wyliczonymi równaniami Haich i Chocate'a

Próba	Średnia średnica					
	D(1,0)	$D_{1,0}$	D(2,0)	$D_{2,0}$	D(2,1)	$D_{2,1}$
1	3,333	3,34	4,588	4,82	6,315	6,96
2	0,799	0,80	1,085	1,12	1,472	1,57
Próba	Średnia średnica					
	D(3,1)	$D_{3,1}$	D(3,2)	$D_{3,2}$	D(4,3)	$D_{4,3}$
1	12,05	21,22	22,994	64,73	63,588	417,53
2	2,645	5,22	4,754	17,37	12,811	394,22

#### 4.4. Wymiary fraktalne zawiesin polidispersyjnych

##### 4.4.1. Definicje wymiaru fraktalnego

Przy opisie krzywych, powierzchni i przestrzeni wykorzystuje się umowne wymiary. Podając długość odcinka odnosimy go do umownej jednostki, którą w układzie SI jest metr. Pole powierzchni opisujemy jednostką  $m^2$ , a objętość  $m^3$ . Wymiary te są niezbędne dla oceny makroprzestrzeni, ale są mniej przydatne do oceny obiektów o nieregularnych kształtach. Możemy wyznaczyć na plaży odcinek o długości  $l$  metrów. Ziarna piasku leżące na takim odcinku to fraktal. Gdy pomierzmy rzeczywistą długość wszystkich ziaren piasku kontaktujących się z liniałem to się okaże, że długość ta ( $L$ ) będzie mniejsza od wartości  $l$ . Długość tę możemy wyrazić wzorem potęgowym:

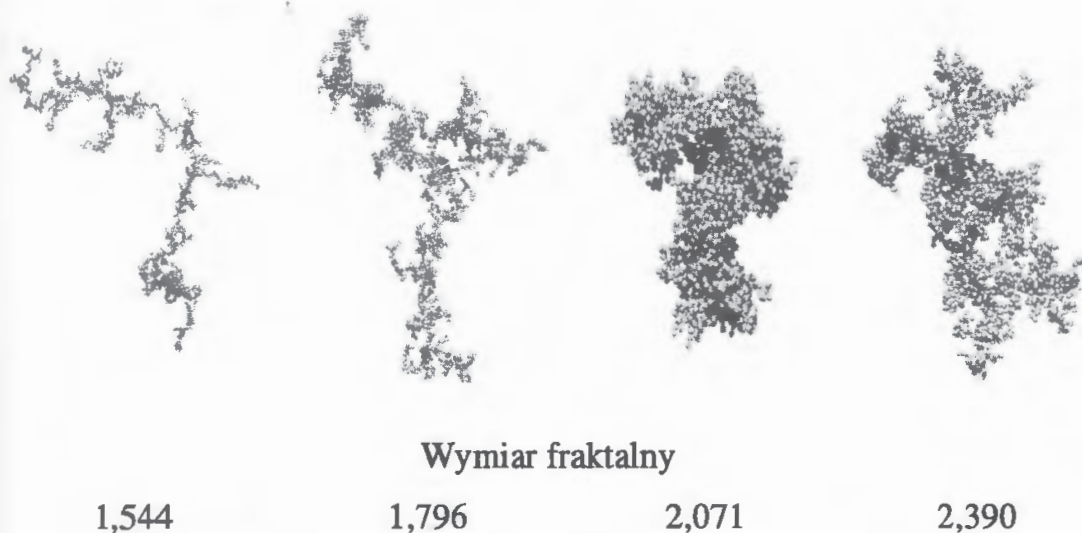
$$L = l^d \quad (65)$$

a wykładnik w tym wzorze będziemy nazywali wymiarem fraktalnym. W podobny sposób można wykazać, że ziarna piasku na metrze kwadratowym plaży nie zajmują powierzchni jednego metra kwadratowego, ale mniej, a metr sześcienny piasku to objętość, od której musimy odjąć, objętość szczelin. Gdy się popatrzy na zdjęcia przedstawione na Rysunku 2, to łatwo zrozumieć, że zawiesiny będące w wodzie to układy fraktalne. W praktyce do identyfikacji przestrzennej budowy zawiesin stosuje się wymiar fraktalny (Li i Ganczarczyk, 1989; Tang i in., 2001).

Wymiar fraktalny zawiesin, przyjmuje wartość od 1-3. Na Rysunku 38 przedstawiono wpływ wymiaru fraktalnego na obraz zawiesin. Przy war-



tościach wymiaru fraktalnego bliskich jedności, zawiesiny zbliżają się swoim kształtem do odcinków. W miarę wzrostu wymiaru fraktalnego i zbliżania się do wartości 2 następuje rozbudowa zawiesin, które wypełniają coraz bardziej powierzchnię. Przy wymiarze fraktalnym zbliżającym się do 3 zawiesiny tworzą przestrzenne struktury.



**Rysunek 38.** Przykład wpływu wymiaru fraktalnego na budowę cząstki (Opracowano na podstawie Bushell, 2005)

Istnieje wiele definicji wymiarów fraktalnych. W przypadku analizy obrazów zawiesin obecnych w wodach naturalnych wykorzystuje się trzy wymiary fraktalne  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  (Tang i in., 2001). Pierwszy wymiar fraktalny  $D_1$  określa się na podstawie pomiarów maksymalnych długości cząstek zawiesiny  $l$  i obwodu tych cząstek  $P$  wykorzystując proporcję:

$$P \propto l^{D_1} \quad (66)$$

Drugi wymiar fraktalny  $D_2$  można wyznaczyć ze związku:

$$A \propto l^{D_2} \quad (67)$$

gdzie  $A$  jest powierzchnią cząstek o długości maksymalnej  $l$ , natomiast trzeci wymiar fraktalny  $D_3$  charakteryzujący objętość cząstek  $V$  opisany jest proporcją:

$$V \propto l^{D_3} \quad (68)$$



W pracy Wu i in. (2002) można znaleźć opis metod wyznaczania wymiaru fraktalnego na podstawie badań sedymentacyjnych zawiesin. Na wynik tych badań ma wpływ poprawność wyznaczenia granicznej prędkości sedymentacji cząstek zawiesiny. Wymiary fraktalne można wyznaczyć biorąc pod uwagę ich cechy fizyczne (Tabela 10). Ten sposób wyznaczania wymiarów fraktalnych najczęściej jest stosowany podczas analizy składu granulometrycznego gruntów. W Tabeli 11 przedstawiono, na podstawie danych literaturowych, wartości wymiaru fraktalnego  $D_3$  dla wybranych zawiesin.

**Tabela 10.** Podstawowe zależności wiążące wymiary fraktalne z cechami fizycznymi zawiesin naturalnych (Tang i in., 2001) (wartości  $a$  z indeksami dolnymi są stałymi wyznaczanymi doświadczalnie)

Parametr charakteryzujący zawiesinę	Zależność
Objętość cząstki	$V = a_v l^{D_3}$
Masa cząstki	$m = a_m l^{D_3}$
Gęstość	$\rho = a_\rho l^{D_3-3}$
Porowatość	$\varepsilon = 1 - a_\varepsilon l^{D_3-3}$
Prędkość sedymentacji	$u = a_u l^{D_3-D_2+1}$

**Tabela 11.** Wymiar fraktalny  $D_3$  dla różnych zawiesin (Opracowano na podstawie Tang i in., 2001; Li i Ganczarczyk, 1989; Logan i. Wilkinson, 1990)

Rodzaj cząstek	Wymiar fraktalny
Cząstki powstające w czasie flokulacji w zakładach uzdatniania wody	1,4-2,8
Zawiesiny obecne w ściekach	1,0-3,0
Błona biologiczna złóż biologicznych	1,8-2,3
Osad czynny	1,0-1,3

#### 4.4.2. Optyczny wymiar fraktalny

W analizie wyników pomiarów zmian intensywności światła rozproszonego można wykorzystać teorię Rayleigh-Gans-Debye'a. Szczegółowy opis tej teorii można znaleźć w pracy Kerker (1969). Teoria ta, ma zastosowanie, gdy cząsteczki rozpraszające światło charakteryzują się współczynnikiem załamania światła  $m$  spełniającym warunek:

$$|m-1| \ll 1 \quad (69)$$

oraz pomiędzy wymiarem (długością) cząstki  $L$ , współczynnikiem załamania światła  $m$  i długością światła monochromatycznego  $\lambda$  wytwarzanego przez laser przyrządu prawdziwa jest nierówność:

$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L \cdot |m-1| \ll 1 \quad (70)$$

Teorię Rayleigh-Gans-Debey'a wykorzystuje się przy ustalaniu optycznego wymiaru fraktalnego zawiesiny polidispersyjnej.

Analizując wyniki badań zmian natężenia światła  $I(q)$  w funkcji liczby falowej  $q$  określonej zależnością (20), można wyodrębnić następujące charakterystyczne obszary (Selomulya, 2001; Sorensen, 2001) (Rysunek 39):

- dla liczby falowej  $q \rightarrow 0$  intensywność światła rozproszonego zależy od liczby i masy wszystkich cząstek rozpraszających światło lasera:

$$I(0) \propto \sum_i n_i m_i \quad (71)$$

Jest to obszar Rayleigha.

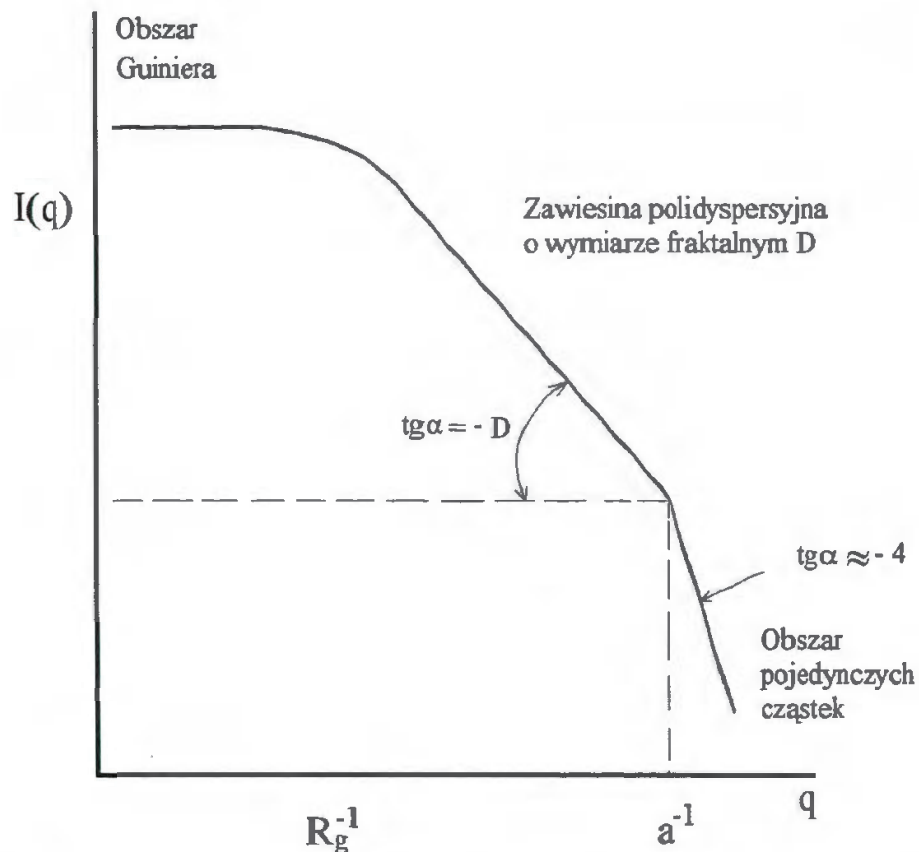
- w przedziale  $(0; R_g^{-1})$  wykres jest równoległy do osi odciętych. Przedział ten nazywa się obszarem Guiniera. Dla obszaru tego wartość natężenia światła rozproszonego określa zależność (Guinier, 1994):

$$I(q) \propto \left(1 - \frac{1}{3} \cdot (q \cdot R_g)^2\right) \quad (72)$$

gdzie wartość  $R_g$  jest największym wymiarem, dla którego jest możliwa identyfikacja budowy wewnętrznej (morfologii) zawiesin (cząstek) z użyciem fal elektromagnetycznych o długości  $\lambda$ . Wartość tę można ustalić z zależności:

$$R_g = \frac{1}{q_p} \quad (73)$$

gdzie  $q_p$  odpowiada wartości liczby falowej zmiany przebiegu funkcji  $I(q)$ ;



**Rysunek 39.** Wyznaczanie optycznego wymiaru fraktalnego oraz obszary ograniczające (obie osie na rysunku są w skali logarytmicznej) (Opracowano na podstawie Sorensen, 2001)

– w przedziale  $(R_g^{-1}; a^{-1})$  zachodzi związek (Jarvis i in., 2005):

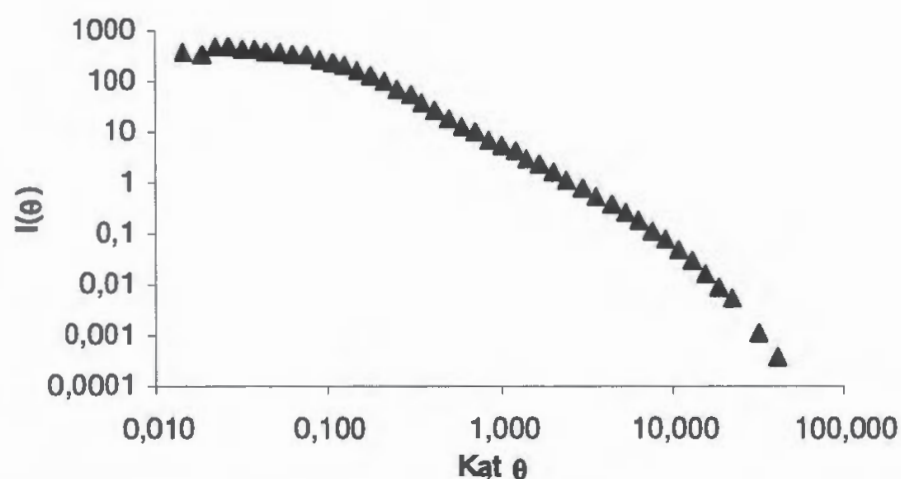
$$I(q) \propto q^D \quad (74)$$

gdzie wykładnik  $D$  nazywa się optycznym wymiarem fraktalnym zawiesiny polidispersyjnej. Wartość  $a$  jest najmniejszym wymiarem zawiesiny możliwym do identyfikacji z użyciem światła o długości  $\lambda$ . Cząstki o promieniach mniejszych od  $a$  zachowują się jak pojedyncze cząstki koloidalne i rozpraszają promienie zgodnie z prawem odkrytym przez Poroda (1951, 1952). Przedział ten nazywany jest obszarem fraktalnym zawiesin. W obszarze tym



można identyfikować zawiesiny o różnej budowie przestrzennej i różnych optycznych wymiarach fraktalnych;

- dla wartości  $q > a^{-1}$  wykres jest nachylony ze współczynnikiem kierunkowym -4. Jest to obszar pojedynczych cząstek koloidalnych nie tworzących struktur fraktalnych.



**Rysunek 40.** Przykładowa zależność intensywności rozproszenia światła  $I(\theta)$  od kąta rozproszenia  $\theta$  wykorzystywana do wyznaczania optycznego wymiaru fraktalnego

W przypadku zastosowania do badań granulometru laserowego Mastersizer 2000, wymiar fraktalny wyznacza się z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego w programie EXCEL. Dane uzyskane z przyrządu są przeliczane zastrzeżoną procedurą i uzyskuje się wykres zmian intensywności promieniowania nie od liczby falowej  $q$ , ale od kątów rozproszenia  $\theta$ . Przykładowy wykres do wyznaczania wymiaru fraktalnego  $D_3$ , uzyskiwany w oparciu o ten arkusz kalkulacyjny przedstawiono na Rysunku 40. Wyznaczanie wymiaru fraktalnego dokonuje się w identyczny sposób, jak przedstawiono to na Rysunku 39.

Analiza optycznego wymiaru fraktalnego była wykorzystywana do badań struktury kłaczków powstających w czasie koagulacji (Lee i in.; 2000), wpływu struktury kłaczków osadu czynnego na właściwości sedymentacyjne (Moon i in., 2002), rozpoznawania struktury agregatów bakteryjnych (Guan i in., 1998), badań struktury kłaczków osadu czynnego (Waite, 1999; Govoreanu, 2004) oraz przebiegu procesu flokulacji (Selomulya, 2001).

#### 4.5. Wykorzystanie analizy skupień w porównywaniu składu granulometrycznego zawiesin

Wizualna analiza wykresów rozkładu cząstek w próbach wód i ścieków nie pozwala na szybkie wyciągnięcie wniosków o podobieństwie składu granulometrycznego zawiesin. Przy porównywaniu wyników składu granulometrycznego różnych zawiesin można zastosować analizę skupień.

Analiza skupień pozwala określić podobieństwo obiektów lub zmiennych w przestrzeniach wielowymiarowych na podstawie umownej odległości zbiorów (zmiennych). Najpowszechniej używa się odległości euklidesowej obliczanej z zależności:

$$d(i, j) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ik} - x_{jk})^2} \quad (75)$$

gdzie  $i, j$  określają zbiory danych, a  $k$  cechy poszczególnych elementów zbioru oraz metodę Warda, która do oszacowania odległości między skupieniami wykorzystuje analizę wariancji wewnątrzgrupowej, dla grup powstałych z połączenia dwóch zbiorów. Skupienie tworzą zbiory, których wariancja wewnątrzgrupowa jest najmniejsza.

Wynikiem analizy skupień jest diagram drzewa hierarchicznie powiązanych zbiorów, przy czym jedna oś ma charakter liczbowy i wyraża odległość od siebie zbiorów tworzących skupienia, a druga ma charakter umowny pozwalający w sposób szybki odczytywać zbiory najbardziej do siebie podobne. Osie wykresów mogą być zamienione, przez co można uzyskać horyzontalny lub wertykalny wykres drzewa podobieństwa zbiorów.

## LITERATURA

- Afoakwa E.O., Paterson A, Fowler M. (2007): Effects of particle size distribution and composition on rheological properties of dark chocolate. *European Food Research and Technology* DOI 10.1007/s00217-007-0652-6
- Agrawal Y.C., McCave I.N., Riley J.B. (1997): Laser diffraction size analysis. In: J.P.M. Syvitski (ed.), *Principles, methods, and application of particle size analysis*. Cambridge University Press, Cambridge. 119-128.
- Ahmed H.A.M, Drzymala J. (2005): Two-dimensional fractal linearization of distribution curves. *Fizykochemiczne Problemy Mineralurgii*, **39**, 129-139.
- Alba F.I. (1999): Acoustic spectroscopy as a technique for the particle sizing of high concentration colloids, emulsions and suspensions. *Colloids and Surfaces A. Physicochemical and Engineering Aspects*, **153**, 495-502.
- Allen T. (1997): *Particle size measurement. Vol.1 - Powder sampling and particle size measurement*. 5<sup>th</sup> ed. Chapman and Hall Ltd., London.
- Andersson S. (1990): *Om mineraljordens och mullens rumsutfyllande egenskaper. En teoretisk studie*. Markfysikaliska undersökningar i odlad jord, XXVI., Swedish University of Agricultural Sciences, Uppsala.
- Azema N., Pouet M.F., Berho C., Thomas O. (2002): Wastewater suspended solids study by optical methods. *Physicochemical and Engineering Aspects*, **204**: 131-140.
- Bachalo W.D. (2005): Spray characterization: techniques, capabilities, limitations, accuracy, and error analysis. *18th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Irvine, CA.
- Bale A.J. (1996): In situ laser optical particle sizing. *Journal of Sea Research*, **36**, 1-2: 31-36.
- Bayle S., Azema N, Berho C., Pouet M.F., Lopez-Cuesta J.M., Thomas O. (2005): Study of heterogeneous suspensions: A new quantitative approach coupling laser granulometry and UV-vis spectrophotometry. *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects*, **262**: 242-250.

- Berho C., Pouet M. F., Bayle S., Azema N., Thomas O. (2004): Study of UV-vis responses of mineral suspensions in water. *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects*, **248**: 9-16.
- Bertino L. Wackernagel H. (2002): *Case studies of change-of-support problems*. IMPACT Project Report No 20 (Contract IST-1999-11313). Technical Report N-21/02/G ENSMP - ARMINES, Centre de Géostatistique 35 rue Saint Honoré, F-77305 Fontainebleau, France <http://cg.ensmp.fr>.
- Biggs C.A., Lant P.A. (2000): Activated sludge flocculation: on-line determination of floc size and effect of shear. *Wat. Res.* **2000**, **34**, 9: 2542-2550.
- Chu B. (1991): *Laser Light Scattering: Basic Principles and Practice*. Academic Press, New York: 13-20.
- de Boer G.B., de Weerd C., Thoenes D., Goossens H.W.J. (1987): Laser diffraction spectrometry: Fraunhofer versus Mie scattering. *Particle Characterisation*, **4**: 14-19.
- Blodgett C., Jakubauskas M., Price K., and Martinko E. (2000): *Remote Sensing-based Geostatistical Modeling of Forest Canopy Structure*. ASPRS 2000 Annual Conference, Washington, D.C., May 22-26, 2000.
- Boeker E., van Grondelle R. (2002): *Fizyka środowiska*. PWN, Warszawa.
- Boer de G.B., de Weerd, C., Thoenes, D., Goossens, H.W.J. (1987): Laser diffraction spectrometry: Fraunhofer versus Mie scattering. *Particle Characterisation*, **4**: 14-19.
- Bushell G. (2005): Forward light scattering to characterise structure of flocs composed of large particles. *Chemical Engineering Journal*, **111**: 145-149.
- Chapman G. V. (2000): Instrumentation for flow cytometry. *Journal of Immunological Methods*, **243**: 3-12
- Chu B. (1991): *Laser Light Scattering: Basic Principles and Practice*. Academic Press, Boston.
- Clark R.A. (1995): The use laser diffraction for the evaluation of the aerosol clouds generated by medical nebulizers. *International Journal of Pharmaceutics*, **115**: 69-78.
- Comtois P. (2001): John Tyndall and the floating matter of the air. *Aerobiologia*, **17**: 193-202.
- Cornillault, J. (1972): Particle size analyser. *Applied Optics*, **11**: 265-268.
- Ebie K, Yamaguchi D., Hoshikawa H., Shirozu T., (2006): New measurement principle and basic performance of high-sensitivity turbid meter with two optical systems in series. *Water Research*, **40**: 681-691.



- Ertl G., Knözinger H., Weitkamp J. (Eds.) (1997): *Handbook of Heterogeneous Catalysis*. VCH, Weinheim.
- Eshel G. Levy G. J., Mingelgrin U., Singer M. J. (2004): Critical evaluation of the use of laser diffraction for particle-size distribution analysis. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **68**: 736-743.
- Etxebarria N, Arana G., Antolin R, Diez E., Borge G., T. Posada T., Raposo J.C. (2005): Chromium powder as a reference material for the quality control of particle-size measurement by laser diffraction. *Powder Technology*, **155**: 85-91.
- Förster J. (1996): Patterns of roof runoff contamination and their potential implications on practice and regulation of treatment and local infiltration. *Wat. Sci. Tech.*, **33**, 6: 39-48.
- Förster J. (1998): The influence of location and season on the concentrations of macroions and organic trace pollutants in roof runoff. *Wat. Sci. Tech.*, **38**, 10: 83-90.
- Gerds G. Luedke G. (2006): FISH and chips: Marine bacterial communities analyzed by flow cytometry based on microfluidics. *Journal of Microbiological Methods*, **64**: 232-240.
- Gillberg L., Eger L., Jepsen S.E. (1990): Effect of Coagulants on Particle Distribution and Concentration. W: *Chemical Water and Wastewater Treatment*, Ed. Hahn H.H. and Klute R., Springer Verlag, Heidelberg.
- Gippel C.J. (1994): Monitoring turbidity of stream water. *Austr. J. Soil Water Cons.*, **7**: 37-44.
- Gradziński, R., Kosteczka, A., Radomski, A., Unrug, R. (1986): *Zarys sedymentologii*. Wydaw. Geologiczne, Warszawa.
- Govoreanu R. (2004): *Activated sludge flocculation dynamics: On-line measurement methodology and modeling*. Universiteit Gent Faculteit Landbouwkundige en Toegepaste Biologische Wetenschappen, Gent (ISBN 90-5989-031-0).
- Guan J., Waite D.T., Amal R. (1998): Rapid structure characterization of bacterial aggregates. *Environ. Sci. Technol.*, **32**: 3735-3742.
- Guinier A. (1994): *X-ray diffraction in crystals, imperfect crystals, and amorphous bodies*. Dover, New York.
- Heinrich S., Mirko Peglow M., Henneberg M., Drechsler J., Mörl L. (2004): *Fluidized bed spray granulation: analysis of dynamic particle populations and heat and mass transfers*. Proceedings of the 14th International Drying Symposium, São Paulo, Brazil, 22-25 August 2004, vol. A., 121-128

- Hejluk L., Banasik K. (2002): *Badania zmienności uziarnienia rumowiska unoszonego w małej zlewni rolniczej*. Mat. Sympozjum Naukowego nt. Erozja gleb i transport rumowiska rzecznego, Zakopane 10-12.10.2002, str. 81-87.
- Ho L., Newcombe G. (2005): Effect of NOM, turbidity and floc size on the PAC adsorption of MIB during alum coagulation. *Water Research*, **39**: 3668-3674.
- Houghton J.I., Burgess J.E., Stephenson T. (2002): Off-line particle size analysis of digested sludge. *Wat. Res.*, **36**: 4643-4647.
- Hutorowicz A. (2005): *Opracowanie standardowych objętości komórek do szacowania biomasy wybranych taksonów glonów planktonowych wraz z określeniem sposobu pomiarów i szacowania*. Olsztyn ([http://www.gios.gov.pl/dokumenty/oprac\\_stan\\_kom.doc](http://www.gios.gov.pl/dokumenty/oprac_stan_kom.doc))
- Issmer K. (2000): Optical methods in the grain-size analysis of fine-grained sediments. *Geological Quarterly*, **44**, 2: 205-210.
- Iyer R.S., Stanmore B. (1999): The effect of water absorption and the role of fines on the yield stress of dense fly ash slurries. *Cement and Concrete Research*, **29**: 765-767.
- Jarvis P., Jefferson B., Parsons S.A. (2005): Measuring floc structural characteristics. *Reviews in Environmental Science and Bio/Technology*. **4**: 1-18.
- Jonker R.R., Meulemans J.T., Dubelaar G.B.J., Wilkins M.F., Ringelberg J. (1995): Flow cytometry: A powerful tool in analysis of biomass distributions in phytoplankton. *Wat. Sci. Tech.*, **32**, 4: 177-182.
- Jauhiainen M. (2004): *Relationships of particle size distribution curve, soil water retention curve and unsaturated hydraulic conductivity and their implications on water balance of forested and agricultural hillslopes*. Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy, Helsinki University of Technology, Department of Civil and Environmental Engineering, Espoo (Finland) (ISBN 951-22-7194-X).
- Kawecka B., Eloranta P.V. (1994): *Zarys ekologii glonów wód słodkich i środowisk lądowych*. PWN, Warszawa.
- Kerker M. (1969): *The scattering of light and other electromagnetic radiation*. Academic Press, New York.
- Kim H.W., Choi M. (2003): In situ line measurement of mean aggregate size and fractal dimension along the flame axis by planar laser light scattering. *Journal of Aerosol Science*, **34**: 1633-1645.
- Kizil M.S., Peterson J., English W. (2000): The effect of coal particle size on colorimetric analysis of roadway dust. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, **14**: 387-394.

- Kokhanovsky A.A., Weichert R. (2001): Multiple light scattering in laser particle sizing. *Applied Optics*, **40**, 9: 1507-1513.
- Kowalski W.P. (2004): Investigation of fine grains distribution using the sedimentation analysis. *Journal of Materials Processing Technology*, **157-158**, 561-565.
- Kulczycki P. (2005): *Estymatory jądrowe w analizie systemowej*. WNT, Warszawa.
- Lackowski M., Balachandran W., Krupa A., Kulon J., Jaworek A. (2002): Oczyszczanie gazów z drobnych cząstek przy użyciu naładowanych kropli, *Mat. VI Sympozjum Emisje zagrażające środowisku*, Kudowa Zdrój.
- Lee D.G., Bonner J.S., Garton L. S., Ernest A.N.S., Autenrieth R.L. (2000): Modeling coagulation kinetics incorporating fractal theories: a fractal rectilinear approach. *Water Research*, **34**, 7, 1987-2000.
- Leuschner R.G.K, Weaver A.C., Lillford P. J. (1999): Rapid particle size distribution analysis of Bacillus spore suspensions. *Colloids and Surfaces B: Bio-interfaces*, **13**: 47-57.
- Li D.H., Ganczarczyk J.J.(1989): Fractal geometry of particle aggregates generated in water and wastewater treatment processes. *Environ. Sci. Technol.*, **23**, 1385-1389.
- Lilkov V., Dimitrowa E., Gaidardzhiev S. (1999): Microscopic and laser granulometric analyses of hydrating. *Cement and Concrete Research*, **29**: 3-8.
- Logan, B.E., Wilkinson D.B. (1990): Fractal geometry of marine snow and other biological aggregates., *Limnol. Oceanogr.*, **35**: 130-136.
- Lunven M., Gentien P., Kononen K., Le Gall E., Daniélou M.M. (2003): In situ video and diffraction analysis of marine particles. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, **57**: 1127-1137.
- Madsen J., Harbo J., Nonn T.I., Blondel D., Hjertager B.H, Solberg T. (2003): *Measurement of droplet size and velocity distributions in sprays using Interferometric Particle Imaging (IPI) and Particle Tracking Velocimetry (PTV)* ICLASS 2003, July 13-17, 2003, Sorrento, Italy
- Mauromicale G., Ierna A., Marchese M. (2006): Chlorophyll fluorescence and chlorophyll content in field-grown potato as affected by nitrogen supply, genotype, and plant age. *Photosynthetica*, **44**, 1: 76-82.
- Maxwell K., Johnson G.N. (2000): Review article. Chlorophyll fluorescence – a practical guide. *Journal of Experimental Botany*, **51**, 354: 659-668.
- McGarvey M., McGregor D., McKay R.B. (1997): Particie size analysis by laser diffraction in organic pigment technology. *Progress in Organic Coatings*, **31**: 228-231.



- McCave, I.N., Bryant, R.S., Cook, H.F., Coughanowr, C.A. (1986): Evaluation of a laser-diffraction-size analyzer for use with natural sediments. *Journal of Sedimentary Petrology*, **56**: 61-564.
- McCrae C.H., Lepoetre A. (1996): Characterization of dairy emulsion by forward lobe laser light scattering – Application to milk and cream. *Inst. Dairy Journal*, **6**: 47-256.
- Mishchenko, M.I., Hovenier J.W., Travis L.D., (Eds.) (2000): *Light Scattering by Nonspherical Particles: Theory, Measurements, and Applications*. Academic Press, San Diego.
- Mishchenko M.I., Travis L.D., Lacis A.A. (2002): *Scattering, Absorption, and Emission of Light by Small Particles*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Moon B.H., Seo G.T., Lee T.S., Kim S.S., Yoon C.H. (2002): Effects of salt concentration on floc characteristics and pollutants removal efficiencies in treatment of seafood wastewater by SBR. *Water Science and Technology*, **47**, 1: 65-70.
- Neis U., Tiehm A. (1997): Particle size analysis in primary and secondary waste water effluents. *Wat. Sci. Tech.*, **36**, 4: 151-158.
- Neu T.R., Woelfl S., Lawrence J.R. (2004): Three-dimensional differentiation of photo-autotrophic biofilm constituents by multi-channel laser scanning microscopy (single-photon and two-photon excitation). *Journal of Microbiological Methods*, **56**: 161-172.
- Nobbmann U. (2006): *Protein Sizing by Light Scattering, Molecular Weight and Polydispersity*. Malvern, Worcestershire WR14 1XZ.
- Orzechowski Z. (1990): *Przeptywy dwufazowe jednowymiarowe ustalone adiabatyczne*. PWN, Warszawa.
- Pedros R., Goulas Y., Jacquemoud S., Louis J., Moya I. (2004): A new leaf fluorescence model. In: *2nd International Workshop on Remote Sensing of Vegetation Fluorescence, 17-19 November 2004, Canadian Space Agency Conference Center, St-Hubert, Québec, Canada*.
- Pesic P. (2005): The sky is falling: Newton's droplets, Clausius's bubbles and Tyndall's "sky matter". *Eur. J. Phys.*, **26**: 189-193.
- Pluta M. (1982): *Mikroskopia optyczna*. PWN, Warszawa.
- Podhorecki R, Moniuk W., Bielski P., Sobieszuk P. Dąbrowiecki G. (2000): Bubble diameter correlation via numerical experiment. *Chemical Engineering Journal*, **113**, 1, 35-39.
- Porod G. (1951): Die Röntgenkleinwinkelstreuung von dichtgepackten kolloiden Systemen. I. Teil. *Kolloid Z.*, **124**: 83-114.



- Porod G. (1952): Die Röntgenkleinwinkelstreuung von dichtgepackten kolloiden Systemen. II. Teil. *Kolloid Z.*, **125**: 108-122.
- Porter J., Deere D., Hardman M., Edwards C., Pickup R. (1997): Mini review. Go with the flow - use of cytometry in environmental microbiology. *FEMS Microbiology Ecology*, **24**: 94-101.
- Porter J., Pickup P.W. (2000): Nucleic acid-based fluorescent probes in microbial ecology: application of flow cytometry. *Journal of Microbiological Methods*, **42**, 75-79.
- Praca zbiorowa (1974): *Encyklopedia fizyki*. PWN, Warszawa.
- Provencher, S. W. (1982): A constrained regularization method for inverting data represented by linear algebraic or integral equations. *Comput. Phys. Commun.* **27**: 213-227.
- Pye K., Blott S.J. (2004): Particle size analysis of sediments, soils and related particulate materials for forensic purposes using laser granulometry. *Forensic Science International*, **144**: 19-27.
- Racinowski R., Szczypek T., Wach J. (2001): *Prezentacja i interpretacja wyników badań uziarnienia osadów czwartorzędowych*. Wydaw. Uniwersytetu Śląskiego, Katowice.
- Rawle A. (2005): *Basic principles of particle size analysis*. Malvern, Worcestershire WR14 1XZ.
- Rideal G. R. (2007): *Particle characterization. Setting the standard – the development of particle size reference standards*. [http://whitehousescientific.com/pdf%20reports/intlabmate\\_0806\\_particlecharact.pdf](http://whitehousescientific.com/pdf%20reports/intlabmate_0806_particlecharact.pdf).
- Rideal G. R., Jones R., M. (2000): The production and application of particle size reference standards. *International Laboratory (ISC)*, June 2000, 1-4.
- Robens E., Benzler B., Buchel G., Reichert H., Schumacher K. (2002): Investigation of characterizing methods for the microstructure of cement. *Cement and Concrete Research*, **32**: 87-90.
- Sadar M. (2002): *Turbidity instrumentation - an overview of today's available technology*. Turbidity and Other Sediment Surrogates Workshop, April 30 - May 2, 2002, Reno, NV.
- Sampei M. i in. (2002): Seasonal and spatial variability in the flux of biogenic particles in the North Water, 1997-1998. *Deep-Sea Research II*, **49**: 5245-5257.
- Santos N.C., Castanho M. A. R. B. (1999): Teaching light scattering spectroscopy: The dimension and shape of tobacco mosaic virus. *Biophysical Journal*, **71**, 9: 1641-1646.
- Selomulya C. (2001): *The effect of shear on flocculation and floc size/structure*. The University of New South Wales, Australia (tezy rozprawy doktorskiej).

- Sorensen C. M. (2000): The optics of single particles and fractal aggregates. *Journal of Aerosol Science*, **31**: 952-954.
- Sorensen C. M. (2001): Light scattering by fractal aggregates: a review. *Aerosol Science and Technology*, **35**: 648-687.
- Sozański M.M, (Red.) (1999): *Technologia usuwania i unieszkodliwiania osadów z uzdatniania wody*. Wydaw. Politechniki Poznańskiej, Poznań.
- Stasicka Z. (2001): *Procesy fotochemiczne w środowisku*. Wydaw. Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.
- Swithenbank J., Beer J.M., Taylor D.S., Abbot D., McGreath G.C. (1977): A laser diagnostic technique for the measurement of droplet and particle size distributions. In: B.J. Zinn (Ed.), *Experimental Diagnostics in Das Phase Combustion Systems: Progress in Astronautics and Aeronautics*, **53**: 421-447.
- Syroeshkin A.V., Popov P.I., Grebennikova T.V., Frolov V.A., Pleteneva T.V. (2005): Laser diffraction for standardization of heterogeneous pharmaceutical preparations. *Journal of Pharmaceutical and Biomedical Analysis*, **37**: 927-930.
- Szewald O., Kotsis I. (2001): Setting the optimal technological parameters for producing ceramic substrates. *Ceramics International*, **27**: 467-471.
- Tang S., Ma Y., Sebastine I.M. (2001): The fractal nature of Escherichia coli biological flocs. *Colloids and Surfaces B: Biointerfaces*, **20**: 211-218.
- Tani K., Kurokawa K., Nasu M. (1998): Development of a direct in situ PCR method for detection of specific bacteria in natural in environments. *Appl. Environ. Microbiol.*, **64**: 1536-1540.
- Using laser diffraction analysis in pigment sizing. Particle characterization. Application information A-1994A.* Beckman Coulter Inc.
- Vesey G., Hutton P., Champio, A., Ashbolt N., Williams K.L., Warton A., Veal D. (1994): Application of flow cytometric methods for the routine detection of Cryptosporidium and Giardia in water. *Cytometry*, **16**: 1-6.
- Viklander M. (1999): Dissolved and particle-bound substances in urban snow. *Wat. Sci. Tech.*, **39**, 12: 27-32.
- Vives-Rego J., Lebaron P, Nebe-von Caron G. (2000): Current and future applications of flow cytometry in aquatic microbiology. *FEMS Microbiology Reviews*, **24**: 429-448.
- Vyas H.K., R.J. Bennett R.J., A.D. Marshall A.D. (2000): Influence of feed properties on membrane fouling in crossflow microfiltration of particulate suspensions. *International Dairy Journal*, **10**: 855-861.

- Waite T.D. (1999): Measurement and implications of floc structure in water and wastewater treatment. *Colloids Surf. A: Physicochemical and Engineering Aspects*, **151**: 27-41.
- Weiss, E.L., Frock, H.N. (1976): Rapid analysis of particle-size distributions by laser light scattering. *Powder Technology*, **14**: 287-293.
- Wilson R, Leschonski K, Alex W, Allen T, Koglin B, Scarlett B. (1980): *BCR (Community Bureau of Reference) Quartz Reference Standards: Certification Report on Reference Materials of Defined Particle Size*, Commission of the European Communities, Document EUR 6825 EN.
- Wiłun Z. (2001): *Zarys geotechniki*. Wydaw. Komunikacji i Łączności Warszawa.
- Wright D.L., Jr (2000): Retrieval of optical properties of atmospheric aerosols from moments of the particle size distribution. *J. Aerosol Sci.*, **31**, 1: 1-18.
- Wu R.M., Lee D.J., Waite T.D. Guan J. (2002): Multilevel structure of sludge flocs. *J. Col. Inter. Sci.*, **252**: 383-392.
- Zaidi S.H., Altunbas B.J., Azzopardi B.J. (1998): A comparative study of phase Doppler and laser diffraction techniques to investigate drop size in annular two-phase flow. *Chemical Engineering Journal*, **71**: 135-143.
- Zhang H., Hu X. (2004): Catalytic oxidation of carbon monoxide in a fixed bed reactor. *Separation and Purification Technology*, **34**, 1-3: 105-108
- Zobrist J., Müller S.R., Ammann A., Mottier V., Ochs M., Schoenenberger R., Eugster J. (2000): Quality of roof runoff for groundwater infiltration. *Wat. Res.*, **34**, 5: 1455-1462.





ISSN 0208-8029

ISBN 978-83-89475-14-6

5

Bibl. podlegna

45903

IBS PAN  
Sema