

P.	11806
A.	
N.	
	H

Z wyrobienia porannego
Ludov
11806

Odbitka z „Prac matematyczno fizycznych“. T. XV.

M. ERNST.
WYZNACZENIE KSZTAŁTU POZORNEGO SKLEPIENIA NIEBIESKIEGO.

~~~~~

WARSZAWA.  
Druk J. Sikorskiego, Warecka № 14.  
—  
1904.

Дозволено Цензурою  
Варшава, 3 Іюня 1904 г.

H-117448



11806



11806

M. ERNST.

## WYZNACZENIE KSZTAŁTU POZORNEGO SKLEPIENIA NIEBIESKIEGO.

Znane zjawisko, że widzialne nad naszymi głowami sklepienie niebieskie, przedstawia się oczom naszym nie w postaci półkuli, lecz w kształcie powierzchni, której odległość od środka wzrasta w miarę, jak zbliżamy się do poziomu, było od najdawniejszych czasów przedmiotem licznych badań. Jednakowoż w przeważnej części tych badań dążono do wyjaśnienia zjawiska z punktu widzenia optyczno-fizyologicznego, a stosunkowo mało zajmowano się dokładnem wyznaczeniem kształtu geometrycznego. Tymczasem podstawą wszelkiej ściślej teorii zjawiska musi być ów ściśle wyznaczony kształt geometryczny, i z tym kształtem zgadzać się muszą stosunki wielkościowe, wynikające z pomiarów, osiągniętych w dziedzinie optyki fizyologicznej. Wprawdzie pomiary w dziedzinie wspomnianej nauki nie są tak dokładne i ściśle, jak np. w astronomii lub fizyce, ale nie ulega wątpliwości, że postęp wiedzy przewyżczył zdoła trudności, które się tu przy wykonywaniu ścisłych pomiarów nastęrczają. Dopóki wszakże to będzie niemożliwe, dopóty żadna teoria fizyologiczna kształtu pozornego sklepienia niebieskiego nie będzie w stanie zadowolić całkowicie astronoma, choćby inne względy przemawiały za jej słusnością.

Zachodzi tu wszakże trudność wielka, że nie można wcale mówić o jakimś kształcie trwałym i ogólnym, zmienia się on prawdopodobnie w zależności od stanu atmosfery, a jest on też niewątpliwie różny dla każdego indywiduum. Jeżeli chodzi o kształt ogólny, wszystkie spostrzeżenia są zgodne, gdy wszakże chodzi o ściślejszą definicyę kształtu za pomocą liczb, różnice subiektywne są bardzo znaczne.

Przy wyznaczaniu kształtu pozornego sklepienia niebieskiego postępowano zazwyczaj w ten sposób, iż wybierano gwiazdy, które w danej chwili na podstawie prostego szacowania znajdowały się na środku koła wierzchołkowego gwiazdy pomiędzy zenitem a horyzontem, a następnie obliczano lub też mierzono prawdziwą wysokość gwiazdy. Gdyby sklepienie niebieskie było półkulistem, z rachunku lub pomiaru powinny się otrzymać wysokość,

(135)

K  
19.12.65  
A. 000

zbliżoną do  $45^\circ$ , a średnia z licznych takich pomiarów, w miarę wzrastania ich liczby, coraz bardziej do  $45^\circ$  zbliżyć by się musiała. W rzeczywistości pomiar daje dla wysokości liczby znacznie mniejsze, zazwyczaj 22 do 30 stopni, a więc pozorne sklepienie niebieskie znacznie różni się od półkuli. Przyjmując w pierwszym przybliżeniu, że pozorne sklepienie niebieskie ma kształt odcinka kuli, wielkość tego odcinka z różnic pomiędzy szacowaniem i pomiarem łatwo obliczyć można. Z niezgodności wyników w różnych czasach otrzymywanych, wnioskowano też o zmiennej wielkości tego odcinka, co jednakże wobec znacznych każdorazowych różnic nie wydaje się uzasadnionem.

Nie wchodząc w bliższe wyjaśnienie przyczyn zjawiska, zdaje się nam że całą kwestyę pozornego kształtu sklepienia niebieskiego sprowadzić można do kwestyi błędu osobistego szacowania wzajemnej odległości punktów na niebie, w zależności od ich wysokości. Co jest źródłem tego błędu, czy położenie głowy, czy patrzenie stereoskopowe i t. p., — wyjaśnienie tego będzie miało znaczenie teoryi kształtu sklepienia niebieskiego. To zdaje się nie ulegać wątpliwości, iż wielkość tego błędu zależna jest od stopnia wyćwiczenia obserwacyjnego; świadczą o tem choćby własne moje wyniki, z których wypływa kształt sklepienia niebieskiego, daleko bardziej zbliżony do półkuli, aniżeli np. z badań *Smitha* lub *Reimanna*.

W tej pracy podaję wyniki przygodnych obserwacyj z okresu dwuletniego, mających na celu wyznaczenie subiektywnego kształtu sklepienia niebieskiego. Obserwacje te są trzech rodzajów: 1) szacowanie środka koła wierzchołkowego pomiędzy horyzontem a zenitem, 2) szacowanie równych odległości pomiędzy gwiazdami w dowolnych częściach nieba, 3) porównywanie wysokości gwiazd z odległościami tych gwiazd od innych. W zakres drugiej, najliczniejszej grupy spostrzeżeń wchodzi też wyszukiwanie gwiazd, leżących na obwodzie jednego koła, zakreślonego z pewnej gwiazdy, jako środka.

Ze względu na znaczne błędy, popełniane przy szacowaniu, wystarcza w pierwszym przybliżeniu hipoteza, że pozorne sklepienie niebieskie jest odcinkiem kuli. Do przyjęcia innej powierzchni obrotowej a priori niema żadnej podstawy, ale z wyników spostrzeżeń może wypłynąć potrzeba przyjęcia innej powierzchni.

Niechaj przy wspomnianej hipotezie załączona figura 1 przedstawia nam sklepienie niebieskie, w którego środku  $O$  znajduje się obserwator,  $AOB$  jest koło poziomu,  $Z$  zenit,  $AZB$  półkula nieba nad poziomem obserwatora. Ponieważ sklepienie niebieskie wydaje się tem odleglejszem od obserwatora, im bliższe poziomemu punkty jego bierze się pod uwagę, więc niechaj odcinek  $A_1ZB_1$  przedstawia pozorne sklepienie niebieskie. Odcinek ten należy do kuli mającej środek w punkcie  $O_1$ ;  $A_1OB_1$  jest rozszerzonym kołem poziomemu.



Gwiazdę, znajdującą się w punkcie  $S$  w odległości zenitalnej  $z$ , widzimy w punkcie  $S_1$  sklepienia pozornego; odległość zenitalna punktu  $S_1$ , liczona ze środka  $O_1$ , niechaj będzie  $\zeta$ . Jeżeli znana jest wielkość odcinka  $A_1 Z B_1$ , czyli kąt  $A_1 O_1 Z = \beta$ , to z trójkąta  $OO_1 S_1$  mamy:

$$\sin(z - \zeta) = \frac{OO_1}{O_1 S_1} \sin z = \cos \beta \sin z.$$

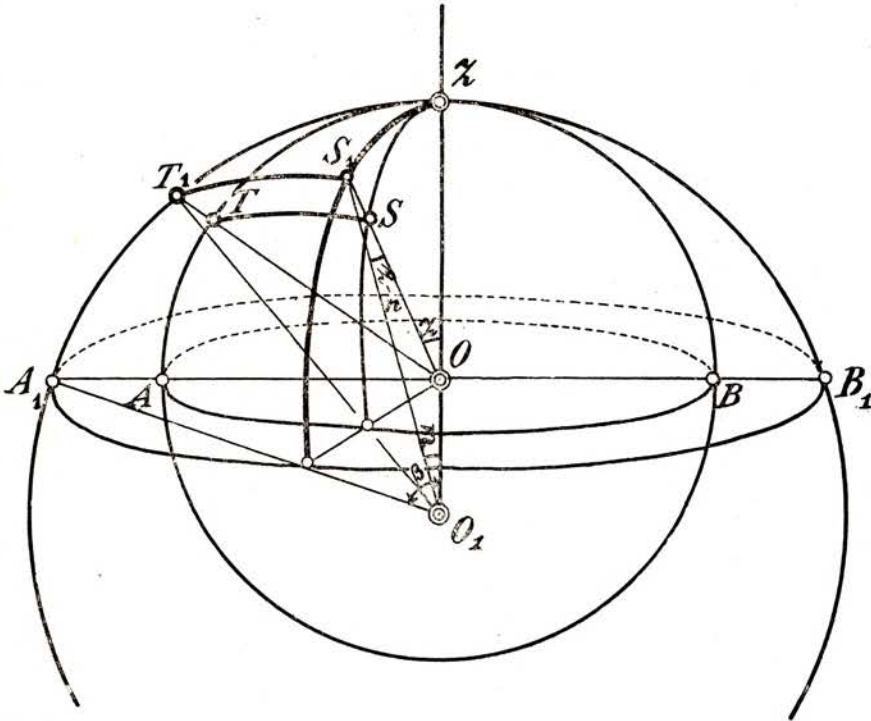


Fig. 1.

Oznaczając

$$(1) \quad \sin z \cos \beta = \sin \mu,$$

mamy:

$$(2) \quad \zeta = z - \mu,$$

skąd można  $\zeta$  obliczyć, gdy  $z$  jest znane.

Przypuśćmy, że szacowano odległość gwiazd  $S$  i  $T$ , których odległości zenitalne są  $z$  i  $z_1$ , azymuty  $a$  i  $a_1$ , zboczenia  $\delta$  i  $\delta_1$ , wznoszenia proste  $\alpha$  i  $\alpha_1$ . Odległość rzeczywista tych gwiazd jest  $d$  według wzoru:

$$\cos d = \cos z \cos z_1 + \sin z \sin z_1 \cos(a - a_1),$$

albo:

$$(3) \quad \cos d = \sin \delta \sin \delta_1 + \cos \delta \cos \delta_1 \cos (a - a_1).$$

Skoro z tego ostatniego wzoru obliczone zostało  $d$ , to z pierwszego otrzymujemy:

$$(4) \quad \cos (a - a_1) = \frac{\cos d - \cos z \cos z_1}{\sin z \sin z_1}.$$

Szacowanie odnosi się do pozornej odległości  $\Delta = S_1 T_1$ . Jeżeli punktom  $S_1$  i  $T_1$  odpowiadają odległości zenitalne  $\zeta$  i  $\zeta_1$  (z punktu  $O_1$ ), to, ponieważ azymuty  $a$  i  $a_1$  są te same co i dla punktów  $S$  i  $T$ , odległość  $\Delta$  wyrazi się przez wzór:

$$(5) \quad \cos \Delta = \cos \zeta \cos \zeta_1 + \sin \zeta \sin \zeta_1 \cos (a - a_1).$$

Jeżeli  $\beta$  jest znane, to z tego wzoru można obliczyć  $\Delta$ . Jednakowoż zadanie polega na wyznaczeniu  $\beta$ . W tym celu szacuje się odległość dwóch innych gwiazd, dla której w sposób podobny otrzymujemy:

$$\cos \Delta_1 = \cos \zeta_2 \cos \zeta_3 + \sin \zeta_2 \sin \zeta_3 \cos (a_2 - a_3).$$

Jeżeli według szacowania te dwie odległości są równe, to mamy:

$$\Delta = \Delta_1,$$

a więc:

$$\cos \zeta \cos \zeta_1 + \sin \zeta \sin \zeta_1 \cos (a - a_1) = \cos \zeta_2 \cos \zeta_3 + \sin \zeta_2 \sin \zeta_3 \cos (a_2 - a_3).$$

W tem równaniu wszystkie  $\zeta$  są funkcjami znanych  $z, z_1, z_2, z_3$  oraz jedynej niewiadomej  $\beta$ , którą więc w zasadzie można z tego równania obliczyć. Jednakowoż rozwiązanie bezpośrednio prowadzi do bardzo zawilego równania 8-go stopnia, a rozwiązanie przez próbowanie połączone jest z bardzo uciążliwym rachunkiem. Gdy wszakże przybliżona wartość dla  $\beta$  jest znana, to rozwiązanie równania da się sprowadzić do obliczenia poprawki, czyniącej zadość równaniu.

Przybliżoną wartość na  $\beta$  otrzymać można na podstawie szacowania środka łuku między poziomem a zenitem, w tym razie bowiem w równaniu:

$$\sin (z - \zeta) = \sin z \cos \beta,$$

mamy  $\zeta = \frac{\beta}{2}$ , a więc:

$$\sin \left( z - \frac{\beta}{2} \right) = \sin z \cos \beta.$$

Równanie to dosyć szybko rozwiązuje się przez próbowanie. Obserwacje, na podstawie których owa przybliżona wartość na  $\beta$  obliczona została, są następujące. Gwiazdy, w tem zestawieniu zamieszczone, w momentach podanych znajdowały się według szacowania na środku łuku wysokości między zenitem i poziomem. Obok przytoczona jest prawdziwa odległość zenitalna, obliczona na podstawie znanych spólrzędnych gwiazdy dla chwili obserwacji.

| L. | Rok  | Data                                        | Gwiazda                  | $z$     | L. | Rok  | Data                                        | Gwiazda               | $z$     |
|----|------|---------------------------------------------|--------------------------|---------|----|------|---------------------------------------------|-----------------------|---------|
| 1  | 1902 | Styczeń 24, 10 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> | $\beta$ Ursae min.       | 50° 18' | 25 | 1902 | Listopad 9, 11 <sup>h</sup> 45 <sup>m</sup> | $\gamma$ Orionis      | 52° 52' |
| 2  | "    | " 24, 10 20                                 | $\alpha$ Cassiopejae     | 50 20   | 26 | "    | " 19, 10 0                                  | $\alpha$ Pegasi       | 49 19   |
| 3  | "    | " 24, 10 20                                 | $\varepsilon$ Ursae maj. | 52 28   | 27 | "    | " 19, 11 35                                 | $\gamma$ Orionis      | 49 54   |
| 4  | "    | Luty 21, 9 50                               | $\gamma$ Orionis         | 54 4    | 28 | "    | " 23, 11 45                                 | $\alpha$ Ursae maj.   | 53 53   |
| 5  | "    | Maj 31, 10 13                               | $\beta$ Leonis           | 50 32   | 29 | "    | Grudź. 30, 9 36                             | $\alpha$ Andromedae   | 50 12   |
| 6  | "    | Czerwiec 1, 10 3                            | $\alpha$ Ophiuchi        | 50 52   | 30 | "    | " 30, 9 36                                  | $\alpha$ Ursae maj.   | 52 2    |
| 7  | "    | " 1, 10 3                                   | $\delta$ Leonis          | 50 18   | 31 | 1903 | Styczeń 2, 10 0                             | $\alpha$ Canis min.   | 56 38   |
| 8  | "    | " 1, 10 3                                   | $\delta$ Cygni           | 49 10   | 32 | "    | " 28, 9 0                                   | $\varepsilon$ Orionis | 51 7    |
| 9  | "    | " 4, 9 55                                   | $\alpha$ Cephei          | 56 5    | 33 | "    | Luty 27, 9 8                                | $\gamma$ Orionis      | 51 43   |
| 10 | "    | " 4, 10 0                                   | $\beta$ Leonis           | 50 58   | 34 | "    | Marzec 26, 11 10                            | $\beta$ Aurigae       | 53 19   |
| 11 | "    | " 4, 13 5                                   | $\alpha$ Ursae maj.      | 52 57   | 35 | "    | " 30, 10 3                                  | $\alpha$ Bootis       | 52 34   |
| 12 | "    | " 24, 9 25                                  | $\delta$ Aquilae         | 52 12   | 36 | "    | Kwiecień 7, 9 25                            | $\alpha$ Canis min.   | 57 2    |
| 13 | "    | " 24, 9 25                                  | $\eta$ Bootis            | 53 47   | 37 | "    | " 22, 12 6                                  | Mars                  | 54 19   |
| 14 | "    | " 25, 9 38                                  | $\beta$ Cassiopejae      | 51 22   | 38 | "    | " 25, 8 55                                  | $\alpha$ Aurigae      | 56 2    |
| 15 | "    | " 25, 9 38                                  | $\alpha$ Ursae maj.      | 52 35   | 39 | "    | Maj 3, 8 30                                 | $\alpha$ Aurigae      | 56 59   |
| 16 | "    | " 25, 10 14                                 | $\beta$ Ursae min.       | 53 22   | 40 | "    | " 3, 11 40                                  | $\delta$ Cygni        | 51 37   |
| 17 | "    | Paźdz. 25, 10 14                            | $\beta$ Aurigae          | 53 36   | 41 | "    | " Lipiec 3, 11 38                           | $\alpha$ Bootis       | 57 28   |
| 18 | "    | " 27, 9 20                                  | $\alpha$ Lyrae           | 53 28   | 42 | "    | Paźdz. 26, 10 0                             | $\alpha$ Lyrae        | 58 50   |
| 19 | "    | Listopad 1, 12 30                           | $\beta$ Geminorum        | 54 26   | 43 | "    | Listopad 10, 8 25                           | Jowisz                | 58 24   |
| 20 | "    | " 1, 12 30                                  | $\alpha$ Orionis         | 54 58   | 44 | "    | " 10, 8 35                                  | $\beta$ Aurigae       | 57 28   |
| 21 | "    | " 5, 10 0                                   | $\alpha$ Tauri           | 54 21   | 45 | "    | " 10, 8 45                                  | $\alpha$ Lyrae        | 56 38   |
| 22 | "    | " 6, 10 0                                   | $\beta$ Ursae min.       | 54 14   | 46 | "    | " 21, 11 35                                 | $\alpha$ Ursae maj.   | 55 59   |
| 23 | "    | " 6, 11 40                                  | $\alpha$ Pegasi          | 56 41   | 47 | "    | " 29, 9 20                                  | $\beta$ Ursae min.    | 55 14   |
| 24 | "    | " 9, 11 45                                  | $\alpha$ Geminorum       | 52 12   | 48 | "    | " 29, 11 5                                  | $\alpha$ Ursae maj.   | 54 2    |



Ze wszystkich tych spostrzeżeń wynika jako średnia wartość odległości zenitalnej gwiazdy, która według szacowania znajduje się na środku łuku wierzchołkowego pomiędzy zenitem a kołem horyzontu,

$$z = 53^{\circ}31'.$$

Dla określenia  $\beta$  mamy więc równanie:

$$\sin\left(53^{\circ}31' - \frac{\beta}{2}\right) = \sin 53^{\circ}31' \cos \beta,$$

z którego otrzymuje się  $\beta = 60^{\circ}44'$ .

Dla otrzymania przybliżonej wartości odległości  $\Delta$ , oblicza się dla pary gwiazd, których odległość była szacowana

$$\begin{aligned} \sin \mu_0 &= \sin z \cos \beta_0, & \sin \mu_0 &= \sin z' \cos \beta_0, \\ \zeta_0 &= z - \mu_0, & \zeta'_0 &= z' - \mu'_0 \end{aligned}$$

oraz

$$\cos \Delta_0 = \cos \zeta_0 \cos \zeta'_0 + \sin \zeta_0 \sin \zeta'_0 \cos (a-a').$$

Obliczając analogicznie dla drugiej pary gwiazd, których odległość według szacowania równa się odległości gwiazd poprzedniej pary, przybliżoną odległość  $\Delta'_0$ , mamy:

$$\Delta_0 + d\Delta = \Delta'_0 + d\Delta'.$$

Poprawki  $d\Delta$  i  $d\Delta'$  można przedstawić w postaci  $cd\beta$ , gdzie  $c$  jest funkcją ilości znanych, w sposób następujący. Oznaczmy  $\cos (a-a') = K$ ,  $\cos \Delta = x$ , to mamy:

$$x = \cos \zeta \cos \zeta_1 + K \sin \zeta \sin \zeta_1$$

$$dx = -\cos \zeta \sin \zeta_1 d\zeta_1 - \sin \zeta \cos \zeta_1 d\zeta + K \sin \zeta \cos \zeta_1 d\zeta_1 + K \cos \zeta \sin \zeta_1 d\zeta$$

$$\zeta = z - \mu, \quad \zeta_1 = z_1 - \mu_1,$$

$$d\zeta = -d\mu, \quad d\zeta_1 = -d\mu_1,$$

$$\sin \mu = \sin z \cos \beta,$$

$$d\mu = -\frac{\sin z \sin \beta}{\cos \mu} d\beta = -\operatorname{tg} \mu \operatorname{tg} \beta d\beta.$$

(140)



$$(7) \quad d\zeta = \operatorname{tg} \mu \operatorname{tg} \beta \, d\beta = C_1 d\beta,$$

$$(8) \quad d\zeta_1 = \operatorname{tg} \mu_1 \operatorname{tg} \beta \, d\beta = C_1 d\beta,$$

$$\begin{aligned} dx &= C_1 (K \sin \zeta \cos \zeta_1 - \cos \zeta \sin \zeta_1) \, d\beta + C (K \cos \zeta \sin \zeta_1 - \sin \zeta \cos \zeta_1) \, d\beta \\ &= [\sin \zeta \cos \zeta_1 (C_1 K - C) + \cos \zeta \sin \zeta_1 (CK - C_1)] \, d\beta. \end{aligned}$$

Oznaczmy:

$$(9) \quad (C_1 K - C) \cos \zeta_1 = m \cos M,$$

$$(10) \quad (CK - C_1) \sin \zeta_1 = m \sin M,$$

$$(11) \quad dx = m \sin (M + \zeta) \, d\beta = A \, d\beta.$$

Dla otrzymania  $d\Delta$  trzeba by jeszcze  $A$  podzielić przez  $-\sin \Delta$ , jednakowoż można też stosować wprost  $x$  i  $dx$ .

W tym wypadku z dwóch par gwiazd, których wzajemne odległości według szacowania są równe, otrzymuje się poprawkę  $d\beta$  z równania:

$$(12) \quad x_0 + A \, d\beta = x'_0 + A' \, d\beta, \quad d\beta = -\frac{x'_0 - x_0}{A' - A}.$$

Do obliczenia owych przybliżonych wartości  $x_0$  użyta została wartość  $\beta_0 = 61^\circ 11'$ , wpływająca z mniejszej liczby spostrzeżeń, aniżeli wyżej podana wartość  $\beta_0 = 60^\circ 44'$ , która otrzymana została, gdy znaczna część przybliżonych  $\Delta$  już była obliczoną. Powtórzenie wszystkich obliczeń z nową wartością  $\beta_0$ , aczkolwiek dokładniejszą, połączone by było z dosyć znacznym nakładem pracy, a nie przedstawiałoby istotnych korzyści, ponieważ różnica owych dwóch wartości  $\beta_0$  jest niewielką i ostateczny wynik nie może ulegać zmianie.

W tabelce niżej podanej zestawione są wszystkie spostrzeżenia odnoszące się do szacowania równych odległości. Obok par obserwowanych załączone są wzajemne odległości rzeczywiste gwiazd ( $d$ ), odległość zenitalna gwiazd każdej pary ( $z$  i  $z'$ ), oraz odpowiadające im wartości  $\zeta_0$  i  $\zeta'_0$ , obliczone z wartością  $\beta_0 = 61^\circ 11'$ ; dalej odległości na pozornym sklepieniu niebieskiem ( $\Delta_0$ ), logarytmy  $\cos(a - a') = \log K$ , a wreszcie logarytmy współczynników  $A$  według wzoru (11). Klamry oznaczają, że odległości  $\Delta_0$ , zawarte w nich, są według szacowania równe.

| L. Rok | Data                                            | G w i a z d y                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $d$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $\varepsilon$                                                                                                                                                                                                                                 | $z'$                                                                                                                                                                                                                                                             | $\log K$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $\zeta_0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | $\zeta'_0$ | $\Delta_0$ | $\log A$ |
|--------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|----------|
| 1      | 1902 Styczeń 22, 7 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> | { $\alpha$ Tauri— $\beta$ Orionis<br>$\beta$ Orionis— $\alpha$ Can. maj.<br>$\alpha$ Tauri— $\alpha$ Aurigae<br>$\alpha$ Tauri— $\beta$ Persei<br>$\beta$ Cassiop.— $\beta$ Cassiop.<br>$\beta$ Cassiop.— $\alpha$ Ursae min.<br>$\alpha$ Ursae min.— $\alpha$ Urs. maj.<br>$\alpha$ Aurigae— $\alpha$ Gemin.<br>} | 26°31' 35°27'<br>23 40 62 6<br>30 43 35 27 16 39<br>30 50 35 27 11 18<br>32 55 11 18 31 50<br>31 14 31 50 39 10<br>28 43 39 10 54 43<br>29 49 35 27 45 17<br>16 36 39 31 50 53<br>18 44 39 31 32 37<br>18 55 39 31 56 24<br>17 45 39 31 56 54<br>19 15 39 31 51 44<br>28 43 39 50 39 23<br>29 5 39 50 66 23<br>31 14 39 50 52 12<br>27 9 39 50 28 20<br>28 8 39 50 64 56<br>16 36 39 50 50 53<br>15 7 50 53 66 3<br>15 39 66 3 57 30<br>14 3 57 30 43 33<br>21 25 43 33 38 45<br>15 17 38 45 52 2<br>18 5 81 2 63 4<br>18 37 63 4 44 34 | 620 6'<br>78 23<br>16 39<br>11 18<br>31 50<br>39 10<br>54 43<br>45 17<br>50 53<br>32 37<br>56 24<br>56 54<br>51 44<br>39 23<br>66 23<br>52 12<br>28 20<br>64 56<br>50 53<br>66 3<br>57 30<br>43 33<br>38 45<br>52 2<br>63 16<br>63 4<br>44 34 | 0.0000<br>9.9774<br>9.6781<br>9.7212<br>8.8619<br>9.7702<br>9.9204<br>9.9781<br>9.9787<br>9.9459<br>9.9844<br>9.9915<br>9.9657<br>9.8436<br>9.9824<br>9.8794<br>9.8473<br>9.9819<br>9.9792<br>9.9851<br>9.9998<br>9.9285<br>9.9925<br>9.9892<br>9.9997<br>9.9996 | 19°13' 36°53'<br>36 53 50 12 19 29<br>19 13 8 43 16 49<br>19 13 5 53 16 52<br>5 53 17 6 17 38<br>17 6 21 27 17 39<br>21 27 31 32 17 45<br>8 43 25 15 17 8<br>22 44 30 37 11 8<br>22 44 17 33 10 48<br>22 44 32 44 12 11<br>22 44 33 5 11 11<br>22 44 29 29 11 49<br>21 51 21 34 16 31<br>21 51 39 55 19 45<br>21 51 29 42 18 57<br>21 51 15 7 15 21<br>21 51 39 3 18 58<br>21 51 28 23 9 50<br>28 53 39 55 11 32<br>39 55 33 31 10 57<br>33 31 24 9 9 26<br>24 9 21 11 12 33<br>21 11 29 42 9 40<br>29 42 37 46 10 42<br>52 36 37 37 15 2<br>37 37 24 48 12 52 | 8.9949 <sup>n</sup><br>9.1496 <sup>n</sup><br>9.1247 <sup>n</sup><br>8.8622 <sup>n</sup><br>9.1750 <sup>n</sup><br>9.1498 <sup>n</sup><br>9.0891 <sup>n</sup><br>9.1012 <sup>n</sup><br>8.6695 <sup>n</sup><br>8.7151 <sup>n</sup><br>8.7190 <sup>n</sup><br>8.6575 <sup>n</sup><br>8.7461 <sup>n</sup><br>9.0867 <sup>n</sup><br>9.0708 <sup>n</sup><br>9.1746 <sup>n</sup><br>9.0293 <sup>n</sup><br>9.0444 <sup>n</sup><br>8.5416 <sup>n</sup><br>8.5936 <sup>n</sup><br>8.5635 <sup>n</sup><br>8.4433 <sup>n</sup><br>8.8369 <sup>n</sup><br>8.5304 <sup>n</sup><br>8.6722 <sup>n</sup><br>8.4974 <sup>n</sup><br>8.6779 <sup>n</sup> |            |            |          |
| 2      | " 24, 9 <sup>h</sup> 3 <sup>m</sup>             | { $\alpha$ Ursae min.— $\beta$ Urs. min.<br>" — $A$ Cassiop.<br>" — $\gamma$ Urs. min.<br>" — $\chi$ Draconis<br>" — $\beta$ Cephei<br>}                                                                                                                                                                           | 16 36 39 31 50 53<br>18 44 39 31 32 37<br>18 55 39 31 56 24<br>17 45 39 31 56 54<br>19 15 39 31 51 44                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 39 31<br>32 37<br>56 24<br>56 54<br>51 44                                                                                                                                                                                                     | 9.9787<br>9.9459<br>9.9844<br>9.9915<br>9.9657                                                                                                                                                                                                                   | 22 44 30 37 11 8<br>22 44 17 33 10 48<br>22 44 32 44 12 11<br>22 44 33 5 11 11<br>22 44 29 29 11 49                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 8.6695 <sup>n</sup><br>8.7151 <sup>n</sup><br>8.7190 <sup>n</sup><br>8.6575 <sup>n</sup><br>8.7461 <sup>n</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |            |            |          |
| 3      | " 24, 10 <sup>h</sup> 4 <sup>m</sup>            | { $\alpha$ Ursae min.— $\alpha$ Urs. maj.<br>" — $\eta$ Draconis<br>" — $\beta$ Cassiop.<br>" — $h$ Urs. maj.<br>}                                                                                                                                                                                                 | 28 43 39 50 39 23<br>29 5 39 50 66 23<br>31 14 39 50 52 12<br>27 9 39 50 28 20                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 39 23<br>66 23<br>52 12<br>28 20                                                                                                                                                                                                              | 9.8436<br>9.9824<br>9.8794<br>9.8473                                                                                                                                                                                                                             | 21 51 21 34 16 31<br>21 51 39 55 19 45<br>21 51 29 42 18 57<br>21 51 15 7 15 21                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 9.0867 <sup>n</sup><br>9.0708 <sup>n</sup><br>9.1746 <sup>n</sup><br>9.0293 <sup>n</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |            |            |          |
| 4      | " 24, 10 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup>           | { $\alpha$ Ursae min.— $\beta$ Urs. min.<br>$\beta$ " — $\eta$ Draconis<br>$\eta$ Draconis— $\chi$ Draconis<br>$\chi$ " — $\delta$ Ursae min.<br>$\delta$ Ursae min.— $A$ Cassiop.<br>$A$ Cassiop.— $\beta$ Cassiop.<br>}                                                                                          | 16 36 39 50 50 53<br>15 7 50 53 66 3<br>15 39 66 3 57 30<br>14 3 57 30 43 33<br>21 25 43 33 38 45<br>15 17 38 45 52 2<br>18 5 81 2 63 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 50 53<br>66 3<br>57 30<br>43 33<br>38 45<br>52 2<br>63 4                                                                                                                                                                                      | 9.9792<br>9.9851<br>9.9998<br>9.9285<br>9.9925<br>9.9892                                                                                                                                                                                                         | 21 51 28 23 9 50<br>28 53 39 55 11 32<br>39 55 33 31 10 57<br>33 31 24 9 9 26<br>24 9 21 11 12 33<br>21 11 29 42 9 40<br>29 42 37 46 10 42                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 8.5416 <sup>n</sup><br>8.5936 <sup>n</sup><br>8.5635 <sup>n</sup><br>8.4433 <sup>n</sup><br>8.8369 <sup>n</sup><br>8.5304 <sup>n</sup><br>8.6722 <sup>n</sup><br>8.4974 <sup>n</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |            |            |          |
| 5      | " 24, 10 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup>           | { $\alpha$ Cygni— $\alpha$ Cephei<br>}                                                                                                                                                                                                                                                                             | 18 37 63 4 44 34                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 44 34                                                                                                                                                                                                                                         | 9.9997<br>9.9996                                                                                                                                                                                                                                                 | 52 36 37 37 15 2<br>37 37 24 48 12 52                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 8.4974 <sup>n</sup><br>8.6779 <sup>n</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |            |            |          |



|    |      |          |                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----|------|----------|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6  | 1902 | Styczeń  | 24, 10 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup> | { $\alpha$ Ursae min.— $\alpha$ Urs. maj.<br>{ $\alpha$ maj.— $\eta$<br>{ $\alpha$ Lyrae— $\eta$ Draconis<br>{ $\eta$ Draconis— $\eta$ Ursae maj.<br>{ $\alpha$ Aurigae— $\alpha$ Ursae min.<br>{ $\alpha$ Ursae min.— $\eta$ Urs. maj.<br>{ $\alpha$ Ursae min.— $\alpha$ Urs. maj.<br>{ $\alpha$ Ursae min.— $\gamma$ Cassiop.<br>{ $\alpha$ Ursae min.— $\varepsilon$ Urs. maj.<br>{ $\alpha$ Virginis— $\alpha$ Bootis<br>{ $\alpha$ Bootis— $\zeta$ Ursae maj.<br>{ $\alpha$ Geminorum— $\alpha$ Ur. min.<br>{ $\alpha$ Lyrae— $\alpha$ Ursae min.<br>{ $\gamma$ Cassiop.— $\alpha$ Ursae min.<br>{ $\alpha$ Ursae min.— $\beta$ Urs. maj.<br>{ $\alpha$ Aurigae— $\gamma$ Cassiop.<br>{ $\gamma$ Cassiopejae— $\alpha$ Cygni<br>{ $\gamma$ Ursae min.— $\zeta$ Urs. maj.<br>{ $\alpha$ Ursae min.— $\gamma$ Draconis<br>{ $\beta$ Ursae min.— $\alpha$ Cygni<br>{ $\gamma$ Draconis— $\alpha$ Urs. min.<br>{ $\alpha$ Ursae maj.— $\alpha$ Urs. min.<br>{ $\alpha$ Ursae min.— $\varepsilon$ Cassiop.<br>{ $\alpha$ Lyrae— $\alpha$ Ursae min.<br>{ $\alpha$ Ursae min.— $\alpha$ Aurigae<br>{ $\alpha$ Bootis— $\alpha$ Virginis<br>{ $\alpha$ Virginis— $\beta$ Leonis<br>{ $\alpha$ Bootis— $\beta$ Leonis<br>{ $\alpha$ Ursae min.— $\alpha$ Cephei<br>{ $\alpha$ Cephei— $\gamma$ Cygni<br>{ $\varepsilon$ Bootis— $\alpha$ Ophiuchi<br>{ $\alpha$ Ophiuchi— $\alpha$ Aquilae | 25 49 37 28 63 16 9,8365 21°51' 20°25' 16°29' 9,0855 <sup>m</sup><br>30 33 73 25 43 18 9,9975 45 54 24 0 21 40 8,9660 <sup>m</sup><br>35 39 43 18 67 52 9,9281 24 0 41 21 24 0 9,2589 <sup>m</sup><br>43 26 55 54 41 11 9,7466 32 22 22 41 26 40 9,4435 <sup>m</sup><br>41 25 41 11 25 30 9,3963 22 41 13 31 23 10 9,3848 <sup>m</sup><br>28 43 41 11 67 52 9,9881 22 41 41 21 19 52 9,0521 <sup>m</sup><br>29 5 41 11 43 18 9,8587 22 41 24 0 17 3 9,1014 <sup>m</sup><br>28 37 41 17 69 56 9,9997 22 47 43 1 20 17 9,0352 <sup>m</sup><br>34 43 41 17 7 15 9,9665 22 47 3 46 19 20 9,2275 <sup>m</sup><br>32 48 61 7 35 11 9,9462 37 9 19 3 21 57 9,2046 <sup>m</sup><br>37 0 35 11 8 4 9,1217 <sup>m</sup> 19 3 4 11 20 4 9,2763 <sup>m</sup><br>57 56 58 32 41 21 9,3924 34 15 22 47 35 19 9,6793 <sup>m</sup><br>51 34 60 44 41 21 9,6452 35 52 22 47 32 5 9,5854 <sup>m</sup><br>28 37 69 56 41 21 9,9997 43 1 22 47 20 17 9,0352 <sup>m</sup><br>34 5 41 21 16 46 9,7597 22 47 8 46 19 3 9,2145 <sup>m</sup><br>39 36 72 11 69 56 9,8717 44 52 43 1 28 47 9,3772 <sup>m</sup><br>39 32 69 56 67 5 9,8675 43 1 40 43 28 6 9,3786 <sup>m</sup><br>20 54 24 22 7 33 9,7601 12 54 3 55 11 6 9,7841 <sup>m</sup><br>18 55 24 22 41 21 9,9830 12 54 22 47 10 57 8,7129 <sup>m</sup><br>29 33 24 56 33 12 9,6828 13 12 17 54 16 11 9,0946 <sup>m</sup><br>27 42 33 12 59 44 9,9913 17 54 35 8 17 53 9,0363 <sup>m</sup><br>28 43 30 26 41 21 9,8366 16 18 22 47 16 22 9,0795 <sup>m</sup><br>25 35 41 21 66 43 9,9988 22 47 40 26 17 46 8,9516 <sup>m</sup><br>51 34 44 44 41 21 9,2785 24 54 22 47 29 52 9,5799 <sup>m</sup><br>43 26 41 21 77 44 9,9424 22 47 49 38 31 10 9,3908 <sup>m</sup><br>32 48 53 2 71 5 9,9316 30 23 43 57 22 56 9,1787 <sup>m</sup><br>33 25 71 5 48 8 9,9432 43 57 27 6 24 5 9,1811 <sup>m</sup><br>27 18 48 8 53 2 9,8434 22 6 30 23 21 47 9,2762 <sup>m</sup><br>35 12 41 21 51 14 9,9100 22 47 29 9 16 34 9,0494 <sup>m</sup><br>23 50 51 14 57 53 9,9450 29 9 33 47 15 17 8,9437 <sup>m</sup><br>42 7 22 23 49 47 9,6942 11 48 28 11 24 25 9,3721 <sup>m</sup><br>33 37 49 47 65 42 9,9111 28 11 39 38 22 25 9,2272 <sup>m</sup> |
| 7  | "    | Kwiecień | 8, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 8  | "    | "        | 8, 10 <sup>h</sup> 5 <sup>m</sup>   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 9  | "    | "        | 8, 10 <sup>h</sup> 5 <sup>m</sup>   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 10 | "    | "        | 30, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 11 | "    | "        | 30, 10 <sup>h</sup> 10 <sup>m</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 12 | "    | Maj      | 11, 9 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 13 | "    | "        | 11, 9 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 14 | "    | "        | 11, 10 <sup>h</sup> 7 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 15 | "    | "        | 30, 9 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 16 | "    | "        | 30, 9 <sup>h</sup> 51 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 17 | "    | "        | 30, 9 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 18 | "    | "        | 30, 9 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 19 | "    | "        | 30, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 20 | "    | "        | 31, 10 <sup>h</sup> 5 <sup>m</sup>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 21 | "    | "        | 31, 10 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |



| L. Rok | Data | G w i a z d y                              | d                   | z                  | z'                  | lg K   | ζ <sub>0</sub>      | ζ' <sub>0</sub>     | Δ <sub>0</sub>      | lg A                |
|--------|------|--------------------------------------------|---------------------|--------------------|---------------------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 22     | 1902 | Czerwiec 1, 9 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> | 28 <sup>0</sup> 37' | 66 <sup>o</sup> 6' | 41 <sup>o</sup> 21' | 9,9775 | 39 <sup>0</sup> 57' | 22 <sup>0</sup> 47' | 19 <sup>0</sup> 27' | 9,0598 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Ursae min.—ε Urs. maj.                 | 34 43               | 41 21              | 14 35               | 9,7581 | 22 47               | 7 37                | 19 23               | 9,2303 <sup>n</sup> |
| 23     | "    | Lipiec 25, 9 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>  | 23 10               | 80 30              | 64 41               | 9,9786 | 52 7                | 38 51               | 18 17               | 8,8301 <sup>n</sup> |
|        |      | { γ Cassiop.—α Cephei                      | 25 15               | 64 41              | 44 27               | 9,9761 | 38 51               | 24 43               | 17 7                | 8,9587 <sup>n</sup> |
| 24     | "    | " 25, 9 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>       | 17 31               | 82 23              | 80 30               | 9,9791 | 53 50               | 52 7                | 14 10               | 8,6510 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Aurigae—α Persei                       | 19 38               | 80 30              | 66 39               | 9,9859 | 52 7                | 40 23               | 15 42               | 8,6722 <sup>n</sup> |
| 25     | "    | " 25, 9 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup>       | 35 42               | 41 8               | 22 41               | 9,6643 | 22 39               | 11 58               | 20 0                | 9,2583 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Ursae min.—ζ Urs. maj.                 | 37 0                | 22 41              | 35 41               | 9,3399 | 11 58               | 19 21               | 20 15               | 9,2850 <sup>n</sup> |
| 26     | "    | " 25, 9 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup>       | 29 4                | 53 6               | 44 27               | 9,9006 | 30 26               | 24 43               | 17 52               | 9,1073 <sup>n</sup> |
|        |      | { ε Cygni—α Cephei                         | 29 39               | 44 27              | 64 30               | 9,9488 | 24 43               | 38 42               | 19 44               | 9,1077 <sup>n</sup> |
| 27     | "    | " 25, 9 <sup>h</sup> 50 <sup>m</sup>       | 44 41               | 45 9               | 41 8                | 9,5859 | 25 10               | 22 39               | 26 4                | 9,4633 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Ursae min.—η Urs. maj.                 | 41 25               | 41 8               | 22 3                | 9,3226 | 22 39               | 11 37               | 23 3                | 9,3828 <sup>n</sup> |
| 28     | "    | Paźdz. 25, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>  | 39 25               | 28 40              | 39 0                | 9,4777 | 15 18               | 21 20               | 21 54               | 9,3445 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Persei—α Ursae min.                    | 34 43               | 39 0               | 73 24               | 9,9977 | 21 20               | 45 53               | 24 44               | 9,1938 <sup>n</sup> |
| 29     | "    | " 25, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>       | 32 48               | 6 59               | 39 0                | 9,9557 | 3 37                | 21 20               | 19 17               | 9,1781 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Cassiop.—α Ursae min.                  | 28 43               | 39 0               | 66 51               | 9,9945 | 21 20               | 40 32               | 19 42               | 9,0526 <sup>n</sup> |
| 30     | "    | " 25, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>       | 29 49               | 47 53              | 76 9                | 9,9920 | 26 56               | 48 14               | 22 16               | 9,0455 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Aurigae—α Geminorum                    | 36 9                | 47 53              | 13 38               | 9,9496 | 26 56               | 7 7                 | 20 51               | 9,2650 <sup>n</sup> |
| 31     | "    | " 25, 10 <sup>h</sup> 8 <sup>m</sup>       | 22 36               | 53 36              | 76 9                | 9,9998 | 30 46               | 48 14               | 17 30               | 8,7770 <sup>n</sup> |
|        |      | { β Aurigae—α Geminorum                    | 26 24               | 53 36              | 28 40               | 9,9873 | 30 46               | 15 18               | 16 18               | 9,0002 <sup>n</sup> |
| 32     | "    | " 25, 10 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup>      | 30 43               | 47 53              | 58 33               | 9,9061 | 26 56               | 34 16               | 19 35               | 9,1565 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Aurigae—α Tauri                        | 26 31               | 58 33              | 83 58               | 9,9957 | 34 16               | 55 19               | 21 47               | 8,8379 <sup>n</sup> |
| 33     | "    | " 27, 9 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup>       | 38 9                | 65 42              | 33 5                | 9,9496 | 39 38               | 17 50               | 24 54               | 9,3055 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Aquilae—α Cygni                        | 46 15               | 33 5               | 52 12               | 9,6154 | 17 50               | 29 49               | 27 17               | 9,4875 <sup>n</sup> |
| 34     | "    | Listopad 5, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup> | 33 56               | 40 56              | 48 16               | 9,8254 | 22 31               | 27 9                | 20 2                | 9,2341 <sup>n</sup> |
|        |      | { η Tauri—β Aurigae                        | 26 28               | 48 16              | 75 10               | 9,9996 | 27 9                | 47 23               | 20 16               | 8,9521 <sup>n</sup> |
| 35     | "    | " 5, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>        | 34 9                | 64 50              | 75 42               | 9,9158 | 38 58               | 47 51               | 25 2                | 9,2388 <sup>n</sup> |
|        |      | { β Aurigae—β Geminorum                    | 31 16               | 75 42              | 87 50               | 9,9411 | 47 51               | 59 2                | 25 47               | 9,1004 <sup>n</sup> |
|        |      | { α Lyrae—α Aquilae                        |                     |                    |                     |        |                     |                     |                     |                     |
|        |      | { α Aquilae—Jowisz                         |                     |                    |                     |        |                     |                     |                     |                     |





| L. Rok  | Data                                       | G w i a z d y                                                                         | $d$                | $z$                | $z'$               | $\log K$ | $\zeta_0$         | $\zeta^0$          | $\Delta_0$         | $\log A$            |
|---------|--------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|-------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| 49 1903 | Luty 27, 8 <sup>h</sup> 42 <sup>m</sup>    | { $\alpha$ Bootis—punkt A *)<br>{ Punkt A— $\beta$ Ursae min.                         | 24 <sup>020'</sup> | 84 <sup>050'</sup> | 61 <sup>023'</sup> | 9,9970   | 56 <sup>09'</sup> | 36 <sup>021'</sup> | 20 <sup>040'</sup> | 8,7532 <sup>u</sup> |
| 50 "    | " 27, 8 <sup>h</sup> 42 <sup>m</sup>       | { $\alpha$ Bootis—punkt B **)<br>{ Punkt B— $\alpha$ Ursae min.                       | 34 9               | 61 23              | 48 36              | 9,8866   | 36 21             | 27 24              | 22 10              | 9,2550 <sup>u</sup> |
| 51 "    | Marzec 2, 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>    | { $\alpha$ Bootis— $\eta$ Ursae maj.<br>{ $\eta$ Ursae maj.— $\alpha$ Urs. min.       | 43 11              | 64 35              | 40 24              | 9,8371   | 38 47             | 22 12              | 27 49              | 9,4306 <sup>a</sup> |
| 52 "    | " 26, 11 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup>      | { $\alpha$ Lyrae— $\alpha$ Coronae<br>{ $\alpha$ Coronae— $\zeta$ Ursae maj.          | 30 34              | 80 21              | 55 11              | 9,9757   | 51 59             | 31 52              | 23 36              | 9,0571 <sup>u</sup> |
| 53 "    | " 26, 11 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup>      | { $\alpha$ Virginis— $\alpha$ Bootis<br>{ $\alpha$ Bootis— $\zeta$ Ursae maj.         | 41 25              | 55 11              | 40 15              | 9,7726   | 31 52             | 22 6               | 25 12              | 9,4026 <sup>a</sup> |
| 54 "    | " 26, 11 <sup>h</sup> 28 <sup>m</sup>      | { $\beta$ Aurigae— $\beta$ Geminorum<br>{ $\beta$ Geminorum— $\alpha$ Leonis          | 39 43              | 70 26              | 50 56              | 9,8825   | 43 25             | 28 57              | 27 11              | 9,3618 <sup>u</sup> |
| 55 "    | " 27, 10 <sup>h</sup> 8 <sup>m</sup>       | { $\alpha$ Canis maj.— $\alpha$ Can. min.<br>{ $\alpha$ Canis min.— $\alpha$ Orionis  | 36 56              | 50 56              | 17 36              | 9,9049   | 28 57             | 9 13               | 22 10              | 9,3068 <sup>u</sup> |
| 56 "    | " 30, 9 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup>       | { $\alpha$ Canis maj.—<br>{ $\alpha$ Leonis—Mars                                      | 32 48              | 65 1               | 44 1               | 9,9307   | 39 7              | 24 27              | 21 44              | 9,1943 <sup>u</sup> |
| 57 "    | " 30, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>       | { $\alpha$ Aurigae— $\beta$ Geminorum<br>{ $\beta$ Geminorum— $\alpha$ Leonis         | 37 0               | 44 1               | 17 36              | 9,7311   | 24 27             | 9 13               | 20 52              | 9,2864 <sup>u</sup> |
| 58 "    | " 30, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>       | { $\alpha$ Canis min.— $\alpha$ Leonis<br>{ $\alpha$ Leonis—Mars                      | 30 42              | 44 1               | 52 14              | 9,8827   | 24 27             | 29 50              | 18 45              | 9,1540 <sup>u</sup> |
| 59 "    | Kwiecień 7, 9 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> | { $\alpha$ Canis maj.— $\alpha$ Canis maj.<br>{ $\alpha$ Canis min.— $\alpha$ Orionis | 26 28              | 56 31              | 50 34              | 9,9272   | 32 49             | 28 43              | 16 42              | 9,0338 <sup>u</sup> |
| 60 "    | Maj 3, 11 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup>     | { $\alpha$ Aquilae— $\alpha$ Lyrae<br>{ $\alpha$ Lyrae— $\alpha$ Coronae              | 37 4               | 50 34              | 42 28              | 9,8005   | 28 43             | 23 28              | 22 17              | 9,3199 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 25 38              | 82 40              | 57 2               | 0,0000   | 54 6              | 33 10              | 20 55              | 8,8211 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 25 54              | 57 2               | 70 44              | 9,9585   | 33 10             | 43 40              | 1 24               | 8,9940 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 27 3               | 82 40              | 70 44              | 9,9573   | 54 6              | 43 40              | 21 24              | 9,0377 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 40 34              | 32 18              | 37 26              | 9,4344   | 17 22             | 20 24              | 22 39              | 9,3703 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 38 28              | 37 26              | 59 48              | 9,8633   | 20 24             | 35 10              | 24 5               | 9,3341 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 34 33              | 51 3               | 38 41              | 9,8356   | 29 2              | 21 9               | 20 42              | 9,1213 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 37 4               | 38 41              | 37 49              | 9,6751   | 21 9              | 20 37              | 21 5               | 9,3000 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 37 25              | 5 5                | 37 49              | 9,85 8   | 33 56             | 20 37              | 23 17              | 9,3134 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 38 28              | 37 49              | 55 39              | 9,8235   | 20 37             | 32 12              | 23 30              | 9,3375 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 25 38              | 57 2               | 82 40              | 0,0000   | 33 10             | 54 6               | 20 55              | 8,8211 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 27 3               | 82 40              | 70 44              | 9,9573   | 54 6              | 43 40              | 21 24              | 9,0377 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 34 9               | 77 28              | 44 44              | 9,9912   | 49 24             | 24 54              | 25 23              | 9,1597 <sup>u</sup> |
|         |                                            |                                                                                       | 39 43              | 44 44              | 26 16              | 9,6277   | 24 54             | 13 57              | 22 35              | 9,3522 <sup>u</sup> |



|    |      |              |                |                 |                 |                                                |        |        |        |        |        |        |        |                     |
|----|------|--------------|----------------|-----------------|-----------------|------------------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------------------|
| 61 | 1903 | "            | 6,             | 9 <sup>h</sup>  | 0 <sup>m</sup>  | { $\alpha$ Virginis— $\alpha$ Bootis           | 32°48' | 63°25' | 40°43' | 9,9342 | 37°53' | 22°23' | 21°26' | 9,2480 <sup>n</sup> |
|    |      | "            | 6,             | 9 <sup>h</sup>  | 0 <sup>m</sup>  | { $\alpha$ Bootis— $\varepsilon$ Ursae maj.    | 39 46  | 40 43  | 10 51  | 9,2964 | 22 23  | 5 39   | 21 56  | 9,3424 <sup>n</sup> |
| 62 | "    | "            | 6,             | 9 <sup>h</sup>  | 45 <sup>m</sup> | { $\alpha$ Persei— $\beta$ Aurigae             | 26 24  | 75 2   | 63 28  | 9,9556 | 47 17  | 37 55  | 19 28  | 9,0081 <sup>n</sup> |
|    |      | "            | 6,             | 9 <sup>h</sup>  | 45 <sup>m</sup> | { $\beta$ Aurigae— $\beta$ Geminorum           | 26 28  | 63 28  | 59 25  | 9,9381 | 37 55  | 34 54  | 17 51  | 9,0421 <sup>n</sup> |
| 63 | "    | "            | 6,             | 9 <sup>h</sup>  | 45 <sup>m</sup> | { $\alpha$ Persei— $\alpha$ Aurigae            | 17 31  | 75 2   | 67 44  | 9,9810 | 47 17  | 41 14  | 13 9   | 8,6447 <sup>n</sup> |
|    |      | "            | 6,             | 9 <sup>h</sup>  | 45 <sup>m</sup> | { $\alpha$ Aurigae—Wenus                       | 21 26  | 67 44  | 82 1   | 9,9915 | 41 14  | 53 30  | 14 47  | 8,5494 <sup>n</sup> |
| 64 | "    | Paźdz.       | 26,            | 10 <sup>h</sup> | 0 <sup>m</sup>  | { $\alpha$ Piscis austr.—Jowisz                | 22 31  | 82 7   | 59 47  | 9,9994 | 53 36  | 35 10  | 18 32  | 8,6997 <sup>n</sup> |
|    |      | "            | 26,            | 10 <sup>h</sup> | 0 <sup>m</sup>  | { Jowisz $\alpha$ Pegasi                       | 27 43  | 59 47  | 35 13  | 9,9783 | 35 10  | 19 5   | 17 53  | 9,0414 <sup>n</sup> |
| 65 | "    | Listopad 10, | 8 <sup>h</sup> | 40 <sup>m</sup> |                 | { $\alpha$ Persei— $\alpha$ Ursae min.         | 39 25  | 31 54  | 39 3   | 9,5319 | 17 8   | 21 22  | 22 6   | 9,3471 <sup>n</sup> |
|    |      | "            | 8 <sup>h</sup> | 40 <sup>m</sup> |                 | { $\alpha$ Ursae min.— $\varepsilon$ Urs. maj. | 34 43  | 39 3   | 73 6   | 9,9952 | 21 22  | 45 38  | 24 42  | 9,1958 <sup>n</sup> |

\*) Spółrzędne punktu  $A$ :  $\alpha = 13^h 20^m$ ,  $\delta = 41^{\circ} 0'$ .

\*\*\*) Spółrzędne punktu  $B$ :  $\alpha = 14^h 22^m$ ,  $\delta = 48^{\circ} 0'$ .

Z zestawienia powyższego widać przedewszystkiem, że prawdziwe odległości ( $d$ ) gwiazd, których odległości pozorne wydawały się równymi, w ogólności bardziej się różnią od siebie, aniżeli odległości  $\Delta_0$ , obliczone na podstawie przyjętego  $\beta_0$ . Średnia wartość różnic pomiędzy odpowiedniami  $d$  wynosi  $3^{\circ}30'$ , średnia zaś wartość różnic odpowiednich  $\Delta_0$  wynosi tylko  $1^{\circ}41'$ , a więc zaledwie 0.48 poprzedniej. Wynika stąd, że przyjęty kształt pozornego sklepienia niebieskiego znacznie lepiej zgadza się z obserwacją wrażeniową bez przyrządów pomiarowych, aniżeli kształt półkulisty. Różnice między odpowiedniami  $\Delta_0$  są jednakowoż dosyć znaczne, a pochodzą one z dwóch źródeł. Po pierwsze, przyjęta wartość  $\beta_0$  nie jest dokładną wartością kąta, określającego wielkość odcinka, w postaci którego widziane jest sklepienie niebieskie; po drugie, tkwią w tych różnicach błędy szacowania. O stosunkowej wielkości błędów, pochodzących z tych dwóch różnych źródeł, nie mamy żadnego pojęcia. Przyjmując, że szacowania są bezbłędne, a całe różnice są skutkiem niedokładnego  $\beta_0$ , mielibyśmy, jak wyżej, do określenia  $\beta$  dla każdej pary równanie

$$x_0 + A d\beta = x'_0 + A' d\beta.$$

Przy większej liczbie par gwiazd mielibyśmy odpowiednią liczbę takich równań, które trzeba by rozwiązać metodą najmniejszych kwadratów. Z każdej pary lub grupy szacowań wypadła by inna wartość na  $d\beta$ , a średnia wartość, otrzymana ze wszystkich spostrzeżeń  $d\beta$  z uwzględnieniem wagi, byłaby najprawdopodobniejszą wartością poszukiwanej poprawki. Odpowiadałoby to oczywiście hipotezie, że pewna wielkość błędu szacowania dla wszystkich spostrzeżeń jest jednakowo prawdopodobna, co znaczy, że naprzykład wielkość błędu jest niezależna od odległości gwiazd.

Taka hipoteza jednakowoż już z góry nie wydaje się prawdopodobną, a z drugiej strony, postępowanie rachunkowe według równania powyższego nie może dać wyników dokładnych. Widzimy mianowicie, że współczynniki  $A$  posiadają wszędzie małą wartość i wszędzie jednakowy znak. Różnica  $A' - A$ , która przy wyznaczeniu  $d\beta$  występuje w mianowniku, jest więc bardzo mała, co pociąga za sobą wielkie wartości dla  $d\beta$ , wielkości, które, gdyby były tego samego rzędu co rzeczywista poprawka  $d\beta$ , niezależna od błędów szacowania, nie pozwoliłyby na stosowanie wzorów różniczkowych. Jednakowoż owe  $d\beta$ , chociaż posiadają zawsze znaczną wartość bezwzględną, różnią się znakami, co świadczy, że przeważną część różnic pomiędzy odpowiedniami  $\Delta_0$  przypisać należy błędom szacowania; różnice skutkiem niedokładnego  $\beta$  są niewielkie, gdyż nawet gdyby rzeczywiste  $\beta$  od przyjętego  $\beta_0$  różniło się znacznie, wpływ tej różnicy na  $\Delta$  wskutek małych współczynników  $A$ , byłby stosunkowo niewielki.

Stosowanie więc równania (12) wtedy tylko byłoby uprawnione i prowadziło do celu, gdyby można było z wartości  $x$  usunąć błąd szacowania. Jednakże o wielkości tego błędu nic nie wiadomo, wyznaczenie jego wymaga przede wszystkim dokładnej znajomości wielkości  $\beta$ .

Chcąc więc w tych warunkach znaleźć najprawdopodobniejszą wartość  $d\beta$ , wypływającą ze wszystkich spostrzeżeń, należy rozwiązać zagadnienie następujące. Mamy funkcje:

$$(y) = \varphi(a, a_1, a_2, \dots, x_0),$$

$$(y_1) = \varphi(b, b_1, b_2, \dots, x_0),$$

gdzie  $a_k, b_k$  są parametrami stałymi,  $x_0$  zaś szczególną wartością zmiennej  $x$ . Niech będzie dalej  $x_1 = x_0 + \Delta x$  oraz

$$y = \varphi(a, a_1, a_2, \dots, x_1),$$

$$y_1 = \varphi(b, b_1, b_2, \dots, x_1).$$

Wartości funkcji  $(y)$  i  $(y_1)$  są obliczone i znane, wartości zaś  $y$  i  $y_1$  są nieznanne, tylko według obserwacji jest  $y = y_1$ . W rzeczywistości wszakże  $y - y_1 = c$ , a więc  $c$  jest błędem szacowania. Wartość szczególna zmiennej  $x_1$ , jest nieznaną i ma być wyznaczona, wiadomo tylko, że  $x_1$  różni się od znanej ilości  $x_0$  o niewielką wartość  $\Delta x$ . Mamy więc:

$$y = (y) + \varphi'(a, a_1, a_2, \dots, x_0) \cdot \Delta x = (y) + \varphi'_a \cdot \Delta x,$$

$$y_1 = (y_1) + \varphi'(b, b_1, b_2, \dots, x_0) \cdot \Delta x = (y_1) + \varphi'_b \cdot \Delta x$$

i otrzymujemy:

$$y - y_1 = (y) - (y_1) + (\varphi'_a - \varphi'_b) \cdot \Delta x,$$

albo:

$$c = A + B \cdot \Delta x.$$

W tem równaniu  $A$  i  $B$  są ilościami znanymi, niewiadomymi zaś są  $c$  i  $\Delta x$ .

Jeżeli istnieje większa liczba spostrzeżeń, to mamy szereg równań:

$$c_1 = A_1 + B_1 \Delta x,$$

$$c_2 = A_2 + B_2 \Delta x,$$

$$c_3 = A_3 + B_3 \Delta x,$$

.....

(149)



Przy dowolnej liczbie równań  $n$  będzie zawsze  $n$  niewiadomych wartości  $c_i$  oraz jeszcze  $\Delta x$ , t. j. więcej niewiadomych aniżeli równań. Gdyby obserwacje dotyczyły tej samej wielkości, to zgodnie z zasadą teorii błędów, możnaby dodać warunek:

$$c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n = 0$$

i byłyoby wówczas:

$$\Delta x = - \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{B_1 + B_2 + B_3 + \dots + B_n}.$$

Jednakowoż obserwacjom podlegały łuki, najrozmaiciej położone i posiadające długość różną, a błąd średni szacowania niewątpliwie zależy od długości szacowanych łuków, zasady więc powyższej zastosować nie można.

Według obserwacji jest  $y = y_1$ , ale w rzeczywistości  $y$  różni się od  $y_1$ . Najprawdopodobniejsza wartość na  $y$  i  $y_1$ , wpływająca ze spostrzeżeń, jest:

$$y_m = \frac{y + y_1}{2},$$

najprawdopodobniejsza wartość niewiadomej  $x_m$  wyznaczy się z równania:

$$\varphi(a, a_1, \dots, x_m) = \varphi(b, b_1, \dots, x_m),$$

a  $\Delta x_m = x_m - x_0$  jest najprawdopodobniejszą wartością niewiadomej  $\Delta x$ .

Ale wartość  $y_m$  jest nieznana, możemy tylko zastosować wartość

$$(y_m) = \frac{(y) + (y_1)}{2}.$$

Jeżeli obliczymy  $(\Delta x_m)$  z równań

$$(1) \quad (y_m) = (y) + \varphi'_a \cdot (\Delta x_m); \quad (\Delta x_m)_1 = \frac{(y_m) - (y)}{\varphi'_a},$$

$$(2) \quad (y_m) = (y_1) + \varphi'_b \cdot (\Delta x_m); \quad (\Delta x_m)_2 = \frac{(y_m) - (y_1)}{\varphi'_b},$$

to wpływające stąd najprawdopodobniejsze

$$(\Delta x_m) = \frac{1}{2} \left( \frac{(y_m) - (y)}{\varphi'_a} + \frac{(y_m) - (y_1)}{\varphi'_b} \right)$$

(150)

różni się od wartości  $\Delta x_m$  o wielkość tego samego rzędu co  $y_m - (y_m)$ . A że:

$$y_m - (y_m) = \frac{\varphi'_a + \varphi'_b}{2} \cdot \Delta x,$$

więc jeżeli współczynnik przy  $\Delta x$  jest małym ułamkiem, to i różnica między  $\Delta x_m$  a  $(\Delta x_m)$  jest tylko małym ułamkiem  $\Delta x$ . W rzeczywistości, w naszym zagadnieniu współczynniki  $A$ , przedstawiające wartości pochodnych  $\varphi'$ , są małe, możemy więc obliczone wartości odległości  $\Delta_0$  łączyć w średnie arytmetyczne i obliczać poprawki przyjętej wartości  $\beta$  w sposób następujący:

Niechaj będą

$$x_1, x_2, \dots, x_n,$$

wartości dostaw odległości  $\Delta_0$ , należących do siebie, oraz

$$x_m = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n},$$

$$x_k - x_m = \Delta x_k = A_k \Delta \beta_k.$$

Biorąc średnią arytmetyczną ze wszystkich wartości  $\Delta \beta_k = \frac{\Delta x_k}{A_k}$ , otrzymujemy jako wynik z każdej grupy szacowań:

$$\Delta \beta = \frac{1}{n} \sum \left( \frac{\Delta x_k}{A_k} \right),$$

przyczem waga takiego wyniku odpowiada liczbie  $n$  szacowań. Ze wszystkich szacowań odległości wpływa 65 takich wartości  $\Delta \beta$ , a jako ogólny wynik ze wszystkich otrzymuje się  $\Delta \beta = +8'$ , czyli  $\beta = 61^\circ 19'$ . Mamy więc:

1) z szacowań połowy łuku między zenitem a poziomem:

$$\beta = 60^\circ 44', \text{ waga } 48 \text{ (liczba szacowań)},$$

2) z szacowania równych łuków między gwiazdami:

$$\beta = 61^\circ 19', \text{ waga } 156 \text{ (liczba wszystkich } \Delta \text{)}.$$

Przez połączenie tych wyników otrzymujemy:

$$\beta = 61^\circ 11', \text{ waga } 204,$$

t. j. wynik ten sam, który przypadkowo był wzięty za podstawę obliczenia przybliżonych pozornych odległości.



Pozostaje jeszcze zużytkować porównania wysokości gwiazd z odległościami tychże gwiazd od innych. W tych spostrzeżeniach według szacowania jest:

$$\beta - \zeta = \Delta,$$

gdzie:

$$\cos \Delta = \cos \zeta \cos \zeta_1 + \sin \zeta \sin \zeta_1 \cos (a - a_1) = x.$$

Ponieważ:

$$\frac{dx}{d\beta} = A, \quad \text{więc} \quad \frac{d\Delta}{d\beta} = -\frac{A}{\sin \Delta}.$$

Dla wysokości jest:

$$d(\beta - \zeta) = d\beta - C d\beta = (1 - C) d\beta.$$

Przyjmując  $\beta_0$  jako odległość zenitu od horyzontu, otrzymamy, zamiast wysokości, pozorną odległość od horyzontu  $\chi_0 = \beta_0 - \zeta_0$ . W zestawieniu niżej załączonym w rubryce  $D$  podane są albo owe wartości  $\chi_0$ , albo  $\Delta_0$ , zależnie od tego, czy szacowana była wysokość czy odległość. W sposób podobny w rubryce  $d$  podane są prawdziwe odległości lub też wysokości gwiazd, a w rubryce  $k$  — logarytmy współczynników —  $\frac{A}{\sin \Delta}$  lub  $(1 - C)$ . Wartości  $\log K$  w przypadku szacowanych wysokości oczywiście równają się zeru. Zresztą znaczenie poszczególnych rubryk jest takie same, jak w poprzednim zestawieniu. Wszystkie daty obserwacji odnoszą się do roku 1903.

| L <sub>4</sub> | D a t a                                    | G w i a z d y           | log K  | d                   | ζ <sub>0</sub>     | ζ' <sub>0</sub>     | D     | k      |
|----------------|--------------------------------------------|-------------------------|--------|---------------------|--------------------|---------------------|-------|--------|
| 1              | Marzec 26, 11 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> | { α Virginis            |        | 24 <sup>o</sup> 59' | 39 <sup>o</sup> 7' |                     | 22 4  | 9.0693 |
|                |                                            | { α Virginis — α Bootis | 9.9307 | 32 48               | "                  | 24 <sup>o</sup> 27' | 21 44 | 9.5683 |
| 2              | " 26, 11 <sup>h</sup> 21 <sup>m</sup>      | { α Aurigae             |        | 30 4                | 34 17              |                     | 26 54 | 9.2164 |
|                |                                            | { α Aur.—α Ursae min.   | 9.7873 | 43 26               | "                  | 22 43               | 26 26 | 9.7841 |
| 3              | " 26, 11 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup>      | { α Canis min.          |        | 22 44               | 40 52              |                     | 20 19 | 8.9903 |
|                |                                            | { α Can. min.—α Gemin.  | 9.9647 | 26 39               | "                  | 27 27               | 18 20 | 9.5373 |
| 4              | " 27, 10 <sup>h</sup> 50 <sup>m</sup>      | { α Canis min.          |        | 26 54               | 37 38              |                     | 23 33 | 9.1278 |
|                |                                            | { α Can. min.—α Leonis  | 9.8935 | 37 25               | "                  | 21 49               | 24 6  | 9.6973 |
| 5              | " 31, 8 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup>       | { α Orionis             |        | 32 35               | 33 27              |                     | 27 44 | 9.2823 |
|                |                                            | { α Orionis—α Aurigae   | 9.8285 | 39 27               | "                  | 20 15               | 24 18 | 9.7427 |
| 6              | Kwiec. 22, 12 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup>  | { α Virginis            |        | 29 16               | 35 52              |                     | 25 19 | 9.1976 |
|                |                                            | { α Virginis—α Bootis   | 9.9791 | 32 48               | "                  | 16 9                | 20 59 | 9.6280 |

| L. | Data                                       | Gwiazdy                                | log K  | d      | $\zeta_0$ | $\zeta'_0$ | D      | k      |
|----|--------------------------------------------|----------------------------------------|--------|--------|-----------|------------|--------|--------|
| 7  | Kwiec. 25, 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>   | $\alpha$ Canis min.                    |        | 27° 0' | 37° 34'   |            | 23 37' | 9.1323 |
|    |                                            | $\alpha$ Can. min.— $\alpha$ Leonis    | 9.8928 | 37 25  | "         | 21° 49'    | 24 5   | 9.6975 |
| 8  | Maj 3, 8 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>      | Wenus                                  |        | 18 9   | 44 35     |            | 16 36  | 8.8000 |
|    |                                            | Wenus— $\alpha$ Aurigae                | 9.9801 | 21 16  | "         | 32 58      | 15 46  | 9.3665 |
| 9  | " 3, 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>         | $\alpha$ Persei                        |        | 19 30  | 43 28     |            | 17 43  | 8.8603 |
|    |                                            | $\alpha$ Persei— $\delta$ Cassiop.     | 9.9705 | 19 38  | "         | 42 0       | 14 11  | 9.3923 |
| 10 | " 3, 9 <sup>h</sup> 5 <sup>m</sup>         | $\alpha$ Canis min.                    |        | 20 45  | 42 27     |            | 18 44  | 8.9134 |
|    |                                            | $\alpha$ Can. min.— $\beta$ Gemin.     | 9.9686 | 26 14  | "         | 28 43      | 18 25  | 9.4902 |
| 11 | " 3, 9 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup>        | $\alpha$ Virginis                      |        | 28 1   | 36 48     |            | 24 23  | 9.1623 |
|    |                                            | $\alpha$ Virginis— $\alpha$ Bootis     | 9.9393 | 32 48  | "         | 20 29      | 21 11  | 9.6330 |
| 12 | " 3, 9 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup>        | $\alpha$ Persei                        |        | 16 30  | 45 58     |            | 15 13  | 8.7202 |
|    |                                            | $\alpha$ Persei— $\alpha$ Aurigae      | 9.9816 | 17 31  | "         | 39 20      | 13 1   | 9.2622 |
| 13 | " 3, 11 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup>       | $\alpha$ Virginis                      |        | 28 11  | 36 40     |            | 24 31  | 9.1664 |
|    |                                            | $\alpha$ Virginis— $\alpha$ Bootis     | 9.9893 | 32 48  | "         | 16 9       | 21 10  | 9.6212 |
| 14 | " 3, 13 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>       | $\alpha$ Aquilae                       |        | 29 44  | 35 31     |            | 25 40  | 9.2098 |
|    |                                            | $\alpha$ Aquilae— $\alpha$ Cygni       | 9.8535 | 3 1    | "         | 24 7       | 24 10  | 9.7227 |
| 15 | " 6, 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>         | $\alpha$ Virginis                      |        | 26 35  | 37 53     |            | 23 18  | 9.1193 |
|    |                                            | $\alpha$ Virginis— $\alpha$ Bootis     | 9.9342 | 32 48  | "         | 22 23      | 21 26  | 9.6852 |
| 16 | " 6, 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>         | $\alpha$ Canis min.                    |        | 20 45  | 42 27     |            | 18 44  | 8.9133 |
|    |                                            | $\alpha$ Can. min.— $\beta$ Gemin.     | 9.9706 | 26 14  | "         | 29 41      | 17 32  | 9.7512 |
| 17 | " 6, 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>         | $\epsilon$ Cassiopejae                 |        | 25 15  | 38 54     |            | 22 17  | 9.0770 |
|    |                                            | $\epsilon$ Cassiop.— $\alpha$ Ur. min. | 9.9887 | 25 35  | "         | 22 44      | 17 24  | 9.9150 |
| 18 | " 6, 9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>         | $\alpha$ Aurigae                       |        | 27 21  | 37 18     |            | 23 53  | 9.1424 |
|    |                                            | $\alpha$ Aurigae— $\alpha$ Gemin.      | 9.9230 | 29 49  | "         | 29 9       | 19 38  | 9.6046 |
| 19 | " 6, 9 <sup>h</sup> 5 <sup>m</sup>         | $\alpha$ Persei                        |        | 18 6   | 44 37     |            | 16 34  | 8.7952 |
|    |                                            | $\alpha$ Persei— $\alpha$ Aurigae      | 9.9825 | 17 31  | "         | 37 18      | 12 49  | 9.1890 |
| 20 | " 6, 9 <sup>h</sup> 45 <sup>m</sup>        | $\alpha$ Virginis                      |        | 28 53  | 36 9      |            | 25 2   | 9.1867 |
|    |                                            | $\alpha$ Virginis— $\alpha$ Bootis     | 9.9462 | 32 48  | "         | 19 3       | 21 4   | 9.6320 |
| 21 | Paźdz. 26, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>  | $\alpha$ Ursae maj.                    |        | 23 9   | 40 32     |            | 20 39  | 9.0043 |
|    |                                            | $\alpha$ Ur. maj.— $\alpha$ Ur. min.   | 9.9945 | 28 43  | "         | 21 20      | 19 42  | 9.5018 |
| 22 | " 26, 10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>       | Jowisz                                 |        | 30 13  | 35 10     |            | 26 1   | 9.2235 |
|    |                                            | Jowisz— $\alpha$ Andromed.             | 9.8665 | 39 10  | "         | 41 55      | 26 59  | 9.7128 |
| 23 | Listop. 10, 8 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> | $\alpha$ Aquilae                       |        | 26 27  | 37 59     |            | 23 12  | 9.1153 |
|    |                                            | $\alpha$ Aquilae— $\alpha$ Lyræ        | 9.8929 | 34 9   | "         | 30 47      | 22 34  | 9.6668 |
| 24 | " 10, 8 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup>       | $\alpha$ Tauri                         |        | 23 47  | 40 2      |            | 21 9   | 9.0265 |
|    |                                            | $\alpha$ Tauri— $\alpha$ Aurigae       | 9.9274 | 30 43  | "         | 39 59      | 20 33  | 9.5512 |
| 25 | " 10, 8 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup>       | $\alpha$ Tauri                         |        | 28 36  | 36 22     |            | 24 49  | 9.1813 |
|    |                                            | $\alpha$ Tauri— $\alpha$ Persei        | 9.9443 | 36 20  | "         | 15 49      | 23 32  | 9.6870 |
| 26 | " 21, 11 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup>      | $\alpha$ Canis min.                    |        | 23 28  | 40 9      |            | 21 2   | 9.0212 |
|    |                                            | $\alpha$ Can. min.— $\alpha$ Gem.      | 9.9710 | 26 39  | "         | 25 34      | 18 13  | 9.5103 |



Tu średnia wartość różnicy odpowiednich  $d$  wynosi  $5^{\circ} 43'$ , zaś różnica odpowiednich  $D$ —tylko  $2^{\circ} 1'$ , czyli zaledwie 0.35 poprzedniej. Gdy wszakże odległości  $d$  od odpowiednich  $h$  są w ogólności większe, to odległości  $\Delta_0$  są w ogólności mniejsze od  $\chi_0$ ; przeciętna różnica  $d-h$  wynosi  $+5^{\circ} 40'$ , przeciętna zaś różnica  $\Delta_0-\chi_0$  jest  $-1^{\circ} 40'$ . Różnica ta znikła by, gdyby przypuścić, że wysokości liczone były nie od samego poziomu astronomicznego, lecz od almukantaratu o  $1^{\circ} 40'$  wzniesionego ponad horyzont. Pewne wzniesienie pozornego horyzontu jest możliwe, ponieważ z miejsca spostrzeżeń nie widzi się nigdzie horyzontu czystego, ze wszystkich stron zasłaniają go czy to wzgórza, czy też lasy lub budynki, a przede wszystkim opary lub kurz. Gwiazdy nawet pierwszej wielkości już znikają dla oka, gdy wysokość ich wynosi przynajmniej  $1^{\circ}$ , jak ze spostrzeżeń w tym przedmiocie dokonanych wypływa. O ile ta ostatnia okoliczność wpływa na szacowanie wysokości, trudno orzec, albowiem gdy gwiazda znika we mgłach przy poziomie, widać przecież wyraźnie, że ona jeszcze nie zachodzi. W jakim związku powyższa różnica  $1^{\circ} 40'$  stoi w związku z wspomnianą okolicznością, też nie powiedzieć nie można, natomiast przedmioty zasłaniające horyzont nie mogą wnieść linii horyzontu na wysokość tak znaczną. Gdyby chodziło o kilkanaście minut, objaśnienie tej różnicy zasłoniętym horyzontem możnaby uważać za uzasadnione.

Bądźcobądź, gdyby wzniesienie linii horyzontu z jakiegokolwiek powodu w istocie istniało, musiałyby ono wystąpić również w szacowaniach połowy łuku między horyzontem a zenitem. Gdybyśmy wszakże średnią ze wszystkich odległości zenitalnych w pierwszej grupie obserwacji zmniejszyli o  $1^{\circ} 40'$ , otrzymalibyśmy  $\beta = 65^{\circ} 14'$ , a więc liczbę, która stałaby w zbyt wielkim rozdźwięku ze spostrzeżeniami drugiej grupy. Należy więc hipotezę wzniesienia horyzontu odrzucić. Wniosek, który pozostaje, jest ten, iż całe pozorne sklepienie niebieskie nie jest powierzchnią jednego odcinka kuli, lecz spada w bliskości poziomu łagodniej. Gdyby obserwacje w bliskości poziomu przyjąć za podstawę do określenia odcinka, otrzymałoby się odcinek mniejszy, aniżeli na podstawie obserwacji w większych wysokościach, — i to tem mniejszy, im mniejszą jest wysokość obserwowanej gwiazdy.

Prowadząc krzywą wielkości znalezionych poprawek, otrzymuje się dla różnych wysokości następujące  $\beta$ :

|                    |                          |
|--------------------|--------------------------|
| $h = 15^{\circ}$ , | $\beta = 54^{\circ} 50'$ |
| 20                 | 56 50                    |
| 25                 | 58 20                    |
| 30                 | 59 30                    |
| 35                 | 60 20.                   |

W średniej wysokości gwiazd, zdających się znajdować na środku między poziomem a zenitem, ekstrapolacja prowadzi znowu do  $\beta = 60\ 40$ — jak to też wypadło z szacowań środka łuku. Rzeczywisty kształt pozornego sklepienia niebieskiego nie da się więc przedstawić, jako jeden odcinek powierzchni kulistej, lecz w przybliżeniu niewielkie części sklepienia mogą być uważane za pasy kuliste, należące do kul w coraz większym promieniu— w miarę zbliżania się ku poziomowi. Z rysunku (fig. 1) mamy, biorąc  $OZ=1$ :

$$\begin{aligned} OO_1 &= A_1 O_1 - 1 = R - 1, \\ OO_1 &= R \cos \beta, \\ R \cos \beta - R &= -1, \\ R &= \frac{1}{1 - \cos \beta} = \frac{1}{2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}. \end{aligned}$$

Obliczając  $R$  dla wszystkich powyższych wartości  $\beta$ , otrzymamy następujące wartości promieni kul, odpowiadających podanym wysokościom:

|                |            |               |
|----------------|------------|---------------|
| $h = 15^\circ$ | $R = 2.36$ | $OO_1 = 1.36$ |
| 20             | 2.21       | 1.21          |
| 25             | 2.11       | 1.11          |
| 30             | 2.03       | 1.04          |
| 35             | 1.98       | 0.99          |

Na prostej  $ZO$  (fig. 2), przedłużonej pod poziom, obieramy punkty  $O_1, O_2, O_3$  i t. d. w odległości 1.36, 1.21, 1.11 i t. d. od  $O$  i promieniami  $R_1=2.36, R_2=2.21$  i t. d. z tych środków zakreślamy koła. Na pierwszym z tych kół obieramy punkt, odpowiadający wysokości  $h = 15^\circ$ , na drugim punkt, odpowiadający  $h = 20^\circ$  i t. d..

Krzywa, przechodząca przez te punkty, określi przekrój pozornego sklepienia niebieskiego, który powyżej  $h = 35^\circ$ , zlewa się z odcinkiem, odpowiadającym  $\beta = 61^\circ 10'$ . Po wykreśleniu tej krzywej wymierzone zostały odległości jej od środka  $O$  w różnych wysokościach, a mianowicie, przyjmując  $OZ = 1$ , mamy przy

|         |               |
|---------|---------------|
| $h = 0$ | $\rho = 2.14$ |
| 10      | 1.71          |
| 20      | 1.46          |
| 30      | 1.28          |
| 40      | 1.19          |
| 50      | 1.12          |
| 60      | 1.06          |
| 70      | 1.04          |
| 80      | 1.01          |
| 90      | 1.00          |



Jeżeli obierzemy prostokątny układ współrzędnych, którego początek znajduje się na przedłużeniu prostej  $OZ$  w odległości 2.74 od punktu  $O$ , to krzywa przecięcia pozornego sklepienia niebieskiego z płaszczyzną wierzchołkową dosyć dokładnie przedstawia się za pomocą równania

$$xy = 1.50 .$$

W układzie biegunowym, którego biegunem jest  $O$ , równanie owej krzywej jest

$$\rho^2 \cos 2h + 5.48 \rho \sin h = 4.51 .$$

Kształt ten wpływa wszakże tylko z porównywania wysokości z odległościami oraz z szacowań środka łuku między poziomem i zenitem. Ażeby się przekonać, o ile się on zgadza też z szacowaniami równych odległości między gwiazdami, trzeba by te odległości obliczyć na tej powierzchni hyperboloidalnej, stosując specjalną dla tej powierzchni trygonometrię.

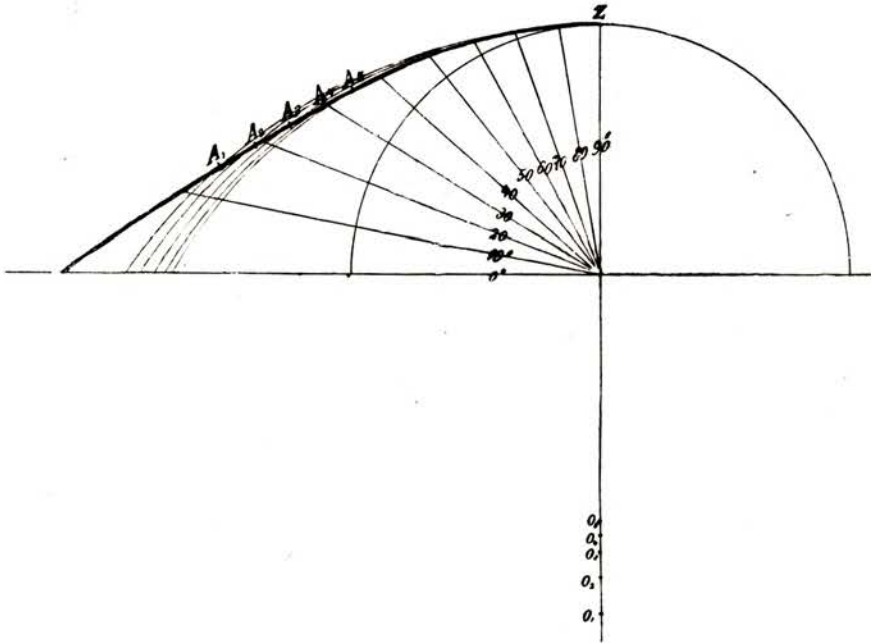


Fig. 2.

Przedstawiało by to pracę zbyt uciążliwą. W ogóle zauważyć należy, że o ile ze spostrzeżeń wynika, że kształt pozornego sklepienia niebieskiego nie jest sferyczny, szacowanie odległości nie jest drogą odpowiednią do ścisłego wyznaczenia kształtu. Ze względu, że jest to powierzchnia obro-

towa, najwłaściwsze są porównywania wysokości gwiazd, o ile możności leżących na tem samym kole wierzchołkowem.

Ważną jest nader kwestyą zbadanie błędów, popełnionych przy szacowaniu. Błędy te przedewszystkiem zależne są niewątpliwie od wielkości obserwowanych łuków, a następnie od całego szeregu innych okoliczności, jak kierunek, w którym łuk przebiega na niebie, wysokość gwiazd obserwowanych, która warunkuje pewne nachylenie głowy i t. d..

Trzecie z przytoczonych źródeł błędów jest prawdopodobnie właściwą przyczyną kształtu, w jakim sklepienie niebieskie widzimy; określenie błędów, pochodzących z drugiego źródła, wymagałoby obliczenia dokładnej długości pozornych łuków, gdyż błędy te, w porównaniu z błędami, zależnymi od długości, są niewątpliwie małe. Błędy, zależne od długości, możemy jako tako określić, przyjmując przeciętny kształt sferyczny, jaki wypływa ze wszystkich spostrzeżeń i poprawiając przybliżone odległości  $\Delta_0$  za pomocą współczynników  $A$ .

Ze wszystkich spostrzeżeń wypływa przeciętny kształt sferyczny, określony przez  $\beta_0 = 60^\circ 33'$ . Ponieważ do rachunku przyjęte było  $\beta_0 = 61^\circ 11'$ , to poprawione odległości są:

$$\Delta = \Delta_0 + \frac{38'}{\sin \Delta_0} A.$$

Uważając połowę różnicy między odpowiedniami  $\Delta$  za błąd, zależny li tylko od odległości, czynimy hipotezę, że inne błędy w średnim wypadku się zniosą. Jeżeli to nie nastąpi nawet całkowicie, to przecież otrzymane średnie dadzą nam pewien przybliżony obraz funkcji, wyrażającej zależność błędu od odległości. Biorąc na osi odciętych odcinki, wyobrażające odległości, a odpowiednie błędy jako rzędne, można było wykresić krzywą błędów, z której otrzymano:

| dla odległości $\Delta = 10^0$ | przeciętny błąd szacowania $d\Delta = 39'$ |
|--------------------------------|--------------------------------------------|
| 12                             | 42                                         |
| 14                             | 44                                         |
| 16                             | 46                                         |
| 18                             | 49                                         |
| 20                             | 52                                         |
| 22                             | 56                                         |
| 24                             | 61                                         |
| 26                             | 67                                         |
| 28                             | 72                                         |
| 30                             | 77                                         |
| 32                             | 81                                         |
| 34                             | 85                                         |

Widzimy, że błąd szacowania wzrasta w miarę, jak zwiększa się odległość pozorna w sposób dość prawidłowy, z początku od  $\Delta = 10^\circ$  wolno, między  $\Delta = 21$  a  $\Delta = 27$  najszybciej, później znów nieco wolniej. Prawo zależności  $d\Delta$  od  $\Delta$  nie da się wszakże ująć w jakiś prosty wzór matematyczny. Niewątpliwie wielkość tego błędu zależna też jest od większej lub mniejszej wprawy i dla tego wartości powyższe mają znaczenie tylko subiektywne, jak w ogóle wszystkie wyniki szczegółowe tej rozprawki posiadają wartość tylko subiektywną. Ale jest rzeczą możliwą, że czynniki subiektywne mają tylko znaczenie stałych parametrów, wtedy wyniki otrzymane nie byłyby pozbawione treści ogólniejszej. Dla stwierdzenia tego przypuszczenia niezbędne są liczniejsze badania analogiczne.







