

*Jhrichmoyreuen sein
Professoren Jmri K. Trautwiskeman*

11556 *franzö autor*



11556
[17]

II.

Das dritte dynamische Prinzip von Newton.

Ein Beitrag zur Analyse wissenschaftlicher Begriffe.

Von

Dr. J. Metallman.

(Vorgelegt in der Sitzung der Poln. Akademie der Wissenschaften
zu Krakau am 21. März 1921.)

Motto:

Meinem Freunde Ing.
Dr. Siegfried Kragen
zugeeignet.

„... „das Verständnis des inneren Zusammenhanges
wiegt unendlich viel mehr ... als der häufig wieder-
holte Versuch ... Die Erkenntnis einer einzigen
Tatsache nach ihren Ursachen eröffnet uns das
Verständnis anderer Erscheinungen, ohne Zurück-
greifen auf die Erfahrung ...“

Galileo Galilei: Unterredungen, IV. Tag, Th. IV.,
Prop. VII., Zusatz.

Die Fundamente der Einzelwissenschaft werden von ihr selbst entweder gar nicht oder nur im geringen Grade untersucht. Ihre allgemeinsten Prinzipien, Axiome, Definitionen werden als gültig angenommen und darauf wird das ganze wissenschaftliche Gemach aufgebaut. Sämtliche Sätze einer Wissenschaft sind somit nur in dem Maße gültig, als es die grundlegenden Begriffe, Voraussetzungen und dergleichen sind. Die Begründung, das tiefere Eingehen in den Sinn und die Bedeutung dieser Grundannahmen einer Wissenschaft muß daher einer anderen vorbehalten bleiben. Denn in den Fundamenten liegt gewissermaßen alles. Auch die geringste Ungenauigkeit und Unklarheit in den Grundlagen muß, wenn auch in den abgelegenen Folgerungen, irgendwie zum Ausdruck kommen, und zwar schädlich werden. Für die Mechanik gilt dies um so mehr, als sie ihrem deduktiven Charakter, der Abstraktheit, Reinheit und Klarheit ihrer Begriffe nach der Mathematik am nächsten steht und dank der Allgemeinheit der untersuchten Erscheinungen die

Grundlage der Physik, wenn nicht der gesamten Naturwissenschaften, zu bilden beansprucht.

In der synthetischen Fassung von Newton sind die Hauptprinzipien dieser fundamentalen Wissenschaft zum erstenmal aufgestellt worden. Es sind dies die wohlbekannteren „Gesetze“: 1. der Beharrung, 2. der Proportionalität der Bewegungsänderung und der bewegenden Kraft und 3. der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung. Die zwei ersteren Gesetze wurden seit jeher auf ihren Ursprung sowie auf ihre Begründung und Rolle hin untersucht und man kann sagen, daß die vielseitigen Erörterungen und die eingehende Kritik zu einem ungefähr übereinstimmenden Ergebnis geführt haben. Anders steht es jedoch um das III. Prinzip. Es hat die Aufmerksamkeit der Forscher viel weniger in Anspruch genommen, als die zwei anderen Gesetze. Vielleicht mag dieser Umstand von dem Schein der Selbstverständlichkeit herrühren, der dem Inhalt dieses dritten „Gesetzes“ anhaftet. Immerhin steht es fest, daß das III. Prinzip, ein begründender Bestandteil der Newtonschen Mechanik, nicht im geringsten als seinem Ursprung nach klargelegt, seiner begründenden Stellung im System nach eindeutig bestimmt, seiner Bedeutung vom Standpunkt der Erkenntniskritik nach richtig eingeschätzt gelten kann.

Hier seien nur wenige Beispiele für die Divergenz der diesbezüglichen Anschauungen unter den namhafteren Forschern angeführt. So ist für B. Weinstein¹⁾ das III. Prinzip ein über allen Zweifel rein empirisches: „jeder Kraft von einer Stelle (!) auf eine andere entspricht eine genau gleiche Gegenkraft von der zweiten Stelle auf die erste. Dieser Satz rührt von Newton her und hat sich bis jetzt in der Physik stets bewahrheitet. Also keine Substanz kann auf eine andere wirken, ohne daß sie von dieser eine genau gleiche Gegenwirkung erfährt.“ Auch W. Wundt²⁾ ist nicht wesentlich anderer Meinung. Diesen Forschern, die also im III. Prinzip ein Gesetz ähnlich vielen anderen, rein induktiv aus der Erfahrung gewonnenen Naturgesetzen, nur etwa von größerer Allgemeinheit sehen, stehen andere gegenüber, für die das III. Prinzip bloß eine

¹⁾ B. Weinstein: Einleitung in die mathematische Physik, Berlin 1901, S. 9—10.

²⁾ W. Wundt: Logik, II. Bd., III. Aufl., 1907, S. 314.

Hypothese ist. So H. Helmholtz¹⁾. Erscheinen ihm die zwei ersten Prinzipien als „allgemein gültige Gesetze, welche durch Erfahrung gewonnen sind und nicht anders als durch Erfahrung geprüft werden können“, so sieht er dagegen das III. Gesetz als eine Hypothese an, von Newton zwecks Betrachtung von Systemen aufgestellt, die aus mehreren materiellen Punkten bestehen. Ähnlich L. Boltzmann²⁾. Unter den sieben „Grundannahmen“, die ihm notwendig erscheinen, um „den widerspruchslosen Aufbau der Mechanik als eines Bildes der Wirklichkeit“ zu vollziehen, befindet sich, neben der von der Kontinuität der Bewegung, von der Beschleunigung als einer Funktion ausschließlich der Länge der Verbindungslinie zweier Körper u. a. auch eine dem Inhalte nach mit dem III. Gesetz identische Voraussetzung. Wesentlich anders beurteilt das Prinzip E. Mach³⁾. Er sucht nachzuweisen, daß dasselbe durch den von ihm neu eingeführten dynamischen Massenbegriff vollkommen ersetzt wird, indem es ohne diesen unverständlich sei und durch ihn überflüssig werde. Mithin wird das III. Prinzip im Grunde nur ein anderer Ausdruck der Massendefinition. Eine Definition, wenn auch nicht der Masse, sondern eine Hilfsdefinition, eingeführt zwecks richtiger Bestimmung gleicher Kräfte, also zwecks Messung von Kräften überhaupt, ist unser Prinzip ebenfalls für H. Poincaré⁴⁾.

Es steht also fest, daß das III. Prinzip, so einfach und selbstverständlich es seinem physikalischen Inhalt nach erscheinen mag, hinsichtlich seiner wahren Bedeutung, seiner Stellung als Prinzip keineswegs aufgeklärt und zureichend untersucht ist, und zwar nicht erst im Zusammenhang mit dem modernen Problem der Relativität, sondern im Bereiche der Newtonschen Lehre selbst. Denn es ist unmöglich, dasselbe gleichzeitig als empirisches Gesetz und als Annahme, als Tatsache und als Definition anzusehen. Diese Anschauungen können nicht alle zusammen richtig sein, wie man

¹⁾ H. Helmholtz: Vorlesungen über theoretische Physik, Bd. I, 1898, S. 22—30, 140—193.

²⁾ L. Boltzmann: Vorles. über Prinz. d. Mech., I. Teil, 1897, S. 1—44.

³⁾ E. Mach: Die Mechanik, 1904.

⁴⁾ H. Poincaré: Wiss. u. Hypothese. Polnische Übersetzung von M. Horwitz, Warschau 1908, S. 87.

die Begriffe Gesetz, Hypothese, Definition u. dgl. auch dehnen und wenden mag, weshalb auch eine Revision des Prinzips unerlässlich erscheint: eine Revision nicht des physikalischen Inhalts, sondern der logischen und erkenntnis-theoretischen Bedeutung des Prinzips. Zu dieser Kritik will die vorliegende Arbeit einen Beitrag liefern.

Der Grund für die oben dargestellte Meinungsverschiedenheit bezüglich der Bedeutung des III. Prinzips und seiner Beziehung als Axiom zum Ganzen der Mechanik liegt, unseres Erachtens, in dem innigen Zusammenhange dieses Prinzips mit dem von Newton zwar bereits definierten, seither aber besonders von der Erkenntnis-kritik angegriffenen und immer noch strittigen Kraftbegriff. Es scheint daher nützlich, diesem Begriffe genaue Aufmerksamkeit zu widmen, um sowohl seine allgemeine Bedeutung als auch die des III. Prinzips selbst beurteilen und einschätzen zu können.

Der Begründer der modernen Mechanik, Galilei, hat die alte statische Bedeutung der Kraft als Druck auf Grund seiner kinematischen Studien erweitert und die Kraft zum ersten Male als einen beschleunigungsbestimmenden Faktor aufgefaßt¹⁾. Galilei

¹⁾ Galileo Galilei: Unterredungen und mathematische Demonstrationen, I. u. II. Tag, 4. Aufl., 1917, III. u. IV. Tag, 3. Aufl., 1913 (Ostw. Klass. d. ex. Wiss.).

... (Daß) „jeder fallende Körper eine von Natur ihm zukommende Geschwindigkeit habe; so daß, wenn dieselbe vermehrt oder vermindert werden soll, eine Kraft angewandt werden muß oder ein Hemmnis“ (I, 57). Indem Galilei von der Fallwirkung spricht, bestimmt er: ... „Die Wirkung wird vom fallenden Körper verursacht sein, d. h. von seinem Gewichte im Verein mit der im Fall erlangten Geschwindigkeit, eine Wirkung, die um so größer sein wird, von je größerer Höhe der Körper herabfällt, d. h. je größer die Geschwindigkeit beim Aufprallen ist“ (III, 12). Andererseits ... „wenn neue Ursachen der Beschleunigung oder Verzögerung fehlen“, ist die Bewegung — z. B. in einer Horizontalebene — gleichförmig und „unaufhörlich“ (III, 57, 56). Es ist überaus charakteristisch, bis zu welchem Grade Galilei, trotz diesen — übrigens nicht allzu häufigen — Bestimmungen, mit den vorgefundenen und von ihm selbst auch gebrauchten Kraftvorstellungen gerungen hat. Ein beredtes Zeugnis dieses Ringens gibt die Vielheit der Ausdrücke ab, die für die Bezeichnung der Kraft verwendet werden. Abgesehen nämlich von den deformierenden Kräften (Zug, Druck, Zug-, Bruchfestigkeit), welchen Galilei im I., II. und zu Ende des IV. Tages soviel Interesse schenkt, vom Gewicht, Stoß (III., 99), Druck auf die Unterlage (III., 12), von der Spannung der Saiten (I, 89), ge-

hat sich bekanntlich besonders mit der Erforschung der Fallbewegung beschäftigt, wodurch er in die Lage kam, hauptsächlich die Anziehung der Erde (das Gewicht) als beschleunigungsbestimmende Kraft vorzustellen. Wir wissen auch, daß er den Kraftbegriff auf die Analogie mit der Muskelkraft gestützt hat¹⁾. Diese beiden Umstände, sowohl das langsame Herausarbeiten des Gedankens über einen beschleunigungsbestimmenden Faktor der Bewegung aus althergebrachten statischen Begriffen, auf Grund der am meisten vertrauten Erfahrungen über die Erde als den kraftausübenden Körper, als auch die Anwendung gerade jener Muskelkraftanalogie förderten die Bildung des Begriffes der einseitigen Kraft, lenkten die Aufmerksamkeit auf den einen Körper als wirkenden und waren

braucht er gleichbedeutend Benennungen wie „Impuls“ (*l'impeto*), „die Fähigkeit“ (*il talento*), „die Energie“ (*l'energia*), die „Tendenz zum Fall“ (*il momento del descendere*) (III, 27—29), außerdem „die Kraft eines Geschosses und seine Energie (*energia*)“ (III., 101), wo offenbar die Bewegungsgröße ($m v$) in Rede steht; oder er identifiziert beinahe Kraft und Gewicht und selbst Masse, wenn er behauptet: „daß, so klein auch die Kraft (Masse?) des bewegendes Körpers sei, er doch einen jeden noch so großen Widerstand überwinden kann, sobald das, was jenem an Kraft und Schwere (Masse?) abgeht, durch Geschwindigkeit ersetzt wird“ (IV., 120). Dazu kommt, daß der Ausdruck „Impuls“ wiederum eine ziemlich schwankende Bedeutung hat und teilweise die Geschwindigkeit (IV., 98, 99, 118, 109), teilweise die Kraft (III., 27—29; IV., 101, I., 74) zu bezeichnen scheint. All dies läßt sich leicht daraus verstehen, daß Galilei entweder statische Kräfte behandelt, denen er soviel Raum in den *Discorsi* widmet, und dann das Gewicht (Hebel) oder den Zug (Feder) als Muster der Kraft ansieht, ohne eine nähere Bestimmung letzterer anzustreben, oder Probleme der Bewegung, namentlich des Falls und der gleichförmigen Bewegung, erörtert, Bewegungsgesetze zu erforschen sucht (III. Tag und beträchtliche Teile des IV.), ohne nach den „Ursachen der Beschleunigungen“ weiter zu fragen (III., 15). Daher mag es kommen, daß Galileis Trägheitsprinzip den kinematischen Charakter trägt; und ebendaher, daß er das Problem der Zusammensetzung der Bewegungen, nicht der Kräfte, aufwirft und löst. Aus demselben Grunde vollzieht sich der Übergang zum Kraftbegriff in dynamischem Sinne nur langsam und selbst dann (IV., 102, 120) sucht er die Messung der Kraft auf „Druck-, Hebel-, Schrauben oder andere Kräfte“, also auf statische Kräfte zurückzuführen. Kein Wunder daher, daß die Kraft Galileis stets und überall eine „einseitige“ ist.

¹⁾ Ibidem z. B. III, 15.

somit dafür bestimmend, daß die Kraft von Galilei (und auch später) als Eigenschaft eines Körpers angesehen wurde. Der Gedanke an eine *qualitas occulta* lag dabei gewiß nicht fern. Es war bloß eine natürliche Folge dieser Auffassung, daß man nach dem „Wesen“ dieser merkwürdigen Eigenschaft, oder auch nach ihrer „Ursache“ zu fragen begann. Diese Problemstellung, ohne Zweifel eine mehr oder weniger bewußte Konsequenz der Anschauung, wonach die Kraft eine dem Körper inhärente Eigenschaft sei, ist seltsamerweise selbst in heutigen Lehrbüchern der Physik keine Seltenheit. Nicht die Kraft sei ein Geheimnis, eine Hypothese, sondern ihre „Ursache“¹⁾. Hat man einmal die Frage so gestellt, so gelangt man notwendigerweise zu einer unklaren Differenzierung zwischen der „Kraftäußerung“, der Kraft als „Erscheinung“ und einer Kraft, die sich in dieser Erscheinung als „Wesen“, „Ursache“ offenbart.

Nicht wesentlich anders stellten sich die Kraft selbst Forscher vor, die mit ihren Untersuchungen über die Schwere und über die allgemeine Gravitation Newton unmittelbar vorausgingen. So denkt sich Kepler die Anziehungskraft der Sonne als eine Ausstrahlung derselben, dem Licht ähnlich. Zwar sind Unterschiede vorhanden: „Das Licht geht von der Oberfläche aus und verhält sich wie Oberflächen, die Kraft der Sonne aber geht von Körper zu Körper und bewegt auch den Körper als Ganzes. Was dem Lichte widersteht, wie opake Körper, wird niemals vom Lichte überwunden, was aber der Kraft widersteht, wie die Trägheit, wird immer zum Teil überwunden“²⁾. Andererseits aber „hat das Licht wieder mit der Kraft in der Entstehung und den Bewegungen sehr viel Ähnlichkeit. Sie verbreiten sich momentan durch große und kleine Intervalle, sind beide formlos und die Körper verlieren durch ihr Ausstrahlen nichts von ihrer Masse“³⁾. Als eine Form, im aristotelischen Sinne, sieht Bullialdus die Kraft an. Da das „Prinzip der Bewegung in dem Bewegten selbst liegen und jeder

¹⁾ A. Wüllner: *Lehrb. d. Exper.-Physik*, I. Bd., Leipzig 1895, S. 166—169; L. Tesar: *Mechanik*, Leipzig 1909, S. 23—24.

²⁾ Nach F. Rosenberger: *I. Newton und seine physikalischen Prinzipien*, Leipzig 1895, S. 138—140, aus *Kepleri, op. omm.*, vol. VI, S. 347—348.

³⁾ *Ibidem*.

Planet als eine Form, durch welche er existiere, haben müsse, so sei anzunehmen, daß er durch diese Form zu der Tätigkeit dirigiert werde¹⁾“. Für Borelli ist die Kraft „ein natürliches Streben“ der Planeten zur Vereinigung mit dem Zentralkörper (Sonne). Durch die Kreisbewegung entstehe aber in dem bewegten Planeten „der Drang“, sich vom Zentrum der Bewegung nach außen zu entfernen. Aus diesem „natürlichen Streben“ des Planeten zum Zentrum und seinem „Drang“ vom Zentrum nach außen erklärt sich dann die elliptische Bahn der Planeten²⁾. Ähnlich denkt auch Hooke. „Durch eine anziehende Eigenschaft eines Körpers, der im Zentrum der Bewegung steht und den bewegten Körper immer nach diesem hinzieht“, wird die Ablenkung der Planeten aus der geradlinigen Bewegung hervorgerufen³⁾. Hooke, der in seinem *An Attempt* vom Jahre 1694 die den Newtonschen am nächsten stehenden Ideen über die Gravitation entwickelt, gehört mit seinem Begriff der Kraft als Eigenschaft eines Körpers immer noch zu Newtons Vorgängern.

Newton geht über diese Vorstellung hinaus.

Masse, Bewegungsgröße, Kraft im allgemeinen und Zentripetalkraft insbesondere, werden in den die *Principia* einleitenden „Definitiones“ nacheinander sorgfältig definiert. Nachdem Newton erklärt hat, auf die „absolute“ Zentripetalkraft nicht eingehen zu wollen, begründet er dies mit der Bemerkung, es sei ihm nur an mathematischen Beziehungen gelegen: „Die Benennungen Anziehung, Stoß oder Streben nach dem Zentrum gebrauche ich ohne Unterschied abwechselnd, weil ich dieselben nicht im physikalischen, sondern nur in mathematischem Sinne nehme, der Leser hüte sich darum zu meinen, daß ich mit Hilfe derartiger Namen in irgendwelcher Weise die Qualität oder die Art der Wirkung oder die Ursache oder einen physikalischen Grundsatz bezeichne, oder daß ich den Mittelpunkten, die ja nur geometrische Punkte sind, wirkliche, physische Kräfte beilege, wenn ich ihnen Anziehungen zuschreibe⁴⁾“. Diese Äußerung Newtons, wonach die Art, sozusagen die Qualität der Kraft, ob Anziehung, Stoß u. dgl. für ihn gleich-

¹⁾ Nach F. Rosenberger, *op. cit.* S. 146.

²⁾ *Ibidem* S. 148.

³⁾ *Ibidem* S. 152.

⁴⁾ Newton: *Philos. nat. princ. mathem.*, ed. III, London 1726.

gültig ist, wiederholt sich mehrmals im ganzen Werke und stets folgt darauf die Begründung: „denn wir befinden uns hier auf dem Gebiete der Mathematik und bedienen uns deshalb, physikalische Streitigkeiten beiseite lassend, der uns vertrauten Bezeichnung, mit der wir von mathematischen Lesern leichter verstanden werden¹⁾“. Die Fragen nach der Kraft als Eigenschaft, nach ihrer Ursache, ihrem Wesen sind hier sorgfältig ausgeschieden.

Im Abschnitt X des ersten Buches der Principia hört die Mechanik mathematischer Punkte auf und beginnt die Mechanik physikalischer Körper. „Bis jetzt“, sagt Newton, „habe ich die Bewegung solcher Körper vorgetragen (exposui), die nach einem unbeweglichen Kraftzentrum hingezogen werden, ein Fall, der in der Natur kaum vorkommt. Die Wirkungen der anziehenden und angezogenen Körper sind stets wechselseitig und einander gleich auf Grund des III. Gesetzes so, daß weder der eine noch der andere ruhen kann²⁾“.

„Wirkung“ und „Gegenwirkung“ bezeichnen hier offenbar dasselbe, was sowohl in den Definitiones als auch im II. Axiom unter Kraft gemeint ist.

Neu ist die Gegenseitigkeit und Gleichheit der Kräfte, die zuerst im III. Axiom eingeführt wurde.

In den Definitiones und im II. Prinzip sowie noch im Parallelogrammsatz³⁾ wird die Kraft zwar ihrem Angriffspunkt, ihrer Größe und ihrer Richtung nach bestimmt, doch fehlt dort die Angabe über ihre Ausgangsstelle. Es ist immer eine Kraft, die von außen auf einen Körper wirkt — und anschaulich, einer an den Körper angelegten Feder ähnlich, vorgestellt wird.

Es ist nun meine Absicht zu beweisen, 1. daß die Merkmale der Gegenseitigkeit und — in der Folge — auch der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung, die im III. Axiom eingeführt wurden, schon allein auf dem Wege der logischen Analyse der Intuition der Muskelanstrengung⁴⁾ und des ursprünglichen Kraftbegriffs erhalten werden können; 2. daß man durch die Anwendung der so gewonnenen Merkmale nichts anderes vornimmt, als eine

¹⁾ Def. VIII, S. 6. ²⁾ Ibidem Sectio XI, p. 160.

²⁾ Newton: Philos. nat. Sectio, XI, S. 160.

³⁾ Ibid. Leg. Coroll., I, II.

⁴⁾ Im Sinne der unmittelbaren Erfahrung.

genaue Bestimmung ein für allemal dessen, was in der Mechanik im Sinne des III. Gesetzes als Kraft gilt und gelten soll, und 3. daß also das III. Prinzip keine neue Verallgemeinerung auf Grund neuer Erfahrungen bildet, sondern nur das Resultat einer strengeren Analyse des mechanischen Kraftbegriffes und die Konstruktion dieses Begriffes darstellt. Ich muß dabei betonen, daß ich bei der Ableitung dieses zu beweisenden Satzes die Erfahrung keineswegs unberücksichtigt lasse, und das III. Axiom nicht als a priori, von jeder Erfahrung unabhängig, betrachte; der Stoff der Analyse ist ja sowohl in der Erfahrung, und zwar in der unmittelbaren der Muskelanstrengung gegeben, als auch in dem ursprünglichen Begriff der Kraft, der auf Erfahrung fußt.

Um den soeben formulierten Satz zu begründen, will ich zunächst auf den Umstand hinweisen, daß schon im Kraftbegriffe Galileis mutmaßlich die Behauptung enthalten ist, daß jede Kraft nicht nur ihren Angriffspunkt, sondern auch ihre Ausgangsstelle besitzt, d. h. sie wirkt auf den Körper B, indem sie von einem anderen A ausgeht. Wundt macht darauf aufmerksam, daß Galilei durch die Anwendung der Analogie der Muskelspannung die Kraft von der Masse getrennt hat¹⁾. Diese Bemerkung ist insofern richtig, daß man tatsächlich bei Galilei Bestrebungen, Kraft und Masse voneinander zu scheiden, finden kann, obwohl Wundt zweifellos den Grad überschätzt, in welchem Galilei wirklich diese Scheidung vollzogen hat²⁾. Man sollte jedenfalls der Genauigkeit und Klarheit halber obiger Bemerkung noch beifügen: „Die Kraft als Eigenschaft des wirkenden Körpers von der Masse des Körpers, auf den die Kraft wirkt.“ Denn in der Tat stellen wir die Kraft dem passiven Körper, auf den sie wirkt, entgegen, ähnlich wie wir die Muskelspannung dem zu überwindenden Widerstande entgegensetzen, und wir vermögen es deshalb zu tun, weil wir gleichzeitig diese unmittelbar erlebte Muskelanstrengung als Kraft einem anderen aktiven Körper, das ist unseren eigenen Muskeln zuschreiben. Die Analogie der Muskelspannung, die einen Widerstand bezwingt, bildet also die Grundlage nicht nur zur Scheidung von Kraft und Masse — wie es Wundt bemerkt —, sondern vor allem zur Beimesung dieser

¹⁾ W. Wundt, op. cit. S. 309 uff.

²⁾ Galilei, op. cit., IV, 102, 120; III, 12; I, 74—75.

Kraft einer anderen wirkenden Masse. Eben deshalb konnte Galilei die Kraft von der Masse trennen und beide einander gegenüberstellen, weil er diese Kraft ähnlich der Muskelspannung, als die Eigenschaft oder Fähigkeit der Muskeln, auffaßte. Diese Gegenüberstellung der Kraft dem trägen Körper und das gleichzeitige Beimessen derselben einem anderen Körper als seiner Eigenschaft, ist wesentlich sowohl für die Kraft im Sinne der Muskelspannung als auch für den ursprünglichen, nach ihrem Vorbilde geschaffenen mechanischen Kraftbegriff. Wem dieser Umstand zu evident erscheint, als daß es dafür stände, davon zu reden, der möge beachten, daß die Vorstellung der Passivität eines Körpers, welcher der Wirkung einer Kraft nicht unterliegt, bei der Formulierung des Trägheitsprinzips¹⁾ zum erstenmal von Galilei eine wichtige Rolle gespielt hat, daß ferner die alltägliche gewöhnliche Darstellungsweise dieser Sache selbst heute sehr viel hinsichtlich der Klarheit zu wünschen übrig läßt, und daß noch bei Newton Spuren einer „vis insita“ als einer gewissen inneren, dem trägen Körper inwohnenden Kraft, zu finden sind²⁾. Immerhin weicht der Kraftbegriff Galileis von dem alten insofern ab, als er viel allgemeiner ist und sowohl statische als auch dynamische Wirkungen umfaßt.

Der diametrale Gegensatz des aktiven und passiven Körpers bildet zugleich den Keim der weiteren Entwicklung des Kraftbegriffs. Die Kraft ist zwar eine gewisse Eigenschaft des Körpers A, aber sie ist es nicht an sich, sondern nur in Hinsicht auf den passiven Körper B, auf den sie wirkt, ähnlich wie der Körper B nur in bezug auf die Kraft passiv ist, welche vom Körper A „ausgeht“. Infolgedessen ist die Kraft nicht bloß etwas, was seinen Angriffs- und seinen Anfangspunkt hat, etwas, was nur zwischen zwei Körpern A und B vorkommt, sondern sie hört zugleich auf, die Eigenschaft des einen von ihnen zu sein und wird eine Beziehung des einen zum anderen. Diese Beziehung können wir die Wirkung des Körpers A auf B nennen, indem wir immer die Analogie der Muskelkraft im Auge behalten, d. h. indem wir unter Wirkung vorderhand nichts anderes verstehen als ein derartiges Verhältnis des Körpers A, der als aktiv gegenüber B vorgestellt wird, zum Körper B, welcher A

¹⁾ Galilei, op. cit. III, 57.

²⁾ Newton, op. cit., Def. III, S. 2.

gegenüber „passiv“ ist, wie es zwischen dem sich zusammenziehenden Armmuskel und dem dadurch überwundenen Widerstand besteht. Von nun an sind diese Körper durch eine gegenseitige Abhängigkeit miteinander verknüpft. Man kann also nicht mehr die Existenz eines wirkenden Körpers A behaupten und die eines B bestreiten, der dieser Wirkung unterliegt, ohne einen Widerspruch zu begehen, ebensowenig wie man umgekehrt sagen darf, ein Körper B bestehe, auf den eine Wirkung ausgeübt wird, und ein anderer A bestehe nicht, der diese Wirkung ausübt. Gegen dergleichen widersprechende Auffassung verwahrt sich eben Newton¹).

Beide Körper sind zwar real unabhängig, jedoch als Glieder dieses Verhältnisses und nur als solche, in bezug auf den sie verbindenden Zusammenhang, bedingen sie sich gegenseitig. Wie wichtig der hier vollbrachte Fortschritt ist, beweist der Umstand, daß man noch im XIX. Jahrhundert die „Affinitätskraft“ nach dem Vorbilde der mechanischen Kraft sich als eine verborgene Eigenschaft des Körpers vorstellte: „Sie sitzt im Körper (im Sauerstoff) wie ein Mensch mit Händen zur Arbeit bereit²).“

Unter Anwendung der Muskelkraftanalogie gelangten wir somit zum Ergebnis, daß so oft von der Kraft die Rede ist, notwendig an zwei und nicht an einen Körper gedacht werden muß und daß es sich dabei um das Verhältnis des einen zum anderen, nicht aber um die Qualität des einen von ihnen handelt.

Bei der Umwandlung der Wirkung als Eigenschaft eines Körpers in die Beziehung zweier, werden diesen selbst keine absolut konträren Merkmale beigelegt, die Körper werden nur als entgegengesetzte Elemente dieses Verhältnisses betrachtet, der eine als aktiv, der andere als passiv nur in bezug auf die gegebene Beziehung und solange sie in dieselbe eingehen.

Denken wir nun unabhängig von der soeben betrachteten Relation der Körper A und B, ein derartiges Verhältnis derselben; daß B als aktiv (z. B. ein sich zusammenziehender Muskel) und A als passiv (eine ausgedehnte Schnur) gelte; dieses Verhältnis wird nach der gegenwärtigen Voraussetzung, vom früheren unabhängig

¹) Newton, op. cit., Sectio XI, S. 160.

²) F. A. Lange: Hist. mater. poln., Bd. II, S. 200 (Geschichte d. Material).

sein, sonst aber ihm analog. Wir können auch diese Beziehung als Wirkung (B auf A) bezeichnen oder sogar, um die Richtung zu unterscheiden, als Gegenwirkung, wenn nur samt dieser Benennung keine Voraussetzung über die Abhängigkeit dieser Gegenwirkung von der ersteren eingeführt wird. Jede von ihnen können wir unabhängig von der anderen als ein Korrelativitätsverhältnis der Körper A und B betrachten, worunter verstanden wird, daß diese Körper in ähnlichem Zusammenhang stehen, wie Ursache und Wirkung, Grund und Folge, Subjekt und Prädikat des Urteils usw.

Es taucht nun die Frage auf, ob unsere obige Voraussetzung richtig ist, d. h. ob zwischen der (dynamischen) Wirkung von A auf B und einer ähnlich bestimmten Wirkung B auf A tatsächlich, wie angenommen, kein Verhältnis besteht, oder falls es besteht, dann welches.

Solange wir die primitivste Vorstellung der Kraft als Eigenschaft haben, liegt gar keine Notwendigkeit vor, daß zwei Kräfte, die auf zwei verschiedene Körper wirken, miteinander in irgendwelchem Zusammenhang stehen. Wenn wir z. B. von gleichen Kräften sprechen, stellen wir uns eine Feder vor, die einmal an den einen, dann an den anderen Körper angesetzt wird und in beiden Fällen sich um dieselbe Größe verlängert. Manche Physiker (Maxwell) sind sogar bestrebt, auf diese Art die Gleichheit der Kräfte (sowie der Massen) zu bestimmen.

Würden wir unter Wirkung A auf B nicht die (dynamische) Wirkung (analog der Muskelwirkung) verstehen, sondern z. B. die Erteilung der Wärme oder der elektrischen Ladung, durch Leitung vom Körper A auf B, indem wir auf Grund der Erfahrung dem Körper A eine höhere Temperatur bzw. eine höhere elektrische Spannung als dem Körper B zuschrieben, so müßten wir unbedingt im Einklang mit der Erfahrung bei der Einführung des Begriffs der Gegenwirkung, d. i. der analogen thermischen oder elektrischen Wirkung des Körpers B auf A, das gerade umgekehrte Temperatur- bzw. Potentialverhältnis beider Körper voraussetzen. Mit einem Worte — Wirkung und Gegenwirkung sind im obigen Sinne real voneinander vollständig unabhängig, weil ihre realen Bedingungen, oben in den verschiedenen Voraussetzungen ausgedrückt — gänzlich verschieden sind.

Stellen wir uns jetzt vor, daß die beiden Körper aufeinander nur in diesem Sinne und insofern einwirken, als sie imstande sind, Energiemengen auszustrahlen (sie sind weder absolut durchsichtig noch ideale Spiegel). Die Erfahrung lehrt, daß, wenn ein Körper A gegen B strahlt, gleichzeitig auch B gegen A strahlt. Ein jeder emittiert in sek/cm^2 im allgemeinen verschiedene Energiemengen, die von seiner Eigentemperatur, seiner Natur und Flächenart abhängen. Im besonderen Falle des Temperaturgleichgewichts hören die Körper, umgeben z. B. von einer für Strahlungen von gleicher Temperatur undurchsichtigen Hülle, keineswegs auf zu strahlen; ein jeder strahlt genau so viel dem anderen zu, wieviel er selbst von ihm aufnimmt und absorbiert. Nach einer treffenden Bemerkung Witkowskis¹⁾ kann man dies unschwer einsehen, wenn man sich vorstellt, daß der eine von den Körpern etwas abgekühlt wurde; dann wird der andere (samt der Hülle) rasch die Temperaturdifferenzen durch seine Strahlung ausgleichen, und es ist doch schwer anzunehmen, daß er erst im Momente der Abkühlung des ersten zu strahlen anfing, daß überhaupt seine Strahlung vom Zustande des anderen abhängen sollte. Beide Körper strahlen also unabhängig voneinander, ein jeder so, als wäre der andere nicht da. Jeder von ihnen strahlt stets und unaufhaltsam. Und gerade deswegen sind beide Strahlungen gleichzeitig. Sie sind aber nicht korrelativ. Sie stehen nicht in derjenigen Beziehung, die gewisse Gegenstände oder Begriffe aneinanderfesselt wie Lehrer—Schüler, Kinder—Eltern, Funktion—Argument u. dgl.; die Glieder dieser Paare sind durch eine rein logische Abhängigkeit verknüpft, welche dem Inhalte dieser Begriffe selbst entspringt. Korrelative Verhältnisse sind nun immer anscheinend gleichzeitig, anscheinend, weil sie im Grunde überhaupt außerhalb jeder zeitlichen Abhängigkeit stehen. Niemals aber gilt das Umgekehrte: gleichzeitige Verhältnisse (die Bewegung der Erde um ihre Achse und um die Sonne) sind nie korrelativ. Zu diesen gerade gehört die Strahlung. Es ist nämlich gar nicht notwendig und es ergibt sich keineswegs aus dem Begriffe und Wesen der Strahlung, daß die Umwandlung der Wärme im Körper A in die strahlende Energie mit einer Umsetzung

¹⁾ A. Witkowski: *Zasady fizyki* (Prinzipien der Physik), II. Bd., 1904, S. 546.

der strahlenden Energie, die von einem anderen Körper B zuströmt, zurück in Wärme verbunden sein soll. Selbst die Folgerung aus dem Kirchhoffschen Gesetze, welches bekanntlich das Verhältnis der Emmission eines Körpers zu seiner Absorption in derselben Temperatur und für dieselbe Wellenlänge regelt, die Folgerung nämlich, daß ein Körper diejenige Strahlungsenergie (gleicher Wellenlänge) absorbiert, die er bei derselben Temperatur emittiert, aber nicht unbedingt umgekehrt¹⁾ — beweist auch, daß die Strahlung des einen Körpers mit der des anderen nicht streng korrelativ zusammenhängt.

Ganz anders ist es jedoch, wenn man der Wirkung und Gegenwirkung die vorher angegebene Bedeutung auf Grund der Muskelkraftanalogie beimißt. Dann wird bereits mit der Vorstellung der Anstrengung, der Spannung, bekannt aus unmittelbarer Erfahrung, notwendigerweise auch die Vorstellung des Widerstandes eingeführt, und umgekehrt. Es wäre wiederum ein Widerspruch, die Wirkung des Körpers A auf B zu behaupten und die (Gegenwirkung) von B auf A zu verneinen, sowie es umgekehrt unmöglich ist zu sagen, die Gegenwirkung bestehe und die Wirkung bestehe nicht, ohne einen Widerspruch zu begehen. Genau so widersinnig würde es sein zu behaupten, der Körper A berühre einen anderen B, aber nicht umgekehrt, dieser berühre jenen, und nicht anders stünde es um den Satz, es gäbe Wahres, aber nicht Falsches, es existiere eine Funktion und kein Argument u. dgl. In der dynamischen Wirkung A auf B ist kein Merkmal — überhaupt kein Umstand — zu finden, der diese Wirkung als einen die Gegenwirkung von B auf A bedingenden Faktor eher bevorzugen würde, denn umgekehrt. Mit der Wirkung ist ebenso und genau zusammen die Gegenwirkung „gegeben“. Irgendeine von ihnen ist notwendig und hinreichend, daß auch die andere bestehe.

Dies folgt aus den Begriffen — Wirkung, Gegenwirkung — selbst, gleich wie die Gegenseitigkeit der Berührung zweier Körper aus dem Begriffe der Berührung sich ergibt; es folgt aus Begriffen, die der unmittelbaren Intuition der Muskelspannung entsprungen sind, und nicht erst neuen Erfahrungen entsprossen, verschieden von jenen, welche zur Bildung des dynamischen Kraft-

¹⁾ Chwolson: Lehrb. d. Phys., II. Bd., 1904, S. 217 ff.

begriffes, wie ihn z. B. Galilei¹⁾ verwendete, gedient haben. Solche Erfahrungen nämlich, in denen wir gewöhnlich die Bestätigung des III. Axioms zu sehen glauben, zeigen uns entweder: a) zwei Körper, die zusammen ein reales Ganzes bilden (ein auf den Tisch drückender Stein, im allgemeinen: Fälle statischen Charakters), an welchem man überhaupt zwei Wirkungen für sich allein nicht unterscheiden, um so weniger ihre Gegenseitigkeit feststellen kann — mit Ausnahme gerade der Muskelwirkung auf einen Widerstand, wo wir der Intuition die Möglichkeit verdanken, Kraft und Widerstand direkt zu scheiden —; oder b) zwei Körper und die Bewegung des einen von ihnen (Stein und Erde) — in diesem Falle ist die Gegenseitigkeit ebensowenig wie früher wahrzunehmen und die bloße Beobachtung spricht vielmehr gegen sie; oder endlich c) zwei Bewegungen zweier Körper (Geschütz und Geschöß), die wir zwar gesondert beobachten, ohne jedoch auf Grund der Erfahrung entscheiden zu können, ob diese Bewegungen tatsächlich gegenseitig, real unabhängig und nur gleichzeitig sind, wie die Umdrehung der Erde um ihre Achse und um die Sonne, oder aber ob sie streng voneinander abhängen und als Äußerungen einer und derselben Wirkung untrennbar zusammengehören. Die qualitative Beobachtung zeigt uns hier nur entgegengesetzte Bewegungen und nichts mehr. Andererseits lehrt uns doch die Erfahrung direkt oder indirekt, daß eine Bewegung nicht unbedingt an eine Wirkung gebunden ist, und umgekehrt, wo Wirkungen vorliegen, nicht immer Bewegungen stattfinden. Um also aus den entgegengesetzten Bewegungen des Geschosses und des Geschützes auf die ebenfalls entgegengesetzten und gegenseitigen Wirkungen dieser Körper schließen zu können, muß man das II. Axiom annehmen, daß die Bewegungsänderung in der Richtung der wirkenden Kraft geschieht, d. h. man muß sich auf Erfahrungen stützen, die im II. Axiom verallgemeinert besagen, daß so oft eine Bewegung sich ändert, dies

¹⁾ Es zeigt sich tatsächlich, dass Galilei bereits sehr genau z. B. den Zusammenstoß der Körper studierte (IV., VI. Tag., Ostw. klass., 1891, S. 54—57), dasselbe Experiment, welches später nach Newton op. cit. p. 21, Wrenn, Wallis, Huyghens interessierte, und welches auch Newton als einen Beleg für das III. Axiom verwendete. Es läßt sich jedoch kaum annehmen, daß erst die Kenntnis dieser Erscheinungen (des Körperzusammenstoßes) Newton induktiv zum III. Gesetz geleitet hat.

unter dem Einflusse einer wirkenden Kraft sich vollzieht. Aber Kräfte, die im Sinne des II. Axioms tätig sind, gibt es in Wirklichkeit nicht, wir müssen — wie unten gezeigt wird — in der Mechanik nur Kräfte annehmen, die das III. Axiom bestimmt. Der Schluß über die entgegengesetzten Wirkungen auf Grund von entgegengesetzten Bewegungen fußt also bereits auf der Gültigkeit des III. Gesetzes, setzt diese schon voraus, anstatt uns erst irgendwelche Berechtigung für das Gesetz selbst aufzuzeigen.

Diese und ähnliche Beobachtungen, wie sie unter a, b, c angeführt wurden, bestätigen daher das Merkmal der Gegenseitigkeit von Wirkung und Gegenwirkung — bzw. widersprechen ihm nicht —, nur insofern, als uns dasselbe schon anderswoher bekannt ist, aber aus solchen Erfahrungen läßt es sich nicht direkt ablesen, induktiv ableiten. Wenn wir z. B. im Versuche Newtons mit den zwei Schiffchen, die einen Magnet bzw. ein Stück Eisen enthalten, den einen dieser Körper entsprechend viel größer als den anderen gewählt hätten, da würden wir nicht imstande sein, seine Bewegung überhaupt zu bemerken, und wären daher geneigt, wie im Falle der Erde und des Steines, des elektrisch geladenen Glasstabes und des Holunderkügelchens, gerade die Gegenseitigkeit der Wirkungen zu verkennen, die wir auf Grund der entgegengesetzten, lediglich dank passender, geradezu zufälliger, Wahl der Größen des Magnets und Eisens erst wahrnehmbaren Bewegungen zu erschließen vermögen.

Wenn wir Farbe, Gestalt, Härte und dergleichen Merkmale konkreter Gegenstände in abstrakte auseinanderreißen, so beruht dies, psychologisch genommen, darauf, daß diese Merkmale sich in unzähligen, verschiedenartigen Kombinationen wiederholen, welche ebenso viele konkrete, in der Erfahrung gegebene Gegenstände darstellen. Jede Form können wir uns zusammen mit jeder Farbe, mit beliebiger Temperatur, Härte u. dgl. vorstellen, und erst dadurch werden diese Merkmale voneinander unabhängig, lösen sich von ihrem ursprünglichen, sinnlichen — Ding genannten — Zusammenhang ab, und man spricht dann von der Farbe eines Körpers, ohne an seine Ausdehnung notwendig zu denken, oder man betrachtet die Körperformen, abgesehen von jeder Farbe, obwohl es ja keine Farbe ohne Ausdehnung und keine Form ohne jede Farbenschattierung gibt und etwas Ähnliches auch nicht vorstellbar ist. Man

sagt dann, daß diese Farben, Formen usw., vom Gegenstande losgerissen und einzeln betrachtet, nicht aufhören, diesem Dinge anzugehören, und daß durch die Zusammenfügung dieser verselbständigten Merkmale, durch ihre Wiederverbindung, ihr ursprünglicher Zusammenhang — jenes Ding — wiederhergestellt wird. Wenn wir dagegen annehmen, daß die Wirkung immer mit einer gegenseitigen und gleichen Gegenwirkung, niemals mit einer anderen verknüpft ist, so vermögen wir — ganz gleichgültig, ob wir da von der empirisch unteilbaren Erscheinung zweier gegeneinander drückender, einander ziehender und dergleichen Körper ausgehen oder selbst zwei gesondert verlaufende, einzeln beobachtete, aber gleichzeitige und entgegengesetzt gerichtete Bewegungen (Geschütz und Geschöß) zum Ausgangspunkt wählen — bloß auf Grund der Beobachtung, die Wirkung von der Gegenwirkung nicht zu scheiden (auch wenn wir es in bezug auf entgegengesetzte Bewegungen zu tun imstande wären), ebensowenig wie wir eine Farbe aus dem Ganzen eines gegebenen Gegenstandes ausscheiden könnten, wenn sie immer mit derselben Form verbunden wäre. Es geht also nicht an, die Loslösung der Wirkung und Gegenwirkung auf analoge Weise zu erklären, wie wir konkrete Gegenstände in ihre (abstrakten) Merkmale zerlegen. Möglicherweise wäre diese Erklärung in der bestimmten, geschichtlichen Entwicklung des Kraftbegriffes zu suchen, dank welcher zuerst die einseitige, der Muskelspannung ähnliche Kraft zum Vorschein kam, die das Bewußtsein der Korrelativität des Wirkungsbegriffes vorbereitet hat.

Wir gelangten so zum Hauptmerkmal des Begriffes der mechanischen Wirkung, d. i. zur Korrelativität. Es gilt nun dieses Verhältnis von Wirkung und Gegenwirkung von denjenigen Beziehungen zu unterscheiden, die andere korrelative Begriffe verknüpfen. Grund und Folge, Wahrheit und Falschheit, Funktion und Argument sind, der Definition der Korrelativität zufolge, durch ein logisches Band, Ursache und Wirkung noch außerdem durch eine reale Abhängigkeit miteinander verbunden¹⁾. Wirkung und Gegenwirkung stehen in einer rein logischen Beziehung zueinander, und in keiner anderen sonst. Es sind keine realen, an sich

¹⁾ J. Lukaszewicz: Analyse und Konstruktion des Kausalitätsbegriffes. Polnisch. Warschau 1906, S. 37 ff.

existierenden Dinge, sondern abstrakte Glieder einer Relation zweier Körper bzw. ihrer Bewegungen.

Diese Abhängigkeit der Wirkung und Gegenwirkung unterscheidet sich weiter von anderen rein logischen Beziehungen. Das Verhältnis von Grund und Folge z. B. ist derart, daß aus der Richtigkeit des Grundes die der Folge und aus der Unrichtigkeit der Folge diejenige des Grundes sich ergibt, daß aber die Falschheit des Grundes die der Folge nicht notwendig bedingt und ebensowenig die Richtigkeit der Folge diejenige des Grundes. Derartige Beziehungen dürften mit Recht den Namen einfacher Abhängigkeit führen¹⁾. Anderes gilt für das Verhältnis von Wirkung und Gegenwirkung. Bezeichnen wir die Wirkung als eine Beziehung A zu B kurz $A\varrho B$ und analog die reziproke Gegenwirkung $B\varrho A$, dann ist festzustellen, daß, wenn immer $A\varrho B$ da ist, notwendig auch $B\varrho A$ besteht und umgekehrt, sowie auch, wenn $A\varrho B$ nicht vorliegt, $B\varrho A$ ebenfalls nicht besteht und vice versa. Dies ist eine sogenannte zusammengesetzte Abhängigkeit. Sie ist für die Aktion und Reaktion charakteristisch²⁾. Ein anderes Beispiel bilden die umkehrbaren mathematischen Funktionen.

Aus der Gegenseitigkeit folgt die Umkehrbarkeit der Beziehung von Wirkung und Gegenwirkung: wir können nach Belieben $A\varrho B$ als Wirkung und $B\varrho A$ als Gegenwirkung bezeichnen oder auch umgekehrt; ein jedes dynamische Verhältnis zwischen den beiden Körpern A und B kann relativ zum anderen als Aktion oder Reaktion gelten.

Die Eigenschaft der Korrelativität erlaubt es schon allein an sich aus dem Begriffe der mechanischen Wirkung ein für allemal anthropomorphische Elemente zu entfernen. Der Körper A kann gegenüber dem Körper B nicht gleichzeitig „aktiv“ und „passiv“ sein und ebensowenig umgekehrt. Die Gegenüberstellung eines „aktiven“ Körpers einem „passiven“ entfällt gerade deswegen, weil wir die Wirkung (A auf B) als korrelativ in bezug auf die Gegenwirkung (B auf A) also als mit ihr notwendig verbunden betrachten,

¹⁾ Ibidem S. 24 ff.

²⁾ Dies trifft jedoch auf die Strahlung nicht zu. Wenn A gegen B nicht strahlt, so besteht noch gar kein Grund, daß auch B gegen A nicht strahlt, insofern A ideal durchsichtig oder ein idealer Spiegel sein kann.

so daß weder A noch B nur „aktiv“ oder nur „passiv“ sein kann, wodurch diese „Eigenschaften“ auch jeden Sinn verlieren.

Aus diesem prinzipiellen Merkmale der Korrelativität der Beziehung $A \leftrightarrow B$ zu $B \leftrightarrow A$ ergibt sich ihre weitere Eigenschaft: die Unabhängigkeit von der Zeit. Man kann nicht behaupten, $A \leftrightarrow B$ sei früher oder später als $B \leftrightarrow A$, denn das würde bedeuten, daß $A \leftrightarrow B$ wenigstens einen beliebig kleinen Augenblick lang bestehen könnte, während $B \leftrightarrow A$ noch nicht oder schon nicht mehr da wäre, was angesichts der genauen Korrelativität der Wirkung und Gegenwirkung ein Widerspruch ist. Ebenso wenig darf man aber auch sagen, daß Wirkung und Gegenwirkung gleichzeitig sind. Sie bilden nämlich ein rein logisches Verhältnis, das ein Zusammenhang logischer Inhalte, nicht aber Prozesse, Ereignisse ist und daher keine zeitlichen Momente enthalten kann. Beide bestehen zusammen; nicht die eine gleichzeitig mit der anderen, sondern beide außerhalb jeder Zeitbeziehung überhaupt, von dieser unabhängig. Ähnlich ist das Urteilssubjekt — als Subjekt, nicht als Begriff — weder früher, noch gleichzeitig, noch später als das Urteilsprädikat, ebensowenig wie der Grund mit der Folge zeitlich zusammenhängt, es sei denn, daß wir den Grund als ein Urteil, als einen psychologischen Akt betrachten, dann ist aber dieses Urteil kein Glied der Grund-Folge-Beziehung, d. h. eben kein Grund. Auch das Prinzip des Widerspruches mag als ein Beispiel dienen, inwiefern das Zeitmoment auf logische Beziehungen nicht angewendet werden kann¹⁾.

¹⁾ Ich führe zwei Beispiele an, um zu zeigen, daß obige Bemerkungen nicht überflüssig sind. Als erstes wollen wir die Erörterungen in Betracht ziehen, die Petzoldt (Max. Min. u. Ökon. Viertelj. f. wiss. Philos. 1891, S. 46 ff., 64 ff.) dem Begriffe der organischen Entwicklung widmet, indem er sich auf die Analogie der Newtonschen Konstruktion des Kräfteparallelogramms stützt. Die organische Entwicklung gilt ihm eben im Sinne dieser Konstruktion als eine Resultante verschiedener („Tendenzen“) Komponenten. Der Hauptunterschied zwischen der organischen Entwicklung und dem Endergebnis rein physikalischer Wirkungen beruht nun nach Petzoldt darauf, daß im ersten Falle die „konkurrierenden Tendenzen“ nicht sofort die Resultante, den relativen „Dauerzustand“ ergeben, im zweiten dagegen die Konkurrenz sofort zu einem stabilen Zustand führt. Petzoldt stellt sich dies offenbar so vor, als wenn die Komponenten die Resultante

Die dynamische Wirkung wußte schon Galilei zu messen. Ist die Wirkung eine Größe, so folgt aus dem Korrelativitätsverhältnis der Aktion und Reaktion ihre Gleichheit. Wäre nämlich die Wirkung φ größer als die Gegenwirkung φ' , so ließe sich dieses φ in ein φ'' , gleich φ' , und ein φ''' zerlegen, das also eine Wirkung darstellen würde, der keine Gegenwirkung entspräche — was der strengen Korrelativität von Wirkung und Gegenwirkung wider-

erst bilden, erst entstehen lassen würden, übersieht mithin, daß Komponente und Resultante nur konstruktive Gebilde sind, die in rein logischer Abhängigkeit stehen, welche zeitliche Momente nicht enthalten darf. Die „Tendenzen“ bestimmen allerdings die Resultierende, aber nur so wie der Radius des Kreises seine Fläche bestimmt, und die Frage, ob der Radius den Kreisumfang sofort ergibt oder nicht, hat keinen verständlichen Sinn.

Das zweite, vielleicht noch interessantere Beispiel bietet die beachtenswerte Anschauung Stamms (Przeglad filozof. — Philosoph. Revue-poln., XV. Jahrg., Heft 1 S. 89 ff.). Dieser Autor ist der Meinung, daß sämtliche Funktionen und Größenrelationen überhaupt nur „Folgerelationen“ sind. Er illustriert dies gerade an geometrischen Beispielen. „Die Fläche eines Dreiecks ist eine Funktion seiner Seiten $p = f(a, b, c)$. Ist aber die Fläche gleichzeitig mit den Seiten? Als Qualität — ja! Ich sehe sie (die Fläche) samt den Seiten und anderen Teilen des Dreiecks. Als Größe aber nie ... Wir haben ein gegebenes Dreieck, ich messe seine Seiten, um die Größe der Fläche zu erfahren. Die Seite a ist als Größe erst nach der Messung, ähnlich die Seiten b und c . Aber selbst nachdem alle drei Seiten gemessen worden sind und also als Größen bestehen, weiß ich noch nicht, wie groß die Fläche ist, d. h. auch dann existiert die Fläche als Größe nicht.“ Sie besteht als solche erst nach durchgeführter Rechnung auf Grund der gemessenen Größen a, b, c , gemäß der gegebenen Formel. Ähnlich denkt Stamm von dem III. Axiom Newtons. Stamm faßt die Funktionen offenbar als Relationen zwischen Größen auf, die erst ausgerechnet werden, deren Bildung — psychologisch genommen — erst im Gange ist. Zwar hindert uns nichts, eine Gleichung entweder als eine rein ideelle Abhängigkeit zwischen gewissen Denkinhalten oder als einen Hinweis zur Ausführung gewisser Operationen zu deuten, die andere voraussetzende Operationen nach sich ziehen; in diesem Sinne spricht schon Mach von wissenschaftlichen Gesetzen als Anweisungen zur Abbildung der Tatsachen. Es ist aber klar, daß die erstgenannte Abhängigkeit, die Gültigkeit des engen Zusammenhanges gedachter Inhalte, erst die Grundlage und Vorbedingung allen Voraussehens bildet. Das Wesen einer Gleichung ist meines Erachtens durch und durch „rationalistisch“: sie drückt einen Inhaltzusammenhang aus, wo immer und wie immer

spricht¹⁾. Ebenso läßt sich nachweisen, daß die Wirkung von der Gegenwirkung nicht kleiner sein kann. Man könnte hier einwenden, daß ja zwei Größen a und b , miteinander durch die Relation $a \geq b$ verbunden, auch korrelativ sind, daß also die Korrelativität nicht unbedingt die Gleichheit der korrelativen Glieder impliziert. In Wirklichkeit ist die Größe a gegenüber b nur insofern korrelativ, als beide der Relation \geq zufolge zusammenhängen; a muß notwendig von einer anderen Größe größer oder kleiner sein, weil sie sonst zwar die Größe a wäre, jedoch das gegebene Verhältnis zu b nicht bilden würde. Hier hängt also die Korrelativität zweier Größen von ihrer quantitativen Beziehung ab. Wir hätten ganz ähnlich, die Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung vorausgesetzt, die Korrelativität beider Glieder daraus ableiten können. Haben wir jedoch den umgekehrten Weg eingeschlagen, so geschah dies aus dem Grunde, weil das Verhältnis der Korrelativität all-

die Inhalte selbst entstanden sein mögen; indem wir die durch die Gleichung verbundenen Größen ausrechnen, setzen wir die allgemeine Beziehung der Inhalte schon voraus. Stamm führt übrigens das Zeitmoment nicht erst in den Begriff der Größenfunktion ein, sondern bereits in den der Größe selbst: „die Seite a ist als Größe erst nach der Messung“; ähnlich jede andere Größe. Dadurch läuft der Größenbegriff die Gefahr, zweideutig zu werden: er beginnt nämlich von nun an nicht nur 1. etwas überhaupt Meßbares zu bedeuten — in diesem Sinne ist die Seite einer Figur immer eine Größe, nicht erst nachdem sie gemessen worden ist —, sondern auch 2. eine gewisse, bestimmte, individuelle Größe (z. B. dieser Seite), welche erst nach der Messung existiert. Die Gleichung gilt offenbar für Größen im ersten Sinne; zwischen den individuellen Größen der Seiten und der individuellen Fläche dieses Dreiecks besteht ja gar keine funktionelle Beziehung, und die ursprüngliche Gleichung wird zu einer zahlenmäßigen Identität. Daß die Seiten und die Fläche als Qualitäten gleichzeitig sind, ist übrigens nur im einfachen Falle einer geringen Seitenanzahl und einer kleinen Fläche richtig; im komplizierten Falle würde unsere Aufmerksamkeit nicht imstande sein, gleichzeitig alle Seiten und die Fläche zu umfassen. Ebenso wenig können die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers und die Fallzeit als Qualitäten für gleichzeitige Faktoren gelten, da ja die Geschwindigkeit keine Qualität, sondern eine Größe ist.

¹⁾ Diese Erörterung gilt nicht für die Strahlung. Wenn A gegen B strahlt und auch B gegen A , so folgt daraus keineswegs, daß beide Strahlungen gleich sind; sie sind es, wie die Erfahrung lehrt, im allgemeinen nicht. Das bestätigt nun unsere bereits dargestellte Ansicht: beide Strahlungen sind nämlich gleichzeitig, aber nicht korrelativ.

gemeiner ist als das der Gleichheit, da jenes auch Begriffe verknüpft, welche nicht, oder nicht immer, meßbar sind, wie Ursache und Wirkung, sowie Begriffe, die nicht gleich sind, wie Grund und Folge. Aktion und Reaktion sind nun nicht erst auf Grund ihrer quantitativen, im voraus gegebenen Beziehung korrelativ, sondern sie sind es dem Wirkungsbegriffe selbst zufolge. Ich kann nicht nur nicht sagen, daß eine Wirkung gleich ist, ohne anzugeben, welcher anderen Größe sie gleich ist — in diesem beinahe trivialen Sinne ist jede Größe offenbar zu einer gleich großen korrelativ —, ich darf überhaupt von keiner Wirkung ohne Gegenwirkung reden. Darin liegt eben der wesentliche Unterschied der Aktion-Reaktion-Beziehung gegenüber der Korrelativität der Größen a und b , die in die Beziehung $a \geq b$ eingehen, daß diese erst dank ihrer quantitativen Abhängigkeit korrelativ sind, nicht aber auf Grund der Definition der Größen selbst; jene sind es dagegen schon infolge der Begriffsbestimmung der Wirkung¹⁾. Denken wir einen Gegenstand, z. B. einen Stein, der auf eine horizontale, elastische Holzplatte drückt. Wir nehmen an, die Wirkung, hier der Druck des Steines, sei der Gegenwirkung der elastischen Platte gleich. Ersetzen wir die letztere durch eine unelastische Unterlage, z. B. eine etwas angewärmte Asphaltdecke, dann sinkt der Stein; die Gegenwirkung der Unterlage scheint jetzt kleiner als die Wirkung des unverändert drückenden Steines. Ist es so tatsächlich? Wäre die Wirkung des Steines wirklich größer, so müßte ein Überschuß von ihr vorhanden sein. Aber was überwindet dieser? Überwindet er nichts, woher wissen wir dann, daß er eine Kraft, eine Wirkung ist, warum nennen wir ihn so? Eine Kraft, die nichts überwindet, eine Wirkung, die keine Gegenwirkung bewältigt, ist eben keine Kraft, und umgekehrt; jede ist es nur insofern, als sie „wirkt“, d. h. die Gegenwirkung bezwingt. Zwischen zwei Körpern

¹⁾ Ähnliches scheint auch auf die Beziehung von Ursache und Wirkung zu passen. Ich bin überzeugt, daß die Korrelativität dieser Begriffe nur deswegen nicht immer ihre Gleichheit impliziert, weil sie nicht immer Größen sind; daß aber im letzten Falle der so warm und schön von M. Borowski (O pojeciu konieczności — Über den Begriff der Notwendigkeit, poln., Warschau 1910) verteidigten Forderung der gegenseitigen eindeutigen Zuordnung von Ursache und Wirkung nachgekommen werden könnte.

wirkt notwendig die „Kraft“, die gegenseitige Aufeinanderwirkung im Sinne des III. Prinzips von Newton, und zwar zwischen je zwei von drei oder n -Körpern; dies hindert jedoch nicht, daß die Aufeinanderwirkung eines dieser Kräftepaare (A—B) kleiner, gleich oder größer sei als die eines anderen Paares (B—C, A—C). Man darf daher sagen, daß die Ungleichheit der „Kräfte“ lediglich zwischen mindestens drei Körpern möglich ist. Mit anderen Worten: wir finden in Newtons Mechanik nur eine derartige Kraft konstruiert vor, die eine Wirkung, verbunden mit gleich großer und entgegengerichteter Gegenwirkung, dem III. Prinzip gemäß ist; auf eine andere würden wir, selbst wenn sie vorhanden wäre, den Begriff einer mechanischen Kraft nicht anwenden. In diesem Sinne ist das III. Axiom: 1. eine Konstruktion des Kraftbegriffes, insofern an Stelle einer unvollkommenen, selbst in den „Definitiones“ noch verwendeten Vorstellung, ein neuer bisher unbekannter Begriff der gegenseitigen Wirkung (Aufeinanderwirkung) geschaffen wird, und zwar geschaffen aus Elementen, die mir — wie ich glaube — gelungen ist auf dem Wege der Analyse der Muskelkraftintuition zu entdecken (Korrelativität, Umkehrbarkeit, Unabhängigkeit von der Zeit, Gleichheit der Aktion und Reaktion); 2. bereits dadurch, daß es die Konstruktion des Wirkungsbegriffes darstellt und die Grenzen der Anwendbarkeit dieses Begriffs umschreibt, auch seine Definition.

Die Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung ergibt sich daraus, daß dieselben zueinander korrelativ und daß sie Größen sind. Hier soll auf den Umstand hingewiesen werden, daß die Gleichung, in die die Aktion und Reaktion als gleiche Größen gekleidet werden, sich bereits auf die abstrakte Sonderung beider Wirkungen stützt, daß also nicht erst durch die Anwendung der mathematischen Formeln die Möglichkeit entsteht, die Kraft im Sinne des III. Axioms zu konstruieren, sondern daß umgekehrt der mathematische Ausdruck durch die Entwicklung des primären Kraftbegriffes, durch seine logische Analyse und Konstruktion vorbereitet ist. Die Gleichungen drücken nämlich immer mehr und zugleich weniger aus, als die entsprechenden Tatsachen enthalten; mehr — weil sie für gewisse Symbole gelten ohne Rücksicht auf die Grenzen ihrer realen Bedeutung, weniger — denn sie berücksichtigen die reale Ordnung der Erscheinungen nicht. Die Gleichung

$m_1 g_1 = m_2 g_2$ besagt, daß die Wirkung der Gegenwirkung gleich ist, aber sie kann uns nicht darüber belehren, daß Aktion und Reaktion zueinander gehören. Sie gestattet uns nicht, diesen Fall, der gerade im III. Prinzip vorliegt, von jenem zu unterscheiden, den man sich leicht denken kann, indem man annimmt, zwei Körper von den Maßen m_1 und m_2 und von an demselben Orte der Erde (dasselbe g) verschiedenen Gewichten Q_1 und Q_2 seien in verschiedene geographische Breiten φ_1 und φ_2 übertragen worden, wodurch nun die Körper von der Erde verschiedene Beschleunigungen g_1 und g_2 bekommen hätten, so daß die Gleichheit $m_1 g_2 = m_2 g_2$ eintreten würde — von jenem Fall also, in dem zwei selbständige, voneinander unabhängige Kräfte (Schwerkraft) auf die Massen m_1 und m_2 einwirken.

Wenn wir also $m_1 g_1 = m_2 g_2$ als Ausdruck des III. Axioms niederschreiben, so setzen wir abei mutmaßlich voraus, daß diese Wirkungen einander angehören und im Verhältnis der Wechselbeziehung, der Korrelativität stehen, und nicht voneinander unabhängig sind, und zwar daß sie korrelativ sind nicht auf Grund ihrer Gleichheit, sondern zufolge der Definition der Wirkung selbst. Dank der Korrelativität bezieht sich erst diese Gleichung auf den bestimmten Fall, den der III. Satz ausdrückt.

Die Gleichheit der Aktion und Reaktion ergibt sich aus der Wechselbeziehung beider sowie daraus, daß sie Größen sind; sie folgt aber nicht direkt aus der Erfahrung¹⁾, obwohl diese die Gleichheit insofern bestätigt, als sie ihr nicht widerspricht. Dies bezeugen ausdrücklich die Beispiele, welche Newton selbst, gewiß als Illustrationen, nicht als Beweise des III. Axioms, anführt. „Wenn ein Körper einen anderen drückt oder zieht, erleidet er in demselben Maße von ihm einen Druck oder Zug. Drückt jemand einen Stein mit dem Finger, so wird auch sein Finger vom Steine gedrückt. Zieht ein Pferd einen Stein vermittels einer Schnur, so wird auch gegenseitig das Pferd in gleicher Weise gegen den Stein hin angezogen; es wird nämlich die beiderseits gespannte Schnur in demselben Bestreben, sich zusammenzuziehen (relaxandise), sowohl das Pferd gegen den Stein, wie auch den Stein gegen das

¹⁾ Darauf machte ich bereits in meiner Arbeit „Das Prinzip der Ökonomie des Denkens“, poln., Warschau 1914, S. 8, aufmerksam.

Pferd ziehen¹⁾." Diese Tatsachen setzen offenbar die Gleichheit der Wechselwirkungen voraus, aber sie vermögen keineswegs davon zu überzeugen, einfach schon deshalb, weil sie qualitativen Charakter haben. — Selbst das Experiment von Newton mit den zwei auf dem Wasser schwimmenden Schiffchen, das so gern als Beweis des III. Axioms angeführt wird, spricht nicht direkt für die Gleichheit der gegenseitigen Anziehungen von Magnet und Eisen. „Denken wir zwischen zwei beliebige sich anziehende Körper A und B einen dritten Körper (obstaculum) hineingestellt, welcher ihre Berührung hindert. Wird der Körper A stärker vom Körper B angezogen als dieser Körper B von jenem A, so muß der dazwischengestellte dritte einen stärkeren Druck von A als von B erleiden und wird also nicht im Gleichgewicht verbleiben. Der stärkere Druck wird überwiegen und verursachen, daß das System beider Körper samt dem Zwischenkörper sich geradlinig in der Richtung des Körpers B bewegen und mit einer in der Leere stets beschleunigten Bewegung sich ins Unendliche entfernen wird; was widersinnig ist und dem I. Axiom widerspricht²⁾“. Es folgt dann die Beschreibung des Versuches selbst, welcher eben beweisen soll, daß ein Widerspruch mit dem I. Satze nicht vorkommt. Dasselbe soll auch ein fingiertes Gedankenexperiment mit der Erde bestätigen, die wir uns als durch eine Fläche in zwei beliebige Teile durchschnitten vorstellen, welche aufeinander gegenseitig und gleich stark drücken, da anderseits das I. Gesetz wieder verleugnet wäre.

Die letzten zwei Beispiele beweisen lediglich, daß unter obigen Verhältnissen nur dem Prinzip der Trägheit des Massenmittelpunktes beider Körper bzw. beider Teile eines Körpers nachgekommen wird, nicht aber, daß die Aktion der Reaktion gleich ist. Man kann wirklich vom III. Axiom zum Trägheitsprinzip übergehen³⁾. Wenn aber das letzte richtig ist, so beweist das, daß die Konstruktion der gegenseitigen Wirkung exakt, aber nicht, daß sie mit Rücksicht auf die Erfahrung die einzig mögliche ist. Die Erfahrung widerspricht ihr nicht, insofern sie dem Trägheitsprinzip nicht widerspricht. Ganz analog, wenn die Folgerungen einer Hypothese experimentell bestätigt werden, beweist das nicht, daß der Sach-

¹⁾ Newton, op. cit. Lex III, S. 14.

²⁾ Newton, op. cit. Scholium S. 25.

³⁾ Ibid., Leg. Coroll. IV, S. 19.

verhalt, den wir in der Hypothese annehmen, notwendig und genau der Wirklichkeit entspricht und ein anderer sich nicht konstruieren lässt.

Diese Analogie verdient hervorgehoben zu werden. Man spricht in gleichem Sinne von der Bestätigung einer Hypothese und z. B. eines wissenschaftlichen Gesetzes. Diese Ausdrucksweise ist jedoch vieldeutig. Im Grunde genommen verifizieren wir nur das Gesetz, d. h. wir stellen quantitativ oder auch bloß qualitativ das Vorkommen des im Gesetze ausgedrückten Zusammenhanges fest zwischen der Erscheinung A und der Erscheinung B bzw. zwischen dem Elemente α der Erscheinung M und einem anderen Elemente β oder einem Elementenkomplexe dieser Erscheinung; wir konstatieren auf diese Weise, daß bei der Anwendung des Gesetzes auf einen konkreten, eindeutig bestimmten, Fall konkrete Elementenwerte, deren Zusammenhang das Gesetz ausdrückt, seine allgemeine Gleichung erfüllen bzw. daß die allgemeine Abhängigkeit sich auch in bezug auf diesen Spezialfall richtig zeigt. Dagegen wird eine Hypothese streng genommen nicht verifiziert, da sie nur die Prämisse einer mit der Wirklichkeit vergleichbaren Abhängigkeit ist. Es werden nur die Konsequenzen einer Hypothese bestätigt. Die Erfahrung schreibt uns weder diese noch jene Hypothese vor, sie besagt nur, wann wir eine Hypothese verwerfen müssen.

(Fortsetzung folgt.)