

Gz 2691

Bildmessung und Luftbildwesen

Beilage

zu

Hest 12 der Allgemeinen
Vermessungs-Nachrichten

vom 15. Juni 1940



Hest 1

XV

Juni 1940

Verlag: Herbert Wichmann, Berlin-Grünwald

Bildmessung und Luftbildwesen

Zeitschrift der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie e. V.

XV - 1940 - 1

Inhalt:

Gotthardt: Beiträge zur Frage der Genauigkeit der gegenseitigen Ortung von Senkrechtbildpaaren	Seite 2
Manek: Photogrammetrie in der Türkei	Seite 24
Vereinsnachrichten	Seite 30
Gedenktage	Seite 30
Hochschulnachrichten	Seite 30
Neuffer †	Seite 31
Professor Dr. Buttler †	Seite 31
Bücherbesprechung	Seite 31

Bildmessung und Luftbildwesen erscheint viermal im Jahre.
Bezug durch die Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie e. V.
oder als Beilage der Allgemeinen Vermessungs-Nachrichten
(Verlag: Herbert Wichmann, Berlin-Grünwald)

Preis des Einzelheftes 2.50 RM.



019

Bildmessung und Luftbildwesen

Beilage

zu den Allgemeinen Vermessungs-Nachrichten

Schriftwalter: W. Geßner, Berlin SW 29, Flughafen

Verlag Herbert Wichmann, Berlin-Grünwald, Königsallee 21, Fernsprecher 97 1993

Nachdruck nur mit ausdrücklicher Genehmigung gestattet

Aufsätze u. Fachberichte für das nächste Heft bitten wir bis zum 1. August 1940 an Dir. Geßner zu senden

15. Jahrgang

Juni 1940

Heft 1

An unsere Leser!

Im Einvernehmen mit der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie e. V. erscheint der Teil „Bildmessung und Luftbildwesen“ der Allgemeinen Vermessungs-Nachrichten wieder in der alten Form als Zeitschrift der Gesellschaft.

„Bildmessung und Luftbildwesen“ wird den Lesern der Allgemeinen Vermessungs-Nachrichten viermal jährlich als Beilage geliefert (1940 dreimal). Der Bezugspreis ist in dem Jahresbezugspreis der AVN. einbegriffen.

Nach wie vor wird Bildmessung und Luftbildwesen dem Erfahrungsaustausch zwischen Wissenschaft und Praxis dienen.

Der Verlag.

Okte. 6. 1192/69

Beiträge zur Frage der Genauigkeit der gegenseitigen Ortung von Senkrechtbildpaaren*

Von Dr.-Ing. E. Gotthardt, Berlin.

Übersicht: Die Arbeit hat zum Ziel, die Genauigkeitsverhältnisse bei der gegenseitigen Ortung von Senkrechtbildpaaren dadurch zu erforschen, daß an Stelle der Bild-drehungen selbst gewisse Funktionen der Bilddrehungen mit ausgezeichneten Genauigkeitseigenschaften benutzt werden. Die Theorie dieser Funktionen wird abgeleitet und durch eine Reihe von Beispielen über ihre Anwendbarkeit zur Untersuchung der nach der gegenseitigen Ortung verbleibenden Restfehler des Raummodells erläutert.

I. Einleitung.

Die Frage, mit welcher Genauigkeit sich die gegenseitige Ortung von Senkrechtbildern durch Beseitigung der y -Parallaxen herstellen läßt, ist bereits verschiedentlich behandelt worden [1, 2, 3, 4]. Die durch umfangreiche praktische Versuche gestützten Untersuchungen erbrachten das zunächst überraschende Ergebnis, daß die mittleren Fehler der zur Herstellung und Festlegung der Ortung dienenden Bilddrehungen, insbesondere der Kantungen, wesentlich über die Beträge hinausgehen, die man auf Grund der Empfindlichkeit der Ortung gegen geringfügige Störungen vermutet hatte. Dieser scheinbare Widerspruch ließ sich bald dahingehend klären, daß die verschiedenen Ortungselemente nicht unabhängig voneinander sind und zum Beispiel der Kantungsunterschied $\Delta\kappa$ erheblich genauer bestimmt ist als die einzelnen Kantungen κ_I und κ_{II} . Da ähnliches auch sonst für die gegenseitige Abhängigkeit der Bilddrehungen gilt, stellen die aus ihren mittleren Fehlern abgeleiteten y -Parallaxen Werte dar, die praktisch überhaupt keine Bedeutung besitzen. Damit ergeben sich zugleich zwei wichtige Fragen, nämlich erstens, ob es außer dem bereits als bemerkenswert genau erkannten Kantungsunterschied noch weitere derartige Funktionen von besonders hoher oder auch besonders geringer Genauigkeit gibt und wie diese aufgebaut sind, zweitens aber, welche y -Parallaxen nach dem Ortungsvorgang tatsächlich übrig bleiben und wie sie sich in benachbarten Punkten oder über das gesamte in Betracht kommende Gebiet auswirken.

In der vorliegenden Arbeit soll die hiermit gekennzeichnete Aufgabe weiter verfolgt und zugleich auf einige in engem Zusammenhang damit stehende Fragen eingegangen werden, insbesondere auf die Abhängigkeit dieser Funktionen von der Anordnung der zur gegenseitigen Ortung dienenden Punkte (Ortungspunkte) und von der Höhengestaltung des Geländes, ferner auf die infolge der Ortungsfehler auftretenden x -Parallaxen (Modellverbiegungen). Um willkürfreie Aussagen über die Genauigkeit machen zu können, soll dabei angenommen werden, daß die tatsächlich auftretenden Fehler die gleichen sind, die man durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate erhalten würde. Diese Annahme wird zwar nie genau erfüllt sein, andererseits aber auch

* Eingereicht zur Erlangung des Grades eines Dr.-Ing. habil. in der Fakultät für Bauwesen der Technischen Hochschule Berlin. Genehmigt am 15. 3. 1940. (D 83.)

nicht allzuweit von der Wirklichkeit abweichen [1]. Der Formalismus der Ausgleichung bewährt sich übrigens auch in dem Falle, daß keine überschüssigen Bestimmungsstücke vorliegen, wenn also hier nur fünf Punkte für die Herbeiführung der gegenseitigen Ortung benutzt werden.

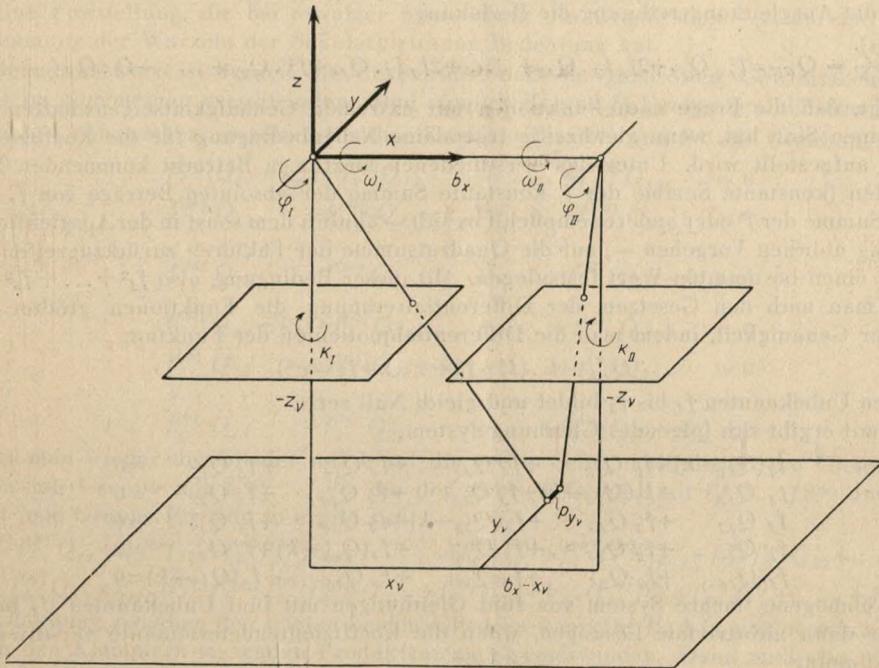


Abb. 1. Koordinaten- und Drehachsen.

II. Fehlergleichungen für die gegenseitige Ortung; Genauigkeit der Bild Drehungen.

Bei der in Abb. 1 veranschaulichten Koordinaten- und Vorzeichenfestlegung lauten die Fehlergleichungen für die Bestimmung der gegenseitigen Ortung [5]:

$$p_{y_v} + v_v + x_v \Delta \kappa_I + (b - x_v) \Delta \kappa_{II} + \frac{x_v y_v}{z_v} \Delta \varphi_I + \frac{(b - x_v) y_v}{z_v} \Delta \varphi_{II} - \left(z_v + \frac{y_v^2}{z_v} \right) \Delta \omega = 0$$

($\Delta \omega = \Delta \omega_{II} - \Delta \omega_I$; $v = 1, 2, \dots, n$; $n \geq 5$)

Zur Vereinfachung der folgenden Ableitungen sei die Gleichung in Anlehnung an die in der Ausgleichsrechnung übliche Bezeichnungsweise in folgender Form geschrieben:

$$l_v + v_v = a_{1,v} X_1 + a_{2,v} X_2 + a_{3,v} X_3 + a_{4,v} X_4 + a_{5,v} X_5$$

Dann ergeben sich die Gewichtskkehrwerte Q_{11} bis Q_{55} der Unbekannten $X_1 \dots X_5$ aus den bekannten Gewichtsgleichungssystemen:

$$\begin{aligned} [a_1 a_1] \cdot Q_{11} + [a_1 a_2] \cdot Q_{12} + [a_1 a_3] \cdot Q_{13} + [a_1 a_4] \cdot Q_{14} + [a_1 a_5] \cdot Q_{15} &= 1 \\ [a_1 a_2] \cdot Q_{11} + [a_2 a_2] \cdot Q_{22} + [a_2 a_3] \cdot Q_{23} + [a_2 a_4] \cdot Q_{24} + [a_2 a_5] \cdot Q_{25} &= 0 \\ [a_1 a_3] \cdot Q_{11} + [a_2 a_3] \cdot Q_{12} + [a_3 a_3] \cdot Q_{33} + [a_3 a_4] \cdot Q_{34} + [a_3 a_5] \cdot Q_{35} &= 0 \\ [a_1 a_4] \cdot Q_{11} + [a_2 a_4] \cdot Q_{12} + [a_3 a_4] \cdot Q_{13} + [a_4 a_4] \cdot Q_{44} + [a_4 a_5] \cdot Q_{45} &= 0 \\ [a_1 a_5] \cdot Q_{11} + [a_2 a_5] \cdot Q_{12} + [a_3 a_5] \cdot Q_{13} + [a_4 a_5] \cdot Q_{14} + [a_5 a_5] \cdot Q_{55} &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

usw.

Die Genauigkeit der Unbekannten ist demzufolge:

$$m_{X_1} = m \cdot \sqrt{Q_{11}}, \dots, m_{X_5} = m \cdot \sqrt{Q_{55}}$$

wobei m den mittleren y -Parallaxenfehler bezeichnet.

III. Funktionen von ausgezeichneter Genauigkeit.

1. Theorie.

Für die Genauigkeit m_F einer Funktion F der Unbekannten $X_1 \dots X_5$

$$F = f_1 \cdot X_1 + f_2 \cdot X_2 + f_3 \cdot X_3 + f_4 \cdot X_4 + f_5 \cdot X_5 \quad 1)$$

liefert die Ausgleichsrechnung die Beziehung

$$\frac{m_F^2}{m^2} = Q_{FF} = f_1^2 \cdot Q_{11} + 2f_1 f_2 \cdot Q_{12} + \dots + 2f_1 f_5 \cdot Q_{15} + f_2^2 \cdot Q_{22} + \dots + f_5^2 \cdot Q_{55} \quad (2)$$

Sie zeigt, daß die Frage nach Funktionen mit extremen Genauigkeitseigenschaften erst dann einen Sinn hat, wenn gleichzeitig irgendeine Nebenbedingung für die Koeffizienten $f_1 \dots f_5$ aufgestellt wird. Unter den verschiedenen hierfür in Betracht kommenden Möglichkeiten (konstante Summe der f , konstante Summe der absoluten Beträge von f , konstante Summe der f^2 oder andere) empfiehlt es sich — ähnlich dem sonst in der Ausgleichsrechnung üblichen Vorgehen —, auf die Quadratsumme der Faktoren zurückzugreifen und hierfür einen bestimmten Wert festzulegen. Mit dieser Bedingung, also $f_1^2 + \dots + f_5^2 = c^2$ erhält man nach den Gesetzen der Differentialrechnung die Funktionen größter und kleinster Genauigkeit, indem man die Differentialquotienten der Funktion

$$Q_{FF} - k \cdot (f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_5^2 - c^2)$$

nach den Unbekannten f_1 bis f_5 bildet und gleich Null setzt.

Damit ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} f_1(Q_{11}-k) + f_2 Q_{12} + f_3 Q_{13} + f_4 Q_{14} + f_5 Q_{15} &= 0 \\ f_1 Q_{12} + f_2(Q_{22}-k) + f_3 Q_{23} + f_4 Q_{24} + f_5 Q_{25} &= 0 \\ f_1 Q_{13} + f_2 Q_{23} + f_3(Q_{33}-k) + f_4 Q_{34} + f_5 Q_{35} &= 0 \\ f_1 Q_{14} + f_2 Q_{24} + f_3 Q_{34} + f_4(Q_{44}-k) + f_5 Q_{45} &= 0 \\ f_1 Q_{15} + f_2 Q_{25} + f_3 Q_{35} + f_4 Q_{45} + f_5(Q_{55}-k) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Dieses homogene lineare System von fünf Gleichungen mit fünf Unbekannten (f_1 bis f_5) hat nur dann nichttriviale Lösungen, wenn die Koeffizientendeterminante verschwindet. Die Bedingung

$$\begin{vmatrix} Q_{11}-k & Q_{12} & \dots & \dots & Q_{15} \\ Q_{12} & Q_{22}-k & \dots & \dots & Q_{25} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{15} & Q_{25} & \dots & \dots & Q_{55}-k \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

läßt sich daher zur Bestimmung der Konstanten k verwenden. Wie aus der Determinantenlehre bekannt ist, besitzt diese dort als Säkulargleichung bezeichnete Gleichung lauter reelle Lösungen. Man erhält also fünf reelle Werte von k und dementsprechend fünf reelle Funktionen F_1 bis F_5 . Von ihnen ist je eine die unbedingt genaueste und eine die unbedingt ungenaueste Funktion der Bild Drehungen, während die anderen weniger leicht zu deutende Funktionen mit ausgezeichneten Genauigkeitseigenschaften sind².

Während zur Bestimmung der Funktionen F_1 bis F_5 die Auflösung des Gleichungssystems (3) nach Einsetzen des entsprechenden k -Wertes notwendig ist, lassen sich die Größen Q_{FF} unmittelbar erhalten. Multipliziert man nämlich die Gleichungen (3) der Reihe nach mit $f_1 \dots f_5$ und addiert sie, so ergibt sich, falls man die Glieder mit k auf die rechte Seite bringt:

$$f_1^2 Q_{11} + 2f_1 f_2 Q_{12} + \dots + 2f_1 f_5 Q_{15} + f_2^2 Q_{22} + \dots + f_5^2 Q_{55} = k(f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_5^2)$$

¹ Da sich in der Ausgleichsrechnung nur lineare Funktionen oder auf eine lineare Form gebrachte Funktionen behandeln lassen, werden nur lineare Funktionen der Unbekannten in den Bereich dieser Betrachtungen gezogen.

² Ähnliche Verhältnisse finden sich beispielsweise bei den Achsen eines Ellipsoides, von denen eine die größte und eine die kleinste ist, während die mittlere eine Zwischenstellung mit ebenfalls bemerkenswerten Eigenschaften einnimmt.

Wie man sieht, ist die linke Seite der Gleichung gleichbedeutend mit dem Gewichtswert Q_{FF} , es gilt also die einfache Beziehung:

$$Q_{FF} = k (f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_5^2) = k \cdot c^2$$

Da Q_{FF} nicht negativ werden kann, folgt weiter, daß auch keiner der k -Werte negativ ist, eine Feststellung, die bei etwaiger Anwendung des Graeffeschen Verfahrens [6] zur Bestimmung der Wurzeln der Säkulargleichung Bedeutung hat.

Bemerkenswert ist ferner die Erkenntnis, daß die gemischten Gewichtskkehrwerte $Q_{F_m F_n}$ im allgemeinen verschwinden. Sind nämlich F_m und F_n Funktionen, die den Werten k_m und k_n entsprechen, so gelten für ihre Koeffizienten $f^{(m)}$ und $f^{(n)}$ die Gleichungen:

$$\begin{aligned} f_1^{(m)}(Q_{11} - k_m) + f_2^{(m)} Q_{12} + \dots + f_5^{(m)} Q_{15} &= 0 \\ f_1^{(m)} Q_{12} + f_2^{(m)}(Q_{22} - k_m) + \dots + f_5^{(m)} Q_{25} &= 0 \\ \dots & \\ f_1^{(m)} Q_{15} + f_2^{(m)} Q_{25} + \dots + f_5^{(m)}(Q_{55} - k_m) &= 0 \\ f_1^{(n)}(Q_{11} - k_n) + f_2^{(n)} Q_{12} + \dots + f_5^{(n)} Q_{15} &= 0 \\ f_1^{(n)} Q_{12} + f_2^{(n)}(Q_{22} - k_n) + \dots + f_5^{(n)} Q_{25} &= 0 \\ \dots & \\ f_1^{(n)} Q_{15} + f_2^{(n)} Q_{25} + \dots + f_5^{(n)}(Q_{55} - k_n) &= 0 \end{aligned}$$

Bringt man wieder die Glieder mit k auf die rechte Seite, multipliziert die Gleichungen der ersten Gruppe mit $f_1^{(n)} \dots f_5^{(n)}$, die der zweiten Gruppe mit $f_1^{(m)} \dots f_5^{(m)}$ und summiert jede Gruppe für sich, so ergibt sich:

$$f_1^{(m)} f_1^{(n)} Q_{11} + (f_1^{(m)} f_2^{(n)} + f_1^{(n)} f_2^{(m)}) Q_{12} + \dots + (f_1^{(m)} f_5^{(n)} + f_1^{(n)} f_5^{(m)}) Q_{15} + f_2^{(m)} f_2^{(n)} Q_{22} + \dots + f_5^{(m)} f_5^{(n)} Q_{55} = k_m \cdot (f_1^{(m)} f_1^{(n)} + f_2^{(m)} f_2^{(n)} + \dots + f_5^{(m)} f_5^{(n)}) = k_n \cdot (f_1^{(m)} f_1^{(n)} + f_2^{(m)} f_2^{(n)} + \dots + f_5^{(m)} f_5^{(n)})$$

Die Gleichung zwischen den letzten beiden Gliedern kann für $k_m \neq k_n$ nur bestehen, wenn die in den Klammern stehenden Produktsummen verschwinden. Dann muß also auch die linke Seite der Gleichung, die gleich der Größe $Q_{F_m F_n}$ ist, gleich Null sein, d. h. die gemischten Gewichtskkehrwerte verschwinden stets, falls die Funktionen F_m und F_n verschiedenen k -Werten entsprechen. Bei mehrfachen Wurzeln können auch von Null verschiedene gemischte Gewichtskkehrwerte vorkommen. Hier gibt es stets eine Vielzahl von Lösungen, unter denen sich aber solche auswählen lassen, für die $Q_{F_m F_n}$ verschwindet, was in der Erfüllung der Bedingung

$$\sum_v f_v^{(m)} f_v^{(n)} = 0 \tag{5}$$

zum Ausdruck kommt. Praktisch ist das Nullwerden der gemischten Gewichtskkehrwerte insofern von Bedeutung, als die Berechnung des Fehlers einer weiteren Funktion

$$G = g_1 F_1 + g_2 F_2 + g_3 F_3 + g_4 F_4 + g_5 F_5$$

nach der einfachen Beziehung

$$m_G^2 = g_1^2 \cdot m_{F_1}^2 + g_2^2 \cdot m_{F_2}^2 + \dots + g_5^2 \cdot m_{F_5}^2$$

erfolgen kann. Derartige Funktionen F verhalten sich demnach so, als ob sie voneinander unabhängige Fehlerquellen wären. Man kann daher die Fehler der einzelnen F zunächst für sich betrachten und später nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz vereinigen. Rechen-technisch ist überdies vorteilhaft, daß die Gewichtskkehrwerte der Funktion G sich aus lauter positiven Teilgliedern aufbauen und nicht — wie es sonst vorkommen kann — als Differenzen annähernd gleicher, sehr großer Zahlen berechnet zu werden brauchen, was bereits bei mittleren Genauigkeitsansprüchen zu umfangreichen Arbeiten zwingt. Es erweist sich daher als vorteilhaft, die Bestimmung der mittleren Parallaxenfehler in der Weise vorzunehmen, daß man die ursprünglichen Veränderlichen $X_1 \dots X_5$ durch die Funktionen $F_1 \dots F_5$ ausdrückt und den Parallaxenfehler als Fehler einer Funktion G dieser Funktionen berechnet.

In diesem Zusammenhang ist noch zu erwähnen, daß das Verschwinden der gemischten Gewichtskehrwerte keine Eigenschaft ist, deren Vorkommen sich auf die hier behandelten Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit beschränkt. Es ist vielmehr kennzeichnend für eine größere Klasse von Funktionen, die man nach Thiele [7] als „freie Funktionen“ bezeichnet. Das System der Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit stellt demnach einen Sonderfall eines Systems freier Funktionen dar.

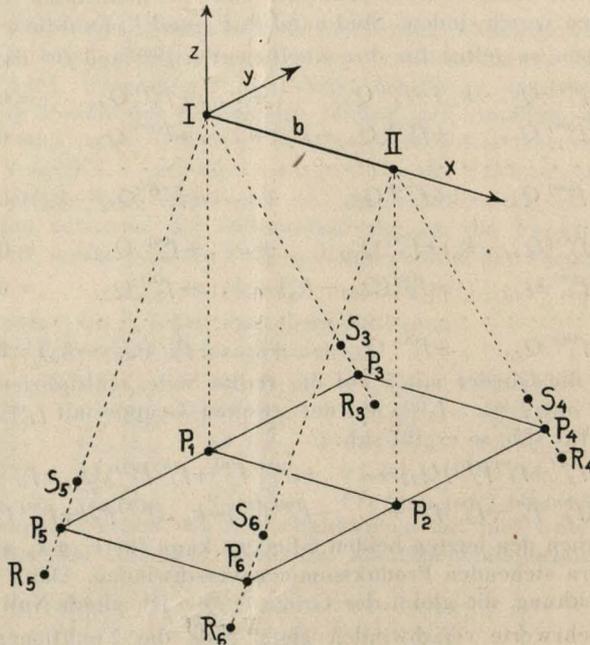


Abb. 2. Schema der für die gegenseitige Einpassung benutzten Punkte.

2. Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit bei ebenem Gelände und sechs Ortungspunkten.

Dem nun zu betrachtenden Beispiel 1 sollen die schon von R. Finsterwalder für seine Untersuchungen gewählten Zahlenwerte [1] zugrunde gelegt werden. Zur Herstellung der gegenseitigen Ortung dienen also die sechs Punkte P_1 bis P_6 (vgl. Abb. 2) mit folgenden Koordinaten:

	x	y	z (alle Maße in mm)
P_1 :	0	0	-200
P_2 :	+ 66,7 ³	0	-200
P_3 :	0	+ 80	-200
P_4 :	+ 66,7	+ 80	-200
P_5 :	0	- 80	-200
P_6 :	+ 66,7	- 80	-200

Die Basislänge b ist zu 66,7 mm angenommen. Damit ergeben sich die Fehlergleichungen:

³ Die meisten Zahlenwerte sind gegenüber der Urrechnung stark gekürzt, so daß sich bei Nachrechnungen häufig kleine Widersprüche ergeben werden. Der tatsächlich benutzte Abszissenwert ist $\frac{200}{3}$.

$$\begin{aligned}
 p_{y_1} + v_1 & \cdot +66,7 \Delta x_{II} & \cdot & \cdot & + 200 \Delta \omega = 0 \\
 p_{y_2} + v_2 + 66,7 \Delta x_I & \cdot & \cdot & \cdot & + 200 \Delta \omega = 0 \\
 p_{y_3} + v_3 & \cdot +66,7 \Delta x_{II} & \cdot & - 26,7 \Delta \varphi_{II} + 232 \Delta \omega = 0 \\
 p_{y_4} + v_4 + 66,7 \Delta x_I & \cdot & - 26,7 \Delta \varphi_I & \cdot & + 232 \Delta \omega = 0 \\
 p_{y_5} + v_5 & \cdot +66,7 \Delta x_{II} & \cdot & + 26,7 \Delta \varphi_{II} + 232 \Delta \omega = 0 \\
 p_{y_6} + v_6 + 66,7 \Delta x_I & \cdot & + 26,7 \Delta \varphi_I & \cdot & + 232 \Delta \omega = 0
 \end{aligned}$$

Ferner erhält man als Koeffizientenschema der Gewichtsgleichungssysteme:

$$\begin{aligned}
 + 13\ 333 & \cdot & \cdot & \cdot & + 44\ 267 \\
 \cdot & + 13\ 333 & \cdot & \cdot & + 44\ 267 \\
 \cdot & \cdot & + 1\ 422 & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & + 1\ 422 & \cdot \\
 + 44\ 267 + 44\ 267 & \cdot & \cdot & \cdot & + 295\ 296
 \end{aligned}$$

und hieraus die Gewichtskehrwerte Q bzw. die bequemer zu handhabenden, mit 10^4 multiplizierten Werte \bar{Q} :

$$\begin{aligned}
 \bar{Q}_{x_I x_I} = +81,678 & \quad \bar{Q}_{x_I x_{II}} = +80,928 & \quad \bar{Q}_{x_I \varphi_I} = 0 & \quad \bar{Q}_{x_I \varphi_{II}} = 0 & \quad \bar{Q}_{x_I \omega} = -24,370 \\
 \bar{Q}_{x_{II} x_{II}} = +81,678 & \quad \bar{Q}_{x_{II} \varphi_I} = 0 & \quad \bar{Q}_{x_{II} \varphi_{II}} = 0 & \quad \bar{Q}_{x_{II} \omega} = -24,370 \\
 & \quad \bar{Q}_{\varphi_I \varphi_I} = +7,032 & \quad \bar{Q}_{\varphi_I \varphi_{II}} = 0 & \quad \bar{Q}_{\varphi_I \omega} = 0 \\
 & & \quad \bar{Q}_{\varphi_{II} \varphi_{II}} = +7,032 & \quad \bar{Q}_{\varphi_{II} \omega} = 0 \\
 & & & \quad \bar{Q}_{\omega \omega} = +7,3403
 \end{aligned}$$

Die Säkulargleichung (4) zur Bestimmung der Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit nimmt damit folgende Gestalt an:

$$\begin{vmatrix}
 81,678 - k & 80,928 & \cdot & \cdot & -24,370 \\
 80,928 & 81,678 - k & \cdot & \cdot & -24,370 \\
 \cdot & \cdot & 7,032 - k & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & 7,032 - k & \cdot \\
 -24,370 & -24,370 & \cdot & \cdot & 7,3403 - k
 \end{vmatrix} = 0$$

Die Gleichung hat also zunächst die zweifache Wurzel $k_{1,2}^{(1)} = 7,032$, und die Bestimmung der übrigen k -Werte aus der Determinante

$$\begin{vmatrix}
 81,678 - k & 80,928 & -24,370 \\
 80,928 & 81,678 - k & -24,370 \\
 -24,370 & -24,370 & 7,3403 - k
 \end{vmatrix} = 0$$

bereitet keine besonderen Schwierigkeiten mehr. Sie läßt sich noch weiter vereinfachen, wenn man von der Möglichkeit der Umformung von Determinanten Gebrauch macht und nach Subtraktion der zweiten Spalte von der ersten die erste Zeile zur zweiten addiert. Man findet so aus

$$\begin{vmatrix}
 0,750 - k & 80,928 & -24,370 \\
 \cdot & 162,606 - k & -48,740 \\
 \cdot & -24,370 & 7,3403 - k
 \end{vmatrix} = 0$$

unmittelbar die dritte Wurzel $k_3^{(1)} = 0,750$ und braucht nur noch eine quadratische Gleichung aufzulösen, um die letzten beiden Wurzeln $k_4^{(1)} = 0,0324$ und $k_5^{(1)} = 169,91$ zu finden.

Bei der nun folgenden Berechnung der Funktionen F aus dem Gleichungssystem (3) ist zu beachten, daß dieses als homogenes System nur die Verhältnisse der Koeffizienten f liefert und die absolute Größe dieser Koeffizienten erst nach Festlegung der Konstanten c bestimmt werden kann. Wählt man der besseren Vergleichsmöglichkeit wegen $c = 1$, so ergeben sich für die drei letzten k -Werte die Funktionen:

$$\begin{aligned}
 F_3^{(1)} &= 0,707 (\Delta x_I - \Delta x_{II}) \\
 F_4^{(1)} &= 0,147 (\Delta x_I + \Delta x_{II}) + 0,978 \Delta \omega \\
 F_5^{(1)} &= 0,691 (\Delta x_I + \Delta x_{II}) - 0,207 \Delta \omega
 \end{aligned}$$

Von ihnen ist $F_3^{(1)}$ bis auf einen Proportionalitätsfaktor der bereits früher als Funktion hoher Genauigkeit erkannte Kantungsunterschied, während die beiden anderen sich nicht in einfacher Weise deuten lassen.

Die doppelte Wurzel $k_{1,2}^{(1)} = 7,032$ liefert, wie bereits erwähnt, noch keine eindeutige Bestimmung der restlichen zwei Funktionen und läßt noch die Wahl zwischen allen Funktionen der Gestalt:

$$F_{1,2}^{(1)} = \cos \vartheta \cdot \Delta\varphi_I + \sin \vartheta \cdot \Delta\varphi_{II} \quad (\vartheta \text{ beliebig})$$

Durch Hinzunahme der Forderung (5), die das Verschwinden der gemischten Gewichtskkehrwerte sichert, erhält man als allgemeine Lösung

$$\begin{aligned} F_1^{(1)} &= \cos \vartheta \cdot \Delta\varphi_I + \sin \vartheta \cdot \Delta\varphi_{II} \\ F_2^{(1)} &= -\sin \vartheta \cdot \Delta\varphi_I + \cos \vartheta \cdot \Delta\varphi_{II} \end{aligned}$$

Auch hier ist ϑ beliebig wählbar. Praktisch empfiehlt sich die Bevorzugung der Werte $\vartheta = 0^\circ$ mit

$$F_1^{(1)} = \Delta\varphi_I \qquad F_2^{(1)} = \Delta\varphi_{II}$$

oder $\vartheta = 50^\circ$ mit

$$F_1^{*(1)} = 0,707 (\Delta\varphi_I + \Delta\varphi_{II}) \qquad F_2^{*(1)} = -0,707 (\Delta\varphi_I - \Delta\varphi_{II})$$

das sind also entweder die beiden einzelnen Kammerschwenkungen oder die mit $\sqrt{2}$ multiplizierte gemeinsame Schwenkung $\frac{\Delta\varphi_I + \Delta\varphi_{II}}{2}$ und die mit $\frac{1}{\sqrt{2}}$ multiplizierte Schwenkungsdifferenz (Konvergenz) $\Delta\varphi_I - \Delta\varphi_{II}$.

Zum Schluß dieses Abschnittes sei noch eine Gegenüberstellung der mittleren Fehler der Bild Drehungen einerseits und der Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit andererseits gegeben, wobei der Berechnung der mittleren Winkelfehler ein Parallaxenfehler von 0,03 mm [1, 3] zugrunde gelegt ist.

Zahlentafel 1

Mittlere Fehler für Beispiel 1					
Bild Drehungen			Funktionen ausgez. Genauigkeit		
Drehung	\bar{Q}	$m_D = 0,03 \frac{\sqrt{\bar{Q}}}{100} \cdot \varrho^C$	Funktion	\bar{Q}	$m_F = 0,03 \frac{\sqrt{\bar{Q}}}{100} \cdot \varrho^C$
$\Delta\alpha_I$	81,678	17,2 ^c	$F_1^{(1)4}$	7,032	5,1 ^c
$\Delta\alpha_{II}$	81,678	17,2 ^c	$F_2^{(1)4}$	7,032	5,1 ^c
$\Delta\varphi_I$	7,032	5,1 ^c	$F_3^{(1)}$	0,750	1,65 ^c
$\Delta\varphi_{II}$	7,032	5,1 ^c	$F_4^{(1)}$	0,0324	0,34 ^c
$\Delta\omega$	7,3403	5,2 ^c	$F_5^{(1)}$	169,91	24,8 ^c

Es ist also festzustellen, daß von den Bild Drehungen nur die Schwenkungen als unabhängige Größen betrachtet werden können. Ferner ist außer der bereits bekannten scharf definierten Funktion $F_3^{(1)} = 0,707 (\Delta\alpha_I - \Delta\alpha_{II})$ noch eine zweite, erheblich genauere Funktion vorhanden:

$$F_4^{(1)} = 0,147 (\Delta\alpha_I + \Delta\alpha_{II}) + 0,978 \Delta\omega$$

Ihr Fehler ist weit geringer als der Ablesefehler an den Teilkreisen der Auswertegeräte, und damit wird die Tatsache erklärlich, daß durch Einstellung berechneter oder durch eine frühere Einpassung gefundener Ortungsgrößen kein parallaxenfreies Modell erhältlich ist, da zu diesem Zweck die Summe $0,147 (\Delta\alpha_I + \Delta\alpha_{II}) + 0,978 \Delta\omega$ mit einer Genauigkeit von 0,34^c erhalten bleiben müßte.

⁴ Die Genauigkeit von $F_1^{*(1)}$ und $F_2^{*(1)}$ ist die gleiche wie die von $F_1^{(1)}$ und $F_2^{(1)}$.

3. Abhängigkeit der Funktionen ausgezeichnetener Genauigkeit von der Geländegestalt.

Da aus anderen Untersuchungen [5, 8, 9] bekannt ist, daß die Genauigkeit der Bild-drehungen sehr stark von der Geländegestalt abhängt, erscheint die Frage bedeutsam, in welcher Weise die Funktionen ausgezeichnetener Genauigkeit hiervon beeinflusst werden. Zu diesem Zweck seien die Punkte P_3 bis P_6 des vorhergehenden Beispiels ersetzt durch die Punkte R_3 bis R_6 bzw. S_3 bis S_6 (Abb. 2), die mit ihnen hinsichtlich der Werte x und $\frac{y}{z}$ übereinstimmen, während die z -Werte für die R -Punkte -220 mm, für die S -Punkte -180 mm betragen. Unter Fortlassung der Zwischenrechnungen ergibt sich dann unter der Annahme, daß die Parallaxen in den einzelnen Modellpunkten gleichgewichtig sind⁵, folgendes Bild:

a) Beispiel 2. R -Punkte, entsprechend einem Flug längs eines Gebirgskammes.

$$\begin{aligned}
 k_1^{(2)} &= 7,032 & F_1^{(2)} &= \cos \vartheta \Delta\varphi_I + \sin \vartheta \Delta\varphi_{II} \\
 k_2^{(2)} &= 7,032 & F_2^{(2)} &= -\sin \vartheta \Delta\varphi_I + \cos \vartheta \Delta\varphi_{II} \\
 k_3^{(2)} &= 0,750 & F_3^{(2)} &= 0,707 (\Delta\alpha_I - \Delta\alpha_{II}) \\
 k_4^{(2)} &= 0,0283 & F_4^{(2)} &= 0,137 (\Delta\alpha_I + \Delta\alpha_{II}) + 0,981 \Delta\omega \\
 k_5^{(2)} &= 65,290 & F_5^{(2)} &= 0,694 (\Delta\alpha_I + \Delta\alpha_{II}) - 0,193 \Delta\omega
 \end{aligned}$$

Zahlentafel 2

Mittlere Fehler für Beispiel 2					
Bild Drehungen			Funktionen ausgez. Genauigkeit		
Drehung	\bar{Q}	$m_D = 0,03 \frac{\sqrt{\bar{Q}}}{100} \cdot \varrho^c$	Funktion	\bar{Q}	$m_F = 0,03 \frac{\sqrt{\bar{Q}}}{100} \cdot \varrho^c$
$\Delta\alpha_I$	31,804	10,8 ^c	$F_1^{(2)}$	7,032	5,1 ^c
$\Delta\alpha_{II}$	31,804	10,8 ^c	$F_2^{(2)}$	7,032	5,1 ^c
$\Delta\varphi_I$	7,032	5,1 ^c	$F_3^{(2)}$	0,750	1,65 ^c
$\Delta\varphi_{II}$	7,032	5,1 ^c	$F_4^{(2)}$	0,0283	0,32 ^c
$\Delta\omega$	2,4614	3,0 ^c	$F_5^{(2)}$	65,290	15,4 ^c

b) Beispiel 3. S -Punkte, entsprechend einem Flug längs eines Gebirgstales.

$$\begin{aligned}
 k_1^{(3)} &= 7,032 & F_1^{(3)} &= \cos \vartheta \cdot \Delta\varphi_I + \sin \vartheta \cdot \Delta\varphi_{II} \\
 k_2^{(3)} &= 7,032 & F_2^{(3)} &= -\sin \vartheta \cdot \Delta\varphi_I + \cos \vartheta \cdot \Delta\varphi_{II} \\
 k_3^{(3)} &= 0,750 & F_3^{(3)} &= 0,707 (\Delta\alpha_I - \Delta\alpha_{II}) \\
 k_4^{(3)} &= 0,0374 & F_4^{(3)} &= 0,158 (\Delta\alpha_I + \Delta\alpha_{II}) + 0,975 \Delta\omega \\
 k_5^{(3)} &= 1943,42 & F_5^{(3)} &= 0,690 (\Delta\alpha_I + \Delta\alpha_{II}) - 0,223 \Delta\omega
 \end{aligned}$$

Zahlentafel 3

Mittlere Fehler für Beispiel 3					
Bild Drehungen			Funktionen ausgez. Genauigkeit		
Drehung	\bar{Q}	$m_D = 0,03 \frac{\sqrt{\bar{Q}}}{100} \cdot \varrho^c$	Funktion	\bar{Q}	$m_F = 0,03 \frac{\sqrt{\bar{Q}}}{100} \cdot \varrho^c$
$\Delta\alpha_I$	923,71	58,0 ^c	$F_1^{(3)}$	7,032	5,1 ^c
$\Delta\alpha_{II}$	923,71	58,0 ^c	$F_2^{(3)}$	7,032	5,1 ^c
$\Delta\varphi_I$	7,032	5,1 ^c	$F_3^{(3)}$	0,750	1,65 ^c
$\Delta\varphi_{II}$	7,032	5,1 ^c	$F_4^{(3)}$	0,0374	0,37 ^c
$\Delta\omega$	96,787	18,8 ^c	$F_5^{(3)}$	1943,42	84,1 ^c

⁵ Die Annahme gleichgewichtiger Bildparallaxen führt zu sehr ähnlichen, aber nicht ganz so übersichtlichen Ergebnissen.

Ein Vergleich der für die verschiedenen Verhältnisse ermittelten Funktionen und ihrer Genauigkeit ergibt, daß für die angenommenen Punktlagen die drei ersten Funktionen und ihre Genauigkeit unabhängig von der Geländegestalt stets die gleichen sind. Die beiden übrigen Funktionen verändern sich ebenso wie der mittlere Fehler der vierten nur geringfügig, während die Genauigkeit der fünften Funktion sehr stark schwankt. Die Abhängigkeit der Ortungsgenauigkeit von der Geländeform beruht demnach im vorliegenden Fall fast ausschließlich auf dieser einen Funktion, die übrigens bei allen in Betracht gezogenen Punktanordnungen bei weitem die ungenaueste ist.

4. Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit bei ebenem Gelände und fünf Ortungspunkten.

Die bisher untersuchten Fälle stimmten darin überein, daß statt der für die Herstellung der gegenseitigen Ortung ausreichenden fünf Geländepunkte stets sechs zu Hilfe genommen wurden. In dem nun folgenden Beispiel 4 sollen demgegenüber die Verhältnisse untersucht werden, die sich bei Beschränkung auf die Mindestzahl von Punkten ergeben. Hierzu sei angenommen, daß vier der zur Einpassung benutzten Punkte mit den Punkten P_1 bis P_4 des Beispiels 1 übereinstimmen, während an Stelle der Punkte P_5 und P_6 ein in der Mitte ihrer Verbindungslinie gelegener Punkt P_5^* mit den Koordinaten

$$x = +33.3 \qquad y = -80 \qquad z = -200 \text{ (mm)}$$

verwendet wird. Es ergibt sich dann folgendes Koeffizientenschema der Gewichtsgleichungssysteme:

$$\begin{array}{cccccc} +10000 & +1111 & -1333 & +444 & +36533 & \\ +1111 & +10000 & +444 & -1333 & +36533 & \\ -1333 & +444 & +889 & +178 & -3093 & \\ +444 & -1333 & +178 & +889 & -3093 & \\ +36533 & +36533 & -3093 & -3093 & +241472 & \end{array}$$

Die Gewichtskehrwerte \bar{Q} lauten:

$$\begin{array}{cccccc} \bar{Q}_{x_1 x_1} = +93,247 & \bar{Q}_{x_1 x_{II}} = +90,997 & \bar{Q}_{x_1 \varphi_I} = -1,576 & \bar{Q}_{x_1 \varphi_{II}} = -7,202 & \bar{Q}_{x_1 \omega} = -27,988 & \\ & \bar{Q}_{x_{II} x_1} = +93,247 & \bar{Q}_{x_{II} \varphi_I} = -7,202 & \bar{Q}_{x_{II} \varphi_{II}} = -1,576 & \bar{Q}_{x_{II} \omega} = -27,988 & \\ & & \bar{Q}_{\varphi_I \varphi_I} = +19,338 & \bar{Q}_{\varphi_I \varphi_{II}} = -8,792 & \bar{Q}_{\varphi_I \omega} = +1,463 & \\ & & & \bar{Q}_{\varphi_{II} \varphi_{II}} = +19,338 & \bar{Q}_{\varphi_{II} \omega} = +1,463 & \\ & & & & \bar{Q}_{\omega \omega} = +8,548 & \end{array}$$

Auch in diesem Falle vereinfacht sich die Lösung der Säkulargleichung

$$\begin{vmatrix} +93,247 -k & +90,997 & -1,576 & -7,202 & -27,988 \\ +90,997 & +93,247 -k & -7,202 & -1,576 & -27,988 \\ -1,576 & -7,202 & +19,338 -k & -8,792 & +1,463 \\ -7,202 & -1,576 & -8,792 & +19,338 -k & +1,463 \\ -27,988 & -27,988 & +1,463 & +1,463 & +8,548 -k \end{vmatrix} = 0$$

erheblich, falls die Determinante zunächst etwas umgeformt wird. Durch Subtraktion der zweiten Zeile von der ersten, der vierten von der dritten und nachfolgende Addition der ersten Spalte zur zweiten sowie der dritten Spalte zur vierten, findet man als neue Form:

$$\begin{vmatrix} +2,250 -k & 0 & +5,626 & 0 & 0 \\ +90,997 & +184,244 -k & -7,202 & -8,778 & -27,988 \\ +5,626 & 0 & +28,130 -k & 0 & 0 \\ -7,202 & -8,778 & -8,792 & +10,546 -k & +1,463 \\ -27,988 & -55,976 & +1,463 & +2,926 & +8,548 -k \end{vmatrix} = 0$$

Damit zerfällt die durch die ursprüngliche Determinante dargestellte Gleichung 5. Grades in je eine Gleichung 2. und 3. Grades, die in Determinantenform lauten:

$$\begin{vmatrix} + 2,250 - k & + 5,626 \\ + 5,626 & + 28,130 - k \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} + 184,244 - k & - 8,778 & - 27,988 \\ - 8,778 & + 10,546 - k & + 1,463 \\ - 55,976 & + 2,926 & + 8,548 - k \end{vmatrix} = 0$$

Die Auflösung der ersten Gleichung bietet auch hinsichtlich der zahlenmäßigen Genauigkeit keine Schwierigkeiten. Man erhält hier sofort: $k_1^{(4)} = 29,30$, $k_2^{(4)} = 1,080$. Anders verhält es sich mit der zweiten Determinante, die auf folgende Gleichung führt:

$$77,50 - 1959,919 k + 203,337 k^2 - k^3 = 0$$

Die an sich mögliche unmittelbare Lösung würde wegen der Notwendigkeit, auch die kleinen Wurzeln mit guter Genauigkeit zu bestimmen, einen sehr erheblichen Rechenaufwand erfordern. Hier empfiehlt sich die Anwendung des Graeffeschen Näherungsverfahrens [6], das wegen der großen Verschiedenheit der Wurzelwerte sehr schnell konvergiert und bereits nach zweimaliger Wiederholung zum Ziele führt. Es ergibt sich:

$$k_3^{(4)} = 193,19, \quad k_4^{(4)} = 10,103, \quad k_5^{(4)} = 0,0597.$$

Schließlich liefert die Einsetzung der k -Werte in das Gleichungssystem (3) folgende Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit:

$$\begin{aligned} F_1^{(4)} &= 0,144 (\Delta x_I - \Delta x_{II}) + 0,692 (\Delta \varphi_I - \Delta \varphi_{II}) \\ F_2^{(4)} &= 0,692 (\Delta x_I - \Delta x_{II}) - 0,144 (\Delta \varphi_I - \Delta \varphi_{II}) \\ F_3^{(4)} &= 0,690 (\Delta x_I + \Delta x_{II}) - 0,055 (\Delta \varphi_I + \Delta \varphi_{II}) - 0,210 \Delta \omega \\ F_4^{(4)} &= 0,036 (\Delta x_I + \Delta x_{II}) + 0,706 (\Delta \varphi_I + \Delta \varphi_{II}) \\ F_5^{(4)} &= 0,148 (\Delta x_I + \Delta x_{II}) - 0,0125 (\Delta \varphi_I + \Delta \varphi_{II}) + 0,978 \Delta \omega \end{aligned}$$

Auch hier sollen wieder die Genauigkeit der Bild Drehungen und die der Funktionen F einander gegenübergestellt werden.

Zahlentafel 4

Mittlere Fehler für Beispiel 4					
Bild Drehungen			Funktionen ausgez. Genauigkeit		
Drehung	\bar{Q}	$m_D = 0,03 \frac{\sqrt{\bar{Q}}}{100} \cdot \rho^C$	Funktion	\bar{Q}	$m_F = 0,03 \frac{\sqrt{\bar{Q}}}{100} \cdot \rho^C$
Δx_I	93,247	18,4 ^C	$F_1^{(4)}$	29,30	10,3 ^C
Δx_{II}	93,247	18,4 ^C	$F_2^{(4)}$	1,080	1,98 ^C
$\Delta \varphi_I$	19,338	8,4 ^C	$F_3^{(4)}$	193,19	26,6 ^C
$\Delta \varphi_{II}$	19,338	8,4 ^C	$F_4^{(4)}$	10,103	6,1 ^C
$\Delta \omega$	8,548	5,6 ^C	$F_5^{(4)}$	0,040	0,38 ^C

Wie ein Vergleich der Funktionen dieses Beispiels mit denen der früheren zeigt, sind hier entsprechend der unsymmetrischen Lage der benutzten Punkte bezüglich der x -Achse die Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit wesentlich verwickelter aufgebaut und insbesondere die Schwenkungen nicht mehr wie früher als unabhängige Einstellgrößen auffaßbar. Immerhin ist es möglich, die Genauigkeit dieser Funktionen mit derjenigen der Funktionen des Beispiels 1 zu vergleichen. Funktion $F_5^{(4)}$, die hinsichtlich ihrer Hauptglieder der Funktion $F_4^{(1)}$ entspricht, weist auch etwa den gleichen Fehler wie diese auf. Annähernd vergleichbar sind ferner die Funktionen $F_3^{(4)}$ und $F_5^{(1)}$ (unsicherste Funktion), $F_2^{(4)}$ und $F_3^{(1)}$ (Kantungsdifferenz) sowie $F_4^{(4)}$ und $F_{7*}^{(1)}$ (gemeinsame Schwenkung). Erheblich ungenauer als bisher ist nur die Funktion $F_1^{(4)}$ entsprechend $F_2^{(1)}$, die im wesentlichen den Fehler aus der Konvergenz anzeigt.

IV. Restliche y -Parallaxen.

1. Teilfehler.

Die vorstehend abgeleiteten Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit lassen sich zur Lösung einer Aufgabe heranziehen, die bei Beschränkung auf die Bild Drehungen selbst nicht befriedigend zu behandeln ist, nämlich die Frage nach den aus der Ungenauigkeit der gegenseitigen Ordnung herrührenden Restparallaxen. Infolge der Abhängigkeit der Bild Drehungen untereinander erhält man unter Zugrundelegung dieser Veränderlichen

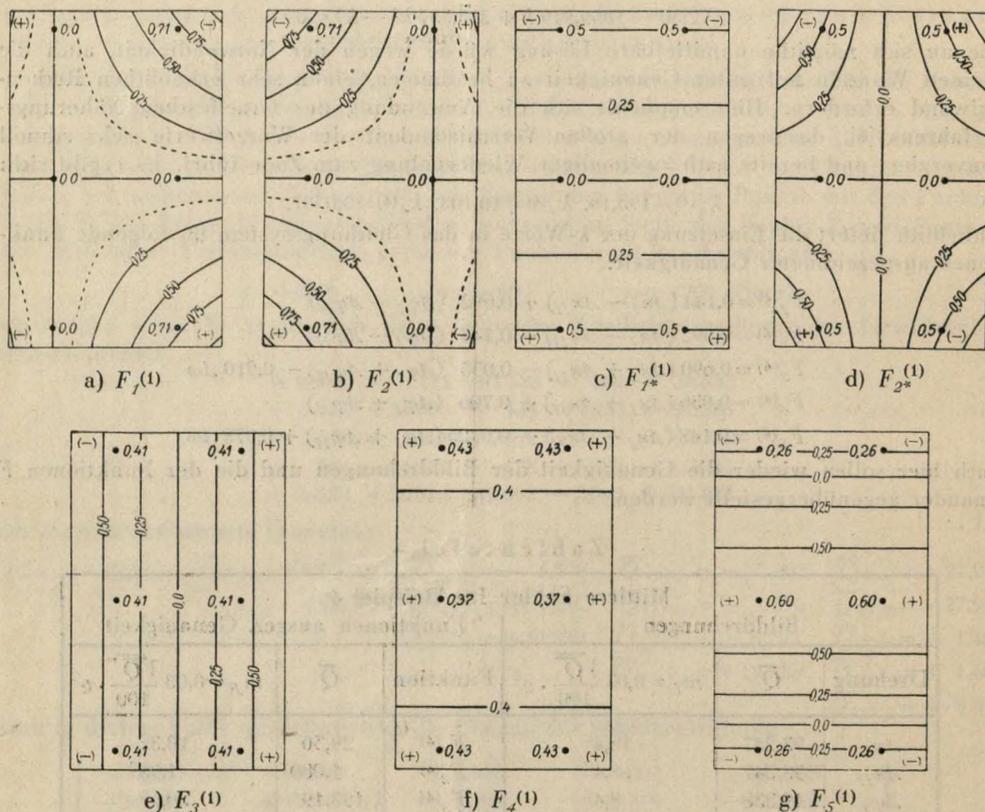


Abb. 3. Auf die einzelnen Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit entfallende mittlere y -Parallaxen nach Durchführung der gegenseitigen Ordnung für Beispiel 1 (Ebenes Gelände, 6 Ordnungspunkte, $z = -200$ mm).

und ihrer Fehler häufig zu große Restfehler, die kein einwandfreies Bild liefern. So würde allein dem bei ebenem Gelände auftretenden mittleren $\Delta\omega$ -Fehler $m_\omega = 5,2^\circ$ in Bildmitte eine y -Parallaxe von 0,16 mm entsprechen, d. h. der fünffache Betrag der bei der Herstellung der gegenseitigen Ordnung vorausgesetzten Unsicherheit.

Grundsätzlich anders liegen die Verhältnisse, falls man die als voneinander unabhängige Größen zu betrachtenden Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit als Ordnungsgrößen verwendet. Die einzelnen Fehleranteile summieren sich dann einfach nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz und geben daher einen wesentlich besseren Einblick in das Zustandekommen der gegenseitigen Ordnung und ihre Genauigkeit. Um derartige Untersuchungen vornehmen zu können, ist es erforderlich, die ursprünglichen Fehlergleichungen so umzuformen, daß an Stelle der Bild Drehungen α , φ und ω die Funktionen F_1 bis F_5 treten.

Man findet dann für Beispiel 1 die Gleichung

$$x \Delta z_I + (66,7 - x) \Delta z_{II} + \frac{x y}{z} \Delta \varphi_I + \frac{(66,7 - x) y}{z} \Delta \varphi_{II} - \left(z + \frac{y^2}{z} \right) \Delta \omega = \\ = \frac{x y}{z} F_1 + \frac{(66,7 - x) y}{z} F_2 + 1,41 (x - 33,3) F_3 + \left(9,78 - 0,978 \left(z + \frac{y^2}{z} \right) \right) F_4 + \left(47,1 + 0,208 \left(z + \frac{y^2}{z} \right) \right) F_5$$

Auf Grund dieser Beziehung kann für jeden Punkt der Fehleranteil einer bestimmten Funktion an der Gesamtparallaxe und ebenso diese selbst schnell und einfach bestimmt werden. Von besonderer Bedeutung ist das Verhalten der Funktionen in der Ebene $z = -200$ mm, also der Ebene, in der die zur Ortung benutzten Punkte P_1 bis P_6 liegen. Die sich hier für die stereoskopisch gedeckte Fläche ergebenden, auf die einzelnen Funktionen F entfallenden Fehlerwerte sind in Abb. 3 dargestellt, und zwar der Allgemeingültigkeit wegen in Vielfachen des bei der Ortung verbleibenden mittleren y -Parallaxenfehlers.

Von den in den einzelnen Teilbildern dargestellten Fehlern entsprechen nur die von $F_1^{(1)}$ und $F_2^{(1)}$ (Abb. 3 a, b) den gewohnten Vorstellungen. Bis zu einem gewissen Grade bekannt sind ferner die Fehlerbilder von $F_3^{(1)}$, $F_4^{(1)}$ und $F_5^{(1)}$ (Abb. 3 c—e), auf die auch bisher aushilfsweise zurückgegriffen wurde, wenn auch nicht in dem hier behandelten Zusammenhang. Ein vollkommen ungewohntes Bild zeigen dagegen die zu den Funktionen $F_4^{(1)}$ und $F_5^{(1)}$ (Abb. 3 f, g) gehörigen Übersichten. Ihre Bedeutung läßt sich am besten so umschreiben, daß die Fehler der gemeinsamen Kantung und der Differenzkipfung sich erklären lassen durch Überlagerung eines über die ganze Fläche annähernd gleichbleibenden Fehlers aus $F_4^{(1)}$ und eines zwischen den mittleren und den oberen bzw. unteren Punkten sein Vorzeichen wechselnden Fehlers aus $F_5^{(1)}$.

An diesen Fehlerbildern wird auffallen, daß sie nichts von der unterschiedlichen Genauigkeit der Funktionen selbst erkennen lassen. Diese Erscheinung ist kein Zufall, sondern beruht auf einem Gesetz der Ausgleichsrechnung. Werden nämlich bei einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen an Stelle der Unbekannten $X_1 \dots X_5$ andere Unbekannte $Y_1 \dots Y_5$ eingeführt, so daß

$$l_v + v_v = a_{1,v} X_1 + a_{2,v} X_2 + a_{3,v} X_3 + a_{4,v} X_4 + a_{5,v} X_5 \\ = b_{1,v} Y_1 + b_{2,v} Y_2 + b_{3,v} Y_3 + b_{4,v} Y_4 + b_{5,v} Y_5$$

ist, dann bestehen offenbar neben den Gewichtsgleichungssystemen (1) auch die ebenso aufgebauten

$$[b_1 b_1] \tilde{Q}_{11} + [b_1 b_2] \tilde{Q}_{12} + [b_1 b_3] \tilde{Q}_{13} + [b_1 b_4] \tilde{Q}_{14} + [b_1 b_5] \tilde{Q}_{15} = 1 \\ [b_1 b_2] \tilde{Q}_{11} + [b_2 b_2] \tilde{Q}_{22} + [b_2 b_3] \tilde{Q}_{23} + [b_2 b_4] \tilde{Q}_{24} + [b_2 b_5] \tilde{Q}_{25} = 0 \\ [b_1 b_3] \tilde{Q}_{11} + [b_2 b_3] \tilde{Q}_{12} + [b_3 b_3] \tilde{Q}_{33} + [b_3 b_4] \tilde{Q}_{34} + [b_3 b_5] \tilde{Q}_{35} = 0 \\ [b_1 b_4] \tilde{Q}_{11} + [b_2 b_4] \tilde{Q}_{12} + [b_3 b_4] \tilde{Q}_{13} + [b_4 b_4] \tilde{Q}_{44} + [b_4 b_5] \tilde{Q}_{45} = 0 \\ [b_1 b_5] \tilde{Q}_{11} + [b_2 b_5] \tilde{Q}_{12} + [b_3 b_5] \tilde{Q}_{13} + [b_4 b_5] \tilde{Q}_{14} + [b_5 b_5] \tilde{Q}_{55} = 0 \\ \text{usw.}$$

Sind die Unbekannten Y so ausgewählt, daß die gemischten Gewichtskkehrwerte $\tilde{Q}_{\mu\nu}$ ($\mu \neq \nu$) sämtlich verschwinden, so erhält man die einfachen Gleichungen:

$$[b_1 b_1] \tilde{Q}_{11} = 1; [b_2 b_2] \tilde{Q}_{22} = 1; \dots; [b_5 b_5] \tilde{Q}_{55} = 1 \tag{6}$$

Andererseits betragen die mittleren Fehler der Unbekannten $Y_1 \dots Y_5$

$$m_{Y_1} = m \cdot \sqrt{\tilde{Q}_{11}}; m_{Y_2} = m \cdot \sqrt{\tilde{Q}_{22}}; \dots; m_{Y_5} = m \cdot \sqrt{\tilde{Q}_{55}}$$

und die auf die ν -Beobachtung entfallenden Fehleranteile

$$b_{1,\nu} \cdot m \cdot \sqrt{\tilde{Q}_{11}}; b_{2,\nu} \cdot m \cdot \sqrt{\tilde{Q}_{22}}; \dots; b_{5,\nu} \cdot m \cdot \sqrt{\tilde{Q}_{55}}$$

Die Quadratsumme der auf die einzelnen Unbekannten entfallenden Anteile ist dann auf Grund der Gleichung (6):

$$m^2 [b_1 b_1] \tilde{Q}_{11} = m^2 [b_2 b_2] \tilde{Q}_{22} = \dots = m^2 [b_5 b_5] \tilde{Q}_{55} = m^2$$

Die hier für die Größen Y abgeleiteten Beziehungen lassen sich aber ohne weiteres auf die Funktionen F übertragen, und man erhält den Satz: Die Quadratsumme der Fehleranteile jeder Funktion ausgezeichnete Genauigkeit für die zur gegenseitigen Ordnung benutzten Punkte ist gleich dem Quadrat des mittleren y -Parallaxenfehlers. Damit ist gleichzeitig eine sehr gute Probe für die Richtigkeit der Fehlerbilder gegeben.

Bei beliebigen Unbekannten X treten an Stelle der Quadratsummen in Gleichung (6) die viermal reduzierten Quadratsummen, z. B. findet man für Q_{55} :

$$[a_5 a_5 \cdot 4] \cdot Q_{55} = 1$$

wobei

$$[a_5 a_5 \cdot 4] = [a_5 a_5] - \frac{[a_1 a_5]^2}{[a_1 a_1]} - \frac{[a_2 a_5 \cdot 1]^2}{[a_2 a_2 \cdot 1]} - \frac{[a_3 a_5 \cdot 2]^2}{[a_3 a_3 \cdot 2]} - \frac{[a_4 a_5 \cdot 3]^2}{[a_4 a_4 \cdot 3]}$$

ist. Falls nicht sämtliche Subtrahenden verschwinden, ist daher

$$[a_5 a_5] > [a_5 a_5 \cdot 4] \text{ und } [a_5 a_5] Q_{55} > 1 \text{ bzw. } m^2 [a_5 a_5] Q_{55} > m^2.$$

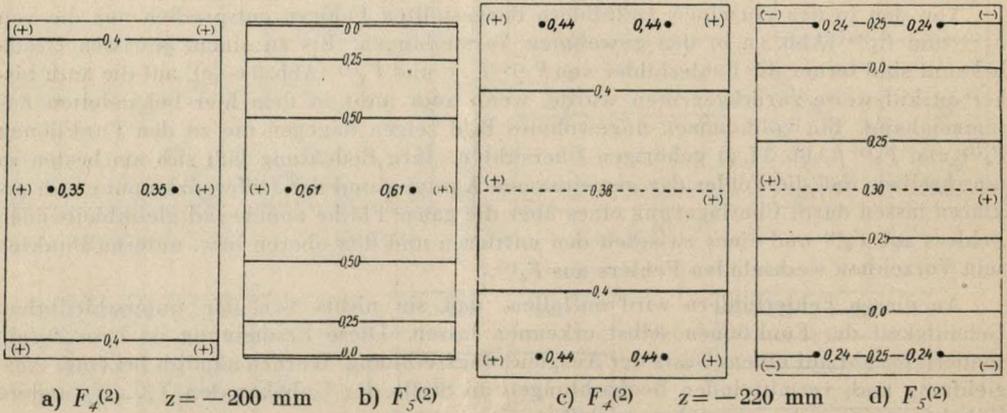


Abb. 4. Auf die Funktionen $F_4^{(2)}$ und $F_5^{(2)}$ entfallende mittlere y -Parallaxen nach Durchführung der gegenseitigen Ordnung für Beispiel 2 (Gebirgskamm, 6 Ortungspunkte).

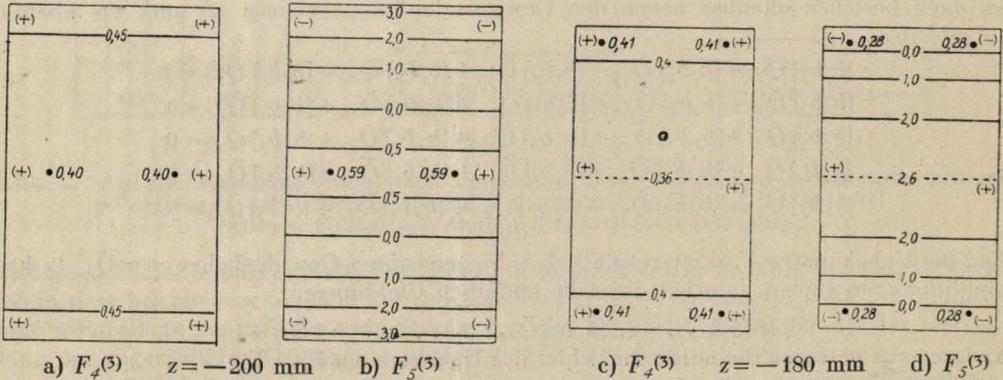


Abb. 5. Auf die Funktionen $F_4^{(5)}$ und $F_5^{(5)}$ entfallende mittlere y -Parallaxen nach Durchführung der gegenseitigen Ordnung für Beispiel 3 (Gebirgstal, 6 Ortungspunkte).

Damit ist nachgewiesen, daß die Quadratsumme der Fehleranteile der Bild Drehungen für sämtliche Ortungspunkte im allgemeinen größer als das Quadrat des mittleren Parallaxenfehlers sein muß. Auch dies weist wieder auf die Gefahr hin, die Genauigkeit der gegenseitigen Ordnung bei alleiniger Betrachtung der Bild Drehungen zu unterschätzen.

Der soeben bewiesene Satz hat zur Folge, daß bei den Funktionen F_1 und F_2 (Abb. 3 a, b), bei denen vier Punkte überhaupt keine Fehler erhalten, die beiden übrigen Punkte im Mittel⁶ Restfehler von 0,7 m aufweisen, ein Wert, der nach dem Bildrand zu schnell ansteigt und dort bereits den Einstellfehler selbst übertrifft. Bei den Funktionen F_3 , F_4 und F_5

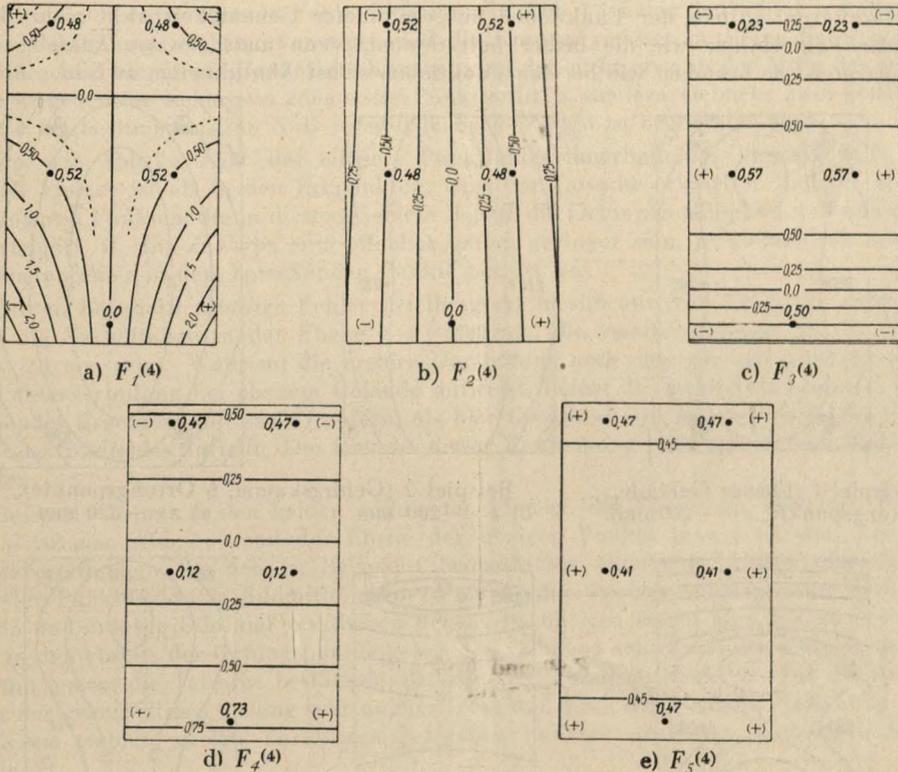


Abb. 6. Auf die einzelnen Funktionen ausgezeichnete Genauigkeit entfallende mittlere y -Parallaxen nach Durchführung der gegenseitigen Ortung für Beispiel 4 (Ebenes Gelände, 5 Ortungspunkte, $z = -200$ mm).

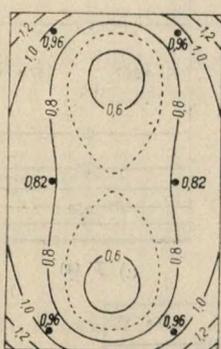
(Abb. 3 e—g) nehmen dagegen alle Punkte Restparallaxen auf, die dementsprechend niedriger sind und im Falle der gleichmäßigen Verteilung bei Funktion F_3 nur 0,4 m ausmachen, während sie bei F_5 in Bildmitte immerhin bis auf 0,6 m anwachsen.

Die bei abweichender Höhenannahme der Punkte 3 bis 6 (Beispiele 2 und 3) eintretenden Verhältnisse unterscheiden sich in der Ebene $z = -200$ mm bezüglich der Funktionen F_1 bis F_3 nicht, hinsichtlich der Funktion F_4 nur unwesentlich von den soeben gezeigten. Erheblich anders verhält sich dagegen die Funktion F_5 , die in Beispiel 2 (mittlere Punkte höher als Randpunkte) in der Ebene der mittleren Punkte ($z = -200$ mm) ihr Vorzeichen erst kurz vor dem Rande des Bildfeldes wechselt (Abb. 4), während in der Ebene der Randpunkte ($z = -220$ mm) das Bild zwar ähnlich ist wie in Beispiel 1, die Fehler in Bildmitte jedoch wesentlich unter dem früher ermittelten Wert bleiben und nur 0,3 m erreichen. Am stärksten unterscheidet sich die Funktion F_5 bei Beispiel 3 (Abb. 5) von den bisher betrach-

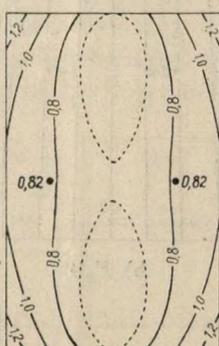
⁶ Der bequemerer Darstellung wegen ist im weiteren Verlauf der Arbeit nicht mehr ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Fehlerangaben stets als Mittelwerte aufzufassen sind, die im Einzelfall um ein Mehrfaches überschritten werden können.

teten. Sowohl in der Ebene der mittleren Punkte ($z = -200$ mm) als auch in derjenigen der Randpunkte ($z = -180$ mm) ergeben sich Werte, die den mittleren Parallaxenfehler um ein Mehrfaches übertreffen. Es spiegelt sich hier die Unsicherheit der gegenseitigen Ortung wider, die infolge der Annäherung an den gefährlichen Ort eintritt.

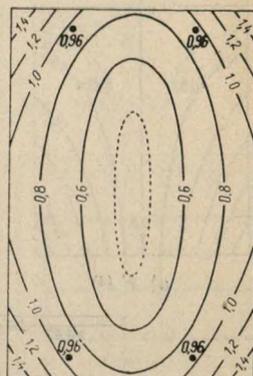
Die entsprechenden Darstellungen für Beispiel 4 (Abb. 6) zeigen entsprechend dem verwickelteren Aufbau der Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit nicht mehr derartige einfache Fehlerbilder wie die bisher betrachteten, wenn auch gewisse Anklänge klar hervortreten. So bestehen wie bei den Funktionen selbst Ähnlichkeiten zwischen Abb. 6 a



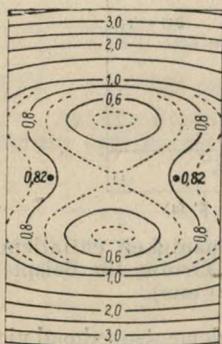
a) Beispiel 1 (Ebenes Gelände, 6 Ortungspunkte, $z = -200$ mm).



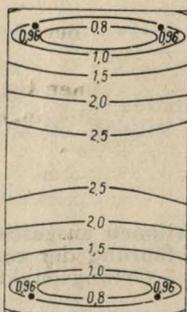
b) Beispiel 2 (Gebirgskamm, 6 Ortungspunkte, $z = -200$ mm)



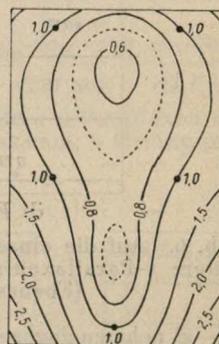
c) $z = -220$ mm



d) Beispiel 3 (Gebirgstal, 6 Ortungspunkte, $z = -200$ mm)



e) $z = -180$ mm



f) Beispiel 4 (Ebenes Gelände, 5 Ortungspunkte, $z = -200$ mm)

Abb. 7. Gesamte mittlere y -Parallaxe.

und Abb. 3 d, Abb. 6 b und Abb. 3 e, Abb. 6 c und Abb. 3 g, Abb. 6 d und Abb. 3 c und schließlich zwischen Abb. 6 e und Abb. 3 f. Überall ist ferner eine gewisse Vergrößerung der Restparallaxen festzustellen, die jedoch in den meisten Fällen in mäßigen Grenzen bleibt. Eine Ausnahme macht lediglich die Funktion $F_1^{(4)}$ (Abb. 6 a), auf deren Genauigkeitsabfall gegenüber der entsprechenden Funktion $F_2^{(1)}$ schon früher hingewiesen wurde und bei der die restlichen Parallaxen in den beiden unteren Ecken des Bildfeldes bis fast auf den dreifachen Betrag des mittleren Fehlers ansteigen. Das Studium der Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit läßt also klar erkennen, daß die starke Verschlechterung der gegenseitigen Ortung bei Hinzuziehung von nur fünf Punkten fast ausschließlich auf die zunehmende Unsicherheit dieser einen Funktion (im wesentlichen der Konvergenz) zurückzuführen ist.

2. Gesamtfehler.

Wie bereits verschiedentlich erwähnt wurde, lassen sich die gesamten restlichen Parallaxenfehler aus den Fehleranteilen der einzelnen Funktionen durch einfache Summierung nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz erhalten⁷. Man kommt so zu den in Abb. 7 für verschiedene Horizontalebene wiedergegebenen Werten, und zwar soll zunächst die dem Beispiel 1 entsprechende Fehlerverteilung in Abb. 7 a näher betrachtet werden. An dieser Darstellung ist bemerkenswert, daß die Kurven gleicher mittlerer Parallaxe ein ähnliches Bild bieten wie Cassinische Kurven⁸, und daß nicht etwa in der Mitte des stereoskopisch gedeckten Feldes ein genauester Punkt auftritt, sondern vielmehr zwei genaueste Punkte bei bestimmten, von Null verschiedenen y -Werten zu beobachten sind.

Da, wie Abb. 7 a zeigt, der mittlere Punktfehler innerhalb des Vierecks $P_3 P_4 P_5 P_6$ überall kleiner ist als in den Eckpunkten, wird die Tatsache erklärlich, daß die Heranziehung von Punkten, die in diesem Gebiete liegen, die Ortungsgenauigkeit nur unwesentlich steigert [1]. Ihr Zuwachs muß offenbar um so geringer sein, je kleiner der mittlere Parallaxenfehler in dem betreffenden Punkte bereits ist.

Die zu Beispiel 2 gehörige Fehlerverteilung ergibt sich aus Abb. 7 b, c, von denen die erste die Verhältnisse in der Ebene $z = -200$ mm, die zweite diejenige in der Ebene $z = -220$ mm zeigt. Während die erstere Darstellung noch eine gewisse Ähnlichkeit mit der Fehlerverteilung bei ebenem Gelände aufweist, liefert die zweite ein anderes, überraschendes Ergebnis, und zwar insofern, als hier tatsächlich ein genauester Punkt in der Mitte des Bildfeldes auftritt. Die Ursache dieser Erscheinung wird später noch behandelt werden.

Beispiel 3 bringt in den beiden wichtigsten Ebenen, der Ebene der mittleren Punkte ($z = -200$ mm, Abb. 7 d) und der Ebene der übrigen Punkte ($z = -180$ mm, Abb. 7 e), Fehlerverteilungen, die den im Beispiel 1 beobachteten ähneln, bei denen also die genauesten Punkte nicht in Bildmitte, sondern mehr oder weniger ausgesprochen nach dem oberen und unteren Bildrand verschoben liegen. Im übrigen treten hier, wie zu erwarten war, in den abseits der Ortungspunkte gelegenen Gebieten sehr große Parallaxen auf, die nur von neuem die Tatsache bestätigen, daß die angenommene Punktlage für die Bestimmung der gegenseitigen Ortung sehr ungünstig ist und diese sich durch Hinzuziehung eines in diesem Gebiete großer Parallaxen gelegenen Punktes wesentlich verbessern lassen würde.

Eine sehr eigenartige Fehlerverteilung liefert schließlich Beispiel 4 (Abb. 7 f). Auch hier treten innerhalb des von den Ortungspunkten gebildeten Fünfecks keine größeren Restfehler mehr auf, dagegen ist in den unteren Bildecken, die hiervon am weitesten entfernt sind, mit sehr erheblichen Werten zu rechnen. Die früher beobachtete, an Cassinische Kurven erinnernde Form der Linien gleicher Restparallaxen läßt sich hier nur andeutungsweise wiederfinden, da infolge der Unsymmetrie der Punktverteilung starke einseitige Verzerrungen vorhanden sind. Zu erwähnen ist noch, daß die Kurve des mittleren Parallaxenfehlers 1,0 durch die benutzten fünf Punkte hindurchgeht, ein Ausdruck für den Umstand, daß hier ebensoviel Punkte wie Unbekannte vorhanden sind.

Die eigenartige Gestalt der für die besprochenen Beispiele ermittelten Kurven gleicher Restfehler läßt es wünschenswert erscheinen, durch Erforschung der räumlichen Verteilung Näheres über ihre Entstehung zu erfahren. Aus diesem Grunde wurde für die im Beispiel 1 angenommenen Verhältnisse die Fehlerverteilung in einigen ausgezeichneten Ebenen be-

⁷ Auf erheblich umständlicherem Wege kann er auch nach Formel (2) aus den Fehlern der Bild Drehungen unter Berücksichtigung der gemischten Gewichtskehrwerte abgeleitet werden.

⁸ Wie eine nähere Untersuchung zeigt, wird die Gleichung der Cassinischen Kurven von den Kurven nicht erfüllt; es besteht also lediglich die erwähnte äußerliche Ähnlichkeit.

rechnet und in Abb. 8 dargestellt. Hierin besitzt die obere abschließende horizontale Ebene die Gleichung $z = -180$ mm, die untere abschließende die Gleichung $z = -240$ mm, während die Ebenen $x = +\frac{b}{2} = +33,3$ mm, $x = +b = +66,7$ mm, $y=0$ und $\frac{y}{z} = +0,45$

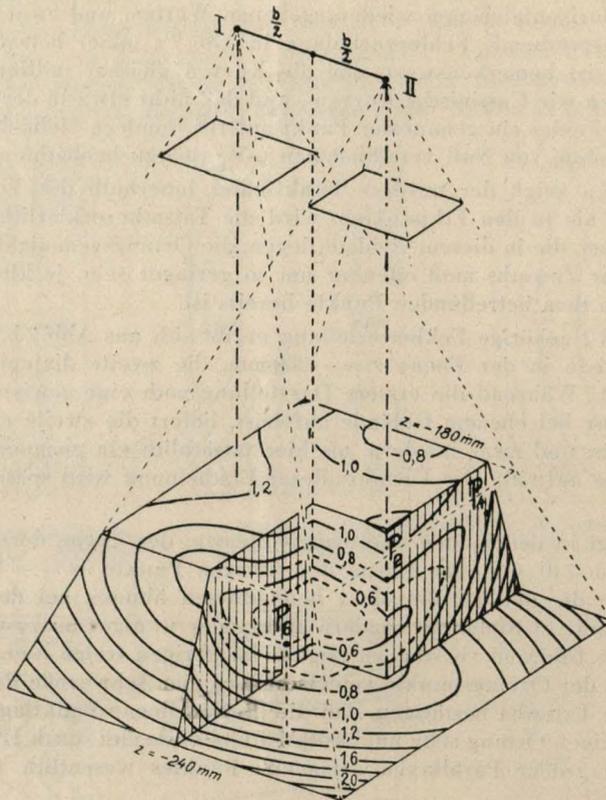


Abb. 8. Räumliche Verteilung der gesamten mittleren y -Parallaxe (Beispiel 1).

die Fehlerverteilung im Innern des untersuchten Raumes veranschaulichen. Wie man erkennt, besitzen die Flächen gleicher Parallaxe eine etwa bohnenförmige Gestalt, so daß sich bei den höhergelegenen Schnittebenen zwei kleinste Fehlerwerte ergeben müssen, während in den tieferen Schnittebenen nur ein Kleinstwert auftreten kann. Die Verschiedenheit der für Beispiel 2 erhaltenen Kurvenformen ist damit erklärt. Bemerkenswert erscheint ferner, daß sich für Beispiel 4 ganz entsprechend geformte Flächen gleicher Parallaxen ergeben, die jedoch schräg zur Horizontebene liegen (Abb. 9). Die in Abb. 7 f zu beobachtende einseitige Verzerrung ist also im wesentlichen durch den schrägen Schnitt der Ebene mit der bohnenförmigen Fläche entstanden. Die in den einzelnen Beispielen auftretenden, äußerlich so verschiedenen Formen der Kurven gleicher Parallaxen leiten sich also aus einem Grundtyp der Flächen gleicher Parallaxen ab. Hinzuweisen ist schließlich noch darauf, daß für die Punktverteilung des Beispiels 1 (Abb. 8) die Stelle mit der geringsten Parallaxe, wie an sich zu erwarten war, tatsächlich in Bildmitte auftritt, jedoch wesentlich tiefer liegt als die Ebene der für die Herstellung der gegenseitigen Ortung herangezogenen Punkte, von denen in Abb. 8 die Punkte P_2 , P_4 und P_6 angegeben sind.

V. Modellverbiegungen.

Der Nachteil der üblichen Betrachtungsweise, bei der die Bild Drehungen als Grundelemente benutzt werden und die häufig auf zu große Fehlerwerte führt, tritt auch bei der Behandlung der durch die Restfehler der gegenseitigen Ortung hervorgerufenen Modellverbiegungen zutage. Ein einleuchtendes Beispiel hierfür ist die durch den Verkanstungsfehler hervorgerufene Neigung des Modells um die x -Achse. In Beispiel 1 ergibt sich für Punkt P_3 aus den einzelnen Gewichtskehrwerten $Q_{x, I, I}$ und $Q_{x, II, II}$ je ein dem Neigungsfehler proportionaler x -Parallaxenfehler von 7,2 m, während der entsprechende Anteil für

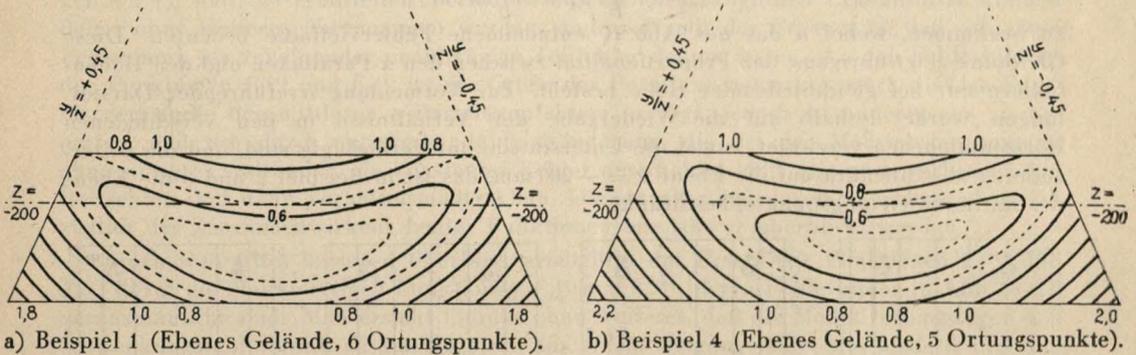


Abb. 9. Gesamte mittlere y -Parallaxe in der Ebene $x = + \frac{b}{2}$.

die bei Aufteilung nach Funktionen ausgezeichnete Genauigkeit allein zu einer derartigen Neigung beitragende Funktion $F_3^{(1)}$ sich nur auf 0,98 m, also auf weniger als $\frac{1}{7}$ des vorigen Wertes, beläuft. Dieser größeren Zuverlässigkeit der Beträge steht allerdings der Nachteil gegenüber, daß die Ergebnisse weniger anschaulich und die Fehlerbilder zum Teil verwickelter sind als bei einer Beschränkung auf die Betrachtung der Bild Drehungen.

Die Ermittlung der einzelnen Anteile der Modellverbiegungen erfolgt in entsprechender Weise wie im Abschnitt IV, 1 in der Weise, daß die für die x -Parallaxe⁹ geltende Gleichung

$$p_x = -y (\Delta z_I - \Delta z_{II}) + \left(z + \frac{x^2}{z} \right) \Delta \varphi_I - \left(z + \frac{(b-x)^2}{z} \right) \Delta \varphi_{II} + \frac{xy}{z} \Delta \omega_I + \frac{(b-x)y}{z} \Delta \omega_{II}$$

in eine solche umgeformt wird, die nur noch die Funktionen F enthält, nicht aber die Bild Drehungen. Sie lautet dann für Beispiel 1:

$$p_x = + \left(z + \frac{x^2}{z} \right) F_1^{(1)} - \left(z + \frac{(b-x)^2}{z} \right) F_2^{(1)} - 1,414 y F_3^{(1)} - 0,978 \frac{\left(x - \frac{b}{2} \right) y}{z} F_4^{(1)} + 0,208 \frac{\left(x - \frac{b}{2} \right) y}{z} F_5^{(1)} \tag{7}$$

oder, wenn man die Funktionen $F_1^{(1)}$ und $F_2^{(1)}$ durch $F_{1*}^{(1)}$ und $F_{2*}^{(1)}$ ersetzt:

$$p_x = + 1,414 \frac{b \left(x - \frac{b}{2} \right)}{z} F_{1*}^{(1)} - 1,414 \left(z + \frac{\left(x - \frac{b}{2} \right)^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2}{z} \right) F_{2*}^{(1)} - 1,414 y F_3^{(1)} - 0,978 \frac{\left(x - \frac{b}{2} \right) y}{z} F_4^{(1)} + 0,208 \frac{\left(x - \frac{b}{2} \right) y}{z} F_5^{(1)} \tag{7a}$$

⁹ Die Parallaxe bezieht sich auf die Koordinaten des Modellraumes, und zwar ist $p_x = x_{II} - x_I$.

Hierbei ist angenommen, daß die Anteile der Differenzkipfung gleichmäßig auf $\Delta\omega_I$ und $\Delta\omega_{II}$ verteilt werden, also die Gleichung $\Delta\omega_I = -\Delta\omega_{II} = -\frac{\Delta\omega}{2}$ besteht.

Auf Grund der Gleichungen (7) und (7a) ergeben sich die in Abb. 10 a—g wiedergegebenen Fehlerbilder, bei denen als Fehlereinheit der mittlere y -Parallaxenfehler der gegenseitigen Ortung gewählt wurde. Hierdurch besteht die Möglichkeit, die dort aufgeführten Werte einerseits unmittelbar mit der entsprechenden Darstellung der restlichen y -Parallaxen (Abb. 3) zu vergleichen und andererseits bei bekanntem Ortungsfehler m die zu erwartenden Modellverbiegungen Δz nach der einfachen Formel

$$\Delta z = + \frac{z}{b} \cdot p_x = + \frac{z}{b} \cdot n \cdot m$$

zu bestimmen, wobei n das aus Abb. 10 entnommene Fehlervielfache bedeutet. Diese Gleichung zeigt übrigens, daß Proportionalität zwischen den x -Parallaxen und den Höhenfehlern nur bei gleichbleibender Höhe besteht. Zur Vermeidung irreführender Darstellungen wurde deshalb auf die Wiedergabe der Verhältnisse in den verschiedenen Horizontalebenen verzichtet, zumal die Unterschiede nur geringfügig sind, und die Untersuchung ausschließlich auf die Ebene $z = -200$ mm, das ist in Beispiel 2 und 3 die Ebene der mittleren Ortungspunkte, beschränkt.

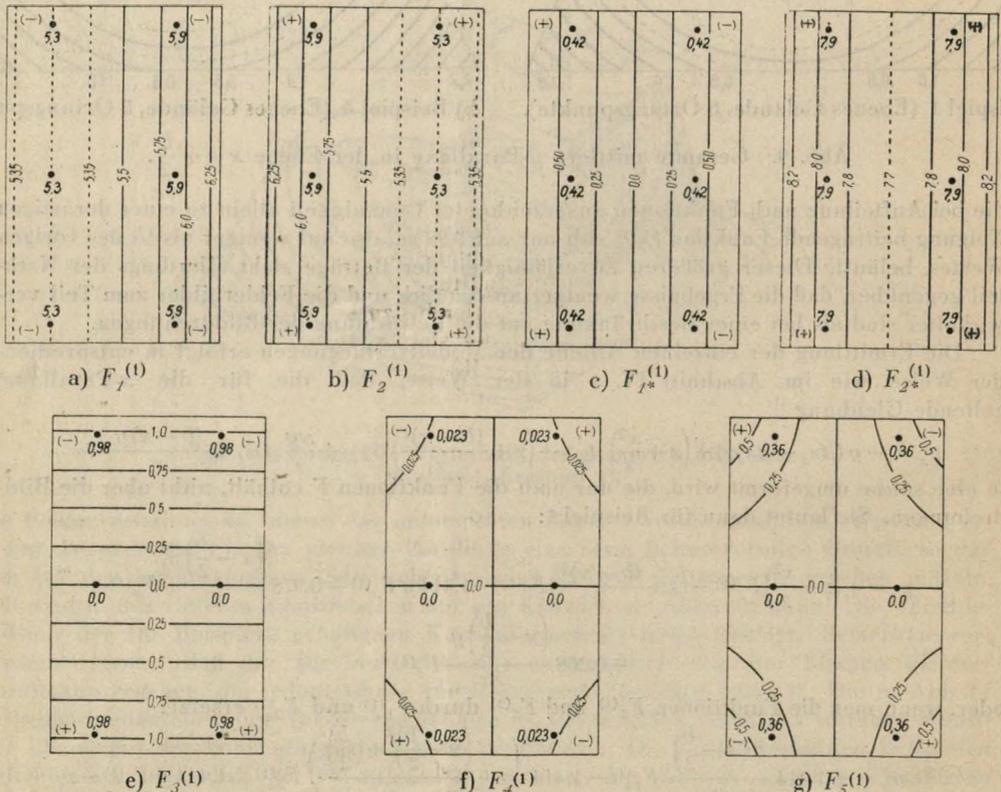


Abb. 10. Auf die einzelnen Funktionen ausgezeichnete Genauigkeit entfallende mittlere x -Parallaxen nach Durchföhrung der gegenseitigen Ortung für Beispiel 1 (Ebenes Gelände, 6 Ortungspunkte)

Die für Beispiel 1 berechneten Fehlerbilder Abb. 10 a—g zeigen ein von den entsprechenden Bildern der y -Parallaxen in Abb. 3 a—g vollkommen abweichendes Verhalten. War dort die Quadratsumme der Einzelfehler für alle benutzten Ortungspunkte stets

konstant gleich m^2 , so ist sie hier für jede Funktion anders und insbesondere für die genaueste Funktion $F_4^{(1)}$ verschwindend klein. Hier bleiben für den von den Punkten $P_3 \dots P_6$ eingeschlossenen Bereich sämtliche Zahlen unter 0,025, also weniger als $1/40$ des mittleren y -Parallaxenfehlers. Hinzuweisen ist ferner auf das Fehlerbild der bereits erwähnten Funktion $F_3^{(1)}$, das die aus den Kantungsfehlern herrührende Modellneigung um die x -Achse veranschaulicht. Die hierfür ermittelten Beträge (Abb. 10 e) gehen in positivem wie in negativem Sinne nur wenig über den mittleren y -Parallaxenfehler hinaus.

Die Fehlerbilder der übrigen Funktionen entsprechen hinsichtlich $F_1^{(1)}$, $F_2^{(1)}$ (Abb. 10 a, b) völlig, hinsichtlich $F_5^{(1)}$ (Abb. 10 g) fast völlig den bisher für die Bild Drehungen φ_I , φ_{II} und $\Delta\omega$ ermittelten Verhältnissen; die diesbezüglichen Erkenntnisse können daher ohne weiteres übernommen werden, und zwar mit der Ergänzung, daß sich diese Fehler auch als voneinander unabhängige Teilfehler deuten lassen. An den Fehlerbildern der Funktionen $F_1^{(1)}$ und $F_2^{(1)}$ ist die Größe der Parallaxe bemerkenswert, die das Fünf- bis Sechsfache des mittleren y -Parallaxenfehlers beträgt, jedoch ist andererseits zu beachten, daß sich durch entsprechende Basisänderung, die bei der Maßstabsbestimmung ohne weiteres stattfindet, ein konstanter Fehler ausschalten läßt. Die noch verbleibenden Restfehler sind dann verhältnismäßig klein, können aber im einzelnen insbesondere bezüglich des Zusammenwirkens beider Funktionen nur schwer überblickt werden.

Einen wesentlich besseren Überblick ermöglicht der Ersatz der Funktionen $F_1^{(1)}$ und $F_2^{(1)}$ durch die gleichwertigen Funktionen $F_1^{(2)}$ und $F_2^{(2)}$, deren Fehlerbilder in Abb. 10 c, d veranschaulicht sind. Man ersieht hieraus ohne weiteres, daß die Modellverbiegungen aus Schwenkungsfehlern sich zusammensetzen aus einem Neigungsfehler des Modells um eine Parallele zur y -Achse (Abb. 10 c) und einer Verbiegung nach einem parabolischen Zylinder (Abb. 10 d). Der mittlere Neigungsfehler ist dadurch bestimmt, daß an den seitlichen Rändern der stereoskopisch gedeckten Fläche entgegengesetzt gleiche Parallaxen von etwas mehr als der Hälfte des mittleren Einpassungsfehlers auftreten. Demgegenüber kann bei der Funktion $F_2^{(2)}$ mit mittleren Fehlern von mehr als dem achtfachen Wert von m gerechnet werden. Nach einer Ausschaltung des konstanten Anteils durch eine Basisverbesserung verbleiben hier noch Restfehler bis zu etwa 0,5 m, also Beträge, die in Anbetracht der gesteigerten Empfindlichkeit des stereoskopischen Sehens gegen x -Parallaxen wohl gerade noch bemerkbar sind. Ähnlich geringfügig ist auch der Fehlereinfluß der ungenauesten Funktion $F_5^{(1)}$, der in den Bildecken nur wenig über 0,5 m ansteigt, bei einer ausreichenden Zahl von günstig gelegenen und gut erkennbaren Höhenpaßpunkten aber der Messung noch zugänglich sein dürfte.

Bezüglich der Beispiele 2 und 3 ist zunächst festzustellen, daß die Koeffizienten der Funktionen F_1 , F_2 bzw. F_{1*} , F_{2*} und F_3 in den nach dem Muster von (7) und (7a) entwickelten Gleichungen und damit auch die Fehlerbilder mit denen des Beispiels 1 übereinstimmen. Einer neuen Betrachtung bedürfen daher nur die Funktionen F_4 und F_5 , deren Fehlerbilder in Abb. 11 a, b für Beispiel 2 (Flug über Gebirgskamm) und in Abb. 12 a, b für Beispiel 3 (Flug über Gebirgstal) dargestellt sind. Auch hier verursacht die genaue Funktion F_4 nur geringfügige Fehler, die in weiten Teilen des stereoskopisch überdeckten Gebietes die Grenze von 0,025 m nicht überschreiten, während die Unsicherheit von F_5 im Beispiel 2 etwas kleinere, im Beispiel 3 erheblich größere Fehler als im Beispiel 1 zur Folge hat. In Abb. 12 b (Beispiel 3) belaufen sie sich auf positive und negative Werte von mehr als dem doppelten Betrag des mittleren Einpassungsfehlers m . Damit erreicht die Modellverzerrung Größen, die auch unter ungünstigen Bedingungen meßbar sind und Verbesserungen der gegenseitigen Ortung auf Grund gegebener Höhenfestpunkte erfordern.

Zum Schluß sollen noch die in Abb. 13 a—e dargestellten Modellverbiegungen für Beispiel 4 betrachtet werden. Bei dem bereits wiederholt betonten, verwickelteren Aufbau der Funktionen ausgezeichnete Genauigkeit sind hier auch die Fehlerbilder der x -Parallaxen (Modellverbiegungen) nicht so einfach wie bei den vorstehend behandelten

Beispielen, obgleich sich wie bei den früheren Untersuchungen gewisse Anklänge an die Fehlerbilder der anderen Fälle feststellen lassen. So können die den Funktionen $F_2^{(4)}$ und $F_4^{(4)}$ entsprechenden Abb. 13 b und 13 d annähernd als Modellneigungen um Parallele

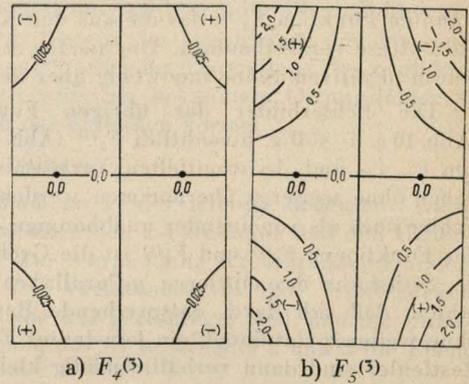
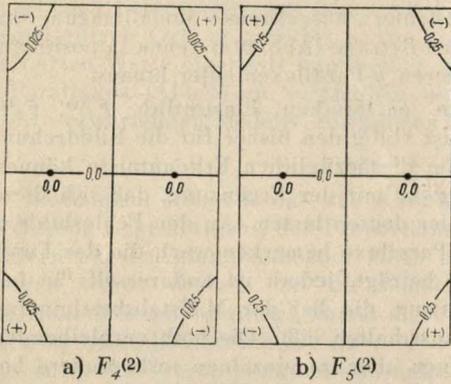


Abb. 11. Auf die Funktionen $F_4^{(2)}$ und $F_5^{(2)}$ entfallende mittlere x -Parallaxen nach Durchführung der gegenseitigen Ortung für Beispiel 2 (Gebirgskamm, 6 Ortungspunkte).

Abb. 12. Auf die Funktionen $F_4^{(3)}$ und $F_5^{(3)}$ entfallende mittlere x -Parallaxen nach Durchführung der gegenseitigen Ortung für Beispiel 3 (Gebirgstal, 6 Ortungspunkte).

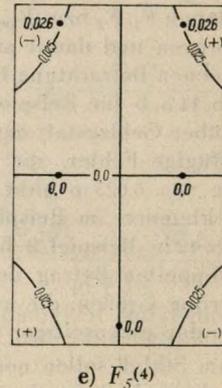
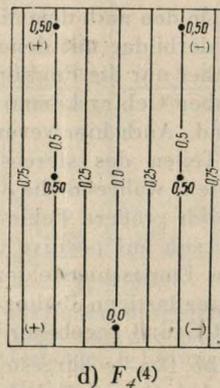
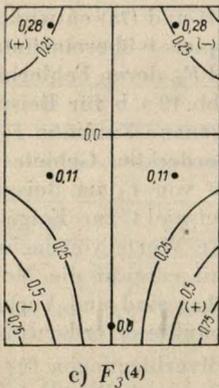
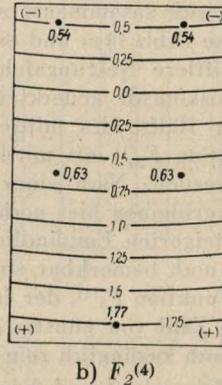
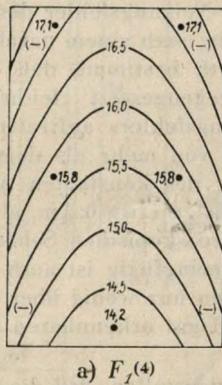


Abb. 13. Auf die einzelnen Funktionen ausgezeichnete Genauigkeit entfallende mittlere x -Parallaxen nach Durchführung der gegenseitigen Ortung für Beispiel 4 (Ebenes Gelände, 5 Ortungspunkte).

zur x - und y -Achse gedeutet werden, wobei die Beträge dieser Neigungen diejenigen der früheren Beispiele nur unwesentlich übersteigen. Ähnliches gilt für die genaueste Funktion $F_5^{(4)}$ (Abb. 13 e) mit den sehr geringen Fehlern, die in den Ortungspunkten äußerstenfalls 0,026 erreichen, und für die im wesentlichen dem Differenzkippsfehler entsprechende Funktion $F_3^{(4)}$ (Abb. 13 c). Ein völlig neues Fehlerbild zeigt dagegen die Funktion $F_1^{(4)}$ (Abb. 13 a), in der sich Neigungs- und Kantungsdifferenzfehler überlagern. Gemäß der bereits früher festgestellten, ziemlich großen Unsicherheit dieser Funktion gegenüber der ihr im wesentlichen entsprechenden Funktion F_{2*} der früheren Beispiele sind hier auch die Modellverbiegungen wesentlich größer als dort und steigen fast bis zum 18fachen Betrag des mittleren Einpassungsfehlers an. Der wesentliche Verlust an Genauigkeit der gegenseitigen Ortung bei Benutzung von nur fünf Punkten tritt auch hier wieder klar in Erscheinung.

Noch mehr als aus den rein theoretischen Überlegungen geht aus den wiedergegebenen Fehlerbildern der Abb. 10—13 hervor, daß es kaum einen Sinn hat, Werte für die mittlere Modellverbiegung als Summe des Zusammenwirkens der verschiedenen Fehlereinflüsse anzugeben, da hieraus keine Rückschlüsse auf die gegenseitige Lage benachbarter Punkte gezogen werden können, und beispielsweise auch der Einfluß der bei Konvergenzfehlern durchweg vorgenommenen Basisverbesserung hierbei nicht zu erfassen ist. Für die praktisch wichtigen Beispiel 1—3 lassen sich Überlegungen über die Lageveränderungen benachbarter Punkte jedoch verhältnismäßig einfach anstellen, wenn man den verschwindend kleinen Einfluß von F_4 vernachlässigt. Es treten dann auf:

1. kleine Neigungen um die x -Achse und eine Parallele zur y -Achse (F_3 und F_{1*}),
2. eine Verbiegung nach einem parabolischen Zylinder, die sich bis auf geringe Restbeträge durch eine entsprechende Basisverbesserung ausgleichen läßt (F_{2*}),
3. eine Verbiegung nach einem hyperbolischen Paraboloid (F_5).

Während letztere größenmäßig annähernd mit dem aus dem Differenzkippsfehler berechneten Wert übereinstimmt, ergibt sich die unter 2. aufgeführte Modellverbiegung aus der auf Grund des einzelnen φ -Fehlers berechneten durch Multiplikation mit $\sqrt{2}$. Auf Grund dieses Gesetzes lassen sich auch die hier nicht behandelten Werte für Punkte außerhalb der Ebene $z = -200$ mm berechnen.

VI. Zusammenfassung.

Die Untersuchung der Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit liefert ein neues Hilfsmittel zur Durchforschung der gegenseitigen Ortung von Luftbildpaaren. Verschiedene sonst verborgen bleibende enge Bindungen zwischen den bisher als alleinige Ortungselemente benutzten Bild Drehungen treten hierbei klar hervor, ferner ergeben sich einfachere Deutungen der Beeinflussung der Ortungsgenauigkeit durch die Geländegestalt und durch die Wahl der zur Herstellung der gegenseitigen Ortung benutzten Punkte. Im Gegensatz zu den Bild Drehungen sind die Funktionen ausgezeichneter Genauigkeit bei Fehlerbetrachtungen als voneinander unabhängige Größen zu betrachten und bieten daher einfachere und einwandfreiere Möglichkeiten zur Ermittlung der nach der Ortung verbleibenden y - und x -Parallaxen, so daß sich Aussagen über die durch die Restfehler hervorgerufenen Störungen des Raummodells besser und leichter gewinnen lassen als auf den bisher beschrittenen Wegen.

Schrifttum.

- [1] Finsterwalder, R.: Der unregelmäßige Fehler der räumlichen Doppelpunkteinschaltung. *Allgem. Vermessungs-Nachrichten* 44 (1932), S. 641—644, 657—669, 673—681.
- [2] Finsterwalder, R.: Der unregelmäßige und systematische Fehler der räumlichen Doppelpunkteinschaltung und Aerotriangulation. *Bildmessung und Luftbildwesen* 8 (1933), S. 55—68.
- [3] Finsterwalder, R.: Genauigkeitsuntersuchung an einem Stereoplanigraphen. *Bildmessung und Luftbildwesen* 9 (1934), S. 120—128.

- [4] Finsterwalder, S.: Die Hauptaufgabe der Photogrammetrie. S.-B. d. math.-phys. Kl. d. Bayer. Akad. d. Wiss. (1932), S. 115—131.
- [5] Gotthardt, E.: Rechnerische und zeichnerische Verfahren zur Verbesserung und Beschleunigung der Orientierung von Senkrechtpaaren gebirgigen Geländes. Diss. T. H. Berlin (1938).
- [6] Runge, C., und König, H.: Numerisches Rechnen. Berlin 1924; S. 164—176.
- [7] Thiele, T. N.: Theory of Observations. London, 1903.
- [8] Boffhardt, R.: Über den Einfluß der Gelände-Höhenunterschiede beim optisch-mechanischen Einpassen von Luftaufnahmen. Schweiz. Z. Vermess.-Wes. 31 (1933), S. 114—120, 145—150.
- [9] Finsterwalder, R.: Der gefährliche Zylinder beim Normalfall der räumlichen Doppelpunkteinschaltung. Z. Vermess.-Wes. 67 (1938), S. 433—441.

Photogrammetrie in der Türkei

Von Dipl.-Ing. Franz Manek, Jena.

Zu einer Zeit, in der die Stereophotogrammetrie noch wenig angewendet wurde, fanden bereits die ersten bedeutsamen Versuche und Probeaufnahmen in der Türkei statt, deren Ergebnisse in der gesamten Fachwelt große Beachtung fanden¹. Es handelte sich damals (1910) um Aufnahmen in großem Maßstabe (1 : 500), die beim Bau der Bagdadbahn im Taurusgebirge zum Vergleich mit tachymetrischen Aufnahmen gemacht wurden. Die mit einem Zeiss-Phototheodolit 9 × 12 cm erhaltenen photographischen Platten wurden im Stereokomparator ausgemessen und die Ergebnisse hierauf mittels einer Pulfrichschen Zeichenvorrichtung punktweise aufgetragen. Da zu jener Zeit bereits der Zeiss-Oreische Stereoautograph eine rasch wachsende Verbreitung fand und durch das kontinuierliche Schichtenziehen die Leistungsfähigkeit der photogrammetrischen Methode eine ungeahnte Steigerung erfuhr, so erwies sich das punktweise Auftragen bald als überholt und wurde künftighin nur mehr in Ausnahmefällen verwendet.

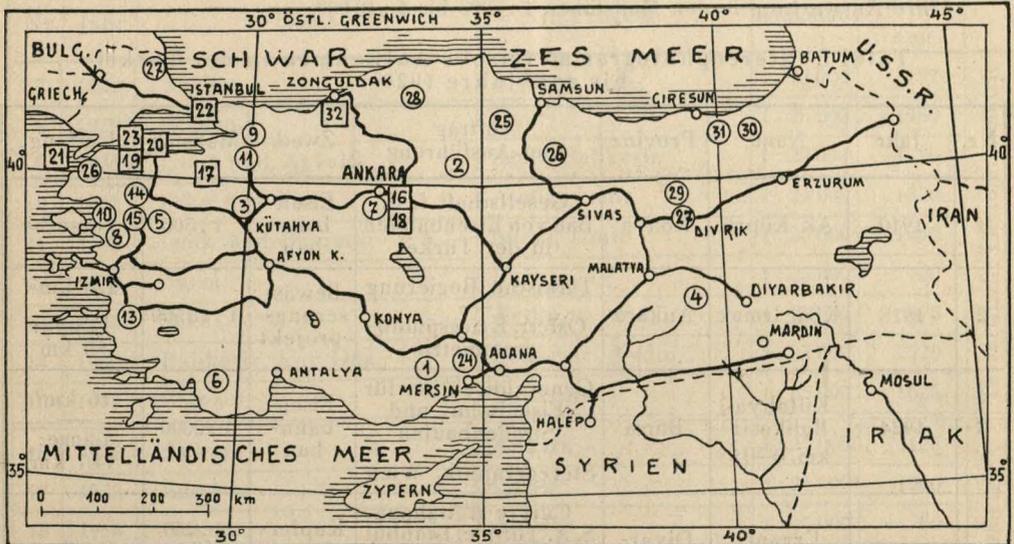
Während der darauffolgenden Kriegsjahre kam es nur einmal zu einer stereophotogrammetrischen Aufnahme größeren Umfanges, die im Jahre 1918 vom damaligen österreichischen Hauptmann Ing. A. Miksch ausgeführt wurde. Nach seinen freundlicherweise gemachten Angaben verlangte die türkische Regierung einen Plan des Kizil-Irmak-Flusses bei Angora (Ankara) im Maßstab 1 : 12 500 für das Studium eines Bewässerungsprojektes. Die photogrammetrische Feldarbeit dauerte sieben Wochen und erstreckte sich von km 385 (Kula) bis km 430 (Riheleci) des genannten Flusses, sowie auch auf den Nebenfluß Delice-Irmak von Kula bis zur Einmündung des Budak Özü bei Kozukgisele. Die aufgenommene Gesamtlänge betrug 80 km, die Breite bewegte sich zwischen 2 und 3 km, was einer Gesamtfläche von 220 qkm gleichkam. Die Auftragung erfolgte auf einem Zeiss-Oreischen Stereoautographen in Wien, erfuhr aber mit der Beendigung des Weltkrieges eine vorzeitige Unterbrechung, so daß damit auch das Bewässerungsprojekt in Vergessenheit geriet.

Nach mehreren bewegten Nachkriegsjahren führte erst die Proklamierung der Türkischen Republik (29. 10. 1923) zu großen Fortschritten auf allen Gebieten und erschloß auch der Photogrammetrie neue Anwendungen. Vorerst handelte es sich um Vorarbeiten für die Eisenbahnlinie Kütahya—Balıkesir. Diese Linie (335 km) stellte die nördlichste Verbindung des westanatolischen Eisenbahnnetzes mit den „Anatolischen Eisenbahnen“ dar, für die bis dahin nur die Strecke Izmir (Smyrna) — Afyonkarahisar (618 km) dem gleichen Zwecke gedient hatte. Sie wurde in zwei Teilstrecken erbaut, und zwar Kütahya—Tauschanlı (51 km, eröffnet im Jahre 1918), und Tauschanlı—Balıkesir

¹ Lüscher, Dipl.-Ing. H.: Beispiel einer stereophotogrammetrischen Geländeaufnahme aus der Praxis. Int. Archiv für Photogrammetrie 1912, S. 17—27.

(284 km, eröffnet am 23.4.1932). Nähere Einzelheiten über die photogrammetrische Aufnahme auf dieser Strecke sind in Tafel I enthalten.

Es folgten dann noch zwei größere stereophotogrammetrische Aufnahmen für Bergbauzwecke bei Argana Maden und bei Fethiye, womit im Jahre 1929 die private Tätigkeit auf dem Gebiete der Photogrammetrie abschloß.



Übersichtsskizze der Türkei
mit Angabe der bisher ausgeführten photogrammetrischen Aufnahmen.
Die eingerahmten Zahlen beziehen sich auf die Nummern der Tafeln I—III
(○ terrestrische, □ Luftaufnahmen).

Die Auswertung der in den Tafeln I—III ausgeführten Aufnahmen wurde in den folgenden Geräten vorgenommen:

Wild-Autograph	8—11, 14—17
Zeiss-Stereokomparator	1
Zeiss-Stereoautograph	2—15, 24—27
Zeiss-Stereoplanigraph	20, 21, 23, 28—32
Zeiss-Multiplex	19
Zeiss-Entzerrungsgerät	18, 22.

Um dieselbe Zeit begann jedoch nach langjähriger Vorbereitung die militärische Landesaufnahme vorerst mit terrestrischen Arbeiten und ab 1932 mit Luftphotogrammetrie ihre großen Aufgaben zu lösen, die sich über ein Gebiet von etwa 780 000 qkm erstrecken. Da in der Türkei nur die sehr gut ausgeführte Übersichtskarte im Maßstab 1 : 800 000 für den öffentlichen Gebrauch freigegeben ist, so entziehen sich die von der militärischen Landesaufnahme mittels Photogrammetrie hergestellten Karten einer Besprechung. Nur auf Grund der Berichte anlässlich der Internationalen Photogrammetrischen Kongresse und der von der gleichen Behörde (Kartographisches Institut in Ankara) herausgegebenen reichhaltigen Zeitschrift (Haritacilar Mecmuasi) lassen sich Angaben für die folgenden Jahre machen:

1926: Einführung der Photogrammetrie. Als erster Apparat wurde ein Zeiss-Orelscher Stereoautograph angekauft.

1927: Für die weitere Ausgestaltung der Photogrammetrischen Abteilung der Landesaufnahme wurden ein Junkers-Vermessungsflugzeug F 13 sowie von der Firma Zeiss (Jena) eine Handkammer HMK C/12, 13×18 cm, $f = 21$ cm, eine automatische Reihenmeßkammer RMK C/3, 18×18 cm, $f = 21$ cm, und ein Entzerrungsgerät SEG C/3, 18×24 cm, angekauft.

Versuchsaufnahme von Dr. Lüscher mit einer Feldausrüstung C/3b von Zeiss und ihre Auswertung in den Maßstäben 1 : 2000 bis 1 : 10 000.

Tafel I. Stereophotogrammetrische Aufnahmen in der Türkei bis zum Jahre 1929

Nr.	Jahr	Name	Provinz	Auftrag und Ausführung	Zweck	Maßstab	Umfang
1	1910	Ak Köprü	Konya	Gesellschaft f. d. Bau von Eisenbahnen in der Türkei	Eisenbahnbau	1 : 500	Versuche
2	1918	Kizil Irmak	Ankara	Türkische Regierung Osterr. Kriegsphotogrammetrie	Bewässerungsprojekt	1 : 12500	220 km ² Länge: 80 km
3	1924	Kütahya-Balikesir km 0—18	Bursa	Generaldirektion für Eisenbahn- und Straßenbauten Stereographik, Wien	Eisenbahnbau	1 : 2000	16 km ² Länge: 14,7 km
4	1924/25	Ergani-Madeni	Diyarbakir	Cuivre d'Arghana S. A. Turque, Istanbul Photogrammetrie, München	Kupferbergbau	1 : 250 bis 1 : 5000	26,6 km ²
5	1927/28	Kütahya-Balikesir km 28—72	Bursa	Julius Berger, Konsort. Istanbul Photogrammetrie, München	Eisenbahnbau	1 : 2000	26,6 km ² Länge: 46 km
6	1929	Fethiye-Köyceğiz	Muğla	Südanatolische Bergbauges., München Photogrammetrie, München	Blei- berg- bau	1 : 1000	6,2 km ²
						1 : 5000	17,0 km ²
6a	1926?	Keller	Diyarbakir	Nydquist & Holm Dr. Helbling, Flums (Schweiz)	Eisenbahnbau	1 : 2000	42,5 km ²

1928: Anschaffung eines Autographen der Firma Wild (Heerbrugg) mit dazugehöriger Feldausrüstung und Handkammer.

Als erste Anwendung der Photogrammetrie wurde das Gebiet von Kayas bei Ankara aufgenommen. Es folgten:

1929: Triangulierung und Aufnahmen in der Umgebung von Candarli für 17 Kartenblätter.

1930: Aufnahme in der Umgebung von Ayvalik für 12 Kartenblätter im Maßstab 1 : 25 000.

1931: Aufnahme in der Umgebung von Izmir für 8 Kartenblätter.

1932: Aufnahme von Söke, Bayindir, Iznik-See und nördlich von Bursa für 9 Kartenblätter. Erste Versuche mit einem Aufnahmegerät der Firma Wild aus der Luft aus etwa 4200 m Höhe für den Maßstab 1 : 25 000.

1933: Luftaufnahmen: Bursa, Mudanya, Karacabey, 12 Kartenblätter; terrestrische Aufnahmen: bei Bursa für 6 Kartenblätter und Einführung des Gauß-Krüger-Systems bei der als Unterlage dienenden Landestriangulierung.

Tafel II. Die Verwendung der Photogrammetrie bei der türkischen Landesaufnahme²

Nr.	Jahr	Name	Provinz	Maßstab	Umfang km ²		
7	1928	Ankara	Ankara	1 : 25 000	97	Terrestrische Photogrammetrie	
8	1929	Bergama	Izmir	1 : 25 000	1980		
9	1930	Izmit und Ayvalik	Izmit, Balikesir	1 : 25 000	1320		
10	1931	Söke und Tire	Aydin, Izmir	1 : 25 000	1320		
11	1932	Iznik und Bayindir	Bursa, Izmir	1 : 25 000	1440		
12	1933	Bursa	Bursa	1 : 25 000	720		
13	1935	Söke	Aydin	1 : 25 000	975		
14	1936	Balikesir, Kar Dağ	Balikesir, Aydin	1 : 25 000	2520		
15	1937	Balya	Balikesir	1 : 25 000	1625		
16	1932	Ankara	Ankara	1 : 25 000	125		Luftphotogrammetrie
17	1933	Bursa	Bursa	1 : 25 000	1500		
18	1934	Ankara	Ankara	1 : 5 000	60		
19	1935	Bandirma	Balikesir	1 : 25 000	250		
20	1936	Inseln im Marmarameer	Balikesir	1 : 25 000	250		
21	1936	Insel Imroz	Canakkale	1 : 25 000	375		
22	1937	Istanbul	Istanbul	1 : 2 000	140		
23	1937	Canakkale, Thrakien	Canakkale, Kirklareli	1 : 25 000	4250		

1935: Erwerbung eines Multiplex durch das Landwirtschaftliche Ministerium, das ihn dem Kartographischen Institut überließ.

Die gleichzeitige Aufnahme des Stadtplanes von Istanbul wird weiter unten ausführlicher behandelt.

1937: Erwerbung eines Stereoplanigraphen und einer Weitwinkelkammer RMK P 10 von Zeiss-Aerotopograph. Verwendung eines neuen Flugzeuges „Dragon“.

1938: Anschaffung des zweiten Stereoplanigraphen und eines holländischen Bildflugzeuges (Monoplan), System Koolhoven, mit zwei Motoren zu je 310 PS und der folgenden Charakteristik:

- größte Dauer eines Fluges 4½ Stunden;
- Geschwindigkeit: 200 km je Stunde;
- erreichbare Flughöhe: 6500 m;
- Plätze für vier Beobachter außer dem Flugzeugführer;
- eingebaute Dunkelkammer;
- Kosten: 56 000 Tpf.

² Service Topographique et Cartographique de l'armée Turque. Travaux photogrammétriques, 1929—1938. Ankara, 1938.

1939: Erwerbung von zwei weiteren Stereoplanigraphen von Zeiss-Aerotopograph.

Die Kartierungsarbeiten wurden mit der Auswertung von Weitwinkelaufnahmen der Reihenmeßkammer RMK P 10 begonnen, bei einem Bildmaßstab von etwa 1 : 30 000 für die Karte 1 : 25 000 mit Höhenschichtlinien von 10 m Abstand. —

Tafel III. Stereophotogrammetrische Aufnahmen des Türkischen Bergbau-Forschungsinstitutes (24—31 terrestrisch; 32 Luftaufnahme)³

Nr.	Jahr	Name	Provinz	Erz	Maßstab	Umfang ha
24	1936	Bolkardağ	Niğde	Blei usw.	1 : 5000	2000
25	1936	Gümüshacıköy	Corum	Silber usw.	1 : 2000	300
26	1937	Turhal	Tokat	Antimon	1 : 500 bis 1 : 5000	660
27	1937	Divrik	Sivas	Eisen	1 : 5000	3000
28	1938	Küre	Kastamonu	Kohle	1 : 2000	600
29	1938	Cürek	Sivas	Pyrit	1 : 1000	700
30	1938	Israilköy	Giresun	Pyrit	1 : 2000	1000
31	1938	Kizilkaya-Lahanas	Giresun	Pyrit	1 : 2000	1000
32	1939/40	Zonguldak	Zonguldak	Kohle	1 : 10 000	100 000

Die Arbeitsweise ist dabei folgende: Es wird in zwei Schichten zu je sieben Stunden gearbeitet, so daß jedes Gerät täglich 14 Stunden in Betrieb steht. Auf diese Weise beträgt die monatliche Leistung je Gerät 250 qkm Gelände im Kartenmaßstab 1 : 25 000. Dabei wäre die vorzügliche Organisation des Personals zu erwähnen, das in genügender Anzahl fortlaufend weiter ausgebildet wird. Auch die fast einzig dastehende Tatsache, daß die Flugbeobachter in der Stereoauswertung unterwiesen werden, trägt viel zu den günstigen Arbeitsergebnissen bei.

Während somit die Landesaufnahme auf dem Gebiete der Photogrammetrie überaus tätig war, brachte erst der im Jahre 1934 aufgestellte Fünfjahresplan mit einem Gesamtkostenbetrag von rund 45 Millionen Tpf. (etwa 90 Millionen Mark) eine gesteigerte Nachfrage nach technischen Plänen durch die Gründung verschiedener Industrien und die Ausgestaltung des Bergbaues.

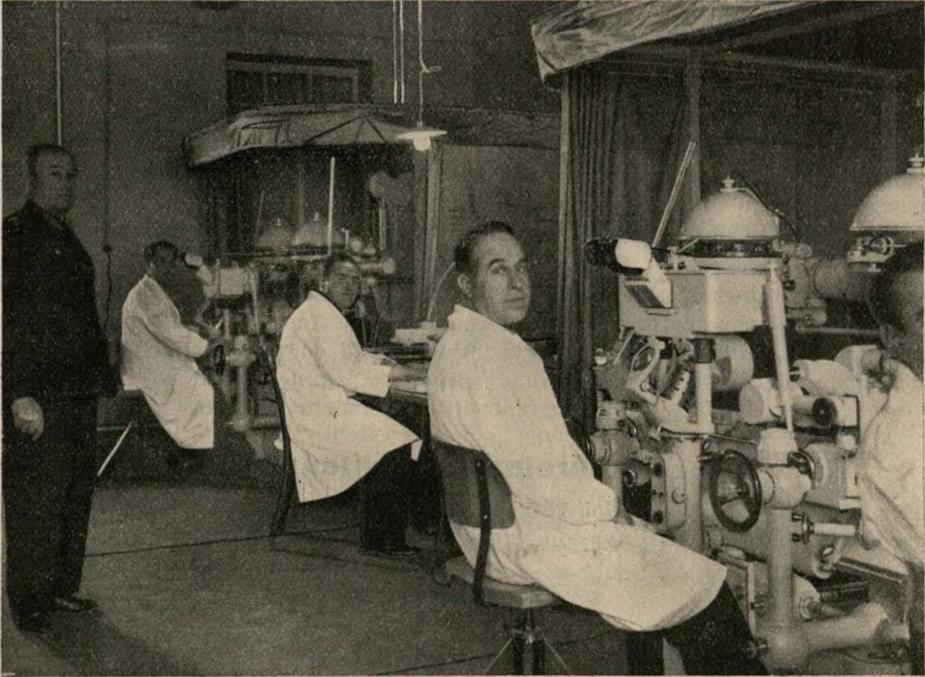
Als unmittelbare Folge davon wurde im Jahre 1935 ein staatliches Bergbau-Forschungsinstitut (Maden Tetkik ve Arama Enstitüsü, kurz M.T.A.-Institut genannt) gegründet. Im darauffolgenden Jahre erfolgte bereits die Verwendung der Stereophotogrammetrie für die Aufnahme der zu untersuchenden Erzlager. Auch hier wurde schrittweise vorgegangen, um das Verfahren auf eine sichere Grundlage zu stellen und das dazu nötige Personal heranzubilden.

Die in den Jahren 1936 bis 1938 ausgeführten Arbeiten finden sich in Tafel III zusammengestellt. Durch die Anschaffung eines Zeiss-Stereoplanigraphen im Jahre 1938 war die Möglichkeit gegeben, auch Luftaufnahmen von größeren Gebieten durchzuführen. Als

³ Turanlı, Dipl.-Ing. H.: Die Verwendung der Photogrammetrie im Türkischen Bergbau-Forschungsinstitut. M.T.A.-Zeitschrift, Ankara 1938/3.

erste solche Arbeit wurde das Kohlengebiet von Zonguldak am Schwarzen Meer (über 1000 qkm im Maßstab 1 : 10 000) im vergangenen Jahre (1939) begonnen.

Bei allen diesen Arbeiten handelte es sich um besonders schwierige Verhältnisse, da ja in den oft menschenleeren Gegenden der Photogrammeter über eine vollkommen unabhängige Ausrüstung, ähnlich wie auf Forschungsreisen, verfügen mußte. Dazu kamen oft besonders schlechte Wegverhältnisse, wie etwa südlich von Triebolu, wo die Reit- und Tragtiere sich auf dem uralten, schlecht erhaltenen Pflaster fortzubewegen haben.



Stereoplanigraphen im Kartographischen Institut in Ankara

Vielfach wichen die angewandten Methoden von den in Europa üblichen ab, da es keinen Anschluß an eine Landestriangulierung gab und die geodätischen Unterlagen erst hergestellt werden mußten. Zeitraubend und schwierig war auch die Herstellung von etwa 1600 Paßpunkten in dem wald- und regenreichen Gebiet bei Zonguldak, die noch vor dem Fluge sowohl für die Einmessung als auch für die Luftsicht signalisiert werden mußten. Diese große Anzahl wurde aus dem Grunde verlangt, weil die nachfolgende militärische Landesaufnahme über im Gelände bereits vorhandene Festpunkte verfügen mußte.

Besonders anzuerkennen ist die Großzügigkeit der Behörden, die sogleich daran gingen, die modernsten Präzisionsverfahren einzuführen, ohne sich vorerst mit unvollkommenen „einfachen“ Methoden abzugeben, wie dies ab und zu vorgeschlagen war.

Im Jahre 1935 begann die Verwendung der Luftphotogrammetrie zur Herstellung des neuen Bebauungsplanes von Istanbul unter Benutzung von Zeiss-Geräten durch Personal des Kartographischen Institutes. Die mittlere Flughöhe betrug 500 m bei

einer Brennweite von 21 cm für den Entzerrungsmaßstab 1 : 2000. Der Plan von Istanbul umfaßte 150 Blätter von der Größe 60×80 cm.

Damaligen Zeitungsmeldungen zufolge sollen die Bildflüge und Entzerrungsarbeiten durch türkisches Personal mit einem Kostenaufwand von 45 000 Tpf. (etwa 90 000 RM.) ausgeführt worden sein. Auf Grund dieser Bildpläne nahm der französische Städtebauer Prost die Regulierung der einzelnen Stadtteile vor. Ähnliche Aufnahmen erfolgten auch von anderen türkischen Städten (Ankara, Izmir, Bursa, Elazig usw.).

Da ein Gesetz vom 6. 6. 1936 die technischen Grundsätze für Stadtvermessungen regelt und es in der Türkei 21 Städte mit mehr als 25 000 Einwohnern gibt, so ist anzunehmen, daß dem Beispiel Istanbul noch andere Städte folgen und die detailreichen Luftbildaufnahmen bevorzugt werden. Als oberster Berater in Bebauungsangelegenheiten beim Ministerium des Innern wurde Prof. Jansen aus Berlin bestellt, der in früheren Jahren den neuen Plan für die Hauptstadt Ankara entworfen hat.

Große Anwendungsgebiete eröffnen sich außer den genannten noch für die Photogrammetrie in der Türkei bei den Katasteraufnahmen, beim Studium von Straßen und Eisenbahnen, Be- und Entwässerungsanlagen, Kraftwerken, Ruinenstädten, bei der Aufforstung, Aufnahme von Architekturen, in der Kriminalistik usw. Teilweise waren solche Aufnahmen von Behörden bereits öffentlich ausgeschrieben, doch kam es noch zu keiner größeren Vergebung.

Was die theoretische Vorbildung in der Bildmessung anbelangt, so gibt es bereits türkische Ingenieure und Techniker, die sich solche Kenntnisse im Auslande (Deutschland) erworben haben. In den Vorträgen über Vermessungswesen an der Universität Istanbul, wo die Topographen für die Landesvermessung vorbereitet werden, wird von dem Schweizer Professor Weber ebenfalls die Photogrammetrie behandelt.

Vereinsnachrichten

Der Mitinhaber der Firma Hoh & Hahne, Herr Kurt Keller, Leipzig W 35, Schlageterstraße 185, beging am 1. Mai 1940 sein 25jähriges Arbeitsjubiläum.

Gedenktage

Am 4. Juli 1910 wurde auf Veranlassung der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie, insbesondere auf Anregung von Hofrat Professor Dr. Doležal, die „Internationale Gesellschaft für Photogrammetrie“ gegründet, der die österreichische Gesellschaft als Sektion „Österreich“ und im Jahre 1911 die deutsche Gesellschaft als Sektion „Deutschland“ beitraten. Für die Gründung der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie war der Gedanke maßgebend, durch Zusammenarbeit mit den Fachleuten in den einzelnen Ländern die erworbenen Kenntnisse und Erfahrungen auszutauschen und die photogrammetrische Wissenschaft durch gegenseitige Vertiefung und Befruchtung zu fördern. Diesen Bestrebungen haben vornehmlich das Internationale Archiv für Photogrammetrie und die Internationalen Kongresse für Photogrammetrie in Berlin (1926), Zürich (1930), Paris (1934) und Rom (1938) gedient.

Hochschulnachrichten

Herrn Dr.-Ing. E. Gotthardt wurde von der Technischen Hochschule Berlin auf Grund seiner Habilitationsschrift „Beiträge zur Frage der Genauigkeit der gegenseitigen Ortung von Senkrechtpaaren“ und einer wissenschaftlichen Aussprache der Grad des habilitierten Doktoringenieurs verliehen.

Herr Dr.-Ing. habil. E. Gotthardt wurde mit Wirkung vom 1. 4. 1940 zum Oberingenieur beim Lehrstuhl und Institut für Photogrammetrie an der Technischen Hochschule Berlin ernannt.

Nachrufe

Felix Neuffer †.

Am 3. April starb nach längerer Krankheit der Abteilungsleiter in der Firma Carl Zeiss, Felix Neuffer.

Neuffer gehörte zunächst der alten österreichischen Marine an, die er als Linienschiffsleutnant verließ. In dieser Dienststellung schrieb er 1907 in den „Mitteilungen auf dem Gebiet des Seewesens“ den Aufsatz „Die Portée-Ermittlung bei Schießversuchen gegen die See“, in dem er die photogrammetrische Bestimmung von Einschlägen bei Beschießung von Zielen auf See behandelt hat. Er trat später in die Dienste der Firma Carl Zeiss. Nachdem er Leiter der Filialen in Wien und Berlin war, übernahm er im Jahre 1931 die Leitung der Militärabteilung.

Mit Neuffer ging eine Persönlichkeit dahin, die in weitesten Kreisen der optischen Industrie des In- und Auslandes bekannt war, um die er sich außerordentliche Verdienste erworben hat.

Die Firma Carl Zeiss und ihre Gefolgschaft verlieren in ihm einen hervorragenden Mitarbeiter, der sich durch ganz besondere Kenntnisse und Erfahrung auszeichnete und sich wegen seiner persönlichen Eigenschaften größter Beliebtheit erfreute.

Die Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie denkt in Dankbarkeit des verständnisvollen Eingehens und der bereitwilligen Hilfe, mit der Felix Neuffer stets, besonders während seiner Tätigkeit in Berlin, die Bestrebungen der Gesellschaft gefördert hat. Er war ein gütiger Mensch und guter Kamerad. Sein Andenken wird in Ehren erhalten bleiben.

Professor Dr. Buttler †.

Am 12. Mai 1940 starb den Soldatentod für Führer, Volk und Vaterland in der Entscheidungsschlacht an der Westfront der Referent in dem Reichsministerium für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung, Professor Dr. Werner Buttler, Unteroffizier und Offizieranwärter in einem Infanterieregiment.

Von Professor Dr. Buttler ist der Gedanke eines planmäßigen Einsatzes des Luftbildes für die Zwecke der archäologischen Forschung und für die Aufnahme von vorgeschichtlichen Bodendenkmälern nachdrücklich gefördert worden. Er hat die Bearbeitung des Buches „Luftbild und Vorgeschichte“ weitgehend durchgeführt. In seiner dienstlichen Eigenschaft wie persönlich hat er immer wieder diese Forschungsarbeiten unterstützt und durch seine Sachkenntnisse Wege für eine weitere Ausgestaltung gewiesen.

Sein Name wird wegen seiner stets bereitwilligen Mithilfe und wegen der von ihm geleisteten Arbeiten unvergessen bleiben.

Bücherbesprechung

Darstellende Geometrie. Von Prof. Dr.-Ing. habil.

Ulrich Graf. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 335 Abbildungen. 204 Seiten.

Leipzig: Quelle und Meyer 1940. Preis geb. 4.— RM.

Eingehende Beschäftigung mit der Darstellenden Geometrie muß von jedem Ingenieur, besonders aber von dem photogrammetrisch arbeitenden Vermessungsingenieur gefordert werden. Die Darstellende Geometrie schult das unbedingt erforderliche räumliche Vorstellungsvermögen und ist in vielen Fällen das einzige Mittel zur Herbeiführung einer klaren Verständigung über die oft verwickelten, bei photogrammetrischen Fragen auftretenden Verhältnisse (Strahlengänge, konstruktive Einzelheiten u. a. m.). In dem gegenüber der ersten Auflage nicht unbeträchtlich erweiterten Bändchen behandelt der Verfasser in der ihm eigenen anschaulichen Darstellungsweise fast das ganze Gebiet der Darstellenden Geometrie, soweit diese vorwiegend konstruierenden Charakter trägt. Die stets lebensnahe, an vielen guten praktischen Beispielen erläuterte, zuweilen durch humorvolle Anwendungen und Denkaufgaben durchsetzte Darstellung behandelt in ihren Hauptabschnitten die verschiedenen Projektionsarten, die senkrechte Eintafelprojektion, das Zweitafel-

verfahren, die schräge Parallelprojektion nebst Affinität, den Kreis und die Kugel, die Axonometrie, die Kegelschnitte, die Drehflächen, Durchdringungen und Schraubenlinien und gibt vor einer historischen Übersicht eine Einführung in die Zentralperspektive, in der u. a. auf das Doppelverhältnis, das Vierpunktverfahren, die Entzerrung und den Normalfall der Stereophotogrammetrie eingegangen wird. Wer die bei aller Gedrängtheit anschauliche und ansprechende konstruktive Behandlung des Stoffes durch den Verfasser und seine Auswahl vergleicht mit der bis zur Jahrhundertwende und zum Teil darüber hinaus üblichen, sich oft zu sehr in die Theorie verlierenden, mehr beschreibenden Darstellungsweise, der wird die Ansicht des Referenten teilen, daß die Krise in der Bewertung der Darstellenden Geometrie im Unterricht der Technischen Hochschulen kaum aufgetreten wäre, wenn dieser sich bereits früher der dem vorliegenden Buch zugrunde gelegten Prinzipien bedient hätte.

Dank verdient der Verlag für die gute Ausstattung des sehr empfehlenswerten, in seiner Sammlung „Hochschulwissen in Einzeldarstellungen“ erschienenen Bändchens und zuletzt, aber nicht am wenigsten, die Gattin des Verfassers für die zahlreichen, von ihr schön und klar angefertigten Abbildungen und Skizzen.

L a c m a n n.

Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie

E. V.

Berlin SW 29, Flughafen



In der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie sind die wichtigsten an der Bildmessung und dem Luftbildwesen interessierten Stellen innerhalb Deutschlands zusammengeschlossen. Zu ihren Mitgliedern gehören die Reichs- und Staatsbehörden, deren dienstliche Tätigkeit in diese Arbeitsgebiete fällt, Vermessungsbehörden von Ländern und Städten, wissenschaftliche Institute der verschiedenen Hochschulen, Firmen der gerätebauenden Industrie und die ausführenden Gesellschaften sowie Einzelpersonlichkeiten, Hochschulprofessoren, Vermessungsfachleute, Architekten, Ingenieure, Röntgenologen usw.

Die Gesellschaft verfolgt den Zweck, die Bildmessung und das Luftbildwesen in Theorie und Praxis zu pflegen, ihre Vervollkommnung, Verbreitung und Geltung sowie ihre Anwendung auf den verschiedensten Gebieten der Wissenschaft, Technik und Wirtschaft zu fördern und die Erfahrungen gegenseitig auszutauschen. Es handelt sich hierbei nicht nur um die Verwertung der Photogrammetrie für Vermessungszwecke, sondern auch um ihre Anwendung auf dem Gebiete der Anthropologie, Architektur, Ballistik, Flugzeugkunde, Ingenieurtechnik, Kriminalistik, Röntgenologie, Wellenmessung, Wetter- und Wolkenforschung usw.

Dem Erfahrungsaustausch dienen die Veröffentlichungen der Gesellschaft. Erste Fachleute nicht nur Deutschlands, sondern auch verschiedener anderer Länder sind Mitarbeiter. Zahlreiche Bilder und Zeichnungen erläutern die wissenschaftlichen Abhandlungen.

Die Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie ist der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie angeschlossen, in der z. Z. 21 Landesgesellschaften vornehmlich der europäischen Länder und der Vereinigten Staaten von Nordamerika vereinigt sind. Durch diesen Zusammenschluß ist die Möglichkeit eines Erfahrungsaustausches mit den führenden Persönlichkeiten, wissenschaftlichen Instituten und Gesellschaften des Auslandes gegeben, deren Arbeiten hierdurch nutzbar gemacht werden können.

Beitrittsanmeldungen,

*Bestellungen auf Druckschriften usw.
sind zu richten an:*

Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie
E. V.

Berlin SW 29, Flughafen

Postscheckkonto: Berlin 28456



Zwei Neuerscheinungen

Photogrammetrie

Von Dr.-Ing. Richard Finsterwalder, a. o. Professor an der Technischen Hochschule Hannover.

Dieses Buch gibt in lehrbuchartiger Form eine Einführung in das Gesamtgebiet der Photogrammetrie, der Erd- und besonders der Luftbildmessung, einschließlich der Entzerrung.

Aus dem Inhalt: Die Grundlagen der Photogrammetrie. Terrestrische Photogrammetrie. Stereophotogrammetrie aus der Luft. Einbildphotogrammetrie. Entzerrung von Einzelbildern. Die Bedeutung und praktische Verwendung der Photogrammetrie. 237 Seiten, mit 103 Abbildungen und 17 Tabellen, Oktavformat, in Leinenband **14.— RM.**

Einführung in die Luft- und Erdbildmessung

Von Dr. K. Schwidewsky, Wissenschaftlicher Mitarbeiter der Optischen Werke Carl Zeiss in Jena.

Zweite, erweiterte und verbesserte Auflage.

Das Werk ist eine arbeitsnahe Darstellung der Bildmessung, macht den Leser mit den praktisch wichtigsten Verfahren und Instrumenten der Erd- und Luftbildmessung bekannt und führt ihn an die Probleme der letzten Entwicklung heran; es bietet eine wissenschaftlich einwandfreie Darstellung der mathematischen, physikalischen und physiologischen Grundlagen der Bildmessung, ihrer Arbeitsweisen, ihrer Möglichkeiten und zeigt die ihr gesetzten Grenzen.

Aus dem Inhalt: Entwicklung und Aufgaben der Bildmessung. Zur Theorie der Bildmessung. Erdbildmessung. Luftbildaufnahme. Luftbildauswertung mit einfachen Hilfsmitteln. Entzerrung von Einzelbildern. Zweibildmessung (Bildkartierung mittels Zweibildinstrumenten). Literaturauswahl. 137 Seiten mit 73 Abbildungen, zwei schwarzen und zwei farbigen Tafeln im Text, einer schwarzen Tafel, einer farbigen Brille und zwei Stereobildern im Anhang. Oktavformat.

In Leinenband **8.— RM.**

Kartoniert **7.40 RM.**

Herbert Wichmann, Berlin-Grünwald

Postscheckkonto Berlin 3989

Deutsches Schrifttum über

Bildmessung und Luftbildwesen

Herausgegeben von der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie e.V., Berlin.
Unter Leitung von Prof. Dr.-Ing. L a c m a n n der Technischen Hochschule Berlin
bearbeitet von Dipl.-Ing. G. A l b r e c h t.

Ein Nachweis, nach Gebieten und Verfassern geordnet, einschließlich
deutscher und österreichischer Patentschriften.

Aus dem Inhalt:

Zusammenfassende Darstellungen der Bildmessung und ihrer Teilgebiete
Landesberichte / Grundlagen und Hilfswissenschaften / Aufnahme / Aus-
wertung / Genauigkeit / Wirtschaftlichkeit / Anwendungsgebiete / Normung
Organisation der Bildmessung / Forschung / Ausbildung / Tagungen und
Ausstellungen / Geschichtliches / Schrifttumsnachweise / Eingehendere Werbe-
schriften von Firmen / Verschiedenes / Anhang: Deutsche und österreichische
Patentschriften / Verfasserverzeichnis / Nummernverzeichnis der Patentschriften

160 Seiten stark, Format DIN B 5, mit etwa 2500 Angaben
in Halbleinenband **7.50 RM.**



Herbert Wichmann, Verlag, Berlin - Grunewald

Postcheckkonto Berlin 3989