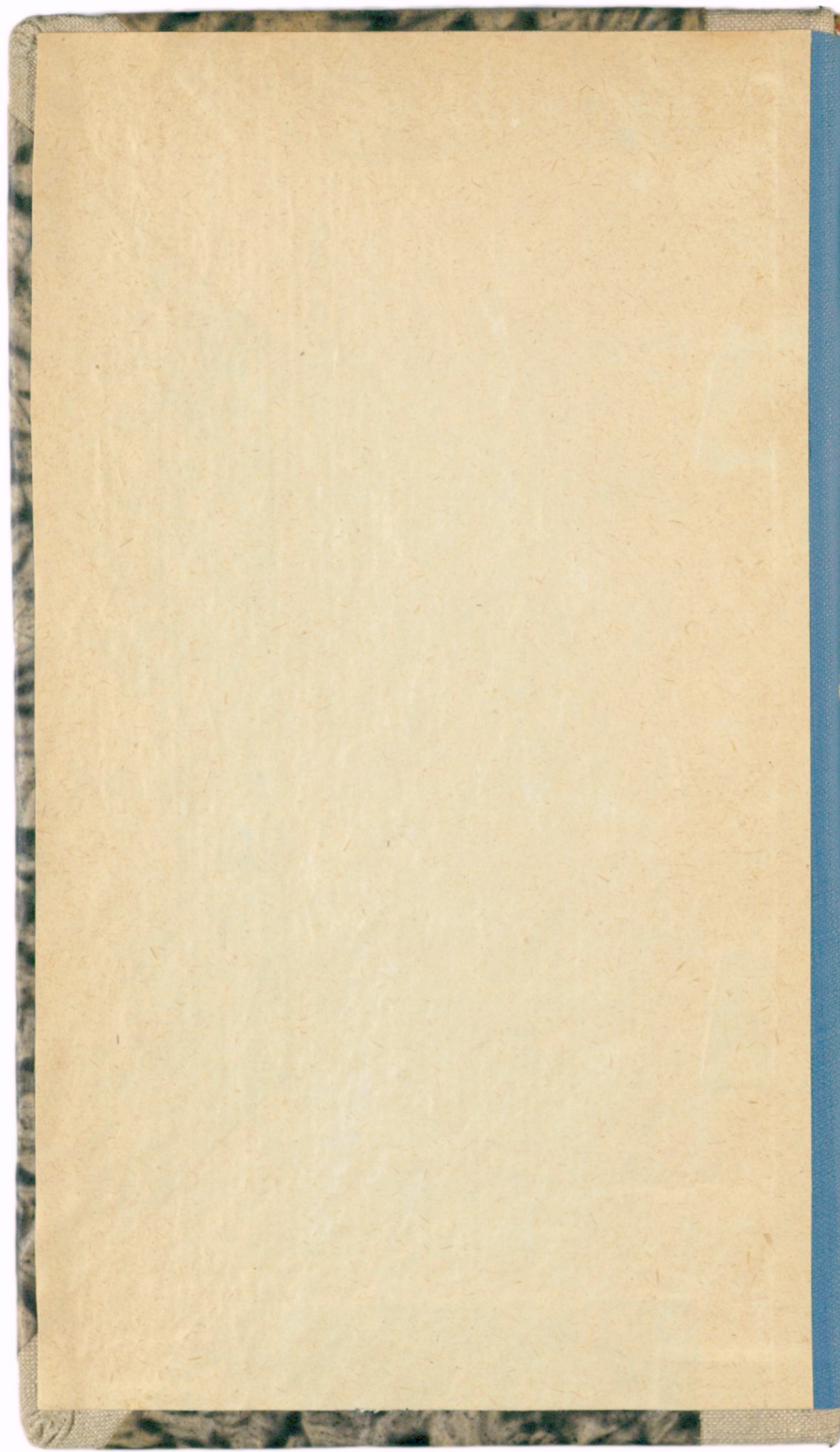


POLSKI — POCZĄTKI TRYGNOMETRY





POCZĄTKI
TRYGONOMETRYI
PŁASKIEJ

PRZEZ
MICHAŁA PEŁKĘ POLINSKIEGO.

FILOZOFII DOKTORA, ZWYCZAJNEGO W CESARSKIM UNIWERSYTECIE WILEN-
SKIM MATEMATYKI WYŻSZEJ PROFESSORA, AKADEMII EKONOMICZNO · ROL-
NICZEJ WE FLORENCYI, TOWARZYSTWA FILOMATYCZNEGO W PARYŻU,
AKADEMIJ NAUK I SZTUK W LUCE I W PADWIE CZŁONKA.

Wydanie drugie.

Powiększone tablicami logarytmów liczb od 1 do 10000
i logarytmów wstaw i stycznych,
pierwszy raz r. 1787 wydaniami.



w W I L N I E.

w Drukarni przy ulicy świętojańskiej pod N^o 451.

1 8 2 1.

Opis: 44934

Dozwala się drukować pod tym warunkiem, aby po wydrukowaniu nie pierwiej wydawać zaczęto, aż będą złożone w Komitecie Cenzury exemplarze książki tej: jeden dla tegoż Komitetu, dwa dla Departamentu Ministerium Oświecenia, dwa dla CESARSKIEJ publicznej biblioteki, i jeden dla CESARSKIEJ Akademii nauk. Dan w Wilnie dnia 27 stycznia 1821 Roku.

*Ignacy Reszka Radzca Koll. Prof. zasłuż.
Kqm. Cen. Członek.*



6970

TREŚĆ I PORZĄDEK NAUKI.

1. Figury prostokrésłne mogą być na trojkąty prostokrésłne albo zamienione, albo rozebrane - *strona* 1.
2. Trojkąt zamyka sześć rzeczy, z których jedne mogą być dowolne, inne zaś od nich zależą - - - 1.
3. W trojkącie prostokréslnym dla znalezienia rzeczy niewiadomych, trzy powinny być wiadome, między którymi bok jeden przynajmniej znajdować się powinien - - - - - 1.
4. Opisanie trygonometrii płaskiej - - - - - 2.
5. Na miejscu kątów, używają się w rachunku linije proste nazywane trygonometrycznemi - - - - - 2.
6. Linije trygonometryczne kątów i łuków te kąty mierzących są też same - - - - - 5.
7. Porządek wykładania rzeczy w trygonometrii - - - 4.
8. i 9. Opisanie wszystkich linii trygonometrycznych 4. i 5.
10. Każdego łuku linije trygonometryczne są podwójne, lecz jednego gatunku są równe między sobą - - - 6.
11. Wstawa jakiegokolwiek łuku jest połową cięciwy podpierającej łuk dwa razy większy - - - - - 6.
12. Wstawa dwónastej części okręgu koła, czyli trzeciej części kąta prostego, równa się połowie promienia 6.
13. Połowy kąty prostego, czyli $\frac{1}{8}$ okręgu koła, wstawa równa się dostawie, a stycznazna promieniowi - - - 6.
14. W trojkącie prostokątnym uważając za promień, raz przeciwprostokątną, drugi raz ramię kąta prostego, czém są inne boki - - - - - 7.
15. Linije trygonometryczne w samym początku łuku 7.
16. Co się dzieje z linijami trygonometrycznemi, w pierwszej ćwiartce okręgu koła, i jakie są, gdy łuk staje się równy całej ćwiartce - - - - - 8.
17. Co się dzieje z linijami trygonometrycznemi, w drugiej ćwiartce okręgu koła, i jakie wypadają, gdy łuk staje się równy półokręgowi - - - - - 8.
18. Co się dzieje z linijami trygonometrycznemi, w trzeciej ćwiartce okręgu koła, i jakie są, gdy łuk staje się równy trzem ćwiartkóm - - - - - 8.
19. Co się dzieje z temi linijami, w czwartej ćwiartce okręgu koła, i jakie wypadają, gdy łuk staje się równy całemu okręgowi koła - - - - - 9.
20. Co się dzieje z linijami trygonometrycznemi, gdy się łuk staje większym od całego okręgu koła - - - 9.
21. Linije trygonometryczne kiedy są dodatne, a kiedy odjemne? - - - - - 9.
22. Tablica pokazująca różność znaków linii trygonometrycznych we wszystkich ćwiartkach koła - - - 10.

25. i 24. Linije trygonometryczne łuków spełniających się wzajemnie do półokręgu koła są równe między sobą odpowiednie, to jest wstawa wstawie it. d. 10 i 11.
25. Linije trygonometryczne łuków spełniających siebie do okręgu koła są równe odpowiednie między sobą 11.
26. Linije trygonometryczne łuków większych od okręgu koła - - - - - 11.
27. Ażeby mieć linije trygonometryczne jakichkolwiek bądź łuków, jak wielkich łuków linij trygonometrycznych szukać trzeba? - - - - - 11.
28. W trygonometrii płaskiej na znaki linij trygonometrycznych nie dajemy baczności - - - - - 12.
29. Za miarę porównania bierze się promień, na wartość jemu daje się jedność z ilakolwiek zerami - - - 12.
30. Wyprowadzają się stosunki między linijami trygonometrycznemi zachodzące - - - - - 12.
31. Dla znalezienia wszystkich linij trygonometrycznych trzeba najprzód wyrachować wstawy i dostawy wszystkich łuków - - - - - 13.
32. Znaleść wstawę i dostawę łuku dwa razy większego od łuku danego - - - - - 14.
33. Znaleść wstawę łuku dwa razy mniejszego od łuku danego - - - - - 14.
34. Znaleść dostawę łuku dwa razy mniejszego - - - 15.
35. Znaleść wstawę łuku równego summie, lub różnicy dwóch łuków danych - - - - - 15.
36. Znaleść dostawę łuku równego summie, lub różnicy dwóch łuków danych - - - - - 16.
37. Ciąg postępowania całego w rachowaniu wstaw wszystkich łuków - - - - - 17.
38. Znaleść wstawę łuku jednej minuty, dzieląc okrąg koła na stopni 360. - - - - - 18.
39. Sposób rachowania wstaw łuków od 0° , do 30° . 19.
40. Sposób rachowania wstaw łuków od 30° , do 60° - 20.
41. Sposób rachowania wstaw łuków od 60° , do 90° - 20.
42. Znaleść wstawę łuku jednej minuty, a ztąd wstawy innych łuków, dzieląc okrąg koła na stopni 400 - 21.
43. Ze wstaw łuków zamykających stopnie i minuty, sposób znalezienia wstaw łuków mających stopnie, minuty i sekundy - - - - - 22.
44. Mając wstawy wszystkich łuków zawartych w ćwiartce okręgu koła, mamy tém samém ich dostawy 22.
45. Dogodniej jest szukać wstaw łuków w całej ćwiartce zawartych, niżeli wstaw i dostaw łuków mieszczących się w połowie tylko ćwiartki - - - - - 23.
46. Sposób znalezienia innych linij trygonometrycznych 23.
47. Szeregi łuków z linijami trygonometrycznemi im odpowiadającemi, składają tablice trygonometryczne - 23.

- III
48. Stosunki zachodzące między linijami trygonometrycznymi gatunku jednego łuków podobnych - 23.
49. Mając linije trygonometryczne wyrachowane podług jednego promienia, przerobić je podług promienia innego - - - - - 24.
50. Wypadki rachunku odbytego za pomocą linij trygonometrycznych podług jakiegokolwiek promienia rachowanych, zawsze są też same - - - - - 24.
51. Na miejscu wstaw, możnaby rachować cięciwy łuków dwa razy większych - - - - - 25.
52. Sposób rachowania logarytmów wstaw - - - - - 25.
53. Mając logarytmy wstaw, mamy też logarytmy dostaw 25.
54. Sposób rachowania logarytmów innych linij trygonometrycznych - - - - - 26.
55. Ułożenie tablic logarytmów linij trygonometrycznych 26.
56. *Twierdzenie 1.* W trojkącie prostokréślnym, boki tak się mają do siebie, jak wstawy kątów im przeciwnych brane podług jednego promienia - - - - - 27.
57. Zastosowanie tego twierdzenia do trojkąta prostokątnego - - - - - 28.
58. Proporceye między dostawami kątów trojkąta prostokątnego a jego bokami - - - - - 28.
- 59 i 60. Proporceye między stycznými i siecznemi kątów trojkąta prostokątnego a jego bokami - - - - - 29.
61. Z dwóch ilości nierównych czemu się równa ilość większa, a czemu jest równa ilość mniejsza? - - - - - 30.
62. *Twierdzenie 2.* W trojkącie prostokréślnym summa dwóch boków tak się ma do ich różnicy, jak styczniana połowy summy kątów przeciwnych wziętym bokóm, do stycznej połowy różnicy tychże kątów - - - - - 31.
63. Dwa wyłożone twierdzenia są prawdziwie trygonometryczne, lecz potrzebne jesoze trzecie - - - - - 32.
64. *Twierdzenie 3.* W trojkącie prostokréślnym, jeżeli z wierzchołka któregokolwiek kąta, spuścimy prostopadłą na bok jemu przeciwny, tak się będzie miał ten bok, do summy dwóch innych boków, jak różnica tychże boków, do różnicy lub summy ucinków zawartych między prostopadłą a końcami boku, na który jest prostopadła spuszczone; do różnicy, jeżeli prostopadła przypada na sam bok, do summy jeżeli pada na przedłużenie boku - - - - - 32.
65. Wyliczenie przypadków, w których trojkąt może być rozwiązany - - - - - 33.
66. Które twierdzenie służy do rozwiązania każdego w szczególności przypadku - - - - - 34.
67. Rozwiązać trojkąt mając w nim wiadomy bok jeden i dwa którekolwiek kąty - - - - - 34.

68. Rozwiązać trójkąt, mając w nim wiadome dwa boki i kąt mezawarty między niemi	- - - - -	34.
69. W tym przypadku zachodzi wątpliwość, sposób jej zaradzenia	- - - - -	34.
70. Rozwiązać trójkąt mając w nim wiadome dwa boki i kąt między niemi zawarty	- - - - -	35.
71. Rozwiązać trójkąt mając w nim wszystkie trzy boki wiadome	- - - - -	35.
72. Czwarty wyraz proporcji z trzeciego twierdzenia ułożonej, kiedy znaczy summę, a kiedy różnicę ucinków	- - - - -	37.
73. Jeżeli wypada czwarty wyraz równy pierwszemu, trójkąt jest prostokątny	- - - - -	37.
74. Jeżeli trójkąt jest równoramienny, ucinki zrobione przez prostopadłą są znajome	- - - - -	38.
75. Rozwiązać trójkąt prostokątny, w którym wiadomy jest kąt ostry i bok jeden którykolwiek	- - - - -	38.
76. Rozwiązać trójkąt prostokątny, w którym wiadoma jest przeciwprostokątna i jedno ramie kąta prostego	- - - - -	38.
77. Rozwiązać trójkąt prostokątny mając wiadome oba ramiona kąta prostego	- - - - -	39.
78. Za pomocą trójkątów prostokątnych, rozwiązać trójkąt mając w nim dwa boki i kąt między niemi	- - - - -	39.
79. Znaleść powierzchnię trójkąta mając wiadome dwa kąty i bok jeden	- - - - -	39.
80. Znaleść powierzchnię trójkąta, mając wiadome dwa boki i kąt niezawarty między niemi	- - - - -	40.
81. Znaleść powierzchnię trójkąta, mając wiadome dwa boki i kąt między niemi zawarty	- - - - -	41.
82. Znaleść powierzchnię trójkąta mając wiadome wszystkie trzy boki	- - - - -	42.

Przykłady rozwiązywania trójkątów.

83. Przykład do liczby 67	- - - - -	42.
84. Przykład do liczby 68	- - - - -	42.
85. Przykład do liczby 70	- - - - -	43.
86. Przykład do liczby 71	- - - - -	44.
87. Przykład do liczby 75	- - - - -	44.
88. Przykład do liczby 76	- - - - -	45.
89. Przykład do liczby 77	- - - - -	46.
90. Przykład do liczby 79	- - - - -	46.
91. Przykład do liczby 80	- - - - -	47.
92. Przykład do liczby 81	- - - - -	47.
93. Przykład do liczby 82	- - - - -	48.
Objaśnienie i używanie tablicy logarytmów liczb	- - - - -	49.
Objaśnienie tablicy logarytmów wstaw i stycznych	- - - - -	55.
Tablica logarytmów liczb	- - - - -	59.
Tablica logarytmów wstaw i stycznych	- - - - -	78.

POCZĄTKI TRYGNOMETRYI PŁASKIEJ.

1. Wszystkie figury prostokréslné mogą być na trójkąty prostokréslné albo zamienioné, albo rozebrane, przez linije prosté do wszystkich kątów ciagnioné z punktu wziętego w wierzchołku kąta, na boku lub wewnątrz figury, więc do poznania własności jakichkolwiek figur prostokréslnych i do ich wymierzania, dość jest wiedzieć własności i sposob mierzenia trójkątów.

2. W każdym trójkącie mamy do uważania sześć rzeczy: trzy boki i trzy kąty. Wszystkie te rzeczy tak z sobą się wiążą, iż wartość jednych zależy od wartości drugich; od długości *np.* jednego boku i różnej jego do dwóch innych pochyłości, zależy długość tych dwóch boków i pochyłość ich względem siebie, a zatem i wielkość powierzchni trójkąta; przeto nie mogą wszystkie razem mieć wartości dowolnej, ale tylko pewna ich liczba; więc gdy niektórym z nich będzie nadana wartość jakakolwiek, wartość innych pozostałych powinna być oznaczona stosownie do wartości pierwszych.

3. Żeby ilość niewiadomą znaleźć, trzeba ją porównać z inną ilością wiadomą tegoż samego gatunku; z tego porównania wypada stosunek, który złączony z drugim stosunkiem wiadomym złożonym z liczb ogólnych, daje proporcją służącą do ocenienia ilości nieznaney; więc w trójkącie szukając boku, trzeba go stosować do boku, szukając kąta trzeba go stosować do kąta, i ten stosunek złączyć ze stosunkiem ułożonym z liczb ogólnych; ostatni stosunek nie może być wyprowadzony z ilości tego gatunku, jakiego jest ilość szukana, bo do ułożenia dwóch stosunków, trzeba czterech wielkości, a w trójkącie mamy tylko trzy ilości jednego gatunku, albo trzy boki, albo trzy kąty, lecz musimy go wyprowadzać z ilości gatunku odmiennego; i tak, szukając boku trzeba go stosować do boku wiadomego, a ten stosunek złączyć ze stosunkiem utworzonym ze znanych kątów; i wzajemnie dochodząc wartości kąta, należy go stosować do kąta wiadomego, a stosunek ztąd wynikający zrównać ze stosunkiem ułożonym ze znanych boków; ztąd wypada, że do znalezienia w trójkącie boku, trzeba mieć wiadomy bok jeden i stosunek mię-

dzy dwoma kątami, do znalezienia kąta, trzeba mieć kąt wiadomy i stosunek między bokami, to jest trzeba mieć jedną rzecz gatunku tego samego, jakiego jest rzecz szukana i stosunek między dwiema rzeczami gatunku drugiego. Z tej przyczyny w trojkącie, w którym znajome są tylko trzy boki, nie możemy od razu znaleźć wartości kątów, lecz dla ich otrzymania dzielimy takowy trojkąt na dwa trojkąty, z którychby każdy prócz boków, miał jeszcze kąt jeden wiadomy, to jest dzielimy na dwa trojkąty prostokątne. W trojkącie zaś, w którym wiadome są tylko trzy kąty, boków nie znajdziemy, bo nie mamy do czego ich stosować, i równość odpowiednich kątów w trojkątach stanowi tylko ich podobieństwo, lecz nie oznacza ich wielkości. Z tego wszystkiego wynika, że w trojkącie dla znalezienia którejkolwiek z sześciu rzeczy, znać koniecznie trzy należy, między którymi przynajmniej jeden bok znajdować się powinien.

4. Nauka podająca sposoby znalezienia w trojkącie prostokręślnym trzech rzeczy niewiadomych z trzech wiadomych, między którymi przynajmniej jeden bok jest dany, nazywa się *Trygonometrią prostokręślną* (*trigonometria rectilinea*), lub z przyczyny znajdowania się trojkąta prostokręślnego na jednej płaszczyźnie, *Trygonometrią płaską* (*trigonometria plana*). (a) Szukanie zaś rzeczy niewiadomych nazywa się rozwiązaniem trojkąta; przeto wyrażenia *szukać w trojkącie rzeczy niewiadomych i rozwiązywać trojkąt* jedno i toż samo znaczą.

5. Ponieważ w trojkącie dla znalezienia kąta, trzeba mieć wiadomy kąt i stosunek między dwoma bokami, a dla znalezienia boku, trzeba mieć wiadomy bok i stosunek między dwoma kątami, aże stosunek między kątami trojkąta nie jest równy stosunkowi między jego bokami, jak o tém możemy się najwidoczniej przekonać na trojkącie prostokątnym równoramiennym, w którym każdy kąt ostry jest połową prostego, ramiona zaś kąta prostego są większe od połowy przeciwprostokątnej, dla tego starano się wprowadzić inne wielkości, któreby miejsce kątów mogły zastąpić i między sobą miały stosunek równy stosunkowi między bokami. Nie można było użyć łuków mierzących kąty, bo stosunki między łukami będąc równe stosunkom

(a) Do wyrazu *Trygonometria* dodajemy wyraz *prostokręślna*, lub *płaska*, dla różnicy od innej Trygonometryi nazwanej *Trygonometrią kulistą* (*Trigonometria sphaerica*), która uczy znajdowania trzech rzeczy niewiadomych w trojkącie kulistym utworzonym na powierzchni kuli z przecinających się łuków kół wielkich, a która stanowi naukę osobną od trygonometrii płaskiej.

między kątami nie są tém samym równe stosunkóm między bokami trójkąta; lecz uważając że z cięciw łuków jakiegokolwiek koła można ułożyć trójkąt podobny do trójkąta, który mamy rozwiązywać, wniesiono, iż jeźliby w jakimkolwiek kole były wyrachowane podług jednej miary wartości cięciw wszystkich łuków, zaczynając od łuku najmniejszego aż do półokręgu koła, którego cięciwa jest największa, i ułożone w tablice obok wartości łuków przez nie podpartych wyrażonych w stopniach, z trzech takowych cięciw możnaby ułożyć trójkąt, każdy w nim kąt ważyłby połowę łuku mu przeciwnego, przeto znając w tym trójkącie stosunek między kątami, znaleźlibyśmy z tablic stosunek między cięciwami łuków ważących dwa razy więcej od kątów; i wzajemnie wiadomy stosunek między cięciwami, odkryłby stosunek między łukami, a tém samym między ich połowami, to jest między kątami trójkąta; a jeźliby trójkąt ułożony z cięciw był podobny do trójkąta danego, stosunki między odpowiednimi ich bokami byłyby równe, przeto mając wiadomy stosunek między bokami trójkąta danego, byłby wiadomy stosunek między bokami odpowiednimi trójkąta złożonego z cięciw, tablice zaś pokazałyby stosunek między łukami przez nie podpartymi, a tém samym między ich połowami, to jest między kątami; a że te kąty są równe kątóm trójkąta danego, przeto wiedząc jednego z nich wartość, znaleźlibyśmy inne; i wzajemnie znając stosunek między kątami trójkąta danego, mielibyśmy tém samym stosunek między kątami trójkąta złożonego z cięciw, a zatem i między łukami dwa razy więcej ważącymi, z tablic zaś znaleźlibyśmy stosunek między ich cięciwami, który byłby także stosunkiem między bokami trójkąta danego, wiedząc przeto wartość boku jednego, otrzymalibyśmy wartość boków innych. Z tego powodu na miejscu stosunku między kątami zaczęto z początku używać stosunku między cięciwami łuków dwa razy większych; później, dla uniknienia brania połowy kątów lub ich podwajania, wzięto stosunek między połowami cięciw; w dalszym czasie odkryto związek między cięciwami lub ich połowami a innymi linijami prostymi dotykającymi się koła, lub je przecinającymi, i stosunków między temi linijami zachodzących użyto, równie jak stosunku między połowami cięciw, na miejscu stosunku między kątami. — Wszystkie linije proste, między którymi stosunek używa się na miejscu stosunku między kątami, zowią się *linijami trygonometrycznymi (lineae trigonometricae)*.

6. Stosunek między kątami równa się stosunkowi między łukami tym samym promieniem z ich wierzchołków zakręslonemi między ich ramionami, dla tego linije trygonometryczne kątów, mogą się nazywać linijami trygono-

metrycznemi łuków, i w dalszym ciągu bez żadnej różnicy będziemy używali jednego nazwiska za drugie, i co się powie o liniach trygonometrycznych jakiegokolwiek łuku, to samo powinno się rozumieć o liniach trygonometrycznych kąta przez ten łuk mierzonego i wzajemnie. (b)

7. Ponieważ wszelki rachunek w trójkątach między bokami a kątami ma się odbywać za pomocą linii trygonometrycznych, przeto wypada *najprzód*: poznać wszystkie te linie, odkryć stosunki między niemi zachodzące, wyrachować ich wielkość względem jednej jakiegokolwiek miary na wszystkie kąty czyli łuki koła; *powtórę*: oznaczyć stosunki tych linii do boków trójkąta, z czego wyprowadzimy sposoby znalezienia w trójkącie trzech rzeczy niewiadomych z trzech wiadomych, to jest, jak się zwyczajnie mówi, sposoby rozwiązywania trójkątów.

8. Dla poznania linii trygonometrycznych zakreślam koło $AFaf$, promieniem wziętym od upodobania (*fig. 1.*), prowadzę w niem dwie średnice Aa , Ff , prostopadłe jedną do drugiej, dzielą one okrąg koła na cztery równe części AF , Fa , af , fA , które nazywam cwiartkami koła; prowadzę znowu dwie średnice Be , bN , dzielące każdą cwiartkę na dwie jakiegokolwiek części. — Uważam łuk AB , mniejszy od cwiartki okręgu koła. — Do promienia SA , prowadzę jedną prostopadłą BD z końca B łuku AB , drugą wywyższam z końca A , aż do spotkania się z promieniem SB przedłużonym. Linija BD nazywa się *wstawą* (*sinus*), linija AD *wstawą odwróconą* (*sinus versus*), linija AT *styczną trygonometryczną* (*tangens trigonometrica*), albo jednym wyrazem *styczną* (*tangens*), linija ST *sieczną trygonometryczną* (*secans trigonometrica*), albo jednym wyrazem *sieczną* (*secans*) kąta ASB , albo łuku AB .

Podobnie w kącie BSF , prowadząc do promienia SF , z końca B łuku BF , prostopadłą BC , a z końca F prostopadłą FP , aż do spotkania się z promieniem SB przedłużonym, mamy, kąta BSF , albo łuku BF *wstawę* BC , *wstawę odwróconą* CF , *styczną* FP , *sieczną* SP . Aże łuk BF jest dopełnieniem łuku AB do cwiartki okręgu koła (c)

- (b) Właściwie mówiąc kąt należy do trygonometrii płaskiej, a łuk do trygonometrii kulistej; przeto jedne i też same linie służą zarówno obu trygonometriom tak płaskiej, jak kulistej.
- (c) Uważając kąt jakikolwiek ostry lub rozwarty, drugi kąt będący różnicą między kątem uważanym a kątem prostym, nazywa się jego dopełnieniem do kąta prostego, lub jednym wyrazem dopełnieniem (*complementum*). Ten zaś kąt, który jest różnicą między kątem uważanym a dwoma kątami prostymi nazywa się jego spełnieniem (*supplementum*); I tak kąta ASB dopełnieniem

przeto wstawa, wstawa odwrócona, styczną, sieczną łuku BF , mogą się inaczej nazywać wstawa, wstawą odwróconą, styczną, sieczną, dopełnienia łuku AB (*sinus*, *sinus versus*, *tangens*, *secans complementi arcus AB*) albo przez skrócenie dostawą (*cosinus*), dostawą odwróconą (*cosinus versus*), dostyczną (*cotangens*), dosieczną (*cosecans*) łuku AB ; i wzajemnie łuku AB , wstawa BD , wstawa odwrócona DA , styczną AT , sieczną ST , nazywają się dostawą, dostawą odwróconą, dostyczną, dosieczną, łuku BF .

Wymienione te wszystkie linije nazywają się linijami trygonometrycznemi, i służą do zastąpienia w rachunku miejsca kątów lub łuków.

Opisanie każdej linii trygonometrycznej z wykreślenia ich wynikające możemy dać następujące:

Wstawa łuku jest prostopadła spuszczone z jednego któregośkolwiek końca łuku na promień przechodzący przez drugi jego koniec.

Wstawa odwrócona jest część promienia zawarta między końcem wstawy prostej a łukiem.

Styczną jest prostopadła do promienia przechodzącego przez jeden koniec łuku, z końca jego wyprowadzona aż do przecięcia się z promieniem przechodzącym przez drugi koniec łuku.

Sieczną jest promień wzięty z swoim przedłużeniem kończącym się na styczną.

Dostawą zaś, dostawą odwróconą, dostyczną, dosieczną kąta ostrego, lub łuku mniejszego od ćwiartki okręgu koła, nazywa się wstawa, wstawa odwrócona, styczną, sieczną, kąta lub łuku drugiego który jest pierwszego dopełnieniem (d).

g. Widzimy że łuku AB dostawa BC , równa się linii SD , wstawa BD równa się linii SC , jako boki przeciwne prostokątu CD , wstawa odwrócona AD jest różnicą między linijami SA i SD ; dostawa odwrócona CF , jest różni-

nazywa się kąt BSF , spełnieniem kąt BSa ; kąta ASb dopełnieniem przez nadmiar jest kąt bSF , spełnieniem bSa , to samo się mówi i o łukach mierzących te kąty; łuku AB dopełnieniem jest łuk BF , spełnieniem BFa ; łuku Ab , dopełnieniem przez nadmiar jest łuk bF , spełnieniem łuk ba .

(d) Dla skrócenia w dalszym ciągu będę pisał *wst.* *wst.odw.* *sty.* *sie.* *dost.* *dost.odw.* *dosty.* *dosie.* A lub ASB , na miejscu *wstawa*, *wstawa odwrócona*, *styczną*, *sieczną*, *dostawa*, *dostawa odwrócona*, *dostyczna*, *dosieczna* łuku A lub kąta ASB ; także P ; albo Pro ; L albo log . na miejscu *promień*. *logarytm*. I tak $l.dost/AB$, znaczyć będzie: *logarytm dostawy łuku AB*; $P.X.dosty.ASB$ oznaczy, promień rozmnożony przez dostyczną kąta ASB .

ca między linijami SF i SC ; z tego pojmujemy, iż można powiedzieć: że dostawa jakiegokolwiek łuku czy kąta, równa się części promienia zawartej między środkiem koła czyli wierzchołkiem kąta a końcem wstawy tegoż łuku; wstawa odwrócona łuku jest różnicą między promieniem kręślącym ten łuk a jego dostawą; dostawa zaś odwrócona łuku jest różnicą między promieniem a wstawą.

10. Z opisaną wstawy i stycznój poznajemy, że każdego łuku może być podwójna wstawa i styczna, a tém samym podwójne wszystkie inné linije trygonometryczne. Np. łuku AB , mamy wstawę BD , dostawę SD , styczną AT , sieczną ST ; lecz jeżeli do promienia SB spuścimy z końca A , łuku AB , prostopadłą AZ , a z punktu B wywyższymy prostopadłą BX , aż do spotkania się z promieniem SA przedłużonym, będzie także linija AZ wstawą, SZ dostawą, BX styczną, SX sieczną łuku AB . Aże dla przystawiania trójkątów SBD i SAZ , linija $BD = AZ$; linija $SD = SZ$; także dla przystawiania trójkątów SAT i SBX , linija $AT = BX$, linija $ST = SX$; więc postrzegamy, że tego samego łuku, dwie wstawy są równe między sobą, dwie dostawy są równe jedna drugiej, i tak podobnie każda linija trygonometryczna tegoż samego łuku, jest podwójna, lecz obie są równe między sobą; ztąd wypada, że w robocie można którąkolwiek z nich uważać.

11. Opisanie wstawy daje także nam poznać, że wstawa jakiegokolwiek bądź łuku, jest połową cięciwy podpierającej łuk dwa razy większy. Jakoż jeżeli wstawę BD przedłużymy aż do przecięcia się z łukiem w punkcie E , i do tego punktu poprowadzimy promień, trójkąty SDB i SDE , mając bok SD spólny, boki SB , SE równe, i kąty przy D proste, mogą przystać, ztąd $BD = DE$, kąt $BSD = DSE$; zatem linija BE jest dwa razy większa od BD , i kąt BSE dwa razy większy od kąta BSD , czyli łuk BE , dwa razy większy od łuku BA ; więc widocznie się okazuje, że wstawa BD łuku BA , jest połową cięciwy BE podpierającej łuk BAE dwa razy większy od łuku BA .

12. Ztąd wypada, że jeżeli łuk BAE jest szóstą częścią okręgu koła, cięciwa BE jest bokiem sześciokąta foremnego w koło wpisanego, a przeto równa promieniowi tegoż koła; wstawa BD łuku BA , będąc połową cięciwy BE , jest równa połowie promienia; lecz w tym razie łuk AB jako połowa łuku BAE , jest dwónastą częścią okręgu koła, więc wstawa dwónastej części okręgu koła, czyli trzeciej części kąta prostego równa się połowie promienia.

13. Jeżeli weźmiemy łuk BA równy ósmej części okręgu koła, to jest kąt ASB równy połowie kąta prostego, będzie trójkąt BDS równoramienny, bo i kąt DBS , jako dopełnienie pierwszego, równa się także połowie kąta

prostego, więc boki BD , DS , są równe między sobą, to jest wstawa i dostawa ósmej części okręgu koła czyli połowy kąta prostego, są równe jedna drugiej. Widzimy także że w trójkącie AST , kąty AST , ATS , są równe, a ztąd i bok $AT = AS$, to jest styczna połowy kąta prostego czyli ósmej części okręgu koła, równa się promieniowi tegoż koła.

14. Widzimy że w trójkącie prostokątnym AST , ramie kąta prostego AS jest promieniem, drugie ramie AT jest styczną kąta mu przeciwnego ASB , a przeciwprostokątna ST , sieczną tegoż kąta; w trójkącie prostokątnym SFP , ramie SF jest promieniem, drugie ramie FP dostyczną kąta ASB , czyli mu równego SPF dostycznej przyległego, a SP dosieczną tegoż kąta; w trójkącie BDS , przeciwprostokątna BS jest promieniem, ramie BD wstawą kąta przeciwnego BSD , a ramie SD dostawą tegoż kąta; więc w każdym trójkącie prostokątnym, uważając jedno ramie za promień, drugie ramie będzie styczną kąta jemu przeciwnego, a przeciwprostokątna sieczną tegoż kąta, albo drugie ramie będzie dostyczną kąta mu przyległego, a przeciwprostokątna dosieczną tegoż kąta; uważając zaś przeciwprostokątną za promień, będzie jedno ramie kąta prostego wstawą kąta jemu przeciwnego, a drugie ramie dostawą tegoż kąta. Ztąd wypada, że w trójkącie prostokątnym, jeżeli kąt jeden jest trzecią częścią kąta prostego, bok jemu przeciwny jako jego wstawa, będąc połową promienia (12), jest równy połowie przeciwprostokątnej.

15. Znając linije trygonometryczne jednego łuku AB , i wiedząc ich opisanie, łatwo pojąć możemy, co się dzieć będzie z niemi, i jakie będą wypadły, gdy się łuk będzie powiększał, lub zmniejszał. Przypuszczając że łuk AB zmniejsza się, jego wstawa BD , styczna AT , sieczna ST także się zmniejszają; dostawa zaś BC czyli SD , dostyczna FP , dosieczna SP , powiększają się; więc biorąc łuk bardzo mały, to jest bliski granicy ilości zmniejszających się, którą granicą jest zero, wstawa jego i styczna są także bardzo małe i bliskie granicy 0, sieczna mało co większa od promienia, dostawa zbliża się do równości z promieniem; dostyczna zaś i dosieczna są bardzo wielkie, i przystępują do równoległości z sobą; przeto biorąc łuk w granicy jego ubywania, wszystkie także linije trygonometryczne biorą się w granicach, do których się zbliżały, i dla tego mówi się, że kiedy łuk jest równy zeru, to jest uważając go w samym początku, wstawy i stycznej nie masz żadnej, czyli są równe zeru, dostawa i sieczna, każda z nich jest równa promieniowi, dostyczna i dosieczna będąc prostopadłe do promienia SF , a przez to do siebie równoległe, nigdzie się nie przecinają, zatem są nieskończone.

nie wielkie (∞), to jest większe od wszelkiej ilości naznaczyć się mogącej.

16. Gdy łuk w pierwszej ćwiartce okręgu koła powiększa się, wstawa, styczną, sieczną powiększają się, a dostawa, dostyczną, dosieczną zmniejszają się: gdy łuk przystępuje do czwartej części okręgu koła, wstawa i dosieczna zbliżają się do promienia, styczną i sieczną zbliżają się do granicy wzrostu, to jest do ∞ , dostawa i dostyczna do granicy ubywania, to jest do zera; więc kiedy łuk staje się równy ćwiartce okręgu koła, linije trygonometryczne biorą się w granicach, do których się zbliżały; to jest, wstawa i dosieczna równe są każda promieniowi SF , i wtedy wstawa nazywa się wstawą całą, (*sinus totus*) z przyczyny, iż jest największa; styczną i sieczną są nieskończenie wielkie, bo styczną przypada w kierunku linii AT , sieczną w kierunku promienia SF , przeto są do promienia SA prostopadłe, a do siebie równoległe, zatem nigdzie się nie schodzą; dostawa i dostyczna są równe zeru. Ztąd wypada, że wyrazy *wstawa cała*, *wstawa największa*, *promień*, jedną i tę samą rzecz znaczą.

17. Łuku kończącego się w drugiej ćwiartce okręgu koła np. tak Afb , wstawą jest linija bd , styczną At , sieczną St , wstawą odwróconą Ad , dostawą zaś, dostyczną i dosieczną są: wstawa, styczną i sieczną łuku Fb , który jest dopełnieniem łuku Afb , przez nadmiar; jest przeto dostawą bg czyli dS , dostyczną Fp , dosieczną Sp . Więc postrzegamy, że gdy łuk od ćwiartki koła dalej powiększa się, nie dochodząc jednak do półokręgu, wstawa, styczną i sieczną zmniejszają się, a dostawa, dostyczna, dosieczna powiększają się, i im bliżej łuk przystępuje do półokręgu, tém bardziej wstawa i styczną zbliżają się do granicy ubywania, to jest do zera, sieczną i dostawa do promienia, dostyczna i dosieczna do granicy wzrostu, to jest do ∞ ; więc gdy łuk stanie się równy półokręgowi, linije trygonometryczne biorą się w granicach do których się zbliżały; przeto, wstawa i styczną są równe zeru, dostawa i sieczną są równe każda z nich promieniowi, dostyczna i dosieczna są ∞ , to jest wszystkie linije trygonometryczne wypadają takie same, jakie były w początku łuku.

18. Gdy łuk stanie się większym od półokręgu koła, i skończy się w trzeciej ćwiartce np. łuk $AFbe$; wstawą jego jest linija eh , styczną AT , sieczną ST ; dostawą zaś dostyczną i dosieczną są: wstawa, styczną, sieczną łuku ef dopełniającego łuk dany do trzech ćwiartek okręgu koła, jest przeto dostawą linija eH , czyli Sh , dostyczną fn , dosieczną Sn ; ze wszystkiemi temi linijami to samo się dzieje, co się działo w pierwszej ćwiartce okręgu koła, i gdy łuk stanie się równy trzem ćwiartkom okręgu, to jest $AFaf$,

linije trygonometryczne będą takie same, jakie są łuku AF równego jednej ćwiartce okręgu.

19. Biorąc łuk $AFafN$, kończący się w czwartej ćwiartce okręgu koła, jego wstawa jest No , styczną At , sieczną St ; dostawą zaś, dosteczną, dosieczną są wstawa, styczną, sieczną łuku fN , będącego różnicą między łukiem uważanym $AFafN$, a trzema ćwiartkami okręgu $AFaf$, przeto jest dostawą GN czyli So , dosteczną fM , dosieczną SM ; i z temi wszystkimi linijami to samo się dzieje, co się działo w drugiej ćwiartce okręgu. Gdy zaś łuk stanie się równy całemu okręgowi koła, to jest gdy koniec łuku zejdzie się z początkiem, linije trygonometryczne te same będą, jakie były w początku.

20. Jeżeli nakoniec weźmiemy łuk większy od całego okręgu koła, np. łuk $AFafAB$, jego linije trygonometryczne będą te same, jakie ma łuk AB , będący różnicą między łukiem danym, a całym okręgiem koła raz lub tyle razy wziętym, ile razy tylko można go od łuku danego odjąć; więc, co służy linijom łuku jednego, to samo się mówi o linijach łuku drugiego.

21. Ponieważ wszystkie linije trygonometryczne przechodząc z jednej ćwiartki koła do ćwiartki następnej, przechodzą przez granicę swęgo wzrostu lub ubywania, a po tém przejściu zmniejszają się, jeżeli się pierwiej powiększały, lub przeciwnie, powiększają się, jeżeli się pierwiej zmniejszały, więc we wszystkich czterech ćwiartkach koła są te same wielkości; nie możnaby zatem było poznać, do jakiego łuku należą, gdyby się niczem od siebie nie różniły. Na ten koniec do ich rozróżnienia użyto znaków $(+)$ i $(-)$; w której zaś ćwiartce i którym linijom takowe znaki służą, możemy wyprowadzić z następnej uwagi: każda ilość doszedłszy granicy swęgo wzrostu lub ubywania, kończy swój stan, w którym zostawała, a po przejściu za granicę przechodzi do stanu pierwszemu przeciwnego; dla oznaczenia dwóch stanów przeciwnych używają się znaki dodawania $(+)$, i odciągania $(-)$; przeto i linije trygonometryczne nazywając w jednym stanie dodatnemi, po przejściu ich przez granicę im odpowiednie wzrostu lub ubywania, trzeba nazywać odjemnemi. I tak wstawy, ponieważ w punktach A i a przechodzą przez granicę ubywania, to jest przez zero, są nad średnicą Aa innego stanu, aniżeli pod tą średnicą; przeto nazywając je nad średnicą Aa dodatnemi, pod nią nazywać trzeba odjemnemi. Dostawy przechodzą przez granicę ubywania w punktach F i f , więc z prawej strony średnicy Ff , będą innego stanu, aniżeli ze strony lewej, ztąd dostawy leżące z prawej strony średnicy Ff nazywając dodatnemi, trzeba z lewej strony tej średnicy położone nazwać odjemnemi. —

Styczné, ponieważ w punktach A i a przechodzą przez granicę ubywania, to jest przez 0 , a w punktach F i f , przez granicę wzrostu, to jest przez ∞ , są w każdej ćwiartce innego stanu, aniżeli w ćwiartce poprzedzającej; lecz nie można, ani ich, ani dalszych linii trygonometrycznych zacząć nazywać od upodobania w którejkolwiek ćwiartce dodatnemi, lub odjemnemi, ponieważ, jak obaczymy niżej, wartość ich zależy od wartości wstaw i dostaw, przeto i stan ich zależy od stanu tychże linii; stosownie zaś do stanu wstaw i dostaw wypada: że styczná i dostyczna są dodatné, kiedy wstawa i dostawa są jednégo stanu, albo obie dodatné, albo obie odjemné; są zaś odjemné, kiedy wstawa jest w stanie przeciwnym względem dostawy; sieczna jest jednégo stanu z dostawą, a dosieczna jednégo stanu ze wstawą; przeto, podług wyższego nazwania wstaw i dostaw, będą styczné i dostyczne w 1éj i 3éj ćwiartce koła dodatné, w 2éj i 4éj odjemné; sieczne w 1éj i 4éj ćwiartce dodatné, w 2éj i 3éj odjemné; dosieczne w 1éj i 2éj dodatné, w 3éj i 4éj odjemné.

22. Tablica następná pokazuje różność znaków linii trygonometrycznych we wszystkich czterech ćwiartkach koła; przed linijami równemi zeru, albo nieskończoności żadného nie kładłem znaku.

	wst.	dosta.	sty.	dosty.	sie.	dosiecz.
w początku łuku	0	+1	0	∞	+1	∞
w 1éj ćwiartce	+	+	+	+	+	+
w końcu 1éj ćwiartki	+1	0	∞	0	∞	+1
w 2éj ćwiartce	+	-	-	-	-	+
w końcu 2éj ćwiartki	0	-1	0	∞	-1	∞
w 3éj ćwiartce	-	-	+	+	-	-
w końcu 3éj ćwiartki	-1	0	∞	0	∞	-1
w 4éj ćwiartce	-	+	-	-	+	-

w końcu 4éj ćwiartki tak samo jak w początku łuku.

23. Widzimy że łuku AFb kończącego się w 2éj ćwiartce okręgu koła wstawa jest bd , dostawa Sd , styczná At , sieczna St , dostyczna Fp , dosieczna Sp ; lecz uważamy że i łuku ab mniejszego od ćwiartki okręgu koła a spełniającego piérwszy do półokręgu, wstawa jest także bd , dostawa Sd , dostyczna Fp , dosieczna Sp , styczná aK , sieczná SK , które dla przystawiania trójkątów SaK , i SAt , są równé odpowiednié stycznéj At , siecznéj St łuku AFb ; albo też łuku AN , spełniającego z drugiejj strony łuk AFb , wstawa jest No , dostawa So , które dla przystawiania trójkątów SoN i Sbd , są równé odpowiednié wstawie bd , dostawie Sd łuku AFb ; styczná łuku AN jest At , sieczna St , dostyczna jest fM , dosieczna SM , które dla przystawiania trójkątów

SfM i Sfp , równe są odpowiednie dostychniej Fp , dosiecznej Sp , łuku Afb . Co pokazuje, że łuków spełniających się wzajemnie do półokręgu linije trygonometryczne odpowiednie są równe między sobą co do wielkości bez żadnego względu na ich położenie.

24. Biorąc łuk $AFae$ kończący się w 3ój ćwiartce okręgu koła, jego wstawa jest eh , dostawa Sh , stycznina AT , sieczna ST , dostychnina fn , dosieczna Sn ; lecz postrzegamy że także łuku ae , będącego różnicą między łukiem uważanym $AFae$, a półokręgiem koła Afa , wstawa jest linija eh , dostawą Sh , dostychniną fn , dosieczną Sn , styczniną am , sieczną Sm , które dla przystawiania trójkątów Sam i SAT , równe są odpowiednie styczniniej AT , siecznej ST , łuku $AFae$; albo też łuku AB równego łukowi ae , będącego także różnicą między łukiem uważanym $AFae$, a półokręgiem Bae , wstawa jest BD , dostawa SD , które dla przystawiania trójkątów SDB i She , równe są odpowiednie wstawie eh , dostawie Sh łuku $AFae$; stycznina łuku AB jest AT , sieczna ST , dostychnina FS , dosieczna SP , które dla przystawiania trójkątów SFP , Sfn , równe są odpowiednie dostychniniej fn , dosiecznej Sn łuku $AFae$; więc widzimy że linije trygonometryczne łuku większego od półokręgu koła, są równe odpowiednie linijom trygonometrycznym łuku mniejszego od ćwiartki okręgu koła, będącego różnicą między łukiem uważanym a półokręgiem koła.

25. Łuku $AFafN$ większego od trzech ćwiartek okręgu koła, a mniejszego od całego okręgu koła, wstawa jest No , dostawa So , stycznina At , sieczna St , dostychnina fM , dosieczna SM ; lecz i łuku AN mniejszego od ćwiartki okręgu koła, a spełniającego łuk $AFafN$ do całego okręgu, linije trygonometryczne są też same; z tego wypada, że dwóch łuków spełniających siebie do całego okręgu koła, linije trygonometryczne odpowiednie są równe między sobą co do wielkości.

26. Biorąc na koniec łuk $AFafAB$, większy od całego okręgu koła, widzimy że jego linije trygonometryczne są też same, jakie są łuku AB ; ztąd wnosimy, że łuk większy od okręgu koła, ma té same linije trygonometryczne, jakie ma łuk będący różnicą między łukiem uważanym a okręgiem koła, raz lub tyle razy wziętym, ile razy tylko można go od łuku uważanego odjąć.

27. Ponieważ linije trygonometryczne jakiegokolwiek łuku większego od 4tej części okręgu koła, są też same co do wielkości, jakie są łuku mniejszego od 4ej części okręgu, ze znakami tylko im stosownými, przeto, aby mieć linije trygonometryczne jakichkolwiek bądź łuków, dość jest mieć linije trygonometryczne łuków wszystkich zawartych w ćwiartce okręgu koła; lecz że wstawa, sty-

czna, sieczna, łuku mniejszego od ćwiartki okręgu koła, jest razem dostawa, dostyczna, dosieczną łuku drugiego dopełniającego łuk pierwszy do ćwiartki okręgu koła, więc dla otrzymania linii trygonometrycznych wszystkich łuków zawartych w ćwiartce okręgu, trzeba znaleźć, albo wszystkie linie trygonometryczne łuków wszystkich zawartych w połowie ćwiartki okręgu koła, albo tylko wstawy, stycznę i sieczną łuków wszystkich mieszczących się w całej ćwiartce okręgu.

28. Ponieważ każda linia trygonometryczna w tém samym kole, odpowiada kilku łukóm różnej wielkości, przeto w rachunku, do którego wchodzi łuki rozmaite, należy dawać wielką baczość na znaki służące tym liniom, dla uniknienia omyłki w braniu łuku odpowiedniego, ażeby większego nie wziąć na miejscu mniejszego, lub przeciwnie. W Astronomii, gdzie długość i wznoszenie się proste ciał niebieskich rachuje się od zera przez cały okrąg koła, uwaga na znaki od uwagi na wielkość linii trygonometrycznych powinna być nieoddzielna; lecz w trygonometrii płaskiej, mając tylko do czynienia z kątami mniejszemi od dwóch kątów prostych, i prędko mogąc poznać, jakiemu linia trygonometryczna odpowiada kątowi, ostrému lub rozwartemu, nie dajemy żadnej baczości na znaki.

29. Wszystkie linie trygonometryczne, aby mogły być porównywane jedne z drugimi, powinny mieć spólną miarę, dla tego trzeba je wyrazić w częściach jedności statecznej. Za takową jedność, to jest za miarę porównywania, bierze się promień, jako ilość nieodmieniająca się w tém samym kole — Wartość jemu nadawać można od upodobania, lecz pospolicie teraz naznacza się albo 1, albo liczba złożona z jedności mającej po sobie zer ilekolwiek *np.* 10; 100; 1000; i t. d.

30. Z linii trygonometrycznych i z promienia, jak widzimy na figurze, składają się trójkąty podobne, których boki są proporcjonalne, więc między linijami trygonometrycznymi zachodzą pewne stosunki stateczne: które wyprowadzimy następnym sposobem.

1^od. Z trójkątów podobnych *SDB*, *SAT* mamy proporcją: $SD:BD=SA:AT$; czyli dosta $AB:wstAE=P:styAB$, z tej proporcji możemy wyrazić którykolwiek wyraz przez wyrazy inne, i tak *np.* styczną, nazywając łuk *AB*, jedną literą *A*, będzie

$$StyA = \frac{wstA \times P}{dostaA}$$

Z tychże samych trójkątów mamy :

$SD : SB = SA : ST$; czyli, dosta $A : P = P : sieA$.

$$Ztąd sieA = \frac{P^2}{dostaA}$$

Mamy jeszcze i tę proporcya:

$BD : SB = AT : ST$; czyli, $wstA : P = styA : sieA$;

2re. Z trojkątów podobnych SCB , SFP , mamy:

$SC : CB = SF : FP$; czyli, $wstA : dostaA = P : dostyA$,

$$\text{z\text{t}\text{a}\text{d}, dostyA = \frac{dostaA \times P}{wstA}}$$

Z tychże samych trojkątów mamy

$SC : SB = SF : SP$; czyli, $wstA : P = P : dosieA$,

$$\text{z\text{t}\text{a}\text{d}, dosieA = \frac{P^2}{wstA}}$$

3cie. Z trojkątów podobnych SAT , SFP , mamy:

$AT : AS = SF : FP$; czyli, $styA : P = P : dostyA$,

$$\text{z\text{t}\text{a}\text{d}, dostyA = \frac{P^2}{styA}; \quad styA = \frac{P^2}{dostyA}}$$

4te. W trojkącie prostokątnym SAT mamy

$ST^2 = SA^2 + AT^2$; czyli, $sie^2A = P^2 + sty^2A$.

5te. W trojkącie prostokątnym SFP mamy

$SP^2 = SF^2 + FP^2$; czyli, $dosie^2A = P^2 + dosty^2A$.

6te. W trojkącie prostokątnym SBD jest

$SB^2 = BD^2 + SD^2$; czyli, $P^2 = wst^2A + dosta^2A$,

z\text{t}\text{a}\text{d} $dosta^2A = P^2 - wst^2A$; czyli, $dostaA = \sqrt{P^2 - wst^2A}$;
to jest: dostawa jakiegokolwiek łuku równa się pierwiastkowi kwadratowemu wyciągniętemu z różnicy między kwadratem z promienia a kwadratem ze wstawy tegoż łuku.

Podobnym sposobem postępując możnaby wyprowadzić inne stosunki, między linijami trygonometrycznemi zachodzące, lecz na początki trygonometrii, liczba stosunków znalezionych jest dostateczna.

31. Takowe stosunki między linijami trygonometrycznemi zachodzące pokazują, że skoro mieć będziemy wyrachowane niektóre tylko linije trygonometryczne podług jednego promienia, znajdziemy za pomocą tych stosunków wszystkie inne linije, w częściach tegoż samego promienia. Zastanawiając się zaś nad składem tych stosunków postrzegamy, że znajomość wartości wstaw i dostaw, bardzo łatwo da poznać wartość innych linij trygonometrycznych, przeto całe nasze staranie powinniśmy obrócić na wyrachowanie wstaw i dostaw wszystkich łuków.

Wiemy że wstawa ćwiartki okręgu koła równa się promieniowi, wstawa trzeciej części ćwiartki równa się połowie promienia, z tych dwóch wstaw wiadomych należy wyrachować wstawy i dostawy wszystkich innych łuków; do czego potrzebna jest znajomość dwóch podań następujących:

1^{od}. Z wiadomój wstawy i dostawy łuku daného, znaleźć wstawę i dostawę łuku dwa razy większego, lub dwa razy mniejszego.

2^{ce}. Z wiadomych wstaw i dostaw dwóch jakichkolwiek łuków danych, znaleźć wstawę i dostawę łuku, równego ich summie lub różnicy.

32. Znaleść wstawę i dostawę łuku dwa razy większego od łuku danego. fig. 2.

Niech będzie łuk AB , którego wstawa AD , dostawa SD są wiadome; i drugi łuk dwa razy większy ABC , trzeba znaleźć jego wstawę CF .

Ponieważ łuk ABC jest dwa razy większy od łuku AB , przeto łuk BC jest równy łukowi AB , zatem ich dostawa SD jest spólna, wstawy AD , CD są równe, przypadają w jeden punkt D , i składają linią prostą AC ; więc trójkąty ASD , ACF , mając kąt A spólny, kąty D i F proste, a zatem i trzecie równe, są podobne, i dają proporcją następującą:

$$AS : SD = AC : CF; \text{ czyli, } AS : SD = 2AD : CF,$$

$$\text{to jest, } P : \text{dosta } AB = 2 \times \text{wst } AB : \text{wst } 2AB,$$

$$\text{z tąd, } \text{wst } 2AB = \frac{2 \times \text{wst } AB \times \text{dosta } AB}{P}$$

co nam pokazuje, że wstawa łuku podwójnego równa się podwójnemu iloczynowi ze wstawy przez dostawę łuku pojedynczego podzielonemu przez promień.

Dla znalezienia zaś dostawy tego łuku, podług wiadomego sposobu (30), robię kwadrat ze wstawy znalezionej, odejmuję od kwadratu promienia, z reszty wyciągam pierwiastek kwadratowy, a ten będzie dostawą szukaną.

33. Znaleść wstawę łuku dwa razy mniejszego od łuku daného. fig. 2.

Niech będzie łuk ABC którego wstawa CF , a tém samym i dostawa SF są wiadome, i łuk AB , dwa razy mniejszy od ABC , trzeba znaleźć jego wstawę AD .

Na ten koniec dostawę SF , odciągamy od promienia SA i otrzymujemy wstawę odwróconą FA . W trójkącie prostokątnym CFA , gdy kwadrat wstawy CF , i kwadrat wstawy odwróconej FA , dodam w jedną sumę, otrzymam kwadrat z linii AC , pierwiastek wyciągnięty oznaczy samą linią AD , połowa zaś jego będzie szukaną wstawą AD .

Albo tak. Trójkąty ASD , ACF podobne dają,

$$AS : AC = AD : AF,$$

dzieląc oba wyrazy pierwszego stosunku przez 2, mamy,

$$\frac{AS}{2} : AD = AD : AF,$$

z tąd widzimy, że wstawa łuku dwa razy mniejszego, jest średnią ilorazowo proporcjonalną między połową promie-

nia a wstawą odwróconą łuku danego; więc pierwiastek kwadratowy wyciągnięty z mnogości zrobionej z połowy promienia przez wstawę odwróconą łuku danego, pokaże wielkość wstawy szukaney łuku dwa razy mniejszego.

34. Znaleść dostawę łuku dwa razy mniejszego od łuku danego, to jest linią SD . fig. 2.

Mając wstawę AD , możemy znaleźć dostawę podług prawidła podanego w liczbie 50; lecz można ją także otrzymać sposobem następującym. Prowadzę linią CG ; trojkąty ASD FGC podobne, bo mają kąty D i F , proste, kąty S i G , równe jako jednostronne, dają

$$AS : CG = SD : GF,$$

a że z podobieństwa trojkątów ASD , AGC , widzimy, że jako bok AS jest połową boku AG , tak i bok SD jest połową boku GC , przeto dzieląc oba wyrazy pierwszego stosunku przez 2 wypada

$$\frac{AS}{2} : SD = SD : GF,$$

to jest: dostawa łuku dwa razy mniejszego jest średnią ilorazowo proporcjonalną między połową promienia, a wstawą odwróconą GF łuku GC , spełniającego łuk dany CA do półokręgu. Więc mając łuk dany, otrzymamy dostawę łuku dwa razy mniejszego, mnożąc wstawę odwróconą łuku spełniającego łuk dany do półokręgu przez połowę promienia, i z téj mnogości wyciągając pierwiastek kwadratowy.

35. Znaleść wstawę łuku równego summie lub różnicy dwóch łuków danych. fig. 3.

Niech będzie łuk większy AB , który oznaczam literą A , a którego wstawa BE i dostawa SE , są wiadome; i drugi mniejszy BC , który nazywam B , a którego wstawa CF , i dostawa SF są także wiadome.

Na łuku większym odcinam łuk BD równy łukowi BC , więc mamy łuk AC , równy summie dwóch łuków A , i B , i łuk AD równy różnicy między łukami A i B ; prowadzę łuku AC wstawę CG , i łuku AD wstawę DH ; takowe wstawy trzeba wynaleść.

Na ten koniec robię łuku BD , wstawę FD , przypada ona w punkt F ; z punktu F prowadzę do promienia SA , prostopadłą FJ , i do tegoż promienia, przez punkta F . i D , prowadzę równoległe FK , DL . Linije CF , FD , jako wstawy równych łuków są równe między sobą, i składają linią prostą. Trojkąty FLD , CKF , dla równości boków CF i FD , i dla równości kątów odpowiednich mogą przystać, a ztąd wypada $FL = CK$; aże $FJ = KG$, $DH = LJ$, jako boki przeciwné prostokątów; więc

$$CG = KG + CK = FJ + CK.$$

$$DH = FJ - FL = FJ - CK,$$

przeto cała rzecz sprowadza się do znalezienia linii FJ , i CK .

Liniję FJ , znajdziemy z trójkątów SBE , SFJ podobnych; mamy z nich bowiem

$$SB : BE = SF : FJ; \text{ czyli } P, \text{ wst } A = \text{dosta } B : FJ.$$

$$\text{z tąd } FJ = \frac{\text{wst } A \times \text{dosta } B}{P}$$

Liniję zaś CK otrzymamy z trójkątów SBE , CKF , podobnych, jako mających kąty K , i E , proste, kąt CFK równy kątowi SBE , bo kąt KFS i z kątem CFK , z i kątem SFJ , równym kątowi jednostronnemu SBE , składa kąt prosty. Mamy z boków ich proporcją,

$$SB : SE = CF : CK; \text{ czyli, } P : \text{dosta } A = \text{wst } B : CK,$$

$$\text{z tąd } CK = \frac{\text{dosta } A \times \text{wst } B}{P}$$

$$\text{przeto } CG = FJ + CK = \frac{\text{wst } A \times \text{dosta } B + \text{dosta } A \times \text{wst } B}{P}$$

$$DH = FJ - CK = \frac{\text{wst } A \times \text{dosta } B - \text{dosta } A \times \text{wst } B}{P}$$

a że linija CG jest wstawą łuku AC , który jest $= AB + BC = A + B$; linija zaś DH jest wstawą łuku AD , który jest $= AB - BD = A - B$, więc na miejscu CG , DH , kładąc wyrażenia, $\text{wst } (A + B)$, $\text{wst } (A - B)$, i razem to łącząc mamy:

$$\text{wst } (A \pm B) = \frac{\text{wst } A \times \text{dosta } B \pm \text{dosta } A \times \text{wst } B}{P}$$

to wyrażenie pokazuje, że mając wstawy i dostawy dwóch łuków, dla znalezienia wstawy łuku równego summie łuków danych, trzeba zrobić dwie mnogości, jedną ze wstawy łuku większego przez dostawę łuku mniejszego, drugą z dostawy łuku większego przez wstawę łuku mniejszego, i summę tych mnogości podzielić przez promień; różnica zaś między temiż mnogościami podzielona także przez promień oznaczy wielkość wstawy łuku równego różnicy między dwoma łukami danymi.

36. Znaleść dostawę łuku równego summie lub różnicy dwóch łuków danych.

Mając znalezione wstawy CG i DH , łuków AC , AD , możemy znaleźć ich dostawy SG , SH , odciągając kwadrat z każdej wstawy osobno od kwadratu z promienia, a reszty wyciągając pierwiastek kwadratowy; lecz chcąc znaleźć dostawy nie znajdując wstaw, trzeba na rachowanie ich wyprowadzić wzory.

Uważamy, że dla przystawiania trójkątów CFK i FDL ,

linije FK , LD , są równé; także $KF = GJ$, $LD = JH$, jako boki przeciwne prostokątów, przeto

$$SG = SJ - GJ = SJ - KF.$$

$$SH = SJ + JH = SJ + KF.$$

co pokazuje, że dla otrzymania dostaw SG i SH , trzeba wynaleść dwie linije SJ i KF .

Liniją SJ , znajdziemy z trójkątów SBE , SFJ przez proporcją:

$$SB : SE = SF : SJ; \text{ czyli, } P : \text{dosta } A = \text{dosta } B : SJ.$$

$$\text{z tąd } SJ = \frac{\text{dosta } A \times \text{dosta } B}{P}$$

Liniją zaś KF , znajdziemy z trójkątów SBE , CKF przez proporcją:

$$SB : BE = CF : KF; \text{ czyli, } P : \text{wst } A = \text{wst } B : KF,$$

$$\text{z tąd } KF = \frac{\text{wst } A \times \text{wst } B}{P}$$

$$\text{więc } SG = SJ - KF = \frac{\text{dosta } A \times \text{dosta } B - \text{wst } A \times \text{wst } B}{P}$$

$$SH = SJ + KF = \frac{\text{dosta } A \times \text{dosta } B + \text{wst } A \times \text{wst } B}{P}$$

na miejsce SG , i SH , kładąc wyrażenia $\text{dosta } (A+B)$, i $\text{dosta } (A-B)$, i razem łącząc mamy:

$$\text{dosta } (A \pm B) = \frac{\text{dosta } A \times \text{dosta } B \pm \text{wst } A \times \text{wst } B}{P}$$

z tąd poznajemy, że dla znalezienia dostawy łuku równego summie dwóch danych łuków trzeba zrobić dwie mnogości, jedną z ich dostaw, a drugą z ich wstaw, odjąć drugą od pierwszej a resztę podzielić przez promień; dla otrzymania zaś dostawy łuku równego różnicy między dwoma łukami, trzeba rzeczony mnogości zebrać w jedną summę i podzielić ją przez promień.

37. Mając już znalezione wzory na wyrachowanie wstawy łuku dwa razy większego, lub dwa razy mniejszego, jako też wstawy łuku będącego summą lub różnicą dwóch łuków danych, możemy przystąpić do wyłożenia sposobu rachowania wstaw wszystkich łuków.

Cały rachunek zaczyna się od znalezienia wstawy łuku jednej minuty, którą otrzymamy z jakiegokolwiek wstawy wiadomej, szukając wstaw łuków coraz dwa razy mniejszych, aż póki nie przyjdziemy do wstawy łuku dość małego, któryby ledwo kilka minut zamykał; potem z tej uwagi że wstawy łuków małych niewiele się różnią od samych łuków, i że zmniejszają się prawie w takim stosunku

ku, w jakim zmniejszają się same łuki, układając proporcya; jak się ma łuk mały, którego wstawę mamy znalezioną, do łuku jednej minuty; tak się ma wstawa znaleziona łuku małego, do wstawy łuku jednej minuty; którą z tej proporcji otrzymawszy, wyrachujemy za pomocą wyżej pod liczbami 32, 33, i 35 dowiedzionych podań, wstawy wszystkich innych łuków.

38. Mamy podział okręgu koła dwojaki jeden na stopni 360, drugi na stopni 400. Obaczmy jak w każdym z nich moglibyśmy wyrachować wstawy nie używając pomocy dalszych części Matematyki.

Biorąc podział okręgu koła na 360°, mamy wiadome dwie wstawy; jedną ćwiartki okręgu koła, to jest stopni 90°, równą promieniowi; drugą dwónastej części okręgu koła, to jest stopni 30°, równą połowie promienia; bierzemy *np.* tę ostatnią, i z niej wyprowadzamy wstawy łuków coraz dwa razy mniejszych. Zakładając promień = 1, otrzymam wst. 15° sposobem następnym: znajduję dosta. 30°, odciągając kwadrat ze wst. 30°, to jest kwadrat z 0,5, który jest 0,25, od kwadratu z promienia = 1, a z reszty 0,75 wyciągając pierwiastek kwadratowy, więc będzie dosta. 30° = 0,8660254, odjąwszy ją od promienia, mam wsta. odw. 30° = 0,1339746; ztąd dla znalezienia wst. 15°, ponieważ wstawa łuku dwa razy mniejszego równa się pierwiastkowi kwadratowemu z mnogości zrobionej ze wstawy odwróconej łuku danego przez połowę promienia (33), mnożę wst. odw. 30°, przez 0,5, z tej mnogości wyciągam pierwiastek kwadratowy, i otrzymuję wst. 15° = 0,2588190; dla znalezienia dosta. 15°, używam sposobu pod liczbą 34 podanego, który każe wst. odw. 150°, jako łuku spełniającego łuk 30° do półokręgu, rozmnożyć przez połowę promienia, z tej mnogości wyciągnąć pierwiastek kwadratowy; wst. odw. 150°, ponieważ jest summą (jak się można o tém łatwo z figury przekonać) z dosta 30° i z promienia, będzie = 1,8660254, mnożąc ją przez 0,5 i wyciągając pierwiastek kwadratowy otrzymamy dosta. 15° = 0,9659258. Podobnym sposobem postępując będziemy wyprowadzali wstawy i dostawy łuków co raz dwa razy mniejszych, i tak będziemy mieli,

wst. 7° 30' = 0,1305262.	dosta. 7° 30' = 0,9914449
wst. 3° 45' = 0,0654031.	dosta. 3° 45' = 0,9978589
wst. 1° 52',5 = 0,0327191.	dosta. 1° 52',5 = 0,9994646
wst. 56',25 = 0,0163617.	dosta. 56',25 = 0,9998661
wst. 28',125 = 0,0081811.	dosta. 28',125 = 0,9999665
wst. 14',0625 = 0,0040905.	dosta. 14',0625 = 0,9999917
wst. 7',03125 = 0,0020453.	dosta. 7',03125 = 0,9999979
wst. 3',515625 = 0,0010222.	dosta. 3',015625 = 0,9999995
wst. 1',7578125 = 0,0005110.	dosta. 1',7578125 = 0,9999998

Z téj ostatniéj wstawy znajdziemy wstawę łuku je-
dnéj minuty, układając, podług rozumowania wyższego (37),
następną proporcją:

$$1',7578125 : 1' = 0,0005110 : \text{wst. } 1'$$

$$\text{ztađ wst. } 1' = 0,00029089 = 0,0002909$$

Chcąc przestać na mniejszój liczbie znaków dziesię-
tnych, moglibyśmy szukać wst. 1' biorąc łuk większy *np.*
56',25, albo 1°52',5, i podobną jak téraz układając propor-
cją; lecz im z większą liczbą znaków dziesiętnych chce-
my otrzymywać wstawy, tém mniejszy łuk i jego wstawę
w proporcją powinniśmy wprowadzać.

Tę samę wartość wst. 1' znaleźlibyśmy zaczynając ra-
chunek od wst. 90° = 1, to jest szukając wst. 45°, wst. 22°, 30',
i t. d. lecz robota byłaby dłuższa.

39. Mając wst. 1' znajdziemy wstawy łuków do kilku
minut *np.* do 4' mnożąc wst. 1', przez liczbę minut za-
mykających się w łuku, którego wstawy szukamy: i tak
będzie.

$$\text{wst. } 2' = 2 \times 0,0002909 = 0,0005818,$$

$$\text{wst. } 3' = 3 \times 0,0002909 = 0,0008727,$$

$$\text{wst. } 4' = 4 \times 0,0002909 = 0,0011636.$$

wstawy zaś dalszych łuków otrzymamy sposobami poda-
nemi na znalezienie wstawy łuku dwa razy większego lub
będącego summą, albo różnicą dwóch łuków danych; i tak
np. chcąc znaleźć wst. 5', użyjemy sposobu podanego na
znalezienie wstawy łuku będącego summą dwóch łuków,
bo widzimy że $5' = 3' + 2'$, więc będzie (35)

$$\text{wst. } 5' = \frac{\text{wst. } 3' \times \text{dosta. } 2 + \text{dosta. } 3 \times \text{wst. } 2'}{P.}$$

do czego trzeba mieć dosta. 2', i dosta. 3'; które ze wst. 2',
i wst. 3', otrzymane sposobem wiadomym (30) będą:
dosta. 2' = 0,9999998; dosta. 3' = 0,9999996, przeto
 $\text{wst. } 5' = 0,0008327 \times 0,9999998 + 0,9999996 \times 0,0005818$
po wykonaniu działań, będzie wst. 5' = 0,0014544.

Dla znalezienia zaś wst. 6', możemy użyć sposobu po-
danego (32) na szukanié wstawy łuku dwa razy większe-
go, bo $6 = 2 \times 3$; więc będzie wst. 6' = $2 \times \text{wst. } 3' \times \text{dosta. } 3'$,
to jest: $\text{wst. } 6' = 2 \times 0,0008727 \times 0,9999996 = 0,0017453$.

Jeśli byśmy wprzód wynaleźli wst. 6', aniżeli wst. 5';
wtedy mogli byśmy wst. 5', znaleźć uważając łuk 5', jako róż-
nicę między 6' i 1':

Podobnie postępując jak teraz postępowałibyśmy w szu-
kaniu wst. 5', i wst. 6', otrzymywalibyśmy wstawy łuków
coraz większych. Wstawy łuków będących podwójnemi
względem łuków mniejszych nayłatwiej byłoby otrzymy-
wać sposobem podanym na znalezienie wstawy łuku dwa
razy większego; na łuki zaś inné, które nie są podwójnemi,
a są mniejsze od 15°, można używać sposobu danego
na szukanie wstawy łuku równego summie lub różnicy dwóch

łuków danych; na łuki zaś zawarte między 15° , a 30° , naydogodniej byłoby używać sposobu danego na szukanie wstawy łuku będącego różnicą między dwoma łukami danymi, uważając łuk dany za różnicę między 30° , a stosownym łukiem mniejszym, bo $\text{wst. } 30^\circ = 0,5$ nie wiele mając znaków skróci robotę.

Wyrażone sposoby szukania wstaw nie są dość prędkie, więc użycie ich na wszystkie łuki zawarte w całej ćwiartce koła nie prędkoby nas prowadziło do żądanych wypadków, dla tego używać ich potrzeba tylko do 30° .

40. Na łuki zaś większe od 30° , wyprowadzimy sposób znacznie skracający robotę. *fig. 4.*

Niech będzie łuk $AB = 30^\circ$, odcinamy równe łuki BC, BD więc łuk AD , o tyle stopni jest większy od 30° , o ile AC jest mniejszy od 30° , wstawy ich są DE, CF ; prowadzę linią CH równoległą do promienia SA , i cięciwę DC , do której promień SB jest prostopadły, a przeto ją dzieli na dwie części równe DJ, JC , z których każda jest wstawą jednego z równych łuków BC, BD . Trojkąty prostokątne SGE, DGJ , mając kąty przy G równe, mają tém samym i kąty GSE, GDJ równe, bo każdy z nich z kątem G składa kąt prosty, a że $GSE = 30^\circ$, więc i $GDJ = 30^\circ$, przeto w trojkącie KDC , skoro kąt $KDC = 30^\circ$, to jest równy trzeciej części kąta prostego, bok KC jest połową przeciwprostokątnej DC (14), zatem równy jej połowie JC , więc $KC^2 = JC^2$; w tymże trojkącie KDC mamy $KD^2 = DC^2 - KC^2$; a że $DC = 2.JC$, przeto $KD^2 = 4.JC^2 - JC^2 = 3.JC^2$, po wyciągnięciu pierwiastku kwadratowego, mamy $KD = JC \times \sqrt{3} = \text{wst } BC \times \sqrt{3}$; a że $DE = KE + KD = CF + KD$, przeto $\text{wst } AD = \text{wst } AC + \text{wst } BC \times \sqrt{3}$, czyli $\text{wst } (AB + BD) = \text{wst } (AB - BC) + \text{wst } BC \times \sqrt{3}$; nazywając łuk BC , lub BD jedną literą A , a na miejscu łuku AB kładąc 30° , wypada:

$$\text{wst } (30^\circ + A) = \text{wst } (30^\circ - A) + \text{wst } A \times \sqrt{3}.$$

to pokazuje: że wstawa łuku o ilekolwiek stopni większego od 30° , równa się wstawie łuku o tyle stopni mniejszego od 30° , nad to jeszcze wstawie łuku będącego różnicą między łukiem mniejszym lub większym a 30° , mnożonej przez pierwiastek kwadratowy z liczby 3, to jest przez $1,7320508$; i tak np. $\text{wst. } 35 = \text{wst. } 25^\circ + \text{wst. } 5^\circ \times \sqrt{3} = 0,4226183 + 0,0871557 \times 1,7320508 = 0,5735764$. tego sposobu używając znajdziemy wstawy wszystkich łuków od 30° , do 60° .

41. Na wynalezienie zaś wstaw łuków zawartych między 60° a 90° , mamy jeszcze sposób prędszy od poprzedzających.

Naznaczyliśmy łuk $AB = 30^\circ$, więc łuk $BL = 60^\circ$; łuki BC, BD są równe, więc łuk LC o tyle stopni jest

większy od 60° , o ile stopni łuk LD jest mniejszy od 60° ; łuku LC wstawa jest CH , łuku LD wstawa DM . Linija $CH=KH+KC=DM+KC$, a że (14) $KC=JC=$ wst BC , więc wst $LC=$ wst $LD+$ wst BC ;

to jest wst $(LB+BC)=$ wst $(LB-BD)+$ wst BC ; nazywając łuk BC , lub BD , literą A , a za LB , kładąc 60° , wypada wst $(60^\circ+A)=$ wst $(60^\circ-A)+$ wst A ;

z tą postrzegamy, że wstawa łuku o ilekolwiek stopni większego od 60° równa się wstawie łuku o tyleż stopni mniejszego od 60° , i wstawie łuku będącego różnicą między łukiem danym a 60° ; i tak wst. $65^\circ=$ wst. $55^\circ+$ wst. 5° .

to jest wst $65^\circ=0,8191521+0,0871557=0,906307$.

42. Biorąc zaś podział koła na stopni 400, a każdy stopień dzieląc na minut 100 i t. d. dla znalezienia wstawy jednej minuty setnej, to jest wst. $0^\circ,01$, moglibyśmy zacząć rachunek, albo od wstawy czwartej części okręgu koła, równej promieniowi, albo od wstawy dwónastej części okręgu, równej połowie promienia, to jest, zakładając promień $=1$, albo od wst $100^\circ=1$, albo od wst. $\frac{100^\circ}{3}=0,5$

lecz dla prędszego przyjsia do wstawy jednej minuty, dogodniej jest tak, jak i w poprzedzającym rachunku, zacząć od wstawy równej połowie promienia; dla tego zaś, że dwónastej części okręgu koła, to jest $\frac{100^\circ}{3}$ nie można zupełnie wyrazić w ułamkach dziesiętnych, dalsze łuki coraz dwa razy mniejsze oznaczam ułamkami zwyczajnemi;

mając wst. $\frac{100^\circ}{3}=0,5$; i dosta. $\frac{100^\circ}{3}=0,8660254$, i szukając wstaw i dostaw łuków coraz dwa razy mniejszych, otrzymamy te same wypadki, co pierwej, i tak będzie

wst. $\frac{100^\circ}{6}=0,2588190$; dosta. $\frac{100^\circ}{6}=0,9659258$.

wst. $\frac{100^\circ}{12}=0,1305262$; dosta. $\frac{100^\circ}{12}=0,9914449$.

wst. $\frac{100^\circ}{24}=0,0654031$; dosta. $\frac{100^\circ}{24}=0,9978589$.

wst. $\frac{100^\circ}{48}=0,0327191$; dosta. $\frac{100^\circ}{48}=0,9994646$.

wst. $\frac{100^\circ}{96}=0,0163617$; dosta. $\frac{100^\circ}{96}=0,9998661$.

wst. $\frac{100^\circ}{192}=0,0081811$; dosta. $\frac{100^\circ}{192}=0,9999665$.

z tą dla znalezienia wst. $0^\circ,01$, ułożymy proporcją:

$$\frac{100^\circ}{192} : 0^\circ,01 = 0,0081811 : \text{wst. } 0^\circ,01$$

co daje wst. $0^\circ,01=0,000157077=0,0001571$.

Mając wst. $0^{\circ},01$, znajdziemy wstawy wszystkich łuków aż do 100° , używając sposobów podanych na szukanie wstawy łuku dwa razy większego, lub będącego summą albo różnicą dwóch łuków danych.

43. Mając wyrachowane wstawy wszystkich łuków mieszczących się w całej ćwiartce okręgu koła, zamykających stopnie i minuty, możemy łatwo znaleźć wstawy łuków zamykających stopnie minuty i sekundy. Uważamy bowiem, że, jeśli wźmiemy kilka łuków AB , AG , AC , (*fig. 5.*) nie wiele się między sobą różniących, i poprowadzimy ich wstawy BE , GH , CD , a przez koniec B , łuku najmniejszego, pociągniemy linią BK , równoległą do promienia AS , linije CK , GI , są różnice między wstawami CD , GH , a wstawą BE ; aże łuk BC , dla swojej małości, może być uważany za linią prostą, trojkąty BKC , BIG , mogą być wzięte za prostokreślne, zatem dadzą proporcją następną: $CK : GI = CB : GB$; to jest: różnice między wstawami łuków, nie wiele się jeden od drugiego różniących, mają się jak różnice między samými łukami. Ta uwaga daje nam prędki sposób znalezienia wstawy łuku zamykającego stopnie minuty i sekundy; bo jeżeli założymy, że łuki AB , AG , AC są wiadome, łuki AB , AC zamykają stopnie i minuty, a łuk pośredni AG , zamyka stopnie minuty i sekundy, wstawy CD , BE , są także wiadome, a szukamy wstawy GH ; widzimy, że dość jest znaleźć linią GI , którą dodawszy do wstawy BE , otrzymamy wstawę GH ; tę zaś linią GI znajdziemy z wyższej proporcji, którą, przemieniając stosunki, możemy tak wysłowić: jak się ma różnica między łukiem większym a mniejszym od danego, do różnicy między łukiem danym a mniejszym, tak się ma różnica między wstawą łuku większego a wstawą łuku mniejszego, do różnicy między wstawą szukaną a wstawą łuku mniejszego; w tej proporcji trzy wyrazy początkowe są wiadome, więc znajdziemy wyraz czwarty, który dodawszy do wstawy mniejszego łuku, otrzymamy wstawę łuku założonego. Ponieważ łuk BC bierze się za linią prostą, więc powinien być ile można najmniejszy, dla tego pospolicie biorą się łuki AC , AB , o jedną tylko minutę różniące się między sobą; zakładamy *np.* podług dawnego podziału znaleźć wst. $10^{\circ} 20' 15''$, na ten koniec bierzemy wst. $10^{\circ} 20' = 0,1793746$, i wst. $10^{\circ} 21' = 0,1796607$, odejmując pierwszą od drugiej, mamy różnicę 2861, i podług wyższego rozumowania układamy proporcją; $1' \text{ czyli } 60'' : 15'' = 2861 : x$; ztąd $x = 715$, dodawszy tę liczbę do wst. $10^{\circ} 20' = 0,1793746$, otrzymujemy wst. $10^{\circ} 20' 15'' = 0,1794461$.

44. Skoro mamy wstawy wszystkich łuków zawierających się w całej ćwiartce okręgu koła, mamy już razem

i ich dostawy, bo wstawy łuków mniejszych od połowy ćwiartki, są dostawami łuków większych od jej połowy, a dopełniających pierwsze do całej ćwiartki, i wzajemnie; tak *np.* w podziale koła dawnym wst. $40^{\circ} = \text{dosta. } 50^{\circ}$, a wst. $50^{\circ} = \text{dosta. } 40^{\circ}$; w podziale zaś nowym wst. $40^{\circ} = \text{dosta. } 60^{\circ}$, a wst. $60^{\circ} = \text{dosta. } 40^{\circ}$.

45. Zamiast rachowania wstaw wszystkich łuków mieszczących się w całej ćwiartce okręgu koła, można byłoby rachować wstawy łuków zawartych w połowie tylko ćwiartki, lecz należałoby tychże łuków rachować dostawy, które mając, mielibyśmy tém samém wstawy i dostawy wszystkich łuków zamykających się w całej ćwiartce okręgu; lecz rachunek dostaw wymagając w niektórych łukach mnożenia i wyciągania pierwiastków, jest dłuższy od rachunku wstaw, gdzie trzeba tylko mnożyć i dodawać; zatem dogodniej jest szukać wstaw wszystkich łuków całej ćwiartki.

46. Z wiadomych wstaw i dostaw możemy wynaleść wszystkie inne linije trygonometryczne za pomocą stosunków między temi linijami zachodzących (30); wyprowadziliśmy z nich bowiem że:

$$\begin{aligned} \text{sty } A &= \frac{\text{wst } A \times P}{\text{dosta } A}; \text{dosty } A = \frac{\text{dosta } A \times P}{\text{wst } A} \\ \text{sie } A &= \frac{P^2}{\text{dost } A}; \text{dosie } A = \frac{P^2}{\text{wst } A} \end{aligned}$$

te wyrażenia pokazują, co należy robić dla otrzymania każdej linij; chcąc *np.* znaleźć styczną jakiegokolwiek łuku, trzeba wstawę tego łuku rozmnożyć przez promień, a tę mnogość podzielić przez dostawę tegoż samego łuku. I tak: dla otrzymania sty. 40° w dawnym podziale koła, mnożę wst. 40° , która jest 0,6427876, przez promień $= 1$, i dzielę przez dosta. 40° , to jest przez 0,7660444, więc będzie

$$\text{sty. } 40^{\circ} = \frac{0,6427876}{0,7660444} = 0,8590996; \text{ podobnie należy postępować względem innych linij trygonometrycznych.}$$

47. Wynalezione wszystkie linije trygonometryczne piszą się porządkiem przy łukach, do których należą; zbioru wartości łuków i linij trygonometrycznych im odpowiadających nazywają się *tablicami trygonometrycznymi* (tabulae trigonometricae). Układ takowych tablic jest dowolny, dla tego przy każdym tablicach pospolicie znajduje się jego opisanie.

48. Wyprowadziliśmy stosunki zachodzące między linijami trygonometrycznymi w jednym kole, i pokazaliśmy, jak za ich pomocą z wiadomej wstawy jednego łuku, znajdują się wszystkie linije trygonometryczne innych łuków.

zakładając promień = 1; lecz promieniowi może być dana wartość rozmaita, przeto należy pokazać sposób otrzymania z wartości linii trygonometrycznych wyrachowanych podług jednego promienia, wartości tych samych linii podług promienia innego; na ten koniec, trzeba odkryć stosunek zachodzący między linijami trygonometrycznemi jednego gatunku łuków podobnych w kołach odmiennych.

Niech będą łuki podobne AB, EG , piérwszy nazywam a , drugi A ; promień SB kładę p , promień SG kładę P , prowadzę obu tych łuków wszystkie linije trygonometryczne.

Z trójkątów podobnych SBD, SGH mamy,

$$BD : GH = SB : SG; \text{ to jest, wst } a : \text{wst } A = p : P;$$

jako też $SD : SH = SB : SG$; to jest, dostaa : dostaA = p : P.

Z trójkątów podobnych SAT, SEJ , mamy,

$$AT : EJ = SA : SE; \text{ to jest, sty } a : \text{sty } A = p : P;$$

także, $ST : SJ = SA : SE$; to jest, sie a : sie $A = p : P$;

Nakoniec z trójkątów podobnych SFQ, SLM , mamy

$$FQ : LM = SF : SL; \text{ to jest, dosty } a : \text{dosty } A = p : P;$$

także, $SQ : SM = SF : SL$; to jest, dosie a : dosie $A = p : P$;

Te wszystkie proporcye widocznie pokazują, że linije trygonometryczne gatunku jednego łuków podobnych mają się do siebie jak promienie koł, do których łuki należą.

49. Ztąd wypada, że mając wyrachowane linije trygonometryczne podług jednego promienia, otrzymamy ich wartość podług promienia innego, przez następną proporcją: jak się ma promień podług którego tablica linii jest wyrachowana, do promienia założonego; tak się ma którakolwiek linija trygonometryczna z tablic, do wartości linii trygonometrycznej tegoż gatunku, podług promienia założonego. Zakładam np. łuk $AB = 10^\circ$, wstawa jego, kładąc promień $SB = 1$, jest $= 0,1736482$, chcąc znaleźć łuku podobnego GE , wstawę GH , kładąc promień $SG = 1000$, układam proporcją:

$$1 : 1000 = 0,1736482 : GH; \text{ ztąd, } GH = \text{wst } GE = 173,6482.$$

50. Z tego, że linije trygonometryczne łuków podobnych w kołach odmiennych mają się jak promienie tych koł, wypada; że stosunek którejkolwiek linii trygonometrycznej jakiegokolwiek łuku w jedném kole do jego promienia, równa się stosunkowi linii trygonometrycznej tegoż gatunku łuku podobnego w drugim kole do promienia tegoż koła; ztąd idzie, że tablice linii trygonometrycznych pokazują tylko wielkości względne, to jest stosunki tych linii do promienia, podług któregośmy rachowali; więc, jakkolwiek będziemy odmienniali promień, stosunki linii trygonometrycznych do promienia zostaną też samé, a przeto wypadek otrzymany z rachunku odbytego za pomocą linii trygonometrycznych, podług jakiegokolwiek promienia rachowanych, będzie zawsze ten sam bez żadnej odmiany.

51. Widzimy, że trójkąty podobne ASD , AGC (fig. 2.) dają proporcją $AD : AS = AC : AG$, to jest, wstawa łuku AB , tak się ma do jego promienia, jak się ma cięciwa łuku AC , dwa razy większego od łuku AB , do średnicy; więc stosunek wstawy jakiegokolwiek łuku do jego promienia, równa się stosunkowi cięciwy łuku dwa razy większego do średnicy; przeto zamiast rachowania stosunków łuków do promienia, możemy rachować stosunki cięciw łuków dwa razy większych do średnicy, czyli inaczej mówiąc, zamiast rachowania wstaw odnosząc je do promienia, można rachować cięciwy odnosząc je do średnicy, i jako wstawy rachowaliśmy w ćwiartce okręgu koła, tak cięciwy należałoby rachować w całym półkołu.

52. Dla prędszego otrzymania wypadków w działaniach arytmetycznych z liczbami wyrażającemi linie trygonometryczne, zamiast liczb używają się pospolicie ich logarytmy. Te są dwojakié, jedné w układzie Nepera, które mają za grunt liczbę 2,17828...; drugie w układzie Briggsa mające za grunt liczbę 10; te ostatnie dla powszechnego ich użycia, nazywają się zwyczajnemi, i o nich tylko ciągle tu będzie mowa. Gdybyśmy chcieli odbywać rachunek logarytmów linii trygonometrycznych, moglibyśmy go wykonać w sposób następny, zaczynając od znalezienia logarytmów wstaw i dostaw. Mamy wyrachowane wstawy i dostawy wszystkich łuków zawartych w ćwiartce okręgu koła, kładąc promień = 1; aże one są mniejsze od promienia, więc liczby je oznaczające są ułamkami, a jako logarytmy ułamków są odjemne, tak i logarytmy wstaw byłyby odjemnemi; dla uniknienia tego, zakłada się promień podzielony na 1000000000, a podług sposobu wyprobowanego pod liczbą 49, otrzymamy z linii trygonometrycznych wyrachowanych podług promienia = 1, linie trygonometryczne podług promienia założonego; w tym razie najmniejszych nawet łuków wstawy będą wyrażone przez liczby całkowite, zatem ich logarytmy będą dodatne, i logarytm promienia będzie 10, a przeto łatwy do użycia we wszystkich działaniach. Po takowém przerobieniu, biorąc w tablicach logarytmów liczb zwyczajnych, logarytmy liczb wyrażających wstawy podług promienia = 1000000000, otrzymamy logarytmy wstaw; i tak np. ponieważ wstawa 12ej części okręgu koła równa się połowie promienia, przeto podług dawnego podziału koła, będzie wst. $30^\circ = 500000000$; téj liczby logarytm zwyczajny 9,6989700, jest logarytmem wst. 30° . Tym sposobem postępując otrzymamy logarytmy wstaw, wszystkich łuków w całej ćwiartce okręgu koła zawartych.

53. Mając logarytmy wstaw wszystkich łuków będzie-

D

my mieć t \acute{e} m sam \acute{e} m logarytmu dostaw tych \acute{z} e łuk \acute{o} w, bo jako dwóch łuk \acute{o} w dopełniających siebie nawzajem do ćwiartki okręgu koła, wstawa jednego jest dostawą drugiego, tak i logarytm wstawy jednego jest logarytmem dostawy drugiego.

54. Podobnie, gdy są w liczbach wyrażone podług założonego promienia inne linie trygonometryczne, takowych liczb logarytmu wzięte w tablicach logarytm \acute{o} w liczb zwyczajnych, będą logarytmami linii trygonometrycznych; lecz skoro mamy znalezione logarytmu wstaw i dostaw, możemy znaleźć logarytmu innych linii trygonometrycznych za pomocą stosunk \acute{o} w między nimi a wstawą lub dostawą zachodzących, bez poprzedniczego rachowania samych linii; mamy np.

$$\text{sty } A = \frac{\text{wst } A \times P}{\text{dosta } A}$$

z ąd, $\log. \text{sty } A = \log. \text{wst } A + \log. P - \log. \text{dosta } A$; to jest, logarytm styczn \acute{e} j otrzymamy, gdy do logarytmu wstawy, dodamy logarytm promienia, a od t \acute{e} j summy odejmiemy logarytm dostawy tego \acute{z} samego łuku. |

$$\text{Podobnie, dosty } A = \frac{\text{dosta } A \times P}{\text{wst } A}$$

z ąd, $\log. \text{dosty } A = \log. \text{dosta } A + \log. P - \log. \text{wst } A$. Logarytm zaś siecznej i dosiecznej znajdziemy z wyrażen \acute{e} n |

$$\text{sie } A = \frac{P^2}{\text{dosta } A}; \quad \text{dosie } A = \frac{P^2}{\text{wst } A};$$

$$\text{z ąd mamy, } \log. \text{sie } A = 2 \log. P - \log. \text{dosta } A. |$$

$$\log. \text{dosie } A = 2 \log. P - \log. \text{wst } A.$$

te wyrażenia uczą nas: że od podwojonego logarytmu promienia odjawszy logarytm dostawy jakiegokolwiek łuku, otrzymamy logarytm siecznej tego \acute{z} łuku; odjawszy zaś od podwojonego logarytmu promienia logarytm wstawy, znajdziemy logarytm dosiecznej.

55. Wyrachowane logarytmu wszystkich linii trygonometrycznych układają się w tablice, albo razem z samymi liniami trygonometrycznymi, pisząc najprzód łuk, potem linie trygonometryczne tego łuku, dalej logarytmu tych linii; albo też, jak bywa najczęściej, linie trygonometryczne opuszczają się, a pisze się tylko łuk i obok niego logarytmu linii trygonometrycznych tego \acute{z} łuku. Takowe tablice albo są ułożone na wstawy, styczn \acute{e} i sieczn \acute{e} wszystkich łuk \acute{o} w zamykających się w całej ćwiartce okręgu koła, albo na wstawy, dostawy, styczn \acute{e} , dostyczn \acute{e} , sieczn \acute{e} , dosieczn \acute{e} łuk \acute{o} w mieszczących się w połowie tylko ćwiartki. Jednym czy drugim sposobem będą ułożone, zawsze mamy logarytmu wszystkich linii trygonometrycznych jakiegokolwiek bądź łuk \acute{o} w. Lecz rzadko w których tablicach znajdują się logarytmu wszystkich linii trygonome-

trycznych, najpospoliciej umieszczają się logarytmy tylko wstaw i stycznych a tém samem logarytmy dostaw i dostycznych, logarytmy zaś siecznych i dosiecznych otrzymują się sposobem w poprzedzającej liczbie wyrażonym.

56. Uskuteczniłiśmy pierwszą część naszego założenia; opisaliśmy linije trygonometryczne, pokazaliśmy stosunki między niemi zachodzące, wyłożyliśmy sposób rachowania tak samych linij, względem jakiegokolwiek promienia, na wszystkie łuki koła, jako też ich logarytmów; przystępujemy teraz do części drugiej, to jest do wyłożenia stosunków zachodzących między linijami trygonometrycznemi, a bokami trójkąta prostokréślnego, do czego służy następné twierdzenie:

Twierdzenie I. W każdym trójkącie prostokréślnym, boki tak się mają do siebie, jak wstawy kątów im przeciwnych brané podług jednego promienia. Fig. 7 i 8.

Niech będzie trójkąt ABC , mamy dowieść, że;

$$AC : BC = \text{wst } B : \text{wst } A.$$

$$AC : AB = \text{wst } B : \text{wst } C.$$

$$AB : BC = \text{wst } C : \text{wst } A.$$

Dowód. Bok mniejszy BC wchodzący w twierdzenie, przedłużam w tę stronę, gdzie się styka z bokiem większym, tak aby ze swoim przedłużeniem był równy bokowi większemu AC , przedłużam *np.* do punktu D ; z punktów C i D prowadzę do boku trzeciégó AB prostopadłe CF , DE . Trójkąty BDE , BCF podobné dają,

$$BD : BC = DE : CF;$$

Z punktu A promieniem AC , zakréślam łuk CH , a z punktu B promieniem BD łuk DG ; linija DE (*fig. 7*) jest wstawą łuku DG , czyli kąta B , a w trójkącie rozwartokątnym (*fig. 8.*), jest wstawą kąta CBG , a tém samém i kąta mu przyległego CBA , jako spełniającego kąt CBG do dwóch kątów prostych; linija CF , jest wstawą łuku CH , czyli kąta A , bok zaś $BD = AC$; więc w proporcji wyższej na miéjscu BD , DE , CF , kładąc wyrażenia im równe AC , $\text{wst } B$, $\text{wst } A$, wypada,

$$AC : BC = \text{wst } B : \text{wst } A.$$

Stosowné uczyniwszy wykréslenie dowiedlibyśmy także, iż

$$AC : AB = \text{wst } B : \text{wst } C.$$

$$AB : BC = \text{wst } C : \text{wst } A. \text{ (e)}$$

(e) *Możnaby ieszcze tego samego twierdzenia dowieść sposobem następnym; Trójkąt ABC (*fig. 9*) opisuję kołem, i przez wierzchołek kąta C nie wchodzącego w twierdzenie, prowadzę średnicę CD , przez koniec jej D prowadzę do wierzchołków dwóch kątów innych cięciwy DA , DB ; kąty DAC , DBC , jako leżące w półkolu są proste, więc jeżeli liniją CD weźmiemy za promień, i z punktu D zakréślimy koło, będzie bok BC wstawą kąta BDC , bok AC wstawą kąta ADC*

Jeżeli boki AC , BC , są równe, kąty im przeciwné są równe, więc i wstawy ich będą równe; w tym razie jest rzecz widoczna, że boki mają się jak wstawy kątów im przeciwnych.

57 Chcąc zaś to samo twierdzenie okazać na trójkącie prostokątnym ABC (fig. 11), łatwo poznamy, iż biorąc kąty ostré A i C , okaże się sposobem wyższym że

$$AB : BC = \text{wst } C : \text{wst } A.$$

Biorąc zaś kąty A i B , uważamy przeciwprostokątną AC za promień, i z punktu A zakreślamy łuk CF ; ramie BC jest w tym razie wstawą łuku CF , czyli kąta A , a przeciwprostokątna jako promień bierze się za wstawę kąta prostego B , więc wypada:

$$BC : AC = \text{wst } A : P = \text{wst } A : \text{wst } B.$$

Biorąc znowu kąty C i B , postąpimy, tak jak pierwiej, to jest przeciwprostokątną AC , uważamy za promień i z punktu C zakreślamy nią łuk AK ; w tym razie ramie AB jest wstawą łuku AK , czyli kąta C , a przeciwprostokątna jako promień bierze się za wstawę kąta prostego B , więc będzie

$$AB : AC = \text{wst } C : P = \text{wst } C : \text{wst } B.$$

Ostatnie dwie proporcye pokazują: że w trójkącie prostokątnym jedno ramie kąta prostego, tak się ma do przeciwprostokątnej, jak wstawa kąta przeciwnego ramieniu uważanemu do promienia.

58. Ponieważ w trójkącie prostokątnym dwa kąty o-

więc jest

$$AC : BC = \text{wst } ADC : \text{wst } BDC$$

ażé kąt $ADC = ABC$ bo mają wierzchołki na okręgu koła a ramionami obejmują jeden tenże sam łuk AC , i dla podobnej przyczyny kąt $BDC = BAC$, przeto na miejscu kątów ADC , BDC , kładąc im równe kąty ABC , BAC , wypada

$$AC : BC = \text{wst } ABC : \text{wst } BAC.$$

Podobnym sposobem stosownie uczyniwszy wykréslenie, można dowieść dwóch innych założonych proporcij.

Albo ieszcze tak: Trójkąt ABC (fig. 10) opisuję kołem, i ze środka koła S , prowadzę na boki trójkąta prostopadłe SD , SE , SF , które dzielą boki na dwie równe części; ponieważ połowy mają się jak całości, będzie

$$AC : BC = CD : CE.$$

$$AC : AB = CD : AF.$$

$$AB : BC = AF : CE.$$

Prowadzę promienie SA , SB , SC ; linija CD jest wstawą kąta DSC , czyli mu równego ABC ; linija CE , jest wstawą kąta CSE , czyli równego jemu CAB ; linija AF , jest wstawą kąta ASF , czyli jemu równego ACB ; więc w proporcjach wyższych, na miejscu linij CD , CE , AF , kładąc wyrażenia $\text{wst } B$, $\text{wst } A$, $\text{wst } C$, otrzymujemy

$$AC : BC = \text{wst } B : \text{wst } A.$$

$$AC : AB = \text{wst } B : \text{wst } C.$$

$$AB : BC = \text{wst } C : \text{wst } A.$$

stre składają kąt prosty, więc wstawa jednego jest dostawą drugiego i wzajemnie, to jest $wst A = dosta C$, a $dosta A = wst C$; więc proporcye liczby poprzedzającej kładąc w nich $dosta C$, i $dosta A$, na miejscu $wst A$, i $wst C$, zamieniają się

pierwsza na $AB : BC = dosta A : wst A$.

albo na $AB : BC = wst C : dosta C$.

albo na $AB : BC = dosta A : dosta C$.

druga na $BC : AC = dosta C : P$.

trzecia na $AB : AC = dosta A : P$.

Trzy początkowe z tych proporcij pokazuja, że w trójkącie prostokątnym jedno ramie kąta prostego, tak się ma do drugiego ramienia, jak dostawa kąta przyległego pierwszemu ramieniu do wstawy tegoż kąta, albo jak wstawa kąta przeciwnego pierwszemu ramieniu do dostawy tegoż kąta albo jak dostawy kątów im przyległych. Z dwóch zaś ostatnich postrzegamy, że ramie kąta prostego tak się ma do przeciwprostokątnej, jak dostawa kąta temu ramieniu przyległego do promienia.

59. Pokazaliśmy (50) że $dost A : wst A = P : sty A$,

więc w proporcji (58) $AB : BC = dost A : wst A$,

kładąc na miejscu stosunku $dost A : wst A$ równy jemu stosunek $P : sty A$, otrzymujemy $AB : BC = P : sty A$,

ażé $sty A = dosty C$, będzie też $AB : BC = P : dosty C$. (A)

Pokazaliśmy takóž, że $dost A : P = P : siecz A$,

więc w proporcji (58) $AB : AC = dost A : P$,

kładąc na miejscu stosunku $dost A : P$ stosunek jemu równy $P : siecz A$, wypada $AB : AC = P : siecz A$,

ażé $siecz A = dosiecz C$, będzie też $AB : AC = P : dosiecz C$. (B)

Pokazaliśmy jescze iż $wst A : P = sty A : siecz A$,

więc w proporcji (57) $BC : AC = wst A : P$,

kładąc na miejscu stosunku $wst A : P$, równy jemu stosunek $sty A : siecz A$, mamy $BC : AC = sty A : siecz A$,

czyli $BC : AC = dosty C : dosiecz C$. (C)

Z tych wszystkich proporcij teraz wyprowadzonych, postrzegamy; z prop: (A), że w trójkącie prostokątnym jedno ramie kąta prostego tak się ma do drugiego, jak promień do stycznój kąta przeciwnego drugiemu ramieniu, lub do dostycznój kąta jemu przyległego; z prop: (B), że jedno ramie kąta prostego tak się ma do przeciwprostokątnej, jak promień do siecznej kąta przyległego temu ramieniu, lub do dosiecznej kąta jemu przeciwnego; z prop: (C), że jedno ramie tak się ma do przeciwprostokątnej, jak styczná kąta przeciwnego temu ramieniu do siecznej tegoż kąta, lub jak dostyczná kąta przyległego temuż ramieniu do dosiecznej tegoż kąta.

60. Te samé proporcye wypadną z uwagi, którąśmy

czynili w liczbie 14, że w trójkącie prostokątnym, biorąc

jedno ramie za promień, drugie będzie styczną kąta mu przeciwnego, a przeciwprostokątna sieczną tegoż kąta, i z tej własności linii trygonometrycznych, iż te linie jednego gatunku łuków podobnych mają się jak promienie koł, do których łuki należą. Jakoż niech będzie trójkąt prostokątny ABC (fig. 12.), w którym kąt B jest prosty; uważając w nim którekolwiek ramie kąta prostego np. AB za promień, będzie ramie BC styczną, a przeciwprostokątna sieczną kąta A . Na ramieniu AB wziętém za promień, z wierzchołka kąta ostrógo A , odcinam linią AD , którą zakładam równą promieniowi, podług którego mamy wyrachowane tablice linii trygonometrycznych, albo tablice ich logarytmów. Z końca D , wywyższam prostopadłą DE , aż do spotkania się z bokiem AC , będzie ona styczną kąta A , a linija AE , sieczną tegoż kąta A tablicową. Linije BC , DE , będąc stycznymi tegoż samego kąta A , czyli łuków podobnych BF , DG , które promieniami AB , AD , zakreślam, mają się jak promienie AB , AD . Linije AC , AE , będąc siecznymi tegoż kąta A , mają się też jak promienie AB , AD , przeto z nich można ułożyć następné proporcye:

$$AB:BC=AD:DE; \text{ to jest, } AB:BC=P.\text{tab:sty.tab.}A=P:\text{dosty}C$$

$$AB:AC=AD:AE; \text{ to jest, } AB:AC=P:\text{siecz } A=P:\text{dosiecz } C.$$

$$BC:AC=DE:AE; \text{ to jest, } BC:AC=\text{sty } A:\text{siecz } A=\text{dosty } C:\text{dosiecz } C.$$

61. Dla zrozumienia następujących twierdzeń, należy pierwsiéj zrozumieć to podanie;

Z dwóch ilości nierównych, ilość większa równa się połowie ich summy i połowie ich różnicy, a ilość mniejsza równa jest połowie ich summy, mniej połową ich różnicy.

O prawdziwie tego podanie można tu przekonać się sposobem następnym. Fig. 15. Niech linija AB , wyraża ilość większą, a linija CD , ilość mniejszą; trzeba pokazać, że linija większa AB , równa jest połowie summy linii AB i CD , i połowie różnicy między niemi zachodzącéj; linija zaś CD , równa się połowie summy, mniej połową różnicy tychże linii.

Dowód. Obie linije AB i CD , dzielę po połowie, w punktach E i F ; przenoszę linią mniejszą CD , na większą tak, aby środek F , przypadał na środek E , punkta C , D niech przypadają w G i H ; jest $GH=CD$; różnicą między linijami AB i GH , a zatém i między linijami AB i CD , jest $AG+HB$; aże $AE=EB$; $GE=EH$; przeto $AG=HB$; więc połowa różnicy między linijami AB i CD zachodzącéj jest AG , albo HB . Połowa summy dwóch linii AB i CD , jest połowa linii AB i połowa linii CD , to jest $AE+CF$, aże $CF=FD=EH$, więc połową summy dwóch linii AB i CD , jest AH ; przeto linija większa AB będąc $=AH+HB$, równa się połowie summy dwóch linii

AB i CD i połowie ich różnicy; linija zaś mniejsza CD , czyli jej równa GH będąc $=AH-AG$, równa się połowie summy dwóch linii AB i CD , mniej połową ich różnicy.

62. *Twierdzenie II.* W każdym trojkącie prostokręślnym, summa dwóch którychkolwiek boków, tak się ma do ich różnicy, jak styczną połowy summy kątów przeciwnych wziętym bokom, do stycznej połowy różnicy tychże kątów.

Niech będzie trojkąt ABC (fig. 14) w którym zakładam, że bok AB , jest mniejszy od boku AC , mam dowieść, że

$$AC + AB : AC - AB = \text{sty} \frac{B+C}{2} : \text{sty} \frac{B-C}{2}$$

Dowód. Na boku większym AC , odcinam linią AD , równą bokowi mniejszemu AB , i prowadzę linią BD . Trojkąty ABD , ABC , mają kąt A spólny; przeto summa dwóch kątów ABD i ADB trojkąta ABD , równa jest summie dwóch kątów ABC i ACB trojkąta ABC . W trojkącie ABD dla równości boków AB , AD , kąt ABD , równy jest kątowi ADB , przeto jeden z nich którykolwiek np. ABD jest połową ich summy, a zatem połową summy kątów ABC , i ACB . Z tych kątów ABC , ACB nierównych, kąt ABC jako większy składa się (61) z połowy ich summy i z połowy różnicy, aże kąt ABD , jest połową ich summy, przeto kąt DBC , jest połową ich różnicy. — Linija AD jest równa bokowi AB , przeto DC jest różnicą między bokiem AC , i bokiem AB ; dzielę linią DC na dwie równe części DE , EC ; będzie EC połową linii DC , a zatem połową różnicy zachodzącej między bokami AC i AB ; bok AC jako większy składa się z połowy ich summy, i z połowy ich różnicy, aże EC jest połową ich różnicy, będzie AE połową ich summy. Cały więc dowód tego twierdzenia zależy na pokazaniu, że linije AE i EC , tak się mają do siebie, jak stycznne kątów ABD , i DBC . Na ten koniec linija BD , dzielę po połowie w punkcie F , prowadzę linije FE , i AG . Trojkąty EDF , CDB , są równokątne, bo mają kąt D spólny, i boki około niego leżące proporcjonalne, gdyż bok DE , jest połową boku DC , i bok DF połową boku DB , więc kąt DEF jest równy kątowi DCB , przeto linija FE , jest równoległa do linii BC , zatem trojkąty AFE , AGC , są równokątne i dają proporcya

$$AE : EC = AF : FG.$$

aże AE jest połową summy boków AC i AB , linija zaś EC jest połową różnicy między temi bokami zachodzącej, przeto można wyższą proporcya tak wyrazić:

$$\frac{AC + AB}{2} : \frac{AC - AB}{2} = AF : FG.$$

mnożąc pierwszego stosunku oba wyrazy przez 2, czyli uważając, że całości mają się jak ich połowy, będzie

$$AC + AB : AC - AB = AF : FG.$$

Trojkaty AFB , AFD , mogą przystać, bo mają po trzy boki równe, przeto kąty AFB i AFD są równe, a zatem proste; więc wzięwszy linię BF za promień, i z punktu B , zakreśliwszy koło, będzie linia AF styczną kąta ABF , linia FG styczną kąta FEG ,

$$\text{aże kąt } ABF = \frac{ABC + ACB}{2}, \text{ a kąt } FBG = \frac{AEC - ACB}{2},$$

$$\text{przeto } AF = \text{sty} \frac{ABC + ACB}{2}; FG = \text{sty} \frac{ABC - ACB}{2}$$

Kładąc te wyrażenia za AF i FG , w poprzedzającą proporcją wypada proporcya założona:

$$AC + AB : AC - AB = \text{sty} \frac{B + C}{2} : \text{sty} \frac{B - C}{2}$$

63. Dwa wyłożone twierdzenia, które można nazywać prawdziwie trygonometrycznemi, ponieważ okazują związek zachodzący między bokami trójkąta i linijami trygonometrycznemi, same jedne nie są dostateczne do rozwiązania trójkąta we wszystkich przypadkach; za ich bowiem pomocą nie można bezpośrednio z trzech danych boków trójkąta znaleźć trzech jego kątów, lecz w tym razie do pomocy musimy używać innego twierdzenia, które nie jest trygonometryczne, ale przybrane z Geometrii, ponieważ nie pokazuje stosunku między bokami trójkąta, a linijami trygonometrycznemi, lecz tylko stosunek zachodzący między samemi bokami; a to jest następane

64. Twierdzenie przybrane czyli z porządku III. W każdym trójkącie prostokreślnym, jeżeli z wierzchołka któregośkolwiek kąta, będzie spuszczone prostopadła na bok jemu przeciwny; tak się będzie miał ten bok do summy dwóch innych boków, jak różnica tychże boków, do różnicy lub summy uciników zawartych między prostopadłą a końcami boku, na który jest prostopadła spuszczone; do różnicy, jeżeli prostopadła przypada na sam bok, do summy, jeżeli pada na przedłużenie boku.

Co do pierwszego (fig 15). Niech będzie trójkąt ABC , w którym z wierzchołka kąta C spuszczone jest prostopadła CD na bok AB , mamy dowieść, iż będzie

$$AB : BC + AC = BC - AC : BD - AD.$$

Dowód. Z wierzchołka kąta C , z którego spuszczone jest prostopadła, zakreślę koło promieniem równym bokowi przyległemu mniejszemu AC , przecina ono bok AB w punkcie G , a bok BC , w punkcie F ; przedłużam bok BC , do przecięcia się z okręgiem koła w punkcie E . Linije BA , BE , wychodząc z jednego punktu B , leżące za okręgiem koła, przecinają okrąg koła po obu stronach, więc

te linije są do siebie w stosunku odwrotnym z ich częściami BG , BF , będącemi za kołem, ztąd mamy,

$$AB : BE = BF : BG.$$

Linija BE , składa się z dwóch części BC i CE , aże $CE = AC$ jako promienie koła jednego, przeto $BE = BC + AC$; linija $BF = BC - CF$, aże $CF = AC$, jako promienie, więc $BF = BC - AC$; linija $BG = BD - DG$, aże $DG = AD$, zatem $BG = BD - AD$; kładąc te wartości za BE , BF , BG , w wyższą proporcją, wypada :

$$AB : BC + AC = BC - AC : BD - AD.$$

Co do drugiego (fig. 16). Niech będzie trójkąt ABC , z wierzchołką kąta C , spuszcza my prostopadłą CD na przedłużenie boku AB , mamy dowieść, że będzie

$$AB : BC + AC = BC - AC : BD + AD.$$

Dowód. Z wierzchołką kąta C , z którego spuściliśmy prostopadłą, zakreślam koło, biorąc za promień bok przyległy mniejszy AC ; przedłużam boki AB , BC , aż do przecięcia się z okręgiem koła w punktach G i E ; linije BG , BE , wychodząc z jednego punktu wziętego za okręgiem koła, i przecinając okrąg koła po obu stronach, mają się do siebie w stosunku odwrotnym z ich częściami BA , BF , będącemi za kołem, to jest

$$BG : BE = BF : BA.$$

Linija BE składa się z dwóch części BC i CE , aże $CE = AC$, jako promienie koła jednego, przeto $BE = BC + AC$; linija $BF = BC - CF$, aże $CF = AC$ jako promienie, więc $BF = BC - AC$; linija BG , składa się z dwóch części $BD + DG$, aże $DG = DA$, zatem $BG = BD + AD$; kładąc wyprowadzone te wartości za BE , BF , BG , w wyższą proporcją, otrzymujemy.

$$BD + AD : BC + AC = BC - AC : AB$$

czyli, odmieńając miejscę wyrazóm skrajnym

$$AB : BC + AC = BC - AC : BD + AD.$$

65. Znany już stosunki zachodzące między bokami trójkąta, a linijami trygonometrycznymi kątów tegoż trójkąta, więc możemy przystąpić do rozwiązywania trójkątów, to jest do szukania w nich rzeczy niewiadomych z trzech wiadomych. Pokazaliśmy (5), że w trójkącie prostokreślnym na znalezienie którejkolwiek rzeczy niewiadomej trzeba mieć trzy wiadome, między którymi bok jeden przynajmniej znajdować się powinien. Z wiadomych samych kątów nie oznaczymy wielkości trójkąta, znajdziemy tylko stosunek między jego bokami; bo mając wiadome kąty, znajdziemy z tablic ich wstawy, a stosunek między temi wstawami, jak wiemy z twierdzenia pierwszego (56), jest równy stosunkowi między bokami przeciwnymi.

Wiadome trzy rzeczy w trójkącie być mogą:

1o, jeden bok i dwa kąty którekolwiek :

E

2re, dwa boki i kąt jeden którykolwiek, więc może być albo kąt niezawarty między bokami, albo zawarty;
3cie, trzy boki.

66. Do rozwiązania przypadku pierwszego, i pierwszej części przypadku drugiego służy twierdzenie pierwsze; do rozwiązania drugiej części przypadku drugiego używa się twierdzenie drugie, a do rozwiązania przypadku trzeciego bierze się ku pomocy twierdzenie trzecie. Obaczmy ciąg postępowania w każdym razie.

67. *Mając w trójkącie bok jeden i dwa kąty którekolwiek wiadome, trzeba znaleźć kąt trzeci i dwa inne boki.* fig. 17.

Niech będzie trójkąt ABC , w którym zakładamy wiadomy bok AB i kąty A i B , trzeba znaleźć kąt C i boki AC i CB .

Kąt C znajdziemy odciągając sumę dwóch kątów wiadomych A i B , od dwóch kątów prostych. Boki zaś AC i CB , otrzymamy układając na fundamencie twierdzenia pierwszego, proporcye w ten sposób, aby jeden tylko bok niewiadomy wchodził do proporcyi; i tak na znalezienie boku AC , ułożymy proporcya, wst $C : \text{wst } B = AB : AC$; na znalezienie boku BC , proporcya, wst $C : \text{wst } A = AB : BC$. rozwiązawszy te proporcye, znajdziemy szukane boki.

68. *Mając wiadome dwa boki i kąt niezawarty między niemi, znaleźć dwa inne kąty i bok trzeci.* fig. 17.

Niech będzie trójkąt ABC , w którym zakładamy wiadome boki AB , AC , i kąt B , trzeba znaleźć kąty A i C , i bok EC .

Od znalezienia boku BC , zacząć nie można, ponieważ kąt jemu przeciwny A nie jest wiadomy, przeto zaczynamy od szukania kąta C , układając podług twierdzenia pierwszego proporcya $AC : AB = \text{wst } B : \text{wst } C$; rozwiązawszy ją znajdziemy kąt C , który jeśli razem z kątem B odejmiemy od dwóch kątów prostych, otrzymamy kąt A ; mając kąty, wyprowadzimy wartość boku BC , jak w przypadku poprzedzającym z proporcyi,

wst $C : \text{wst } A = AB : BC$; albo wst $B : \text{wst } A = AC : BC$.

69. Lecz jeśli bok AC (fig. 18.) przeciwny kątowi B , jest mniejszy od boku AB przyległego temuż kątowi B , w rozwiązywaniu takiego trójkąta zachodzi wątpliwość, albowiem są dwa trójkąty zupełnie różne od siebie, które mają też same rzeczy dane; bo wzięwszy za promień bok AC i z punktu A jako ze środka koła, przecięwszy bok BC przedłużony w punkcie E , tworzą się dwa różnej wielkości trójkąty ABC , ABE , w których jednak kąt B jest spólny, bok temu kątowi przyległy AB spólny, i bok AC przeciwległy kątowi B w trójkącie ABC , jest równy bokowi AE przeciwległemu temuż kątowi B w trójkącie ABE . Dla równości boków AC , AE , kąt E jest równy kątowi ACE , aże kąt ACE , z kątem ACB czyni dwa ką-

ty prosté, więc i kąt E z kątem ACB czyni dwa kąty prosté, zatem ich wstawy są równé; więc z proporcji $AC : AB = \text{wst } B : \text{wst } C$, którą układamy na znalezienie kąta przeciwného bokowi AB , otrzymujemy, albo kąt C , albo kąt E ; przeto zachodzi wątpliwość, który z tych dwóch kątów brać należy, gdyż biorąc kąt ACB , wypada rozwiązywać trójkąt ACB , biorąc zaś kąt E , trzeba rozwiązywać trójkąt AEB . Dla uniknięcia téj wątpliwości, należy koniecznie wiedzieć, jakięgo gatunku jest kąt zawarty między bokiem przeciwnym danému kątowi, a bokiem który nie jest dany; jeżeli jest rozwarty, trzeba brać trójkąt ACB , jeżeli zaś jest ostry, należy uważać trójkąt AEB .

70. Mając wiadome dwa boki i kąt zawarty między niemi, znaleźć dwa inne kąty i bok trzeci. (fig. 17.)

Niech będą w trójkącie dane boki: AB , AC i kąt A , trzeba znaleźć kąty B , C , i bok BC .

W tym przypadku nie możemy użyć pierwszego twierdzenia, bo kątowi danému bok przeciwny nie jest wiadomy, lecz udajemy się do twierdzenia drugiego, i układamy proporcją

$$AB + AC : AB - AC = \text{sty } \frac{C+B}{2} : \text{sty } \frac{C-B}{2}$$

w téj proporcji trzy wyrazy początkowe są wiadome, bo mając boki AB i AC , będziemy mieli ich summę i różnicę,

kąt zaś $\frac{C+B}{2}$, to jest połowę summy kątów C i B , znajdziemy

odeciągając dany kąt A , od dwóch kątów prostych, i resztę dzieląc przez 2; więc otrzymamy z téj proporcji

kąt $\frac{C-B}{2}$, to jest połowę różnicy między kątami C i B ; mając

połowę summy i połowę różnicy kątów C i B , znajdziemy kąt większy C dodając do połowy summy połowę

różnicy, a przeciwnie, odejmując połowę różnicy od połowy summy, otrzymamy kąt mniejszy B . Mając wszystkie

kąty, znajdziemy bok BC , podług twierdzenia 1go sposobem wyżej podanym (67), układając np. proporcją:

$$\text{wst } C : \text{wst } A = AB : BC.$$

Jeżeli wiadome boki AB i AC są równé; kąty C i B są także równé, więc odjąwszy kąt A od dwóch kątów prostych, otrzymamy summę kątów C i B , podzieliwszy ją przez dwa, znajdziemy kąt B , lub C .

71. Mając w trójkącie wiadome wszystkie trzy boki, znaleźć wszystkie trzy kąty. (fig. 15 i 16)

Niech np. w trójkącie ABC będą wiadome boki AB , AC , BC ; trzeba znaleźć kąty A , B , C .

Z wierzchołka którégokolwiek kąta np. C , spuszczam prostopadłą CD , na bok jemu przeciwny AB , może ona przypadać albo na sam bok, albo na jego przedłużenie.

Co do 1go. (fig. 15) Jeżeli prostopadła CD przypada na sam bok AB , znajdziemy przez 5cie twierdzenie różnicę ucinków, że w tym razie bok AB , na który prostopadła spuszczonej została, jest summą ucinków, więc połowę różnicy znalezionej dodawszy do połowy boku AB , otrzymamy uciniek większy BD ; odjąwszy połowę różnicy znalezionej od połowy boku AB , otrzymamy uciniek mniejszy AD . Przeto w małych trójkątach ADC , BDC , mając po dwa boki wiadome i po jednym kącie wiadomym prostym D , znajdziemy podług liczby 68 kąty A i B , a ztąd otrzymamy kąt C ; albo z któregokolwiek małego trójkąta np. ADC , znalazłszy kąt A , w całym trójkącie ABC , mając wszystkie trzy boki i kąt A podług liczby 68 znajdziemy kąty B i C .

Co do 2go. (fig. 16) Jeżeli prostopadła CD przypada na przedłużenie boku AB , znajdziemy przez trzecie twierdzenie summę ucinków, że w tym razie bok AB , na który spuściliśmy prostopadłą, jest różnicą ucinków, więc do połowy summy znalezionej dodawszy połowę boku AB , otrzymamy uciniek większy DB , odjąwszy zaś od połowy summy znalezionej połowę boku AB , znajdziemy uciniek mniejszy DA . Przeto w trójkącie DCB mając boki BC , BD i kąt prosty D , znajdziemy kąt B ; w trójkącie DCA , mając boki wiadome DA , AC i kąt prosty D , znajdziemy kąt DAC , który odjąwszy od dwóch kątów prostych, otrzymamy kąt CAB , a ztąd i kąt ACB ; albo jeżeli z któregokolwiek prostokątnego trójkąta wyprowadzimy kąt A , lub B ; wtedy w całym trójkącie ABC mając wiadome boki i kąt A , lub B , znajdziemy podług liczby 68 dwa inne kąty (f).

(f) Mając wiadome trzy boki w trójkącie, możemy nie spuszczając prostopadłej i nie szukając ucinków, znaleźć kąt którykolwiek przez proporcję następną: jak się ma podwojna mnogość z boków obejmujących kąt szukany, do summy kwadratów z tychże boków zmniejszonej kwadratem z boku przeciwnego, tak się ma promień, do dostawy kąta szukanego, i tak w trójkącie ABC szukając kąta A , ułożymy proporcję:

$$2 \times AB \times AC : AB^2 + AC^2 - BC^2 = P : \text{dosta } A,$$

rozwiązawszy ją znajdziemy kąt A ; lecz w użyciu tej proporcji, ta jest niedogodność, iż wartości wyrazu $AB^2 + AC^2 - BC^2$ musimy szukać przez proste działania arytmetyczne, nie mogąc użyć logarytmów; z tego powodu dogodniej jest używać innej proporcji wynikającej z pierwszej, dla ułożenia której robimy summę ze wszystkich boków trójkąta, od połowy tej summy odciągamy osobno każdy z boków obejmujących kąt szukany, z dwóch reszt otrzymanych, robimy mnogość i układamy proporcję; iak się ma mnogość z dwóch boków obejmujących kąt szukany, do mnogości z dwóch reszt wyrażonych, tak się ma kwadrat z promienia, do kwadratu ze wstawy połowy kąta szukanego; szukając np. kąta A , i summę wszystkich boków nazywając jedną literą S , będziemy mieli

72. W ostatnim przypadku, używając twierdzenia 5go, wypada na czwarty wyraz proporcji różnica albo summa ucinków; dla poznania co wyraz 4ty będzie oznaczał, uważamy, że kiedy prostopadła przypada na sam bok, ten bok jest summą ucinków, i w tym razie wyraz czwarty oznacza ich różnicę, która koniecznie jest mniejszą od summy ucinków, a zatem od boku, na który prostopadła jest spuszczone; kiedy zaś prostopadła przypada na przedłużenie boku, ten bok jest różnicą ucinków, a wyraz czwarty proporcji znaczy ich summę, która będąc większą od ich różnicy, jest większą od boku, na który prostopadła jest spuszczone; aże ten bok w każdym razie jest pierwszym wyrazem proporcji, więc wypada, że jeżeli czwarty wyraz proporcji jest mniejszy od pierwszego, będzie on różnicą ucinków, to jest prostopadła przypadnie na bok; jeżeli zaś czwarty wyraz większy jest od pierwszego, będzie on summą ucinków, to jest prostopadła przypada na przedłużenie boku.

73. Jeżeli zaś czwarty wyraz w proporcji, wypada równy bokowi, na któryśmy prostopadłą spuścili, to pokazuje, że ucinków nie ma żadnych, a przeto jeden bok trójkąta jest prostopadły do tego boku, na który wypadło spuszczać prostopadłą; zatem kąt między nimi zawarty jest prosty, więc dwa inne wynajdą się podług twierdzenia pierwszego, jak widzieliśmy pod liczbą 68.

$$AB \times AC : (\frac{1}{2}S - AB)(\frac{1}{2}S - AC) = P^2 : \text{wst}^2 \frac{1}{2}A;$$

albo też można używać jeszcze innej proporcji; na ten koniec od połowy summy boków wszystkich odejmujemy bok przeciwny kątowi szukanemu, i robimy mnogość z téj reszty przez połowę summy boków, potem układamy proporcją: jak się ma mnogość z boków obejmujących kąt szukany, do rzeczonej wyżej mnogości, tak się ma kwadrat z promienia, do kwadratu z dostawy kąta szukanego: np. szukając kąta A i summę wszystkich boków kładąc S , będzie

$$AB \times AC : \frac{1}{2}S(\frac{1}{2}S - BC) = P^2 : \text{dosta}^2 \frac{1}{2}A.$$

Którąkolwiek z dwóch ostatnich proporcji rozwiązawszy, otrzymamy połowę kąta A , a ztąd i cały kąt A ; lecz ponieważ wstawy kątów bliskich prostego, czyli dostawy kątów bardzo ostrych nie wiele się różnią od wstaw i dostaw odpowiednie im przyległych, wstawy zaś kątów bardzo ostrych, czyli dostawy kątów przystępujących do prostego (znacznie mają różnicę od wstaw i dostaw odpowiednie im przyległych, przeto aby w braniu kątów odpowiednich nie popełnić omyłki, należy, gdy kąt szukany jest bliski prostego, brać proporcją ostatnią, gdy zaś jest bardzo ostry, udać się do proporcji wyższej, przez którą wstawa się wynajduje.

Te wszystkie proporcje przez Algebrę tylko mogą być wyprowadzone. Wywod ich znaleźć można w dziełach *Trigonometrie par Cagnoli traduite de l' Italien par Chompre 2 edit: 1808 art. 576, 578, 579* *Traité elem. de Trigonometrie par Lacroix 5 edit. 1810 art. 58*

74. Jeżeli dwa boki obejmujące kąt, z którego wierzchołek spuszczona jest prostopadła, są równe między sobą, w tym razie prostopadła dzieli bok na dwie równe części, zatem ucinki są równe i wiadome, bo każdy z nich jest połową boku.

75. W pierwszym i drugim przypadku, między kątami danymi może być kąt prosty, wtedy, nie używając twierdzenia 1go i 2go, możemy niewiadome rzeczy wynaleść przez proporcye, któreśmy z dostrzeżonych stosunków między bokami trójkąta prostokątnego a linijami trygonometrycznemi kątów tegoż trójkąta, wyprowadzili pod liczbami 59 i 60. I tak w przypadku 1ym.

Jeżeli mamy wiadome bok jeden i dwa kąty między którymi jeden jest prosty. fig. 12.

Skoro mamy dwa kąty, tém samym mamy i kąt trzeci, można więc uważać, że wszystkie trzy kąty są już wiadome z założenia; a kąt B jest prosty. Bok zaś wiadomy może być którykolwiek, albo AB , albo BC , albo AC .

10d. Jeżeli wiadomy jest bok AB , na znalezienie boków BC i AC , użyjemy proporcji (A) i (B) wyprowadzonych pod liczbą 59, przemieniając tylko w nich stosunki, dla położenia wyrazu szukanego na miejscu czwartym, to jest:

$$P: \text{sty } A = AB : BC; \quad P: \text{sie } A = AB : AC.$$

2re. Jeżeli wiadomy jest bok BC , na znalezienie boków AB , i AC , użyjemy tychże samych proporcji co wyżej, uważając boki względem kąta C , jak pierwiej uważaliśmy względem kąta A , to jest:

$$P: \text{sty } C = BC : AB; \quad P: \text{sie } C = BC : AC.$$

3cie. Jeżeli wiadomy jest bok AC , na znalezienie dwóch ramion AB i BC , użyjemy proporcji (59, B), odmieniając tylko miejsce wyrazóm tak, aby wyraz niewiadomy wypadł na miejscu czwartém, i stosując raz do kąta A , drugi raz do kąta C , to jest:

$$\text{sie } A : P = AC : AB; \quad \text{sie } C : P = AC : BC.$$

Moglibyśmy w tym razie użyć proporcji (59, C) odmieniając miejsce wyrazóm dla umieszczenia niewiadomego wyrazu na miejscu czwartém, i stosując raz do kąta A , drugi raz do kąta C , to jest

$$\text{sie } C : \text{sty } C = AC : AB; \quad \text{sie } A : \text{sty } A = AC : BC.$$

Lecz, jak widocznie się okazuje, więcj byłoby roboty, bo na miejscu promienia będącego drugim wyrazem w proporcjach wyższych, mamy w proporcjach ostatnich styczną, której logarytmu szukaćby należało.

76. Jeżeli wiadome są dwa boki i kąt prosty niezawarty między niemi.

Dane są np. kąt prosty B , i boki AB , i AC ; trzeba znaleźć kąty A i C , i bok BC .

Na znalezienie kąta A , weźmiemy proporcją (59, B .)

$AB : AC = P : \text{sie } A$; znaleziony kąt A , odjawszy od kąta prostego, otrzymamy kąt C . Na znalezienie zaś boku BC użyjemy proporcji (59. A .) w której przełożywszy wyrazy mamy: $P : \text{sty } A = AB : BC$.

77. Gdy są wiadome dwa boki i kąt prosty między niemi zawarty.

Niech będą np. wiadome boki AB , BC , i kąt prosty B ; trzeba znaleźć kąty A i C , i bok AC .

Zaczynamy od szukania kąta, biorąc proporcją (59. A .) $AB : BC = P : \text{sty } A$; znaleziony z téj proporcji kąt A , odjawszy od prostego, będziemy mieli kąt C .

Bok zaś AC otrzymamy z proporcji (59. B .) po przełożeniu stosunków, to jest z proporcji, $P : \text{sie } A = AB : AC$. Ten sam bok AC , moglibyśmy znaleźć bez pomocy trygonometrii, dodając w jedną sumę kwadraty z obu ramion kąta prostego AB , BC , i z téj summy wyciągając pierwiastek kwadratowy; lecz takowy sposób dłuższy jest od trygonometrycznego.

78. Umiejąc rozwiązywać trójkąty prostokątne, moglibyśmy trójkąt mający wiadome dwa boki i kąt między niemi zamknięty ostry lub rozwarty, rozwiązać bez pomocy drugiego twierdzenia, dzieląc go przez prostopadłą na bok wiadomy z wierzchołka kąta przeciwnego spuszczone na dwa trójkąty prostokątne, a potem każdy z nich osobno rozwiązując. Zakładamy np. w trójkącie ABC , (fig. 17) wiadome dwa boki AB , AC , i kąt A ; dla znalezienia kątów B i C , i boku BC , prowadzę na bok wiadomy AB , prostopadłą CD ; mamy przez to dwa trójkąty prostokątne ACD , DCB . W trójkącie ACD , mając bok AC i kąty A i D wiadome, znajdziemy albo podług przypadku 1go (67), albo podług liczby 75, boki AD , DC ; odejmując AD od AB , otrzymamy bok DB ; przeto w trójkącie DBC , mając wiadome boki DB i DC , i kąt prosty, znajdem sposobem wyłożonym w liczbie 77, najprzód kąt B , a potem bok BC . Mając w całym trójkącie ABC , wiadome kąty A i B , odciągając ich sumę od dwóch kątów prostych, otrzymamy trzeci kąt C . Lecz postrzegamy, że ten sposób jest nierównie dłuższy od sposobu zwyczajnego (70), bo używając go, mamy do rozwiązania cztery proporcje, gdyż szukamy ucinku AD , i wysokości CD , których, idąc sposobem zwyczajnym znajdować nie mamy potrzeby:

79. Znamy już sposoby rozwiązywania jakichkolwiek trójkątów we wszystkich przypadkach, obaczmy teraz, jak w każdym z tych przypadków należy postąpić szukając powierzchni trójkąta. Do znalezienia jej trzeba mieć wiadomą podstawę i wysokość. Za podstawę najlepiej jest uważać którykolwiek z boków danych, wtedy wysokością

będzie prostopadła na ten bok z wierzchołka kąta jemu przeciwnego spuszczone, którą należy wyznaleść.

Znaleść powierzchnię trójkąta mając wiadomy bok jeden i dwa kąty. (fig. 17).

Niech będzie dany bok AB , i dwa kąty A i B , które mając znamy i kąt trzeci C .

Bok wiadomy AB biorę za podstawę, prostopadła nań z kąta C spuszczone CD będzie wysokością trójkąta, znajdziemy ją albo z trójkąta ACD , albo DCB ; np. z trójkąta ACD ; lecz w nim mamy kąty, a żadnego nie mamy boku, dla tego najprzód z trójkąta ACB szukam boku AC przez proporcją,
 $wst C : wst B = AB : AC$;

potém w trójkącie ACD z wiadomego boku AC i wszystkich kątów wiadomych znajdziemy CD , przez proporcją,
 $P : wst A = AC : CD$;

mając zaś w trójkącie podstawę AB , i wysokość CD , otrzymamy jego powierzchnię sposobem wiadomym, to jest biorąc połowę mnogości z podstawy przez wysokość.

Lecz w tym razie nie znajdując nawet wartości boku AC , i prostopadłej CD , możemy znaleźć powierzchnię trójkąta: na ten koniec wyprowadzone wyżej proporcje składowamy, to jest mnożymy jedną przez drugą, z kąd wypada
 $P \times wst C : wst A \times wst B = AB \times AC : CD \times AC$.

dzieląc oba wyrazy drugiego stosunku przez AC , a potém mnożąc przez $\frac{AB}{2}$ otrzymujemy :

$$P \times wst C : wst A \times wst B = \frac{AB^2}{2} : \frac{AB \times CD}{2}$$

ażé $\frac{AB \times CD}{2}$, znaczy powierzchnią trójkąta ABC , więc

$$P \times wst C : wst A \times wst B = \frac{AB^2}{2} : \text{Powierzch. } ABC.$$

$$\text{z tąd Pow. } \text{troj. } ABC = \frac{AB^2 \times wst A \times wst B}{2 \times P \times wst C}$$

co pokazuje, że dla znalezienia powierzchni trójkąta, trzeba kwadrat z jego podstawy, rozmnożyć przez mnogość ze wstaw kątów przyległych podstawie, i całą tę mnogość rozdzielić przez podwojną mnogość z promienia przez wstawę kąta przeciwnego podstawie.

§o. *Znaleść powierzchnię trójkąta, mając wiadome dwa boki i kąt jeden niezawarty między niemi. fig. 17.*

Niech będą wiadome boki AB, AC i kąt C .

Biorę za podstawę bok którykolwiek wiadomy np. AB , i spuszczam nań prostopadłą CD ; dla znalezienia jej uważam trójkąt prostokątny, w którym bok jest wiadomy, jakim jest trójkąt ACD ; lecz w nim mamy tylko bok AC , i kąt prosty D , a nie mamy kąta A przeciwnego prostopadłej CD ;

dla otrzymania go szukam najprzód kąta B z trójkąta ACB przez proporcją

$$AB : AC = \text{wst } C : \text{wst } B;$$

mając wiadomy dany kąt C i znaleziony B , mamy tém samym wiadomy i kąt A , jako spełnienie summy kątów B i C do dwóch kątów prostych; więc w trójkącie ACD , dla znalezienia wysokości układam proporcją

$$P : \text{wst } A = AC : CD;$$

otrzymawszy wysokość CD i mając daną podstawę AB , znajdziemy powierzchnię trójkąta sposobem zwyczajnym.

W tym razie nie szukając wysokości CD , powierzchni znaleźć nie możemy.

81. Znaleść powierzchnię trójkąta, mając wiadome dwa boki, i kąt zawarty między niemi.

Niech będą wiadome boki AB , AC , i kąt A . Obieram za podstawę, którykolwiek bok wiadomy, np. AB ; prowadzę wysokość CD ; znajdziemy ją z trójkąta ACD , w którym mamy bok AC i wszystkie kąty wiadome, przez proporcją

$$P : \text{wst } A = AC : CD;$$

znalazłszy wysokość CD , a podstawę AB mając daną, otrzymamy powierzchnię trójkąta wiadomym sposobem.

Lecz w tym razie można nie szukając wysokości CD , otrzymać powierzchnię trójkąta; na ten koniec w poprzedzającej proporcji oba wyrazy drugiego stosunku mnożę

przez $\frac{AB}{2}$, z czego otrzymuję

$$P : \text{wst } A = \frac{AB \times AC}{2} : \frac{AB \times CD}{2}$$

ażę mnogość $\frac{AB \times CD}{2}$, znaczy powierzchnią trójkąta ABC , przeto:

$$P : \text{wst } A = \frac{AB \times AC}{2} : \text{Pow. troj. } ABC.$$

$$\text{z tąd Pow. troj. } ACB = \frac{\text{wst } A \times AC \times AC}{2 \times P}$$

co pokazuje iż dla znalezienia powierzchni trójkąta, trzeba mnogość z dwóch jego boków rozmnożyć przez wstawę kąta między temi bokami zawartego, a całą mnogość z tąd wypadającą podzielić przez podwojny promień.

82. Znaleść powierzchnię trójkąta mając wiadome wszystkie trzy boki.

W takowym razie, najprzód przez twierdzenie przybrane, podług sposobu wyżej podanego (71) szukam ucinków zrobionych przez prostopadłą, potem w którymkolwiek z prostokątnych trójkątów znajduję wysokość, a z tąd przychodzę do powierzchni całego trójkąta (g).

(g) Możemy znaleźć wysokość trójkąta z wiadomych jego trzech bo-

Przykłady rozwiązywania trójkątów.

83. Przykład do liczy 67. Niech w trójkącie ABC (fig. 17) będą wiadome: bok $AB = 123,4$ przętóm, kąt $A = 65^{\circ} 43' 20''$, kąt $B = 54^{\circ} 32' 10''$; trzeba znaleźć kąt C , i boki AC i BC .

Szukamy kąta C — Kąt $A = 65^{\circ} 43' 20''$.
 $B = 54^{\circ} 32' 10''$.

Summa kątów A i $B = 120^{\circ} 15' 30''$.

tę summę odejmując od 180°

zostaje kąt $C = 59^{\circ} 44' 30''$.

Szukamy boku AC . Mamy proporcya; wst $C : \text{wst } B = AB : AC$,
 to jest, wst $(59^{\circ} 44' 30'') : \text{wst } (54^{\circ} 32' 10'') = 123,4 : AC$.

Log. $123,4 = 2,091315$

Log. wst $(54^{\circ} 32' 10'') = 9,910881$

dop. Log. wst $(59^{\circ} 44' 30'') = 0,063606$

Log. $AC = 2,065802$

Log. $116,3 = 2,065580$

222

$373 : 222 = 1 : 0,6$; więc bok $AC = 116,36$ przętóm.

Szukamy boku BC . Mamy proporcya; wst $C : \text{wst } A = AB : BC$,
 to jest, wst $(59^{\circ} 44' 30'') : \text{wst } (65^{\circ} 43' 20'') = 123,4 : BC$.

Log. $123,4 = 2,091315$

Log. wst $(65^{\circ} 43' 20'') = 9,959787$

dop. Log. wst $(59^{\circ} 44' 30'') = 0,063606$

Log. $BC = 2,114708$

Log. $150,2 = 2,114611$

97

$333 : 97 = 1 : 0,29$; więc bok $BC = 150,29$ przętóm.

84. Przykład do liczy 68. Niech w trójkącie ABC (fig. 17) będą wiadome, bok $AC = 234,5$ przętóm, $AB = 345,6$ przętóm, kąt $C = 65^{\circ} 43' 20''$; trzeba znaleźć kąty A i B , i bok BC .

Szukamy kąta B . Mamy proporcya; $AB : AC = \text{wst } C : \text{wst } B$;
 to jest, $345,6 : 234,5 = \text{wst } (65^{\circ} 43' 20'') : \text{wst } B$.

ków bez pomocy trygonometrii, używając sposobu wyłożonego w Geometrii (Geom. Lhuili. C. I. liczb. 169). Można też w tym przypadku otrzymać powierzchnię trójkąta nie szukając wysokości; naten koniec biorę połowę summy trzech boków, odejmuję od niej następnie każdy bok, z trzech reszt pozostałych robię mnogość, i mnożę ją przez połowę summy boków; z tej ostatniej mnogości wyciągnięty pierwiastek kwadratowy okaże wielkość powierzchni trójkąta. W trójkącie np. ABC , summę wszystkich trzech boków nazywając S ; będzie

$$\text{pow. troj } ABC = \sqrt{\frac{1}{2}S(\frac{1}{2}S - AB)(\frac{1}{2}S - AC)(\frac{1}{2}S - BC)}$$

Traité élém. de Trigonométrie par Lacroix 5e édit. a Paris 1810 art. 64.

$$\begin{aligned} \text{Log. wst } (65^\circ 45' 20'') &= 9,959787 \\ \text{Log. } 234,5 &= 2,370143 \\ \text{dopeł. Log. } 345,6 &= 7,461426 \\ \text{Log. wst } B &= 9,791356 \\ \text{Log. wst } (38^\circ 12') &= 9,791275 \\ & \underline{81} \end{aligned}$$

161 : 81 = 60'' : 20''; więc kąt $B = 38^\circ 12' 20''$.

Szukamy kąta A. Kąt $C = 65^\circ 43' 20''$.
kąt $B = 38^\circ 12' 30''$.

summa kątów B i $C = 103^\circ 55' 50''$.

odejmując tę summę od 180° zostaje kąt $A = 76^\circ 4' 10''$.

Szukamy boku BC. Mamy proporcją: $\text{wst } C : \text{wst } A = AB : BC$,
to jest, $\text{wst } (65^\circ 43' 20'') : \text{wst } (76^\circ 4' 10'') = 345,6 : BC$.

$$\text{Log. wst } (76^\circ 4' 10'') = 9,987035$$

$$\text{Log. } 345,6 = 2,538574$$

$$\text{dop. Log. wst } (65^\circ 43' 20'') = 0,040213$$

$$\text{Log. } BC = 2,565822$$

$$\text{Log. } 367,9 = 2,565730$$

92

118 : 92 = 1 : 0,7; więc bok $BC = 367,97$ przętóm.

85. *Przykład do liczby 70.* Niech w trójkącie ABC (fig. 14) będą wiadomé bok $AB = 345,6$ przętóm, bok $AC = 456,7$ przętóm, kąt $A = 76^\circ 54' 30''$.

Szukamy kątów B i C. Mamy proporcją

$$AC + AB : AC - AB = \text{sty } \frac{1}{2}(B + C) : \text{sty } \frac{1}{2}(B - C).$$

$$AC + AB = 456,7 + 345,6 = 802,3$$

$$AC - AB = 456,7 - 345,6 = 111,1$$

$$B + C = 180^\circ - 76^\circ 54' 30'' = 103^\circ 5' 30''; \frac{1}{2}(B + C) = 51^\circ 32' 45''.$$

przeto, $802,3 : 111,1 = \text{sty } (51^\circ 32' 45'') : \text{sty } \frac{1}{2}(B - C)$.

$$\text{Log. sty } (51^\circ 32' 45'') = 10,100108$$

$$\text{Log. } 111,1 = 2,045714$$

$$\text{dop. Log. } 802,3 = 7,095663$$

$$\text{Log. sty } \frac{1}{2}(B - C) = 9,241485$$

$$\text{Log. sty } (9^\circ 53') = 9,241118$$

367

$$747 : 367 = 60'' : 29'',47; \text{ więc } \frac{1}{2}(B - C) = 9^\circ 53' 29'',47$$

$$\text{przeto } B = 51^\circ 32' 45'' + 9^\circ 53' 29'',47 = 61^\circ 26' 14'',47$$

$$C = 51^\circ 32' 45'' - 9^\circ 53' 29'',47 = 41^\circ 39' 15'',53$$

Szukamy boku BC. Mamy proporcją; $\text{wst } C : \text{wst } A = AB : BC$,
to jest, $\text{wst } (41^\circ 39' 15'',53) : \text{wst } (76^\circ 54' 30'') = 345,6 : BC$.

$$\text{Log. } 345,6 = 2,538574$$

$$\text{Log. wst } (76^\circ 54' 30'') = 9,988563$$

$$\text{dop. Log. wst } (41^\circ 39' 15'',53) = 0,177417$$

$$\text{Log. } BC = 2,704554$$

$$\text{Log. } 506,4 = 2,704494$$

60

85 : 60 = 1 : 0,7; więc bok $BC = 506,47$ prętóm.

86. *Przykład do liczby 71.* Niech w trojkącie ABC (fig. 15), będą wiadomé boki, $AB = 125,4$ prętóm, $AC = 67,8$ prętóm, $BC = 89,1$ prętóm; trzeba znaleźć kąty A, B i C .

Na bok AB wyobrażamy spuszczoną prostopadłą CD .
Szukamy ucinków AD, DB .

Mamy proporcją $AB : BC + AC = BC - AC : BD - AD$.
 $BC + AC = 89,1 + 67,8 = 156,9$; $BC - AC = 89,1 - 67,8 = 21,3$;
przeto $125,4 : 156,9 = 21,3 : BD - AD$.

$$\text{Log. } 21,3 = 1,328580$$

$$\text{Log. } 156,9 = 2,195623$$

$$\text{dop. Log. } 125,4 = 7,908685$$

$$\text{Log. } (BD - AD) = 1,432688$$

$$\text{Log. } 27,08 = 1,432649$$

59

$160 : 59 = 1 : 0,24$; więc $BD - AD = 27,0824$

$$BD = \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}(BD - AD) = 61,7 + 13,5412 = 75,2412$$

$$AD = \frac{1}{2}AB - \frac{1}{2}(BD - AD) = 61,7 - 13,5412 = 48,1588$$

Szukamy kąta A . Mamy z troj. ACD ; $AC : AD = \text{Pro} : \text{wst} ACD$,
tojest, $67,8 : 48,1588 = \text{Pro} : \text{wst} ACD$.

$$\text{Log. Pro.} = 10,000000$$

$$\text{Log. } 48,1588 = 1,682676$$

$$\text{dop. Log. } 67,8 = 8,168770$$

$$\text{Log. wst} ACD = 9,851446$$

$$\text{Log. wst}(45^{\circ} 15') = 9,851372$$

74

$125 : 74 = 60'' : 35''$ więc kat $ACD = 45^{\circ} 15' 35'', 5$

przeto kat $A = 90^{\circ} - 45^{\circ} 15' 35'', 5 = 44^{\circ} 44' 24'', 5$

Szukamy kąta B . Mamy z troj. DCB ; $BC : BD = \text{wst} D : \text{wst} DCB$,
tojest $89,1 : 75,2412 = \text{Pro} : \text{wst} DCB$.

$$\text{Log. Pro.} = 10,000000$$

$$\text{Log. } 75,2412 = 1,876456$$

$$\text{dop. Log. } 89,1 = 8,050122$$

$$\text{Log. wst} BCD = 9,926578$$

$$\text{Log. wst. } (57^{\circ} 36') = 9,926511$$

67

$84 : 67 = 60'' 47'', 8$; więc kat $DCB = 57^{\circ} 36' 47'', 8$

przeto kat $B = 90^{\circ} - 57^{\circ} 36' 47'', 8 = 32^{\circ} 23' 12'', 2$

Szukamy kąta C . kat $ACD = 45^{\circ} 15' 35'', 5$

kat $DCE = 57^{\circ} 36' 47'', 8$

przeto kat $ACB = 102^{\circ} 52' 23'' 3$

87. *Przykład do liczby 75.* Niech w trojkącie ABC , będą wiadome bok $AB = 135,7$ prętóm, kat $A = 48^{\circ} 9' 10''$, kat B prosty; trzeba znaleźć kat C i boki BC, AC .

Szukamy kąta C . Kat $A = 48^{\circ} 9' 10''$; odejmując ten kat

od kąta prostego, to jest od 90° zostaje kąt $C = 41^\circ 51' 50''$
Szukamy boku BC. Mamy proporcya; $P : \text{sty } A = AB : BC$,
 to jest, $\text{Pro} : \text{sty } (48^\circ 9' 10'') = 135,7 : BC$.

$$\begin{aligned} \text{Log. } 135,7 &= 2,132580 \\ \text{Log. sty } (48^\circ 9' 10'') &= 10,047892 \\ & \underline{12,180472} \end{aligned}$$

$$\text{Log. Pro} = 10,000000$$

$$\text{Log. BC} = 2,180472$$

$$\text{Log. } 151,5 = 2,180415$$

więc bok $BC = 151,5$

Szukamy boku AC. Mamy proporcya; $P : \text{siecz } A = AB : AC$,
 to jest, $\text{Pro} : \text{sie } (48^\circ 9' 10'') = 135,7 : AC$.

$$\begin{aligned} \text{Log. Pro}^2 &= 20,000000 \\ \text{dop. Log. dosta } (48^\circ 9' 10'') &= 0,175779 \\ \text{Log. } 135,7 &= 2,132580 \\ & \underline{12,308359} \end{aligned}$$

$$\text{Log. Pro} = 10,000000$$

$$\text{Log. AC} = 2,308359$$

$$\text{Log. } 203,4 = 2,308351$$

więc bok $AC = 203,4$ przetóm.

88. *Przykład do liczby 76.* Niech w trójkącie ABC (fig. 12) będą wiadome boki $AB = 246,8$ przetóm, $AC = 357,9$ przetóm, i kąt A prosty; trzeba znaleźć kąty A i C , i bok BC ,
Szukamy kątów A i C. Mamy proporcya; $AB : AC = P : \text{sie } A$,

to jest, $246,8 : 357,9 = \text{Pro} : \text{Siecz } A$.

$$\begin{aligned} \text{Log. Pro} &= 10,000000 \\ \text{Log. } 357,9 &= 2,553762 \\ \text{dop. Log. } 246,8 &= 7,607655 \\ & \underline{10,161417} \end{aligned}$$

$$\text{Log. Siecz } A = 10,161417$$

ażé (30) $\text{Sie } A = \frac{\text{Pro}^2}{\text{dosta } A}$; ztąd $\text{dosta } A = \frac{\text{Pro}^2}{\text{Siecz } A}$

przeto $\text{log. dosta } A = \text{log. Pro}^2 - \text{log. Siecz } A$

to jest, $\text{log. dosta } A = 20 - 10,161417 = 9,838583$.

ażé $A \perp C = 90^\circ$, więc $\text{log. dost } A = \text{log. wst } C = 9,838583$

$$\text{log. wst } (43^\circ 35') = 9,838477$$

106

$133 : 106 = 60'' : 47'',8$; więc kąt $C = 43^\circ 35' 47'',8$

ztąd kąt $A = 90^\circ - 43^\circ 35' 47'',8 = 46^\circ 24' 12'',2$

Szukamy boku BC. Mamy proporcya; $P : \text{sty } A = AB : BC$,
 to jest, $\text{Pro} : \text{sty } (46^\circ 24' 12'',2) = 246,8 : BC$.

$$\begin{aligned} \text{Log. } 246,8 &= 2,392345 \\ \text{Log. sty } (46^\circ 24' 12'',2) &= 10,021283 \\ & \underline{12,413628} \end{aligned}$$

$$\text{Log. Pro} = 10$$

$$\text{Log. } BC = 2,413628$$

$$\text{Log. } 259, := \underline{2,413467}$$

161

167 : 161 = 1 : 0,9; więc bok $BC = 259,19$ prętóm.

89. *Przykład do liczby 77.* Niech w trójkącie ABC (fig. 12), będą wiadomé, bok $AB = 456,7$ prętóm, $BC = 345,6$ prętóm, i kąt prosty B ; trzeba znaleźć kąty A i C , i bok AC .

Szukamy kątów A i C . Mamy proporcya; $AB : BC = P : \text{sty } A$,
tojest, $456,7 : 345,6 = \text{Pro} : \text{sty } A$.

$$\text{Log. Pro} = 10,000000$$

$$\text{Log. } 345,6 = 2,538574$$

$$\text{dop. Log. } 456,7 = \underline{7,340369}$$

$$\text{Log. sty } A = 9,878943$$

$$\text{Log. sty } (37^\circ 6') = \underline{9,878691}$$

252

262 : 252 = $60'' : 57''$, 7; więc kąt $A = 37^\circ 6' 57''$, 7

a kąt $C = 90^\circ - 37^\circ 6' 57''$, 7 = $52^\circ 53' 2''$, 3.

Szukamy boku AC . Mamy proporcya; $P : \text{siecz } A = AB : AC$,
tojest, $\text{Pro} : \text{Siecz } (37^\circ 6' 57'' 7) = 456,7 : AC$.

$$\text{Log. Pro}^2 = 20,000000$$

$$\text{dop. Log. dosta } (37^\circ 6' 57'' 7) = \underline{0,098315}$$

$$\text{Log. sie } (37^\circ 6' 57'' 7) = 10,098315$$

$$\text{Log. } 456,7 = \underline{2,659631}$$

$$\text{Log. } AC = 2,757946$$

$$\text{Log. } 572,7 = \underline{2,757927}$$

19

76 : 19 = 1 : 0,2; więc bok $AC = 572,72$ prętóm.

90. *Przykład do liczby 79.* Mamy w trójkącie ABC , (fig. 17) tę samą wartość rzeczy danych, jaka była w liczbie 85; tojest, bok $AB = 123,4$, prętóm, kąt $A = 65^\circ 43' 20''$, kąt $B = 54^\circ 32' 10''$; trzeba znaleźć powierzchnią trójkąta.

Rozwiązanie. Na znalezienie wysokości CD , mamy

$P : \text{wst } A = AC : CD$; aże z liczby 83 $AC = 116,36$

przeto, $\text{Pro} : \text{wst } (65^\circ 43' 20'') = 116,36 : CD$.

$$\text{Log. } 116,36 = 2,065802$$

$$\text{Log. wst } (65^\circ 43' 20'') = \underline{9,959787}$$

12,025589

$$\text{Log. Pro} = 10.$$

$$\text{Log. wysokości } CD = \underline{2,025589}$$

$$\text{Log. podstawy } 123,4 = 2,091315$$

$$\text{dop. Log. } 2 = \underline{9,698970}$$

$$\text{Log. powierzchni } ABC = \underline{3,815874}$$

$$\text{Log. } 6544 = \underline{3,815843}$$

31

66 : 31 = 1 : 0,48, więc powierzchnia trójkąta $ABC = 6544,48$

albo tak. Mamy (79) Pow. tr. $ABC = \frac{AB^2 \times \text{wst } A \times \text{wst } B}{2 \times P \times \text{wst } C}$

to jest, Po. tr. $ABC = \frac{(123,4)^2 \times \text{wst}(65^{\circ} 54' 20'') \times \text{wst } 54^{\circ} 32' 10''}{2 \times \text{Pro} \times \text{wst}(59^{\circ} 44' 30'')}$

Log. $(123,4)^2 = 4,182630$

Log. $\text{wst}(65^{\circ} 43' 20'') = 9,959787$

Log. $\text{wst}(54^{\circ} 32' 10'') = 9,910881$

dop. Log. 2 = 9,698970

dop. $\text{wst}(59^{\circ} 44' 30'') = 0,063606$

Log. pow. troj. $ABC = 5,815874$; ten sam logarytm, jakiśmy otrzymali sposobem poprzedzającym.

91. *Przykład do liczby 80.* Weźmy w trójkącie ABC , tę samą wartość rzeczy wiadomych, jaką była dana w liczbie 84, to jest $AB = 345,6$ pretóm, $AC = 234,5$ pretóm, kąt $C = 65^{\circ} 43' 20''$; trzeba znaleźć powierzchnię trójkąta.

Rozwiązanie. Na znalezienie wysokości CD mamy $P : \text{wst } C = AC : CD$; aże z liczby 84 kąt $A = 76^{\circ} 4' 10''$, przeto $\text{Pro} : \text{wst}(76^{\circ} 4' 10'') = 234,5 : CD$.

Log. $234,5 = 2,370143$

Log. $\text{wst}(76^{\circ} 4' 10'') = 9,987035$

12,357178

Log. $\text{Pro} = 10$

Log. wysokości $CD = 2,357178$

Log. postawy $AB = 2,538574$

dop. Log. 2 = 9,698970

Log. pow. $ABC = 4,594722$

Log. $3932 = 3,594613$

109

111 : 109 = 1 : 0,982; więc pow. troj. $ABC = 39329,82$ pre. kw.

92. *Przykład do liczby 81.* Założmy w trójkącie ABC tę samą wartość rzeczy wiadomych, jaką była pod liczbą 85, to jest bok $AB = 345,6$ pretóm, $AC = 456,7$ pretóm, kąt $A = 76^{\circ} 54' 30''$; trzeba znaleźć powierzchnię trójkąta ABC .

Rozwiązanie. Na znalezienie wysokości CD mamy $P : \text{wst } A = AC : CD$, to jest, $P : \text{wst}(76^{\circ} 54' 30'') = 456,7 : CD$.

Log. $456,7 = 2,659631$

Log. $\text{wst}(76^{\circ} 54' 30'') = 9,988563$

12,648194

Log. $\text{Pro} = 10$

Log. wysokości $CD = 2,648194$

Log. podstawy $AB = 2,538574$

dop. Log. 2 = 9,698970



$$\text{Log. powierzchni } ABC = 4,885738$$

$$\text{Log. } 7686 = 3,885700$$

 58

57 : 38 = 1 : 0,666; więc pow. troj. $ABC = 76866,66$ prę. kw.

albo tak: Mamy (81), pow. troj. $ABC = \frac{AB \times AC \times \text{wst } A}{2 \times \text{Pro.}}$

tojest, Pow. troj. $ABC = \frac{345,6 \times 456,7 \times \text{wst } (76^{\circ} 54' 30'')}{2 \times \text{Pro.}}$

$$\text{dop. Log. } 2 = 9,698970$$

$$\text{Log. } 345,6 = 2,538574$$

$$\text{Log. } 456,7 = 2,659651$$

$$\text{Log. wst } (76^{\circ} 54' 30'') = 9,988563$$

$$\text{Log. pow. troj. } ABC = 4,885738$$

Ten drugi sposób w tém się różni tylko od sposobu pierwszego, iż według sposobu pierwszego, znajdujemy najprzód logarytm wysokości CD , dodając log. wst A , do log. AC , a potem do log. wysokości dodając logarytm połowy podstawy AB , znajdujemy logarytm powierzchni trojkąta; sposobem zaś drugim postępując, otrzymujemy za jednym razem logarytm powierzchni trojkąta, zbierając w jedną sumę log. wst A , log. AC , i log. połowy podstawy AB .

93. Przykład do liczby 82 Zakładamy w trojkącie ABC , (fig. 15 i 16) tę samą wartość rzeczy wiadomych, jaka była w liczbie 86, tojest bok $AB = 123,4$; $AC = 67,8$; $BC = 89,1$; trzeba znaleźć powierzchnią trojkąta ABC .

Rozwiązanie. Wysokość CD znajdziemy z któregośkolwiek trojkąta prostokątnego np. ACD przez proporcją, Pro : wst $A = AC : CD$.

Aże znaleźliśmy pod liczbą 86 kąt $A = 44^{\circ} 44' 24'' 5$,

przeto Pro : wst ($44^{\circ} 44' 24'' 5$) = 67,8 : CD

$$\text{Log. } 67,8 = 1,831230$$

$$\text{Log. wst } (44^{\circ} 44' 24'' 5) = 9,847506$$

$$11,678736$$

$$\text{Log. Pro} = 10.$$

$$\text{Log. wysokości } CD = 1,678736$$

$$\text{Log. podstawy } 123,4 = 2,091315$$

$$\text{dop. Log. } 2 = 9,698970$$

$$\text{Log. pow. troj. } ABC = 3,469021$$

$$\text{Log. } 2944 = 3,468938$$

 83

148 : 83 = 1 : 0,56; więc pow. troj. $ABC = 2944,56$ prę. kw.

OBJAŚNIENIE I UŻYWANIE

tablicy zamykającej LOGARYTMY liczb rozciągających się od 1 aż do 10000.

W TABLICY zamykającej logarytmy liczb od 1 aż do 10000, następujący układ jest zachowany:

1°. Na stronie 59tej na sześć kolumn czyli szeregów podzielonej umieszczone są logarytmy liczb całych, zaczawszy od 1 aż do 100: a to w ten sposób, iż *piérwsza, trzecia i piąta* kolumna liczby, *druga* zaś, *czwarta i szósta* logarytmy tymże liczbom odpowiadające zamyka.

2°. Tak na téj stronie, iako i na innych następnych, *cechy* logarytmom właściwé, nie są położone. Pamiętając atoli, iż *cecha logarytmu zawsze tyle jednostek mniej jedną w sobie zamykać powinna, ile znajduje się cyfer w téj liczbie, której logarytmu szukamy*; łatwo każdy logarytmowi znalezionemu przyzwoitą cechę dodać potrafi. I tak: liczbom rozciągającym się od 1 aż do 10, daje się za cechę 0; od 10 aż do 100, daje się 1; od 100 aż do 1000, daje się za cechę 2, i t. d.

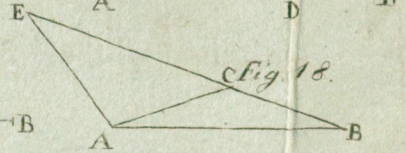
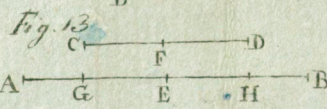
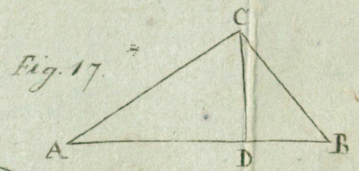
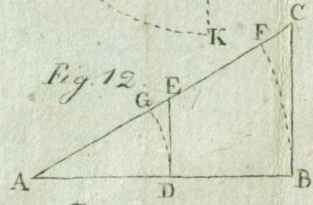
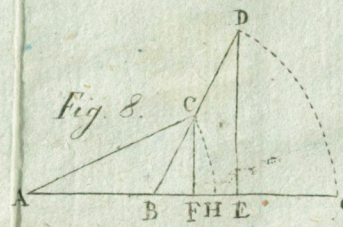
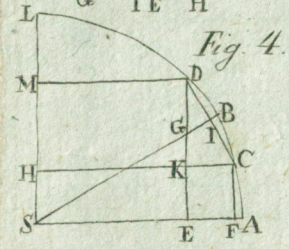
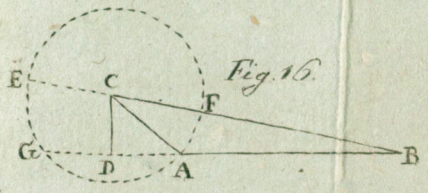
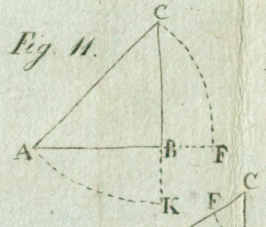
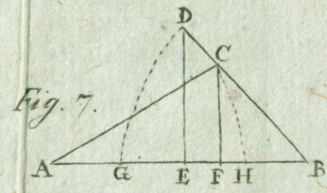
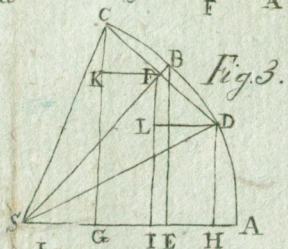
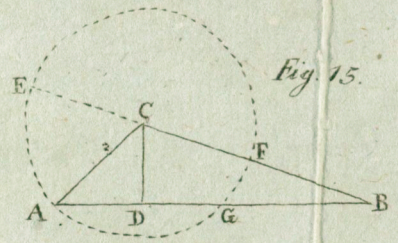
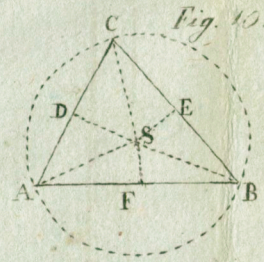
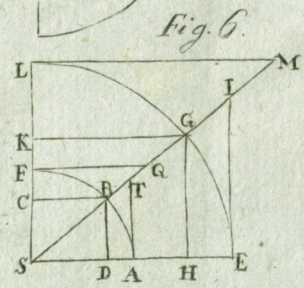
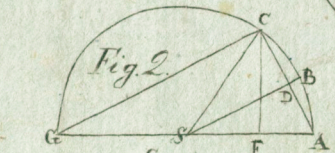
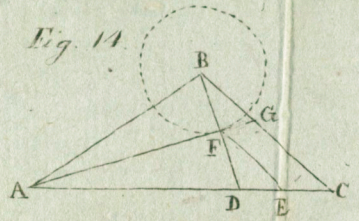
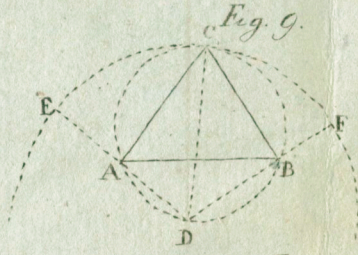
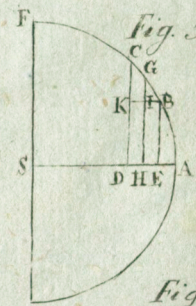
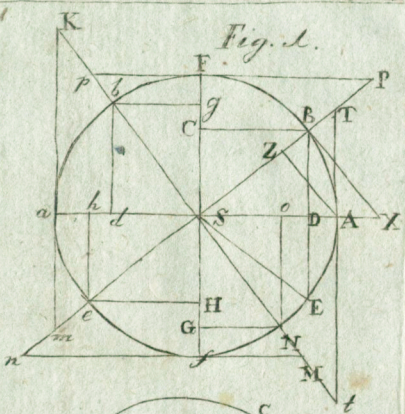
3°. Na 60tej, 61szej, 62giéj, i t. d. stronach znajdują się logarytmy liczb od 100 aż do 1000 rozciągających się, które służą oraz liczbom zawartym między 1000 i 10000.

Inne szczególności układowi tablicy téj właściwe, następujące używania objaśnia.

Używanie piérwsze. Znaleść logarytm liczby, granicy tablic nieprzechodącej, to jest: którą jedną, dwie, trzy, lub cztery cyfry w sobie zamyka.

1°. Jeżeli liczba, której logarytmu szukamy, z jednéj lub ze dwoch cyfer składa się, upatruję jęj w trzech strony 59tej kolumnach naznaczonych wyrazem *liczby*, a w przyległej kolumnie naznaczonej wyrazem *logarytmy*, znajduję obok liczby danéj, logarytmowe ułamki dziesiątne z sześciami tylko cyfer złożone (*), przed któremi, gdy położę przy-

(*) W innych tablicach logarytmowych ułamki dziesiątne pospolicie z siedmiu cyfer czyli znaków liczebných składają się, lecz że rachun-



zwoitą cechę, to jest: albo 0, albo 1, (podług tego, co się pod liczbą drugą powiedziało) będą miał logarytm żądany.

Np. Chcąc mieć logarytm liczby 19, znajduję 19 w pierwszej po lewej ręce podłużnej kolumnie strony 59tej; w drugiej zaś przyległej podłużnej kolumnie znajduję obok 19 leżące logarytmowe ułamki dziesiętne 278754, przed którymi położywszy przyzwoitą cechę, jak tu 1, będę miał logarytm 1, 278754 odpowiadający liczbie daniej 19. Podobnymże sposobem znajduję logarytm $45 = 1,653212$; logar. $66 = 1,819544$; logar. $79 = 1,897627$; i t. d.

2°. Jeżeli liczba dana ze trzech cyfer składa się, szukam w pierwszej po lewej ręce kolumnie podłużnej strony 60tej lub 61szej, 62giej, i t. d.; a w drugiej podłużnej zerem naznaczonej kolumnie téjże strony znajduję logarytm odpowiadający liczbie daniej, ale bez cechy jemu przynależącej, która w tym razie powinna być 2. *Np.* Aby mieć logarytm odpowiadający liczbie 103, znajduję na stronie 60tej obok liczby daniej logarytmowe ułamki dziesiętne 012837, przed którymi położywszy cechę 2, będę miał logarytm 2,012837 odpowiadający liczbie 103. Podobnież na téjże stronie znajduję logarytm $155 = 2,130334$; logarytm $148 = 2,170261$; na 61szej, znajduję logarytm $163 = 2,212188$; i t. d.

Szukając logarytmu liczby 107, znajduję obok niej ułamki dziesiętne ze czterech tylko cyfer złożone, to jest: 9384, do których gdy po lewej ręce przyłączę te dwie cyfry, które zaczynają najbliższy poprzedzający logarytm z sześciu cyfer złożony, a które od innych czterech tegoż najbliższego logarytmu cyfer małym odstępem są oddzielone, jak tu dwie cyfry 02, zaczynające logarytm liczby 105, będę miał logarytmowe ułamki dziesiętne także z sześciu cyfer złożone, 029384, tym przydawszy cechę 2, będzie logar. 107 $= 2,029384$. Podobnież na logarytm liczby 138, znajduję obok niej cztery cyfry 9879, do tych przyłączywszy po lewej ręce dwie cyfry 15, zaczynające najbliższy poprzedzający całkowity logarytm liczby 135, będę miał logar. 138 $= 2,139879$. Na stronie 68mej, na logarytm liczby 514, znajduję ułamki dziesiętne ze trzech tylko cyfer złożone 963, tym przydawszy po lewej ręce trzy cyfry 710, zaczynające najbliższy poprzedzający całkowity logarytm liczby 513; będzie logarytm $514 = 2,710963$. Tak sobie postępować trzeba z innemi każdą kolumny zerem nazna-

ki pospolite tak wielkiego przybliżenia nie potrzebują, z tablicy terazniejszej odrzucono siódmą, czyli pierwszą od ręki prawej cyfrę, gdzie jednak odrzucona cyfra większa była od 5, tam ostatnią pozostałą zawsze powiększono jednością. Przyczyna tego powiększenia zasadza się na własnościach ułamków dziesiętnych.

ezionej uławkami dziesiątnymi, w których dla uniknięcia kilkokrotnego powtarzania jednychże liczb, ostatnie tylko odmienne cztery lub trzy cyfry w tablicy są umieszczone.

3°. Gdy liczba, której logarytmu szukamy, ze czterech cyfer składa się; w tym razie trzy pierwsze cyfry oznaczające tysiące, sta i dziesiątki, w pierwszym po lewej ręce rzędzie podłużnym karty przyzwojtój, naznaczam sobie palcem jednej ręki; ostatnią zaś czyli czwartą danej liczby cyfrę, naznaczam drugiej ręki palcem w najwyższym rzędzie poprzecznym, w którym umieszczone są liczby początkowe następne od 0, do 9; prowadzę potem te palce, pierwszy wprzód przed się, drugi na dół prosto, póki się nie znijdą. W miejscu znijscia się palców, znajdę liczbę, albo ze czterech (jak na stronach 60tój, aż do 67mój, albo też ze trzech (jak na stronach od 68mój, aż do 77mój) cyfer złożoną, do której gdy przyłączę te dwie albo trzy cyfry, które się w drugim po lewej ręce rzędzie podłużnym, w jednéjże linii prostój z tamtými znajdują, a od innych czterech albo trzech małym odstępem są oddzielone, będę miał logarytmowe ułamki dziesiątne z sześciu cyfer złożone; przed temi położysz cechę 3, będę miał wiadomy logarytm liczby ze czterech cyfer złożonej.

I tak np. chcąc mieć logarytm liczby 1458; szukam trzech pierwszych cyfer 145, w pierwszym po lewej ręce rzędzie podłużnym strony 60tój; ostatniej zaś cyfry 8, szukam na téjże stronie w najwyższym rzędzie poprzecznym; posuwam palce tak, jak się powiedziało wyżej, a w zbiegu palców znajdę ułamki dziesiątne ze czterech cyfer złożone, 3758; do tych przyłączysz dwie cyfry 16, które na téjże stronie, w drugim po lewej ręce rzędzie podłużnym w jednéj linii z tamtými czteréma cyframi leżą, a od innych małym odstępem są oddzielone, będę miał ułamki dziesiątne z sześciu cyfer składające się 163758; a tak będzie logarytm liczby $1458 = 3,163758$.

Podobnie, aby znaleźć logarytm liczby 5157; najprzód ze trzema pierwszymi cyframi i ostatnią 7 postąpiwszy sobie tak jak się w poprzedzającym przykładzie wyłożyło, znajdę na stronie 68mój w miejscu znijscia się palców, ułamki dziesiątne ze trzech tylko cyfer złożone, 397; do których gdy przyłączę trzy cyfry 711, w drugim po lewej ręce rzędzie podłużnym obok 515 leżące, a od innych małym odstępem oddzielone, będę miał log. $5157 = 3,711397$.

Ten sam sposób postępowania zachowując, znajdę logarytm $3463 = 3,539453$; logar. $5569 = 3,745777$; logarytm $8949 = 3,951774$; i t. d.

Przestroga. Niech będzie zadano wynaleźć logarytm odpowiadający liczbie 1868. Postąpiwszy sobie sposobem we dwóch poprzedzających przykładach wyłożonym, znaj-

dę na stronie 61szej, w miejscu znijscia się palców, ułamki dziesiątne ze czterech cyfer złożone, tojest: 1377; w tych, ponieważ pierwsza cyfra od lewej ręki tojest 1 mniejsza jest od pierwszej cyfry tych czterech cyfer 9513, które w drugiej po lewej ręce kolumnie podłużnej w jednęże z tamtými czterema linii prostę leżą; czyli ponieważ jedność mniejsza jest od 9, w tym razie drugą po lewej ręce liczbę z tych dwóch 26, które z drugiej kolumny, do owych znalezionych czterech cyfer 1377 mają być przyłączone, powiększyć trzeba jednością, tojest, nie 26, ale 27, do czterech owych znalezionych cyfer 1377 przyłączyć należy, i będzie liczby 1868 logarytm 3,271377. Szukając także logarytmu liczby 1909, znajdę ułamki dziesiątne 0806, do których nie 27, ale 28 przyłączę. Dla téjże samęj przyczyny, na logarytm liczby 5849, znalazłszy ułamki dziesiątne ze trzech tylko cyfer złożone, tojest, 082, przydam im z drugiego po lewej ręce rzędu podłużnego, inne trzy małym odstępem oddzielone cyfry, a te nie 766, lecz 767; i t. d. Na to szczególniejszą bacność w wyszukiwaniu logarytmów mieć potrzeba.

4°. We trzech pomienionych przypadkach, gdyby przy jednęj, dwóch, trzech lub czterech cyfrach, których logarytmu szukamy, znajdowały się jeszcze zera po prawej ręce tychże liczb, na ten czas znalazłszy w tablicy logarytm odpowiadający samym cyfram, trzeba do cechy znalezionego logarytmu tyle jednostek dodać, ile zer przy cyfrach liczby danęj znajduje się, albowiem ten sam logarytm jest liczby 2, co i 20, albo 200, lub 2000, i t. d. wyjąwszy tylko cechę, która w pierwszym razie będzie 0, w drugim 1, w trzecim 2, w czwartym 3. I tak

log. 2	= 0,301030.	podobnie, log. 346	= 2,539076.
log. 20	= 1,301030.	log. 3460	= 3,539076.
log. 200	= 2,301030.	log. 34600	= 4,539076.
log. 2000	= 3,301030.	log. 346000	= 5,539076.

Używanie drugie. Znaleźć logarytm liczby tablicę przewyższającą.

Wiadomo jest, iż gdy liczbę jaką powiększymy lub umniejszymy zerem, zawsze też samę w logarytmie jej znajdują się ułamki dziesiątne, a cecha tylko odmienia się; ztąd wypływa sposób wynajdywania w powszechności logarytmów odpowiadających liczbóm granice tablicy przewyższającym. Założywszy np: iż mamy tablicę rozciągającą się od 1 tylko do 1000, mech będzie potrzeba wynaleźć logarytm odpowiadający liczbie 6778. Po prawej ręce danych owych liczb oddzielimy kreską tyle cyfer, ile potrzeba, aby reszta pozostała mogła się mieścić w tablicy; w tym przykładzie oddzieliwszy od liczby danęj jednę cyfrę, zostanie się liczba 677 mogąca się mieścić w tablicy; nadto weź-

my w tójże tablicy liczbę 678, po liczbie 677 zaraz następująca; to wykonawszy, uważmy:

1°. Ponieważ liczb 6770 i 6780 ten sam jest logarytm (wyjawszy cechę) co i liczb 677 i 678, ztąd oczywiście pokazują się, iż jako między liczbami 6770 i 6780 pośrednie są następujące końcowe liczby 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79; tak i logarytmy ich między logarytmami tamtych pośrednie być muszą.

2°. Widzimy z tablic, że kilka logarytmów, które następują po logarytmach liczb 677 i 678, mają tę samą co i te logarytmy różnicę, to jest 641; tak, jak i różnica liczb im odpowiadających jest też sama, to jest 1; czyli, co jednoż jest, widzimy z tablic, iż różnice logarytmów proporcjonalne są różnicom liczb, które odpowiadają tymże logarytmom (*): a zatem jeżeli różnica między liczbą daną i liczbą mniejszą 6770 danąj liczbie najbliższą, jest połową, lub trzecią częścią, albo czwartą, i t. d. różnicy między tą liczbą najbliższą 6770, i drugą 6780; to też i różnica między logarytmem odpowiadającym liczbie danąj, a logarytmem odpowiadającym liczbie najbliższej 6770 będzie prawie połową, trzecią częścią, czwartą i t. d. różnicy zachodzącej między dwoma logarytmami odpowiadającemi dwom liczbom 6770 i 6780. Ze tedy różnica między liczbą daną 6778, i liczbą jej najbliższą 6770 jest $\frac{8}{10}$ częścią różnicy zachodzącej między tą liczbą najbliższą 6770, i drugą 6780, (gdyż $6778 - 6770 = 8$, zaś $6780 - 6770 = 10$;) więc i różnica między logarytmem liczby danąj 6778 i logarytmem liczby najbliższej 6770, będzie $\frac{8}{10}$ częścią liczby 641, która jest różnicą zachodzącą między dwoma logarytmami odpowiadającemi dwom liczbom naturalnym po sobie idącym 677 i 678, czyli co jednoż jest liczbom 6770 i 6780. Więc gdy weźmiemy $\frac{8}{10}$ różnicy 641, i przydamy ją do logarytmu liczby 677, czyli 6770, będziemy mieli logarytm odpowiadający liczbie danąj 6778. I tak logarytm liczby 677 czyli 6770, pominawszy cechę, jest 830588; logar. 678 czyli 6780 jest 831229; różnica ich 641; tój część dziesiąta 64 przydana ośm razy do logarytmu mniejszego, to jest do logarytmu liczby 677, da nam 3,830652 logarytm odpowiadający liczbie 6778.

(*) Ścisłe biorąc, nigdy to doskonale nie prawdzi się, aby różnice logarytmów były zupełnie proporcjonalne różnicom liczb odpowiadających tymże logarytmom; w większych atoli liczbach pominięciem proporcya dosyć się do zupełności przybliża, na czém można przestać, i w używaniach pospolitych mieć ją za dostarczającą - doskonałą.

5°. Więc aby na fundamencie rozumowania poprzedzającego wynaleźć logarytm liczby z pięciu, sześciu, i t. d. cyfer złożonej, a tém samém przewyższającej granice téj tablicy, (bo ta, jako się wyżej powiedziało, rozciąga się tylko od 1 aż do 10000:) trzeba: *Najprzód*: po prawej ręce liczby danéj, odjąć tyle cyfer, ilu ona największą liczbę tablicową przewyższa. *Powtóre*: Znalazłszy logarytm czterech cyfer po lewej ręce za kreską pozostałych, potrzeba go odjąć od logarytmu większego zaraz po nim następującego w tablicach. *Potrzenie*: Wziąwszy cyfry po prawej ręce liczby danéj kreską oddzielone, wziąć potrzeba jedność z tyłu zerami, ile było cyfer kreską oddzielonych, to jest: jeżeli jedna cyfra była oddzielona, bierze się 10; jeżeli dwie, 100; jeżeli trzy, 1000, i t. d. *Poczwarte*: Ze trzech tych wyrazów wiadomych następująca układa się proporcya: Jak się ma 10, albo 100, 1000, i t. d. do cyfer odciętych po prawej ręce liczby danéj; tak się ma różnica znaleziona między dwoma logarytmami, do różnicy odpowiadającej cyfrom pozostałym po prawej ręce danéj liczby. *Naostatek*: Czwarty wyraz téj proporcyi, albo co jednoż jest, nową wynalezioną różnicę dodawszy do logarytmu odpowiadającego czterém pierwszym cyfrom danéj liczby, summa z dodania wynikająca, gdy jej przyżwoitą cechę przydamy, będzie logarytmem szukany. Niech będzie dana liczba 45648. Logarytm liczby 4564, jest 659346, różnica jego od logarytmu liczby 6565, która po tamtéj następuje w tablicach, jest 95. Cyfra po prawej ręce odcięta jest 8; przeto za pierwszy wyraz proporcyi wzięwszy 10; będzie $10:8=95:76$ Ten czwarty wyraz 76 dodany do logarytmu mniejszego 659346 odpowiadającego liczbie 4564, da logarytm szukany 4,659422 należący do liczby danéj 45648.

Szukajmy ieszcze logarytmu liczby 7853646. Logarytm liczby 7853, jest 895036; różnica między nim i większym w tablicach następującym jest 55; cyfer odciętych jest trzy 646; przeto za pierwszy wyraz proporcyi wzięwszy 1000, będzie $1000:646=55:35\frac{550}{1000}$ Wyraz czwarty $35\frac{550}{1000}$ gdy dodam do logarytmu 895036, będę miał liczbie danéj 7853646 odpowiadający logarytm $6,895071\frac{550}{1000}$, czyli zaniechawszy ułamek, będzie logarytm $7853646=6,895071$; albowiem w logarytmach jako zamykających wielkie ułamki dziesiętne, ostatnia ich po prawej ręce cyfra jakożkolwiek zmniejszona, lub powiększona będzie, żadnéj w logarytmach znacznej odmiany nie sprawuje.

Podobnymże sposobem postąpiwszy sobie, znajdę liczbie 9477856 odpowiadający logarytm 6,976711. Zaś liczby 20993077 logarytm 7,322076; i t. d.

To jest, co do objaśnienia i używania téj tablicy mówić należało. Co się zaś tycze sposobów wynajdywania

logarytmów należących do ułamków dziesiętnych i ułamków zwyczajnych, tudzież wyszukiwania liczby odpowiadającej logarytmowi, który albo przechodzi tablicę, albo wpada między dwa logarytmy w tablicy, jako też prawideł używania logarytmów; mamy je wyłożone w Arytmetyce.

OBJAŚNIENIE I UŻYWANIE

tablicy zamykającej LOGARYTMY WSTAW I STYCZNYCH
od minuty 1 aż do 90 stopni.

NA wzór ułożonej tablicy logarytmów odpowiadających liczbom sporządzone są tablice logarytmów wstaw i stycznych.

Tablice po lewej ręce będące, (jako to: na stronach 78, 80, 82, i t. d.) logarytmy wstaw, a po prawej (jako to: na stronach 79, 81, 83, i t. d.) logarytmy stycznych w sobie zamykają, poczynając od minuty 1 aż do 90 stopni.

1°. Pierwsze pięć stopniów z minutami swojemi znajdują się na stronach 78, 79, 80, 81; stopnie w najwyższym szeregum poprzecznym, minuty w pierwszym po lewej ręce szeregum podłużnym, w jnych zaś szeregach, logarytmy owym stopniom i minutom odpowiadające z cechami swojemi są rozłożone.

I tak *np.* aby mieć logarytm wstawy minut 4, szukam ich w pierwszym po lewej ręce szeregu podłużnym strony 78*mej*, a w drugim przyległym, znajdę obok żądany logarytm 7,065786. Szukając w tymże samym szeregu logarytmu 20', znajdę obok nich w przyległym szeregu logarytmowe ułamki dziesiętne 764754, a gdy im przydam powyższą cechę 7, będę miał $\log. \text{wst. } 20' = 7,764754$.

Na logarytm wstawy minut 34, znajdę ułamki dziesiętne z pięciu tylko cyfer 95198 złożone, przed którymi gdy położę cyfrę 9, zaczynającą najbliższy poprzedający logarytm z sześciu cyfer złożony, będę miał ułamki dziesiętne z sześciu cyfer złożone 995198, tym przydawszy najbliższą poprzedającą cechę 7, będzie $\log. \text{wst. } 34' = 7,995198$.

Ten sam sposób postępowania zachowam z innymi dziesiętnymi ułamkami, w których, tak jak w logarytmach liczb dla uniknienia częstego powtarzania jednychże cyfer, ostatnie tylko odmienne pięć lub cztery, trzy albo dwie cyfry w tablicach są położone.

Cheąc mieć logarytm wstawy 2 stopniów i minut 44; znajduję 44' w kolumnie przywoitej, a potem postępuję wprost ku prawej ręce póty, póki nie dojdę do tej kolumny podłużnej, której w najwyższym szeregu poprzecznym 2 stopnie odpowiadają; tak mieć będę $\log. \text{wst.}(2^{\circ} 44') = 8,678405$.

Podobnymże sposobem postępując, znaję logarytm wsta $4^{\circ} = 8,843584$; logarytm wsta $(1^{\circ} 26') = 8,598179$; $\log. \text{wst.}(3^{\circ} 25') = 8,828884$; $\log. \text{wst.}(5^{\circ} 59') = 9,018031$; i t. d.

2^o. Na stronie 82giej i innych następnych, zaczynając od 6^o aż do 90^o, rozłożone są stopnie i minuty z logarytmami im odpowiadającymi, ale porządkiem odmiennym od tego, który na dwóch poprzedzających stronach widzieliśmy, to jest: w pierwszym po lewej ręce podłużnym każdej strony szeregu na siedm przedziałów podzielonym umieszczonych jest zawsze siedm stopniów po sobie następujących, z przyłączonemi do każdego z nich osobno minutami dziesiątkowemi, to jest: 10', 20', 30', 40', 50'; w drugim zaś podłużnym zerem naznaczonym szeregu znajdują się logarytmy tymże stopniom i minutom dziesiątkowym odpowiadające. Co się tycze dziewięciu jednostek pośrednich między dziesiątkami 10, 20, 30, 40, 50; tych szukać potrzeba w najwyższym szeregu poprzecznym, gdzie są umieszczone liczby początkowe i następne 1, 2, 3, 4, i t. d. Rzecz tę następujące przykłady objaśnia.

Niech będzie potrzeba wynaleźć $\log. \text{wst.}(6^{\circ} 40')$. Szukam danych stopniów 6 i minut 40, w pierwszym po lewej ręce szeregu podłużnym strony 82giej, a obok minut 40, znajduję w drugim przyległym szeregu ułamki dziesiętne 064806, przed którymi gdy położę cechę 9, będę miał $\log. \text{wst.}(6^{\circ} 40') = 9,064806$. Gdyby zamiast $\log. \text{wst.}(6^{\circ} 40')$ potrzeba było wynaleźć $\log. \text{wst.}(6^{\circ} 44')$; będę najprzód 6^o i 40', tak jak pierwiej, upatrywał w pierwszym szeregu podłużnym, potem zaś od 40 minut postępując wprost ku ręce prawej póty, póki nie dojdę do tej kolumny podłużnej, której w najwyższym szeregu poprzecznym odpowiada liczba 4, tam znaję ułamki dziesiętne ze czterech cyfer złożone 9107, do których gdy przyłączę najprzód dwie cyfry 06, w drugim po lewej ręce podłużnym szeregu obok 40' leżące, a potem przydam cechę przyzwoitą 9, będę miał $\log. \text{wst.}(6^{\circ} 44') = 9,069107$. Na $\log. \text{wst.}(55^{\circ} 25')$, znaję na stronie 96tej w kolumnie podłużnej, która odpowiada liczbie 3 położonej w najwyższym szeregu poprzecznym, ułamki dziesiętne ze trzech cyfer złożone 385, do których gdy przyłączę cyfry 015, w drugim po lewej ręce szeregu podłużnym obok 20' położone, będą miał $\log. \text{wst.}(55^{\circ} 25') = 9,915385$ i t. d.

Przeostroga dana na stronie 51szej o wynajdowaniu logarytmów odpowiadających liczbom, powinna także być

zachowana w wyszukiwaniu logarytmów wstaw. I tak np. szukając log. wst ($6^{\circ} 45'$), znajduję ułamki dziesiętne 0176, do których podług wymienionej przestrogi, dołączę z drugiego po lewej ręce szeregu podłużnego nie 06, ale 07, i będzie log. wst ($6^{\circ} 45'$) = 9,070176. Chcąc mieć log. wst ($79^{\circ} 49'$), znajduję ułamki dziesiętne ze trzech cyfer złożone 104, do tych przyłączywszy z drugiego po lewej ręce podłużnego szeregu trzy cyfry, a te nie 992, ale 993, mieć będą log. wst ($79^{\circ} 49'$) = 9,993104. Na log. wst ($86^{\circ} 48'$) znajduję ułamki dziesiętne ze dwóch tylko cyfer złożone 22, do których z drugiego po lewej ręce podłużnego szeregu przyłączywszy cztery cyfry, a te nie 9992, ale 9993 mieć będą log. wst ($86^{\circ} 48'$) = 9,999322. i t. d.

Z logarytmami stycznych należy postępować według tychże samych prawideł, odmieniwszy tylko wyraz *wstawa* na wyraz *styczna*.

3^o. Lubo tablice te zawierają logarytmy wstaw i stycznych tylko na stopnie i minuty pierwsze, chcąc a-toli mieć logarytm wstawy lub stycznej odpowiadającej pewnej liczbie stopniów, minut pierwszych i minut drugich, można tego dójść sposobem następującym. Wezmę w tablicy logarytm np. wstawy należący do liczby danych stopniów i minut pierwszych, a odciągnąwszy go od logarytmu większego zaraz po nim w tablicy położonego, ułożę następującą proporcją: 60 minut drugich, mają się do liczby minut drugich danych; jak różnica między wziętymi w tablicy logarytmami, do czwartego wyrazu, który dodam do logarytmu wstawy stopniów i minut pierwszych. Np. Dajmy, iż jest zadano znaleźć log. wst ($6^{\circ} 45' 40''$); logarytm wstawy danych stopniów i minut pierwszych to jest log. wst ($6^{\circ} 45'$), jest 9,070176; logarytm większy po nim bezśrednie w tablicy położony, jest 9,071242 odpowiadający wst (6° i $46'$); różnica dwóch tych logarytmów, jest 1066; więc ułożę następującą proporcją, 60" : 40" = 1066 : 710. Ten czwarty wyraz przydany do logarytmu mniejszego 9,070176, daje log. wst ($6^{\circ} 45' 40''$) = 9,070886.

Wzajemnie też, jeśli mam logarytm wstawy, który nie zupełnie znajduje się w tablicach, jest to znakiem, iż logarytm ten odpowiada wstawie łuku mającego oprócz stopniów i minut pierwszych jeszcze minuty drugie; te żeby wynaleźć takową proporcją ułożę: różnica dwóch logarytmów między które wpada logarytm dany, ma się do różnicy między tymże logarytmem danym a logarytmem mniejszym przed nim w tablicy leżącym; jak się mają 60 minut drugich, do czwartego wyrazu, który wskaże liczbę minut drugich szukanych; te dodam do liczby stopniów i minut należących do tego logarytmu, który jest w tablicach położony bezśrednie przed tym, którego szukam. Trze-

ba *np.* znaleźć łuk, którego wstawy logarytm jest 9.916916. Logarytm ten, lubo co do wszystkich cyfer swoich nie znajduje się w tablicy, znajdziemy go jednak co do pierwszych, i mało co mniejszy jest od logar. 9.916945, a większy od 9.916859. Pierwszy z nich należy do wst ($55^{\text{a}} 41'$), drugi do wst ($55^{\text{a}} 42'$); przeto łuk szukany musi mieć jakowys nadmiar nad 55° i $40'$, a niedomiar do 55° i $41'$; ten zaś z jednej strony nadmiar, a z drugiej niedomiar nie może być co innego, tylko minuty drugie, bo między minutami pierwszymi i drugimi nie masz nic pośredniego. Więc abym doszedł liczby minut drugich, znajduję najprzód różnicę dwóch logarytmów 9.916945, i 9.916859, między które wpada logarytm dany, różnica ta będzie 86, powtóre znajduję różnicę między logarytmem danym 9.916916, i logarytmem tablicowym mniejszym 9.916859, różnica szukana będzie 57: naostatek ułożę tę proporcya, $86 : 57 = 60''$: do wyrazu czwartego, który jest $59''$. Zatem łuk szukany, którego wstawy logarytm jest 9.916916, zamyka $55^{\circ} 40' 59''$, i t. d.

Jeżeliby działanie nie wyciągało téj skrupulatności, aby się wynaydowaniem minut drugich zatrudniać należało, dosyc jest danemu logarytmowi, który się nie zupełnie mieści w tablicy, wziąć te stopnie i minuty za odpowiadające, które się znajdują w tablicy przy logarytmie mniejszym danemu logarytmowi najbliższym. I tak w wyższym przykładzie dla logarytmu wstawy 9.916916, dosyc było wziąć $55^{\circ} 40'$, które odpowiadają w tablicy logarytmowi mniejszemu 9.916859 bezśrednie logarytm dany poprzedzającemu.

⁴°. Naostatek, aby mieć logarytm dostawy, trzeba wziąć kąt dopełnienia, a odciągnawszy go od 90° , szukać w tablicach logarytmu, który wstawie owéj reszty pozostałej po odciągnięciu, odpowiada: logarytm tak znaleziony, będzie logarytmem dostawy. Gdy zaś kąt dany jest rozwarty, logarytm wstawy jego będzie ten sam, co i logarytm wstawy spełnienia tegoż kąta. I tak dostawą kąta 73° jest wstawa kąta 17^{a} ; wstawa kąta 156^{a} ; równa się wstawie kąta 44^{a} spełniającego kąt dany do 180^{a} .

T A B L I C A

L O G A R Y T M O W

L I C Z B. N A T U R A L N Y C H

od 1 do 1000.

Liczby.	Logarytmy.	Licz.	Logarytmy.	Licz.	Logarytmy.
1	000000	54	551479	67	826075
2	501030	55	544068	68	832509
3	477121	56	556303	69	838849
4	602060	57	568202	70	845098
5	698970	58	579784	71	851258
6	778151	59	591065	72	857352
7	845098	60	602060	73	863323
8	905090	61	612784	74	869232
9	954242	62	623249	75	875061
10	000000	63	633468	76	880814
11	041393	64	643453	77	886491
12	079181	65	653212	78	892095
13	113943	66	662758	79	897627
14	146128	67	672098	80	903090
15	176091	68	681241	81	908485
16	204120	69	690196	82	913814
17	230449	70	698970	83	919078
18	255272	71	707570	84	924279
19	278754	72	716003	85	929419
20	301030	73	724276	86	934498
21	322219	74	732394	87	939519
22	342433	75	740363	88	944483
23	361728	76	748188	89	949390
24	380211	77	755875	90	954242
25	397940	78	763428	91	959041
26	414973	79	770852	92	963788
27	431364	80	778151	93	968483
28	447158	81	785330	94	973128
29	462398	82	792392	95	977724
30	477121	83	799340	96	982271
31	491362	84	806180	97	986772
32	505150	85	812913	98	991226
33	518514	86	819544	99	995635

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	R6z	
100	00	0000	0454	0868	1301	1754	2166	2598	3029	3460	3891	431
101		4321	4751	5189	5609	6038	6466	6894	7321	7748	8174	426
102		8600	9026	9451	9875	0300	0724	1147	1570	1995	2415	422
103	01	2837	3259	3680	4100	4520	4940	5360	5779	6197	6615	418
104		7053	7451	7868	8284	8700	9116	9532	9947	0361	0775	414
105	02	1189	1603	2016	2428	2841	3252	3664	4075	4486	4896	410
106		5306	5715	6124	6533	6942	7350	7757	8164	8571	8978	407
107		9384	9789	1095	0600	1004	1408	1812	2216	2619	3021	402
108	03	3424	3826	4227	4628	5029	5430	5830	6229	6629	7028	399
109		7426	7825	8223	8620	9017	9414	9811	0207	0602	0998	396
110	04	1393	1787	2182	2575	2969	3362	3755	4148	4540	4931	391
111		5523	5914	6305	6695	7085	7475	7864	8253	8642	9030	388
112		9218	9606	9995	0380	0766	1152	1538	1924	2309	2694	385
113	05	3078	3463	3846	4230	4613	4996	5378	5760	6142	6524	382
114		6905	7286	7666	8046	8426	8805	9185	9563	9942	0320	378
115	06	0698	1075	1452	1829	2206	2582	2958	3333	3709	4085	374
116		4458	4832	5206	5580	5955	6326	6699	7071	7443	7814	371
117		8186	8557	8928	9298	9668	0038	0407	0776	1145	1514	369
118	07	1882	2250	2617	2985	3352	3718	4085	4451	4816	5182	366
119		5547	5912	6276	6640	7004	7368	7731	8094	8457	8819	362
120		9181	9543	9904	0266	0626	0987	1347	1707	2067	2426	359
121	08	2785	3144	3503	3861	4219	4576	4934	5291	5647	6004	357
122		6360	6716	7071	7426	7781	8136	8490	8855	9198	9552	354
123		9905	0258	0611	0963	1315	1667	2018	2370	2721	3071	359
124	09	3422	3772	4122	4471	4820	5169	5518	5866	6215	6562	347
125		6910	7257	7604	7951	8297	8644	8989	9335	9681	0026	345
126	10	0371	0715	1059	1403	1747	2090	2434	2777	3119	3462	345
127		3804	4146	4487	4828	5169	5510	5851	6191	6531	6870	339
128		7210	7549	7888	8227	8565	8903	9241	9578	9916	0255	337
129	11	0590	0926	1262	1598	1934	2270	2605	2940	3275	3609	334
130		3943	4277	4611	4944	5278	5610	5943	6276	6608	6940	332
131		7271	7603	7934	8265	8595	8926	9256	9586	9915	0245	330
132	12	0574	0903	1231	1560	1888	2216	2545	2871	3198	3525	327
133		5852	6178	6504	6830	7156	7481	7806	8131	8456	8781	325
134		7105	7429	7752	8076	8399	8722	9045	9367	9690	0012	322
135	13	0334	0655	0977	1298	1619	1939	2260	2580	2900	3219	319
136		3539	3858	4177	4496	4814	5133	5451	5768	6086	6405	317
137		6721	7037	7354	7670	7987	8303	8618	8934	9249	9564	315
138		9879	0194	0508	0822	1136	1450	1763	2076	2389	2702	313
139	14	3015	3327	3639	3951	4263	4574	4885	5196	5507	5818	311
140		6128	6438	6748	7058	7367	7676	7985	8294	8603	8911	308
141		9219	9527	9835	0142	0449	0756	1063	1370	1676	1982	306
142	51	2288	2594	2900	3205	3510	3815	4119	4424	4728	5032	304
143		5336	5640	5943	6246	6549	6852	7154	7457	7759	8061	302
144		8362	8664	8965	9266	9567	9868	0168	0468	0769	1068	299
145	16	1368	1667	1967	2266	2564	2863	3161	3460	3758	4055	298
146		4353	4650	4947	5244	5541	5838	6134	6430	6726	7022	296
147		7317	7613	7908	8203	8497	8792	9086	9380	9674	9968	294
148	17	0261	0555	0848	1141	1434	1726	2019	2311	2603	2895	292
149		3186	3478	3769	4060	4351	4641	4931	5222	5512	5802	290

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Raz	
150	17	6091	6381	6670	6959	7248	7536	7825	8113	8401	8689	288
151		8977	9264	9552	9839	0126	0413	0699	0986	1272	1558	286
152	18	1844	2129	2415	2700	2985	3270	3554	3839	4123	4407	284
153		4691	4975	5259	5542	5825	6108	6391	6674	6956	7239	283
154		7521	7805	8084	8366	8647	8928	9209	9490	9771	0051	280
155	19	0332	0612	0892	1171	1451	1730	2010	2289	2567	2846	279
156		3125	3404	3681	3959	4237	4514	4792	5069	5346	5623	277
157		5900	6176	6452	6729	7005	7281	7556	7832	8107	8382	275
158		8657	8932	9206	9481	9755	0029	0303	0577	0850	1124	274
159	20	1597	1670	1943	2216	2488	2761	3033	3305	3577	3848	271
160		4120	4391	4662	4933	5204	5475	5745	6016	6286	6556	270
161		6826	7095	7365	7634	7903	8172	8441	8710	8978	9247	269
162		9515	9785	0051	0318	0586	0853	1120	1388	1654	1921	267
163	21	2188	2454	2720	2986	3252	3518	3783	4048	4314	4579	265
164		4844	5109	5375	5638	5902	6166	6430	6694	6957	7221	264
165		7484	7747	8010	8273	8535	8798	9060	9322	9584	9846	262
166	22	0108	0370	0631	0892	1153	1414	1675	1936	2196	2456	260
167		2716	2976	3236	3496	3755	4015	4274	4533	4792	5051	259
168		5309	5568	5826	6084	6342	6600	6858	7115	7372	7630	258
169		7887	8144	8400	8657	8915	9170	9426	9682	9938	0195	255
170	23	0449	0704	0960	1215	1470	1724	1979	2235	2488	2742	254
171		2996	3250	3504	3757	4011	4264	4517	4770	5023	5276	253
172		5528	5781	6033	6285	6537	6789	7041	7292	7544	7795	251
173		8046	8297	8548	8799	9049	9299	9550	9799	0050	0300	250
174	24	0549	0799	1048	1297	1546	1795	2044	2293	2541	2790	249
175		3038	3286	3534	3782	4030	4277	4524	4772	5019	5266	247
176		5513	5759	6006	6252	6499	6745	6991	7236	7482	7728	246
177		7975	8219	8464	8709	8954	9198	9443	9687	9932	0176	244
178	25	0420	0664	0908	1151	1395	1638	1881	2125	2367	2610	243
179		2853	3096	3338	3580	3822	4064	4306	4548	4790	5031	242
180		5272	5514	5755	5996	6236	6477	6718	6958	7198	7439	241
181		7679	7918	8158	8398	8637	8877	9116	9355	9594	9833	239
182	26	0071	0310	0548	0787	1025	1263	1501	1738	1976	2214	238
183		2451	2688	2925	3162	3399	3636	3873	4109	4345	4582	237
184		4818	5054	5290	5525	5761	5996	6232	6467	6702	6937	235
185		7172	7406	7641	7875	8110	8344	8578	8812	9046	9279	234
186		9513	9746	9980	0213	0446	0679	0912	1144	1377	1609	232
187	27	1842	2074	2306	2538	2770	3001	3233	3464	3696	3927	231
188		4158	4389	4620	4850	5081	5311	5542	5772	6002	6232	230
189		6462	6691	6921	7151	7380	7609	7838	8067	8296	8525	229
190		8754	8982	9210	9439	9667	9895	0123	0351	0578	0806	228
191	28	1033	1261	1488	1715	1942	2169	2395	2622	2849	3075	227
191		3301	3527	3753	3979	4205	4431	4656	4882	5107	5332	225
193		5557	5782	6007	6232	6456	6681	6905	7130	7354	7578	224
194		7802	8025	8249	8473	8696	8920	9143	9366	9589	9812	223
195	29	0035	0257	0480	0702	0925	1147	1369	1591	1813	2034	221
196		2256	2478	2699	2920	3141	3363	3585	3804	4025	4246	221
197		4466	4687	4907	5127	5347	5567	5787	6007	6226	6446	220
198		6665	6884	7104	7323	7542	7760	7979	8198	8416	8635	219
199		8853	9071	9289	9507	9725	9943	0160	0378	0595	0813	218

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż	
200	50	1030	1247	1464	1681	1898	2114	2331	2547	2764	2980	216
201		3196	3412	3628	3844	4059	4275	4490	4706	4921	5136	215
202		5351	5566	4781	5996	6211	6425	6639	6854	7068	7282	214
203		7496	7710	7924	8137	8351	8564	8778	8991	9204	9417	213
204		9630	9845	0056	0268	0481	0693	0906	1118	1330	1542	212
205	51	1754	1966	2177	2389	2600	2812	3023	3234	3445	3656	211
206		5867	4078	4289	4499	4710	4920	5130	5340	5550	5760	210
207		5970	6180	6390	6599	6809	7018	7227	7436	7645	7854	209
208		8063	8272	8481	8689	8898	9106	9314	9522	9730	9938	208
209	52	0146	0354	0562	0769	0977	1184	1391	1598	1805	2012	207
210		2219	2426	2633	2839	3046	3252	3458	3664	3871	4077	206
211		4282	4488	4694	4899	5105	5310	5516	5721	5926	6131	205
212		6336	6541	6745	6950	7154	7359	7563	7767	7972	8176	204
213		8380	8583	8787	8991	9194	9398	9601	9804	0008	0211	203
214	13	0414	0617	0819	1022	1225	1427	1630	1832	2034	2236	202
215		2458	2640	2842	3044	3246	3447	3649	3850	4051	4253	202
216		4454	4655	4856	5056	5257	5458	5658	5859	6059	6260	201
217		6460	6660	6860	7060	7260	7459	7658	7858	8058	8257	199
218		8456	8656	8855	9054	9253	9451	9650	9849	0047	0246	198
219	54	0444	0642	0840	1039	1237	1434	1632	1830	2028	2225	197
220		2423	2620	2817	3014	3212	3409	3605	3802	3999	4196	197
221		4392	4589	4785	4981	5178	5374	5570	5766	5961	6157	196
222		6353	6548	6744	6939	7135	7330	7525	7720	7915	8110	195
223		8305	8500	8694	8889	9083	9277	9472	9666	9860	0054	164
224	55	0248	0442	0636	0829	1023	1216	1410	1603	1796	1989	193
225		2182	2375	2568	2761	2954	3146	3339	3532	3724	3916	192
226		4108	4301	4493	4685	4876	5068	5260	5451	5643	5834	191
227		6026	6217	6408	6599	6790	6981	7172	7363	7554	7744	190
228		7935	8125	8316	8506	8696	8886	9076	9266	9456	9646	190
229		9855	0025	0215	0404	0593	0783	0972	1161	1350	1539	189
230	56	1728	1917	2105	2294	2482	2671	2859	3048	3236	3424	188
231		3612	3800	3988	4176	4363	4551	4739	4926	5113	5401	188
232		5488	5675	5862	6049	6236	6423	6610	6796	6983	7169	187
233		7356	7542	7728	7915	8101	8287	8473	8659	8844	9030	186
234		9216	9401	9587	9772	9958	0143	0328	0513	0698	0883	185
235	57	1068	1253	1437	1622	1806	1991	2175	2360	2544	2728	184
236		2912	3096	3280	3464	3647	3831	4015	4198	4382	4565	183
237		4748	4932	5115	5298	5481	5664	5846	6029	6212	6394	182
238		6577	6759	6942	7124	7306	7488	7670	7852	8034	8216	182
239		8398	8580	8761	8943	9124	9305	9487	9668	9849	0030	181
240	58	0211	0392	0573	0754	0934	1115	1296	1476	1656	1837	181
241		2017	2196	2377	2557	2737	2917	3097	3277	3456	3636	180
242		3815	3995	4174	4353	4533	4712	4891	5070	5249	5427	178
243		5606	5785	5964	6142	6321	6499	6677	6855	7034	7212	178
244		7390	7568	7746	7925	8101	8279	8456	8634	8811	8989	178
245		9166	9343	9520	9697	9875	0051	0228	0405	0582	0759	177
246	59	0935	1112	1288	1464	1641	1817	1993	2169	2345	2521	176
247		2697	2873	3048	3224	3400	3575	3751	3926	4101	4276	175
248		4452	4627	4802	4977	5152	5326	5501	5676	5850	6025	175
249		6199	6374	6548	6722	6896	7070	7245	7418	7592	7766	174

licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
250	39	7940	8114	8287	8461	8634	8808	8981	9154	9327	9501	175
251		9674	9847	0020	0192	0365	0538	0711	0885	1056	1228	172
252	40	1400	1573	1745	1917	2089	2261	2433	2605	2777	2949	172
253		3120	3292	3464	3635	3807	3978	4149	4320	4492	4663	171
254		4834	5005	5175	5346	5517	5688	5858	6029	6199	6370	171
255		6540	6710	6881	7051	7221	7391	7561	7731	7900	8070	170
256		8240	8410	8579	8749	8918	9087	9257	9426	9595	9764	169
257		9935	0102	0271	0440	0608	0777	0946	1114	1282	1451	168
258	41	1620	1788	1956	2124	2292	2460	2628	2796	2964	3132	168
259		3300	3467	3635	3802	3970	4137	4305	4472	4639	4806	167
260		4973	5140	5307	5474	5641	5808	5974	6141	6308	6474	166
261		6640	6807	6973	7139	7306	7472	7638	7804	7970	8135	165
262		8301	8467	8633	8798	8964	9129	9295	9460	9625	9790	165
263		9956	0121	0286	0451	0616	0781	0945	1110	1275	1439	164
264	42	1604	1708	1933	2097	2261	2426	2590	2754	2918	3082	164
265		3246	3410	3575	3737	3901	4064	4228	4392	4555	4718	163
266		4882	5045	5208	5371	5534	5697	5860	6023	6186	6349	163
267		6511	6674	6836	6999	7161	7324	7486	7648	7811	7973	162
268		8135	8297	8459	8621	8782	8944	9106	9268	9429	9591	162
269		9752	9914	0075	0236	0398	0559	0720	0881	1042	1203	161
270	45	3164	3325	3485	3646	3807	3968	4128	4288	4449	4609	160
271		2969	3129	3289	3450	3610	3770	3930	4090	4249	4409	160
272		4569	4728	4888	5048	5207	5366	5526	5685	5844	6003	159
273		6163	6322	6481	6640	6798	6957	7116	7275	7433	7592	159
274		7751	7909	8067	8226	8384	8542	8700	8859	9017	9175	158
275		9333	9491	9648	9806	9964	0122	0279	0437	0594	0752	158
276	44	0909	1066	1224	1381	1538	1695	1852	2009	2166	2323	157
277		2480	2636	2792	2950	3106	3263	3419	3576	3732	3888	156
278		4045	4201	4357	4513	4669	4825	4981	5137	5293	5448	155
279		5604	5760	5915	6071	6226	6382	6537	6692	6848	7003	155
280		7158	7313	7468	7623	7778	7933	8088	8242	8397	8552	155
281		8706	8861	9015	9170	9324	9478	9633	9787	9941	0095	154
282	45	0249	0403	0557	0711	0865	1018	1172	1326	1479	1633	154
283		1786	1940	2093	2247	2400	2553	2706	2859	3012	3165	153
284		3318	3471	3624	3777	3930	4082	4235	4387	4540	4692	152
285		4845	4997	5149	5302	5454	5606	5758	5910	6062	6214	152
286		6366	6518	6670	6821	6973	7125	7276	7428	7579	7730	151
287		7882	8033	8184	8336	8487	8638	8789	8940	9091	9241	151
288		9392	9543	9694	9845	9995	1146	0296	0447	0597	0747	150
289	46	0898	1048	1198	1348	1498	1649	1799	1948	2098	2248	150
290		2398	2548	2697	2847	2997	3146	3296	3445	3594	3744	150
291		3893	4042	4191	4340	4489	4639	4787	4936	5085	5234	149
292		5383	5532	5680	5829	5977	6126	6274	6423	6571	6719	148
293		6868	7016	7164	7312	7460	7608	7756	7904	8052	8200	148
294		8547	8695	8843	8990	9138	9285	9433	9580	9727	9875	148
295		9822	9969	0116	0263	0410	0557	0704	0851	0998	1145	147
296	47	1292	1438	1585	1732	1878	2025	2171	2317	2464	2610	146
297		2756	2903	3049	3195	3341	3487	3633	3779	3925	4070	145
298		4216	4362	4508	4653	4799	4944	5090	5235	5381	5526	145
299		5671	5816	5962	6107	6252	6397	6542	6687	6832	6976	144

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
300	47	7121	7266	7411	7555	7700	7844	7989	8133	8278	8422	144
301		8566	8711	8855	8999	9143	9287	9431	9575	9719	9863	144
302	48	0007	0151	0294	0438	0582	0725	0869	1012	1156	1299	143
303		1443	1586	1729	1872	2016	2159	2302	2445	2588	2731	143
304		2874	3016	3159	3302	3445	3587	3730	3872	4015	4157	142
305		4500	4442	4584	4727	4869	5011	5153	5295	5437	5579	142
306		5721	5863	6005	6147	6289	6430	6572	6714	6855	6997	142
307		7138	7280	7421	7563	7704	7845	7986	8127	8269	8410	141
308		8551	8692	8833	8975	9114	9255	9396	9537	9677	9818	141
309		9958	0099	0239	0380	0520	0661	0801	0941	1081	1222	140
310	49	1361	1502	1642	1782	1922	2062	2201	2341	2481	2621	140
311		2760	2900	3040	3179	3319	3458	3597	3737	3876	4015	139
312		4155	4294	4433	4572	4711	4850	4989	5128	5267	5406	139
313		5544	5683	5822	5960	6099	6237	6376	6514	6653	6791	138
314		6930	7068	7206	7344	7482	7621	7759	7897	8035	8173	138
315		8311	8448	8586	8724	8862	8999	9137	9275	9412	9550	138
316		9687	9824	9962	0099	0236	0374	0511	0648	0785	0922	137
317	50	1055	1196	1333	1470	1607	1744	1880	2017	2154	2290	136
318		2427	2564	2700	2837	2973	3109	3246	3382	3518	3654	136
319		3791	3927	4063	4199	4335	4471	4607	4743	4878	5014	136
320		5150	5286	5421	5557	5692	5828	5963	6099	6234	6370	135
321		6505	6640	6775	6911	7046	7181	7316	7451	7586	7721	135
322		7856	7991	8125	8260	8395	8530	8664	8799	8933	9068	135
323		9202	9337	9471	9606	9740	9874	0008	0143	0277	0411	134
324	51	0545	0679	0813	0947	1081	1215	1348	1482	1616	1750	134
325		1883	2017	2150	2284	2417	2551	2684	2818	2951	3084	133
326		3218	3351	3484	3617	3750	3883	4016	4149	4282	4415	133
327		4548	4680	4813	4946	5079	5211	5344	5476	5609	5741	132
328		5874	6006	6139	6271	6403	6535	6668	6800	6932	7064	132
329		7196	7328	7460	7592	7724	7855	7987	8119	8251	8382	131
330		8514	8645	8777	8909	9040	9171	9303	9434	9565	9697	131
331		9828	9959	0090	0221	0352	0483	0614	0745	0876	1007	131
332	52	1138	1269	1400	1530	1661	1792	1922	2053	2183	2314	131
333		2444	2575	2705	2835	2966	3096	3226	3356	3486	3616	131
334		3746	3876	4006	4136	4266	4396	4526	4656	4785	4915	130
335		5045	5174	5304	5434	5563	5692	5822	5951	6081	6210	129
336		6330	6468	6598	6727	6856	6985	7114	7243	7372	7501	129
337		7630	7759	7888	8016	8145	8274	8402	8531	8660	8788	128
338		8917	9045	9174	9302	9430	9559	9687	9815	9943	0072	128
339	53	0200	0328	0456	0584	0712	0840	0968	1095	1223	1351	128
340		1479	1607	1734	1862	1990	2117	2245	2372	2500	2627	127
341		2734	2882	3009	3136	3263	3391	3518	3645	3772	3899	127
342		4026	4153	4280	4407	4534	4661	4787	4914	5041	5168	127
343		5294	5421	5547	5674	5800	5927	6053	6179	6306	6432	126
344		6558	6685	6811	6937	7063	7189	7315	7441	7567	7693	126
345		7819	7945	8071	8197	8322	8448	8574	8699	8825	8951	126
346		9076	9202	9327	9453	9578	9703	9829	9954	0079	0204	125
347	54	0330	0455	0580	0705	0830	0955	1080	1205	1330	1454	125
348		1579	1704	1829	1954	2078	2203	2328	2452	2576	2701	123
349		2823	2950	3074	3199	3323	3447	3571	3695	3820	3944	124

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
350	54	4068	4192	4316	4440	4564	4688	4812	4936	5060	5185	123
351		5307	5451	5554	5678	5102	5925	6049	6172	6296	6419	123
352		6543	6666	6789	6913	7036	7159	7282	7405	7529	7652	123
353		7775	7898	8021	8144	8266	8389	8512	8635	8758	8881	123
354		9003	9126	9249	9371	9494	9616	9739	9861	9984	0106	122
355	55	0228	0351	0473	0595	0717	0840	0962	1084	1206	1328	122
356		1450	1572	1664	1816	1938	2060	2181	2303	2425	2547	122
357		2668	2790	2911	3033	3154	3276	3397	3519	3640	3762	122
358		3883	4004	4126	4247	4368	4489	4610	4731	4852	4973	121
359		5094	5215	5336	5457	5578	5699	5820	5940	6061	6182	121
360		6303	6423	6544	6664	6785	6905	7026	7146	7267	7388	121
361		7507	7627	7748	7868	7988	8108	8228	8348	8469	8589	120
362		8709	8828	8948	9068	9188	9308	9428	9548	9667	9787	120
363		9907	0026	0146	0265	0385	0504	0624	0743	0863	0983	120
364	56	1101	1221	1340	1459	1578	1697	1817	1936	2055	2174	119
365		2293	2412	2531	2650	2768	2887	3006	3125	3244	3362	119
366		3481	3600	3718	3837	3955	4074	4192	4311	4429	4548	119
367		4666	4784	4903	5021	5139	5257	5376	5494	5612	5730	118
368		5848	5966	6084	6202	6320	6437	6555	6673	6791	6909	118
369		7026	7144	7262	7379	7497	7614	7732	7849	7967	8084	117
370		8202	8319	8436	8554	8671	8788	8905	9022	9140	9257	117
371		9374	9491	9608	9725	9842	9959	0076	0193	0309	0426	117
372	57	0543	0660	0776	0893	1010	1126	1243	1359	1476	1592	116
373		1709	1825	1942	2058	2174	2291	2407	2523	2639	2755	116
374		2872	2988	3104	3220	3336	3452	3568	3684	3800	3915	115
375		4031	4147	4263	4378	4494	4610	4726	4841	4957	5072	115
376		5188	5303	5419	5534	5650	5765	5880	5996	6111	6226	115
377		6341	6456	6572	6687	6802	6917	7032	7147	7262	7377	113
378		7492	7607	7722	7838	7951	8066	8181	8295	8410	8525	115
379		8639	8754	8868	8983	9097	9212	9326	9441	9555	9669	114
380		9784	9898	0012	0126	0240	0355	0469	0583	0697	0811	114
381	58	0925	1039	1153	1267	1381	1494	1608	1722	1836	1950	114
382		2065	2179	2291	2404	2518	2631	2745	2858	2972	3085	113
383		3199	3312	3425	3539	3652	3765	3879	3992	4105	4218	113
384		4331	4444	4557	4670	4783	4896	5009	5122	5235	5348	113
385		5461	5573	5686	5799	5912	6024	6137	6250	6362	6475	113
386		6587	6700	6812	6925	7037	7149	7262	7374	7486	7599	113
387		7711	7823	7935	8047	8160	8272	8384	8496	8608	8720	112
388		8832	8944	9055	9167	9279	9391	9503	9614	9726	9838	112
389		9950	0061	0173	0284	0396	0507	0619	0730	0842	0953	111
390	59	1074	1176	1287	1399	1510	1621	1732	1843	1955	2066	111
391		2177	2288	2399	2510	2621	2732	2843	2954	3064	3175	111
392		3286	3397	3508	3618	3729	3840	3950	4061	4171	4282	111
393		4393	4503	4613	4724	4834	4945	5055	5165	5276	5386	110
394		5496	5606	5717	5827	5937	6047	6157	6267	6377	6487	110
395		6597	6707	6817	6927	7037	7147	7256	7366	7476	7585	109
396		7695	7805	7914	8024	8134	8243	8353	8462	8572	8681	109
397		8790	8900	9009	9119	9228	9337	9446	9556	9665	9774	109
398		9883	9992	0101	0210	0319	0428	0537	0646	0755	0864	109
399	60	0973	1082	1190	1299	1408	1517	1625	1734	1843	1951	108

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Roz.	
400	60	2060	2169	2277	2385	2494	2602	2711	2819	2928	3036	108
401		3144	3252	3361	3469	3577	3685	3794	3902	4010	4118	108
402		4226	4334	4442	4550	4658	4766	4874	4982	5089	5197	108
403		5305	5413	5521	5628	5736	5843	5951	6059	6166	6274	108
404		6381	6489	6596	6704	6811	6918	7026	7133	7240	7348	108
405		7455	7562	7670	7777	7884	7991	8098	8205	8312	8419	107
406		8526	8633	8740	8847	8954	9060	9167	9274	9381	9488	107
407		9594	9701	9808	9914	0021	0128	0234	0341	0447	0554	107
408	61	0660	0767	0873	0979	1086	1192	1298	1405	1511	1617	106
409		1723	1829	1936	2042	2148	2254	2360	2466	2572	2678	106
410		2784	2890	2996	3101	3207	3313	3419	3525	3630	3736	106
411		3842	3947	4053	4159	4264	4370	4475	4581	4686	4792	106
412		4897	5003	5108	5213	5319	5424	5529	5634	5740	5845	105
413		5950	6055	6160	6265	6370	6475	6580	6685	6790	6895	105
414		7000	7105	7210	7315	7420	7524	7629	7734	7839	7944	105
415		8048	8153	8257	8362	8466	8571	8675	8780	8884	8989	105
416		9093	9198	9302	9406	9511	9615	9719	9823	9928	0032	104
417	62	0136	0240	0344	0448	0552	0656	0760	0864	0968	1072	104
418		1176	1280	1384	1488	1592	1695	1799	1903	2007	2110	103
419		2214	2318	2421	2525	2628	2732	2835	2939	3042	3146	103
420		3249	3353	3456	3559	3663	3766	3869	3972	4076	4179	103
421		4282	4385	4488	4591	4694	4798	4901	5004	5107	5209	103
422		5312	5415	5518	5621	5724	5827	5929	6032	6135	6238	103
423		6340	6443	6546	6648	6751	6853	6956	7058	7161	7264	103
424		7366	7468	7571	7673	7775	7878	7980	8082	8184	8287	103
425		8389	8491	8593	8695	8797	8900	9002	9104	9206	9308	102
426		9410	9511	9613	9715	9817	9919	0021	0123	0224	0326	102
427	63	0428	0530	0631	0733	0834	0936	1038	1139	1241	1343	101
428		1444	1545	1647	1748	1849	1951	2052	2153	2255	2356	101
429		2457	2558	2660	2761	2862	2963	3064	3165	3266	3367	101
430		3468	3569	3670	3771	3872	3973	4074	4175	4276	4377	100
431		4477	4578	4679	4779	4881	4981	5081	5182	5283	5383	100
432		5484	5585	5685	5785	5886	5986	6086	6187	6287	6387	100
433		6488	6588	6688	6789	6889	6989	7089	7189	7289	7389	100
434		7490	7590	7690	7790	7890	7990	8090	8190	8289	8389	100
435		8489	8589	8689	8789	8888	8988	9088	9188	9287	9387	100
436		9486	9586	9685	9785	9885	9984	0084	0183	0283	0382	99
437	64	0481	0581	0680	0779	0879	0978	1077	1176	1276	1375	99
438		1474	1573	1672	1771	1871	1970	2069	2168	2267	2366	99
439		2464	2563	2662	2761	2860	2959	3058	3156	3255	3354	99
440		3452	3551	3650	3749	3847	3946	4044	4143	4242	4340	99
441		4439	4537	4635	4734	4832	4931	5029	5127	5226	5324	98
442		5422	5520	5619	5717	5815	5913	6011	6109	6208	6306	98
443		6404	6502	6600	6698	6796	6894	6991	7089	7187	7285	98
444		7383	7481	7579	7676	7774	7872	7969	8067	8165	8262	97
445		8360	8458	8555	8653	8750	8848	8945	9043	9140	9237	97
446		9335	9432	9530	9627	9724	9821	9919	0016	0113	0210	97
447	65	0307	0405	0502	0599	0696	0793	0890	0987	1084	1181	97
448		1278	1375	1472	1569	1666	1762	1859	1956	2053	2150	97
449		2246	2343	2440	2536	2633	2730	2826	2923	3019	3116	97

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
450	65	3212	3309	3405	3502	3598	3695	3791	3888	3984	4080	96
451		4176	4273	4369	4465	4562	4658	4754	4850	4946	5042	96
452		5138	5234	5331	5427	5523	5619	5714	5810	5906	6002	96
453		6098	6194	6290	6386	6481	6577	6673	6769	6864	6960	96
454		7056	7151	7247	7343	7438	7534	7629	7725	7820	7916	96
455		8011	8107	8202	8298	8393	8488	8584	8679	8774	8870	96
456		8965	9060	9155	9250	9346	9441	2536	9631	9726	9821	95
457		9916	0011	0106	0201	0296	0391	0486	0581	0676	0771	95
458	66	0865	0960	1055	1150	1245	1340	1434	1529	1623	1718	95
459		1813	1907	2002	2096	2191	2285	2380	2474	2569	2663	95
460		2758	2852	2947	3041	3135	3230	3324	3418	3512	3607	95
461		3701	3795	3889	3983	4078	4172	4266	4360	4454	4548	94
462		4642	4736	4830	4924	5018	5112	5205	5299	5393	5487	94
463		5581	5675	5769	5862	5956	6050	6143	6237	6331	6424	94
464		6518	6612	6705	6799	6892	6986	7079	7173	7266	7359	93
465		7453	7546	7640	7733	7826	7921	8013	8106	8199	8293	93
466		8386	8479	8572	8665	8758	8852	8945	9038	9131	9224	93
467		9317	9410	9503	9596	9689	9782	9874	9967	0060	0153	93
468	67	0246	0339	0431	0524	0617	0710	0802	0895	0988	1080	92
469		1173	1265	1358	1451	1543	1636	1728	1821	1913	2005	92
470		2098	2190	2283	2375	2467	2560	2652	2744	2836	2929	92
471		3021	3113	3205	3297	3390	3482	3574	3666	3758	3850	92
472		3942	4034	4126	4218	4310	4402	4494	4586	4677	4769	92
473		4861	4953	5045	5136	5228	5320	5412	5503	5595	5687	92
474		5778	5870	5961	6053	6145	6236	6328	6419	6511	6602	91
475		6694	6785	6876	6968	7059	7151	7242	7333	7424	7516	91
476		7607	7698	7789	7881	7972	8063	8154	8245	8336	8427	91
477		8518	8609	8700	8791	8882	8973	9064	9155	9246	9337	91
478		9428	9519	9609	9700	9791	9882	9973	0063	0154	0245	91
479	68	0336	0426	0517	0607	0698	0789	0879	0970	1060	1151	91
480		1241	1332	1422	1513	1603	1693	1784	1874	1964	2055	91
481		2145	2235	2326	2416	2506	2596	2686	2777	2867	2957	90
482		3047	3137	3227	3317	3407	3497	3587	3677	3767	3857	90
483		3947	4037	4127	4217	3407	4396	4486	4576	4666	4756	90
484		4845	4935	5025	5114	5204	5294	5383	5473	5563	5652	90
485		5742	5831	5921	6010	6100	6189	6279	6368	6457	6547	89
486		6636	6726	6815	6904	6994	7083	7172	7261	7351	7440	89
487		7529	7618	7707	7796	7885	7975	8064	8153	8242	8331	89
488		8420	8509	8598	8687	8776	8865	8953	9042	9131	9220	89
489		9309	9398	9486	9575	9664	9753	9841	9930	0019	0107	88
490	69	0196	0285	0373	0462	0550	0639	0727	0816	0905	0993	88
491		1081	1170	1258	1347	1435	1523	1612	1700	1788	1877	88
492		1965	2053	2142	2230	2318	2406	2494	2583	2671	2759	88
493		2847	2935	3023	3111	3199	3287	3375	3463	3551	3639	88
494		3727	3815	3903	3991	4078	4166	4254	4342	4430	4517	88
495		4605	4693	4781	4868	4956	5044	5131	5219	5306	5394	88
496		5482	5569	5657	5744	5832	5919	6007	6094	6182	6269	87
497		6356	6444	6531	6618	6706	6793	6880	6968	7055	7142	87
498		7229	7316	7404	7491	7578	7665	7752	7839	7926	8013	87
499		8100	8188	8275	8362	8448	8535	8622	8709	8796	8883	87

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	R6z.	
500	698	970	057	144	230	317	404	491	578	664	751	87
501	699	838	924	011	098	184	271	357	444	531	617	86
502	700	703	790	877	903	050	136	222	309	395	482	86
503	701	568	654	741	827	913	999	086	172	258	344	86
504	702	430	517	603	689	775	861	947	035	119	205	86
505	703	291	377	463	549	635	721	807	893	979	065	86
506	704	150	236	322	408	494	579	665	751	837	922	85
507	705	008	094	179	265	350	436	522	607	693	778	85
508		864	949	034	120	205	291	376	462	547	632	85
509	706	718	803	888	974	059	144	229	315	400	485	85
510	707	570	655	740	826	911	996	081	166	251	336	85
511	708	421	506	591	676	761	846	930	015	100	185	85
512	709	270	355	440	524	609	694	779	863	948	033	85
513	710	117	202	287	371	456	540	625	710	794	879	85
514		965	048	132	216	301	385	470	554	638	723	85
515	711	807	891	976	060	144	229	313	397	481	565	84
516	712	650	734	818	902	986	070	154	238	322	406	84
517	713	490	574	658	742	826	910	994	078	162	246	84
518	714	330	414	497	581	665	749	832	916	000	084	84
519	715	167	251	335	418	502	586	669	753	836	920	84
520	716	003	087	170	254	337	421	504	588	671	754	83
521		838	921	004	088	171	254	338	421	504	587	83
522	717	670	754	837	920	003	086	169	252	336	419	83
523	718	502	585	668	751	834	917	000	083	165	248	83
524	719	331	414	497	580	663	745	828	911	994	077	83
525	720	159	242	325	407	490	573	655	738	821	903	82
526		986	068	151	233	316	398	481	563	646	728	82
527	721	811	893	975	058	140	222	305	387	469	552	82
528	722	634	716	798	881	963	045	127	209	291	374	82
529	723	456	538	620	702	784	866	948	030	112	194	82
530	724	276	358	440	522	603	685	767	849	931	013	82
531	725	094	176	258	340	422	503	585	667	748	830	82
532		912	993	075	156	238	320	401	483	564	646	82
533	726	727	809	890	972	053	134	216	297	379	460	81
534	727	541	623	704	785	866	948	029	110	191	273	81
535	728	354	435	516	597	678	759	841	922	003	084	81
536	729	163	246	327	408	489	570	651	732	812	893	81
537		974	055	136	217	298	378	459	540	621	701	80
538	730	782	863	944	024	105	186	266	347	428	508	80
539	731	589	669	750	830	911	991	072	152	233	313	80
540	732	394	474	555	635	715	796	876	956	037	117	80
541	733	197	277	358	438	518	598	679	759	839	919	80
542		999	079	159	240	320	400	480	560	640	720	80
543	734	800	880	960	040	120	200	279	359	439	519	80
544	735	599	679	758	838	918	998	078	157	237	317	80
545	736	396	476	556	635	715	795	874	954	033	113	80
546	737	192	272	352	431	511	590	670	749	828	908	80
547		987	067	146	225	305	384	463	542	622	701	80
548	738	781	860	939	018	097	177	256	335	414	493	79
549	739	572	651	730	810	889	968	047	126	205	284	79

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Roz.	
550	740	362	442	521	599	678	757	836	915	994	073	79
551	741	152	230	309	388	467	545	624	703	782	860	79
552		939	018	096	175	254	332	411	489	568	647	79
555	742	725	804	882	961	039	118	196	274	353	431	78
554	743	510	588	666	745	823	902	980	058	136	215	78
555	744	293	371	449	528	606	684	762	840	918	997	78
556	745	075	153	231	309	387	465	543	621	699	777	78
557		855	933	011	089	167	245	323	401	478	556	78
558	746	634	712	790	868	945	023	101	179	256	334	78
559	747	412	489	567	645	722	800	878	955	033	110	78
560	748	188	266	345	421	498	576	655	731	808	885	77
561		963	040	118	195	272	350	427	504	582	659	77
562	749	736	814	891	969	045	122	200	277	354	431	77
563	750	508	585	663	740	817	894	971	048	125	202	77
564	751	279	356	433	510	587	664	741	818	895	972	77
565	752	048	125	202	279	356	433	509	586	663	740	77
566		816	893	970	047	123	200	277	353	430	506	76
567	753	583	660	736	813	889	966	042	119	195	272	76
568	754	348	425	501	578	654	730	807	883	960	036	76
569	755	112	189	265	341	417	494	570	646	722	799	76
570		875	951	027	103	179	256	332	408	484	560	76
571	756	636	712	788	864	940	016	092	168	244	320	76
572	757	396	472	548	624	700	775	851	927	003	079	76
573	758	155	230	306	382	458	533	609	685	760	836	76
574		912	987	063	139	214	290	366	441	517	592	75
575	759	668	743	819	894	970	045	121	196	272	347	75
576	760	422	498	573	649	724	799	875	950	025	100	75
577	761	176	251	326	402	477	552	627	702	777	853	75
578		928	003	078	153	228	303	378	453	528	603	75
579	762	679	754	829	903	978	053	128	203	278	353	75
580	763	428	503	578	653	728	802	877	952	027	101	74
581	764	176	251	326	400	475	550	624	699	774	848	74
582		923	998	072	147	221	296	370	445	519	594	74
583	765	669	743	817	892	966	041	115	190	264	338	74
584	766	413	487	562	636	710	784	859	933	007	082	74
585	767	156	230	304	378	453	527	601	675	749	824	74
586		898	972	046	120	194	268	342	416	490	564	74
587	768	638	712	786	860	934	008	082	156	230	303	74
588	769	377	451	525	599	673	746	820	894	968	041	73
589	770	115	189	263	336	410	484	557	631	705	778	73
590		852	926	999	073	146	220	293	367	440	514	73
591	771	587	661	734	808	881	955	028	102	175	248	73
592	772	322	395	468	542	615	688	762	835	908	981	73
593	773	055	128	201	274	347	420	494	567	640	713	73
594		786	859	933	006	079	152	225	298	371	444	73
595	774	517	590	663	736	809	882	955	028	100	173	73
596	775	246	319	392	465	538	610	683	756	829	902	73
597		974	047	120	192	265	338	411	483	556	628	73
598	776	701	774	846	919	992	064	137	209	282	354	73
599	777	427	499	572	644	717	789	862	934	006	079	73

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
600	778	151	224	296	368	441	513	585	658	730	802	72
601		874	947	019	091	163	236	308	380	452	524	72
602	779	596	669	741	813	885	957	029	101	173	245	72
603	780	317	389	461	533	605	677	749	821	893	965	72
604	781	037	109	181	252	324	396	468	540	612	684	72
605		755	827	899	971	042	114	186	258	329	401	72
606	782	473	544	616	688	759	831	902	974	046	117	71
607	783	189	260	332	403	475	546	618	689	761	832	71
605		904	975	046	118	189	261	332	403	475	546	71
609	784	617	689	760	831	902	974	045	116	187	259	71
610	785	330	401	472	543	614	686	757	828	899	970	71
611	786	041	112	183	254	325	396	467	538	609	680	71
612		751	822	893	964	035	106	177	248	319	390	71
613	787	466	537	608	679	750	821	892	963	034	105	71
614	788	168	239	310	380	451	522	593	663	734	804	70
615		873	946	016	087	157	228	299	369	440	510	70
616	789	581	651	722	792	863	933	003	074	144	215	70
617	790	285	355	426	496	567	637	707	778	848	918	70
618		988	059	129	199	269	340	410	480	550	620	70
619	791	691	761	831	901	971	041	111	181	252	322	70
620	792	391	462	532	602	672	742	812	882	952	022	70
621	793	092	161	231	301	371	441	511	581	651	721	70
622		799	869	939	009	079	149	219	289	359	428	69
623	794	488	558	627	697	767	836	906	976	045	115	69
624	795	185	254	324	393	463	532	602	671	741	810	69
625		880	949	019	088	158	227	297	366	436	505	69
626	796	574	644	713	782	852	921	990	060	129	198	69
627	797	267	337	406	475	544	614	683	752	821	890	69
628		960	029	098	167	236	305	374	443	512	582	69
629	798	651	720	789	858	927	996	065	134	203	272	69
630	799	340	409	478	547	616	685	754	823	892	961	69
631	800	029	098	167	236	305	373	442	511	580	648	68
632		717	786	854	923	992	061	129	198	266	335	68
633	801	404	472	541	609	678	747	815	884	952	021	68
634	802	089	158	226	295	363	432	500	568	637	705	68
635		774	842	910	979	047	115	184	252	320	389	68
636	803	457	525	594	662	730	798	867	935	003	071	68
637	804	139	208	276	344	412	480	548	616	684	753	68
638		821	889	957	025	093	161	229	297	365	433	68
639	805	501	569	637	705	773	840	908	976	044	112	68
640	806	180	248	316	383	451	519	587	655	722	790	68
641		858	926	993	061	129	197	264	332	400	467	67
642	807	535	603	670	738	805	874	941	008	076	143	67
643	808	211	278	346	413	481	549	616	683	751	818	67
644		886	953	021	088	155	223	290	358	425	492	67
645	809	560	627	694	762	829	896	963	031	098	165	67
646	810	232	300	367	434	501	568	636	703	770	837	67
647		903	971	038	106	173	240	307	374	440	508	67
648	811	575	642	709	776	843	910	977	044	111	178	67
649	812	245	312	378	445	512	579	646	713	780	846	67

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
650	812	913	980	047	114	180	247	314	381	447	514	67
651	815	581	648	714	781	848	914	981	048	114	181	67
652	814	248	314	381	447	514	580	647	714	780	847	67
653		913	980	046	113	179	246	312	378	445	511	66
654	845	578	644	710	777	845	910	976	042	109	175	66
655	816	241	307	374	440	506	573	639	705	771	838	66
656		904	970	036	102	169	235	301	367	433	499	66
657	817	565	632	697	764	830	896	962	028	094	160	66
658	818	226	292	358	424	490	556	622	688	754	819	66
659		885	951	017	083	149	215	281	346	412	478	66
660	819	544	610	675	741	807	873	939	004	070	136	66
661	820	201	267	333	398	464	530	595	661	727	792	66
662		858	924	989	055	120	186	251	317	382	448	66
663	821	513	579	644	710	775	841	906	972	037	103	66
664	822	168	233	299	364	430	495	560	626	691	756	65
665		822	887	952	017	083	148	213	279	344	409	65
666	823	474	539	605	670	735	800	865	930	996	061	65
667	824	126	191	256	321	386	451	516	581	646	711	65
668		776	841	906	971	036	101	166	231	296	361	65
669	825	426	491	556	621	686	751	815	880	945	010	65
670	826	075	140	204	269	334	399	463	528	593	658	65
671		722	787	852	917	981	046	111	175	240	305	65
672	827	369	434	498	563	628	692	757	821	886	950	64
673	828	015	080	144	209	273	338	402	466	531	595	64
674		660	724	789	853	918	982	046	111	175	239	64
675	829	304	368	432	497	561	625	690	754	818	882	64
676		947	011	074	139	204	268	332	396	460	524	64
677	830	589	653	717	781	845	909	973	037	102	166	64
678	831	230	294	358	422	486	550	614	678	742	806	64
679		870	934	998	062	125	189	253	317	381	445	64
680	832	509	573	637	700	764	828	892	956	019	083	64
681	833	147	211	275	338	402	466	530	593	657	721	64
682		784	848	912	975	039	103	166	230	293	357	64
683	834	421	484	548	611	675	738	802	866	929	993	64
684	835	056	120	183	246	310	373	437	500	564	627	63
685		691	754	817	881	944	007	071	134	196	261	63
686	836	324	387	451	514	577	640	704	767	830	893	63
687		957	020	083	146	209	273	336	399	462	525	63
688	837	588	652	715	778	841	904	967	030	093	156	63
689	838	219	282	345	408	471	534	597	660	723	786	63
690		849	912	975	038	101	164	227	289	352	415	63
691	839	478	541	604	667	729	792	855	918	981	043	63
692	840	106	169	232	294	357	420	482	545	608	671	63
693		733	796	859	921	984	046	109	172	234	297	63
694	841	359	422	485	547	610	672	735	797	860	922	63
695		984	047	110	172	235	297	360	422	484	547	63
696	842	609	672	734	796	859	921	983	046	108	170	62
697	843	233	295	357	420	482	544	606	669	731	793	62
698		855	918	980	042	104	166	229	291	353	415	62
699	844	477	539	601	663	726	788	850	912	974	036	62

Licz	0	1	2	5	4	5	6	7	8	9	Róż.	
700	845	098	160	222	284	346	408	470	532	594	656	62
701		718	780	842	904	966	028	090	151	213	275	62
702	846	537	599	461	523	584	646	708	770	832	893	62
703		955	017	079	141	202	264	326	388	449	511	62
704	847	573	634	696	758	819	881	943	004	066	127	62
705	848	189	251	312	374	435	497	559	720	682	743	62
706		805	866	928	989	051	112	174	235	296	358	62
707	849	419	481	542	604	665	726	788	849	911	972	61
708	850	033	095	156	217	279	340	401	462	523	585	61
709		646	707	769	830	891	952	014	075	136	197	61
710	851	258	319	381	442	503	564	625	686	747	808	61
711		870	931	992	053	114	175	236	297	358	419	61
712	852	480	541	602	663	724	785	846	907	968	029	61
713	853	089	150	211	272	333	394	455	516	576	637	61
714		698	759	820	881	941	002	063	124	184	245	61
715	854	306	367	427	488	549	610	670	731	792	852	61
716		913	974	034	095	156	216	277	337	398	459	61
717	855	519	580	640	701	761	822	882	943	003	064	61
718		124	185	245	306	366	427	487	548	608	668	60
719	856	729	789	850	910	970	031	091	151	212	272	60
720	857	332	393	453	513	574	634	694	754	815	875	60
721		935	995	056	116	176	236	296	357	417	477	60
722	858	537	597	657	718	778	838	898	958	018	078	60
723	859	138	198	258	318	378	438	499	559	619	679	60
724		739	798	858	918	978	038	098	158	218	278	60
725	860	338	398	458	518	578	637	697	757	817	877	60
726		937	996	056	116	176	236	295	355	415	475	60
727	861	534	594	654	714	773	833	893	952	012	072	60
728	862	131	191	251	310	370	430	489	549	608	668	60
729		727	787	846	906	966	025	085	144	204	263	60
730	863	323	382	442	501	561	620	680	739	798	858	60
731		917	977	036	096	155	214	274	333	392	452	60
732	864	511	570	630	689	748	808	867	926	985	045	60
733	865	104	163	222	282	341	400	458	518	578	637	59
734		696	755	814	873	933	992	051	110	169	228	59
735	866	287	346	405	465	524	583	642	701	760	819	59
736		878	937	996	055	114	173	232	291	350	409	59
737	867	467	526	585	644	703	762	821	880	939	997	59
738	868	056	115	174	233	292	350	409	468	527	586	59
739		644	703	762	821	879	938	997	056	114	173	59
740	869	232	290	349	408	466	525	584	642	701	760	59
741		818	877	935	994	053	111	170	228	287	345	58
742	870	404	462	521	579	638	696	755	813	872	930	58
743		989	047	106	164	223	281	339	398	456	515	58
744	871	573	631	690	748	806	865	923	981	040	098	58
745		872	156	215	273	331	389	448	506	564	622	58
746		739	797	855	913	972	030	088	146	204	262	58
747	873	321	378	437	495	553	611	669	727	785	844	58
748		902	960	018	076	134	192	250	308	366	424	58
749	874	482	540	598	656	714	772	830	887	945	003	58

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
750	875	061	119	177	235	293	351	409	466	524	582	58
751		640	698	756	813	871	929	987	045	102	160	58
752	876	218	276	333	381	449	506	564	622	680	737	58
753		795	853	910	968	026	083	141	198	256	314	58
754	877	371	429	486	544	602	659	717	774	832	889	57
755		947	004	062	119	177	234	292	349	407	464	57
756	878	522	579	637	694	751	809	866	924	981	038	57
757	879	096	153	211	268	325	383	440	497	555	612	57
758		669	726	784	841	898	956	013	070	127	185	57
759	880	242	299	356	413	471	528	585	642	699	756	57
760		814	971	928	985	042	099	156	213	270	328	57
761	881	385	442	499	556	613	670	727	784	841	898	57
762	882	955	012	069	126	183	240	297	354	411	468	57
763		524	581	638	695	752	809	866	923	980	036	57
764	883	093	150	207	264	321	377	434	491	548	605	57
765		661	718	775	832	888	945	002	059	115	172	57
766	884	229	285	342	399	455	512	569	625	682	739	57
767		795	852	909	965	022	078	135	191	248	305	57
768	885	361	418	474	531	587	644	700	757	813	870	57
769		926	983	039	096	152	209	265	321	378	434	56
770	886	491	547	603	660	716	773	829	885	942	998	56
771	887	054	111	167	223	280	336	392	448	505	561	56
772		617	674	730	786	842	898	955	011	067	123	56
773		179	236	292	348	404	460	516	573	629	685	56
774	888	741	797	853	909	965	021	077	134	190	246	56
775	889	302	358	414	470	526	582	638	694	750	806	56
776		851	918	974	030	085	141	197	253	309	365	56
777	890	421	477	533	589	644	700	756	812	868	924	56
778		980	035	091	147	203	259	314	370	426	482	56
779	891	537	593	649	705	760	816	872	927	983	039	56
780	892	095	150	206	262	317	373	428	484	540	595	55
781		651	707	762	818	873	929	985	040	096	151	55
782	893	207	262	318	373	429	484	540	595	651	706	55
783		762	817	873	928	984	039	094	156	205	261	55
784	894	316	371	427	482	538	593	648	704	759	814	55
785		870	925	980	036	091	146	201	257	312	367	55
786	895	422	478	533	588	643	699	754	809	864	919	55
787	896	975	030	085	140	195	251	306	361	416	471	55
788		526	581	636	691	747	802	857	912	967	022	55
789	897	077	132	187	242	297	352	407	462	517	572	55
790		627	682	737	792	847	902	957	012	067	122	55
791	898	176	231	286	341	396	451	506	561	615	670	55
792		725	780	835	890	944	999	054	109	164	218	55
793	899	273	328	383	437	492	547	602	656	711	766	55
794		820	875	930	985	039	094	149	203	258	312	54
795	900	367	422	476	531	586	640	695	749	804	858	54
796		913	968	022	077	131	186	240	295	349	404	54
797	901	458	513	567	622	676	731	785	840	894	948	54
798	902	003	057	112	166	220	275	329	384	438	492	54
799		547	601	655	710	764	818	873	927	981	036	54

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
800	903	090	144	198	253	307	361	416	470	524	578	54
801		652	687	741	795	849	903	958	012	066	120	54
802	904	174	228	283	337	391	445	499	553	607	661	54
803		716	770	884	878	932	986	040	094	148	202	54
804	905	256	310	364	418	472	526	580	634	688	742	54
805		796	850	904	958	012	065	119	073	227	281	54
806	906	335	389	443	497	550	604	658	712	766	820	54
807		875	927	981	035	089	142	196	250	304	358	54
808	907	411	465	519	573	626	680	734	787	841	895	54
809		948	002	056	109	163	217	270	324	378	431	53
810	908	485	539	592	646	699	753	807	860	914	967	53
811	909	021	074	128	181	235	288	342	395	449	502	53
812		556	609	663	716	770	823	877	930	984	037	53
813	910	091	144	197	251	304	358	411	464	518	571	53
814		624	678	731	784	838	891	944	998	051	104	53
815	911	158	211	264	317	371	424	477	530	584	637	53
816		690	743	797	850	903	956	009	063	116	169	53
817	912	222	275	328	381	435	488	541	594	647	700	53
818		755	806	859	913	966	019	072	125	178	231	53
819	913	284	337	390	445	496	549	602	655	708	761	53
820		814	897	920	973	026	079	131	184	237	290	53
821	914	343	396	449	502	555	608	660	713	766	819	53
822		872	925	977	030	083	136	189	241	294	347	53
823	915	400	552	505	558	611	664	716	769	822	874	53
824		927	980	033	085	138	191	245	296	349	401	53
825	916	454	507	559	612	664	717	770	822	875	927	53
826		680	033	085	138	190	243	295	348	400	453	53
827	917	505	558	611	665	715	768	820	873	925	978	53
828		030	083	135	188	240	292	345	397	450	502	53
829	918	554	607	660	712	764	816	869	921	973	026	53
830	919	078	130	183	235	287	340	392	444	496	549	53
831		601	653	705	758	810	862	914	967	019	071	52
832	920	123	176	228	280	332	384	436	489	541	593	52
833		645	697	749	801	853	906	958	010	062	114	52
834	921	166	218	270	322	374	426	478	530	582	634	52
835		686	738	790	842	894	946	998	050	102	154	52
836	922	206	258	310	362	414	466	518	570	622	674	52
837		725	777	829	881	933	985	037	088	140	192	52
838	923	244	296	348	399	451	503	555	607	658	710	52
839		762	814	865	917	969	021	072	124	176	228	52
840	924	179	231	283	334	386	438	489	541	593	644	51
841		796	848	899	951	002	054	106	157	209	260	51
842	925	312	364	415	467	518	570	621	673	724	776	51
843		827	879	931	982	034	085	137	188	239	291	51
844	926	342	394	445	497	548	600	651	702	754	805	51
845		857	908	959	011	062	114	165	216	268	319	51
846	927	370	422	473	524	576	627	678	730	781	832	51
847		883	935	986	037	088	140	191	242	293	345	51
848	928	396	447	498	549	601	652	703	754	805	856	51
849		918	958	010	061	112	163	214	266	317	368	51

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
850	629	419	470	521	572	623	674	725	776	827	878	51
851		930	981	032	083	134	185	236	287	338	389	51
852	930	440	491	541	592	643	694	745	796	847	898	51
853		949	000	051	102	153	203	254	305	356	407	51
854	931	458	509	560	610	661	712	763	814	864	915	51
855		966	017	068	118	169	220	271	321	372	423	51
856	932	474	524	575	626	677	727	778	829	879	930	51
857		981	031	082	133	183	234	285	335	386	437	51
858	933	487	538	588	639	690	740	791	841	892	943	51
859		993	044	094	145	195	246	296	347	397	448	51
860	934	498	549	599	650	700	751	801	852	902	953	51
861	935	003	054	104	154	205	255	306	356	406	457	51
862		507	558	608	658	709	759	809	860	910	960	50
863	936	011	061	111	162	212	262	313	363	413	463	50
864		514	564	614	664	715	765	815	865	916	966	50
865	937	016	066	116	167	217	267	317	367	418	468	50
866		518	568	618	668	718	769	819	869	919	969	50
867	938	019	069	119	169	219	269	319	370	420	470	50
868		520	570	620	670	720	770	820	870	920	970	50
869	939	020	070	120	170	220	270	319	369	419	469	50
870		519	569	619	669	719	769	819	868	918	968	50
871	940	017	068	118	168	218	267	317	367	417	467	50
872		516	566	616	666	716	765	815	865	915	964	50
873	941	014	064	114	163	213	263	313	362	412	462	50
874		511	561	611	660	710	760	809	859	909	958	49
875	942	008	058	107	157	206	256	306	355	405	454	49
876		504	554	603	653	702	752	801	851	900	950	49
877	943	000	049	099	148	198	247	297	346	396	445	49
878		494	544	593	643	692	742	791	841	890	939	49
879		989	038	088	137	186	236	285	335	384	433	49
880	944	482	532	581	631	680	729	779	828	877	927	49
881		976	025	074	124	173	222	272	321	370	419	49
882	945	469	518	567	616	665	715	764	813	862	911	49
883		961	010	059	108	157	207	256	305	354	403	49
884	946	452	501	550	600	649	698	747	796	845	894	49
885		943	992	041	090	139	189	238	287	336	385	49
886	947	434	483	532	581	630	679	728	777	826	875	49
887		924	973	021	070	119	168	217	266	315	364	49
888	948	413	462	511	560	608	657	706	755	804	853	49
889		902	951	000	048	097	146	195	244	292	341	49
890	949	390	439	488	536	585	634	683	731	780	829	49
891		878	926	975	024	073	121	170	219	267	316	49
892	950	363	413	461	511	560	608	657	705	754	803	49
893		851	900	949	997	046	095	143	192	240	289	49
894	951	337	386	435	483	532	580	629	677	726	774	48
895		823	872	920	969	017	066	114	163	211	259	48
896	952	308	356	405	453	502	550	599	647	696	744	48
897		792	841	889	938	986	034	083	131	180	228	48
898	953	276	325	373	421	470	518	566	615	663	711	48
899		760	808	856	905	953	001	049	098	146	194	48

L

Licz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Róż.	
900	954	242	291	339	387	435	484	532	580	628	677	48
901		725	775	821	869	918	966	014	062	110	158	48
902	955	206	255	303	351	399	447	495	545	592	640	48
903		688	736	784	832	880	928	976	024	072	120	48
904	956	168	216	264	312	361	409	457	505	553	601	08
905		649	697	744	792	840	888	936	984	032	080	48
906	957	128	176	224	272	320	368	416	464	511	559	48
907		607	655	703	751	799	847	894	942	990	038	48
908	958	086	134	181	229	277	325	373	420	468	516	48
909		564	612	659	707	755	803	850	898	946	994	48
910	959	041	089	137	184	232	280	328	375	423	471	48
911		518	566	614	661	709	757	804	852	900	947	47
912		995	042	090	138	185	233	280	328	376	423	47
913	960	471	518	566	613	661	709	756	804	851	899	47
914		946	994	041	089	136	184	231	279	326	374	47
915	961	421	469	516	563	611	658	706	753	801	848	47
916		896	945	990	038	085	132	180	227	275	322	47
917	962	569	617	664	711	759	806	853	901	948	995	47
918		845	890	937	985	032	079	126	174	221	268	47
919	963	315	363	410	457	504	552	599	646	693	741	47
920		788	835	882	929	977	024	071	118	165	212	47
921	964	260	307	354	401	448	495	542	590	637	684	47
922		751	778	825	872	919	966	013	060	108	155	47
923	965	202	249	296	343	390	437	484	531	578	625	47
924		672	719	766	813	860	907	954	001	048	095	57
925	966	142	189	236	283	329	376	423	470	517	564	47
926		611	658	705	752	798	845	892	939	986	033	47
927	967	080	127	173	220	267	314	361	408	454	501	47
928		548	595	642	688	735	782	829	875	922	969	47
929	968	016	062	109	156	203	249	296	343	389	436	47
930		483	530	576	623	670	716	763	810	856	903	47
931		950	996	043	090	136	183	229	276	323	370	46
932	969	416	462	509	556	602	649	695	742	788	835	46
933		882	928	975	021	068	114	161	207	254	300	46
934	970	347	393	440	486	533	579	626	672	719	765	46
935		812	858	904	951	997	044	090	137	183	229	46
936	971	276	322	369	415	461	508	554	600	647	693	46
937		740	786	832	879	925	971	018	064	110	156	46
938	972	203	249	295	342	388	434	480	527	573	619	46
939		665	712	758	804	851	897	943	989	035	082	46
940	973	128	174	220	266	313	359	405	451	497	543	46
941		590	636	682	728	774	820	866	913	959	005	46
942	974	051	097	143	189	235	281	327	373	420	466	46
943		512	558	604	650	696	742	788	834	880	925	46
944		972	018	064	110	156	202	248	294	340	386	46
945	975	452	478	524	570	616	661	708	755	799	845	46
946		891	937	983	029	075	121	166	212	258	304	46
947	976	352	396	442	487	533	579	625	671	717	762	45
948		808	854	900	946	991	037	083	129	175	220	45
949	977	266	312	358	403	449	495	541	586	632	678	45

Licz.	0	1	2	5	4	5	6	7	8	9	Róż.
950	725	769	815	861	906	952	997	043	089	135	45
951	978	180	226	272	317	363	409	454	500	546	45
952	657	685	728	774	819	865	911	956	002	047	45
953	979	095	158	184	280	275	521	566	412	457	45
954	548	594	639	685	730	776	821	867	912	958	45
955	980	005	049	094	140	185	231	276	322	367	45
956	458	505	549	594	640	685	730	776	821	867	45
957	912	967	005	048	095	139	184	229	275	320	45
958	981	365	411	456	501	547	592	637	683	728	45
959	819	864	909	954	000	045	090	136	181	226	45
960	982	271	316	362	407	452	497	543	588	633	45
961	725	769	814	859	904	949	994	040	085	130	45
962	983	175	220	265	310	356	401	446	491	536	45
963	626	671	716	762	807	852	897	942	987	032	45
964	984	077	122	167	212	257	302	347	392	437	45
965	527	572	617	662	707	752	797	842	887	932	45
966	977	022	067	112	157	202	247	292	337	382	45
967	985	426	471	516	561	606	651	696	741	786	45
968	875	920	965	010	055	100	144	189	234	279	45
969	986	324	369	413	458	503	548	593	637	682	45
970	772	816	861	906	951	995	040	085	130	174	45
971	987	219	264	309	353	398	443	487	532	577	45
972	666	711	756	800	845	890	934	979	024	068	44
973	988	115	157	202	247	291	336	381	425	470	44
974	559	605	648	692	737	782	826	871	915	960	44
975	989	005	049	094	138	183	227	271	316	361	44
976	450	494	539	583	628	672	717	761	806	850	44
977	895	959	985	028	072	117	161	206	250	294	44
978	990	359	383	428	472	516	561	605	650	694	44
979	783	827	871	916	960	004	049	093	137	182	44
980	991	226	270	315	359	403	448	492	536	580	44
981	669	715	757	802	846	890	934	979	023	067	44
982	992	111	156	200	244	288	333	377	421	465	44
983	553	598	642	686	730	774	818	863	907	951	44
984	995	039	083	127	172	216	260	304	348	392	44
985	995	436	480	524	568	612	657	701	745	789	44
986	877	921	965	009	053	097	141	185	229	273	44
987	994	317	361	405	449	493	537	581	625	669	44
988	757	801	845	889	933	977	021	064	108	152	44
989	995	196	240	284	328	372	416	460	504	547	44
990	635	679	723	767	811	854	898	942	986	030	44
991	996	074	117	161	205	249	293	336	380	424	44
992	512	555	599	643	687	730	774	818	862	905	44
993	949	993	037	080	124	168	212	255	299	343	44
994	997	586	630	674	717	761	805	848	892	936	44
995	823	867	910	954	998	041	085	128	172	216	44
996	998	259	303	346	390	434	477	521	564	608	44
997	695	739	782	826	869	913	956	000	043	087	44
998	999	150	174	218	261	305	348	392	435	478	44
999	565	609	652	696	739	783	826	870	913	957	44

T A B L I C A

L O G A R Y T M O W

W S T A W

od 1 minuty do 90 stopni.

Logarytmy wstaw od 1' do 60.

Min.	0 stop.	1 stop.	2 stop.	3 stop.	4 stop.	5 stop.
0		8, 241855	8, 342819	8, 718800	8, 845584	8, 640296
1	6, 465726	49055	46422	21204	5387	1738
2	764757	56094	49995	25595	7183	3174
3	940847	63042	53539	25972	8971	4606
4	7, 065786	69881	57054	28557	850751	6034
5	162696	76614	60540	750688	2524	7456
6	241877	83243	63999	3027	4290	8874
7	508824	89773	67431	5353	6049	950287
8	366816	96207	70836	7667	7801	1696
9	417978	302546	74214	9969	9546	3099
10	465726	08794	77566	742259	861283	4499
11	505118	14954	80892	4536	3014	5894
12	542906	21027	84193	6801	4738	7284
13	577668	27016	87469	0559	6454	8670
14	609853	32924	90721	751297	8165	960052
15	639816	38753	93948	3128	9868	1429
16	967844	44504	97152	5747	871565	2801
17	694173	50180	600332	7955	3255	4170
18	718997	55783	05489	760151	4938	5534
19	742477	61315	06623	2337	6615	6893
20	764754	66777	09734	4511	8285	8249

T A B L I C A

L O G A R Y T M O W

S T Y C Z N Y C H

od 1 minuty do 90 stopni.

Logarytmy stycznych od 1' do 6°.

Min.	0 stop.	1 stop.	2 stop.	3 stop.	4 stop.	5 stop.
0		8. 241921	8, 545084	8, 719596	8, 844644	8, 941951
1	6, 463726	49101	46691	21806	6455	3404
2	764756	56165	50268	24205	8260	4852
3	940847	63115	53816	26588	850057	6295
4	7. 065786	69956	57356	28959	1846	7734
5	162696	76691	60828	731517	3628	9168
6	241878	83323	64291	3663	5403	950597
7	308825	89856	67727	5996	7171	2021
8	366817	96292	71137	8317	8932	3441
9	417970	302635	74520	740626	860686	4857
10	463727	08884	77877	2922	2433	6267
11	505120	05040	81208	5207	4172	7673
12	542909	21122	84514	7479	5905	9075
13	577671	27114	87794	9740	7632	960473
14	609857	33025	91051	751989	9351	1865
15	639820	38856	94283	4227	871064	3254
16	667849	44610	97492	6455	2770	4639
17	694179	50289	600677	8668	4469	6019
18	719003	55895	03839	760872	6162	7394
19	742484	61430	06978	3065	7849	8766
20	764761	66894	10094	5246	9529	970133

Logarytmy wstaw od 1' do 6°.

Min.	0 stop.	1 stop.	2 stop.	3 stop.	4 stop.	5 stop.
21	7,785945	8,572171	8,612825	8,766675	8,879919	8,969600
22	806146	77499	5891	8827	881607	970947
23	25451	82762	8957	770970	5258	2289
24	45934	87962	621962	5101	4903	3628
25	61662	95101	4965	5223	6542	4962
26	78695	63179	7948	7533	8174	6293
27	95085	403199	650911	9454	9801	7619
28	910880	08161	2854	781524	891421	8941
29	26119	15068	6776	5603	5033	980259
30	40842	17919	9680	5675	4643	1575
31	55082	22717	642565	7756	6245	2883
32	68870	27462	5428	9787	7842	4189
33	82253	52156	8274	791828	9432	5491
34	95198	56800	651102	5859	901017	6789
35	8,007787	41394	3911	5881	2593	8083
36	20021	45941	6702	7894	4168	9374
37	51919	50440	9475	9897	5736	990660
38	43501	54895	662230	801891	7297	1943
39	54781	59301	4968	5876	8853	3222
40	65776	63665	7689	5852	910404	4497
41	76500	67985	670595	7819	1949	5768
42	86965	72263	3080	9777	3488	7036
43	97183	76498	5751	811726	5022	8299
44	107167	80693	8405	3667	6550	9559
45	16926	84848	681043	5598	8073	9,000816
46	26471	88963	3665	7522	9591	2069
47	35812	53040	6272	9436	921103	3318
48	44953	96078	8862	821542	2610	4563
49	55907	501080	691438	3240	4112	5805
50	62681	05045	3998	5130	5609	7044
51	71280	08974	6543	7011	7100	8278
52	79715	12867	9073	8884	8587	9510
53	87985	16726	701589	830749	830068	010737
54	96102	20551	4090	2607	1544	1962
55	204070	24345	6577	4456	3015	3182
56	11896	28102	9049	6297	4481	4400
57	19581	31828	711507	8130	5942	5613
58	27133	35523	3952	9956	7398	6824
59	34557	39186	6585	841774	8850	8051
60	41855	42819	8800	3584	940296	9235

Logarytmy stycznych od 1' do 6°.

Min.	0 stop.	1 stop.	2 stop.	3 stop.	4 stop.	5 stop.
21	7,785954	8,372291	8,613189	8,767417	8,381202	8,971496
22	806154	77622	6261	9578	2869	2855
23	25460	82889	9315	771727	4550	4209
24	45944	88092	622345	5866	6185	5560
25	61674	93234	5352	5945	7853	6906
26	78708	98315	8340	8114	9476	8248
27	95099	405358	651308	780222	891112	9586
28	910894	08304	4256	2520	2742	980920
29	26134	13213	7184	4408	4366	2251
30	40858	18068	640093	6486	5984	3577
31	55100	22869	2982	8554	7596	4899
32	68889	27618	5853	790613	9205	6217
33	82253	32315	8704	2662	900803	7532
34	95219	36962	651537	4701	2398	8842
35	8,007809	41560	4352	6731	3987	990149
36	2004	46110	7149	8752	5570	1451
37	31945	50613	9928	800763	7147	2750
38	45527	55070	662689	2765	8719	4045
39	54809	59481	5433	4758	910285	5337
40	65806	63849	8160	6742	1846	6624
41	76531	68172	670870	8717	3401	7908
42	86997	72454	3563	810683	4951	9188
43	97217	76693	6239	2641	64959	9,000465
44	107202	80892	8900	4589	8054	1737
45	16963	85050	681544	6529	9567	3007
46	26510	89170	4172	8461	921096	4272
47	35851	93230	6784	820384	2619	5534
48	44996	97293	9381	2298	4136	6792
49	53952	501298	691963	4205	5649	8047
50	62727	05267	4329	6103	7156	9298
51	71328	09200	7081	7992	8658	010546
52	79763	13098	9617	9874	930155	1790
53	88036	16961	702139	831748	1647	3031
54	96156	20790	4646	3613	3134	4268
55	201126	24586	7139	5471	4616	5502
56	11953	28349	9618	7321	6093	6732
57	19541	32080	712083	9165	7565	7959
58	27195	35779	4534	840998	9032	9185
59	34621	39447	6972	2824	940494	020403
60	41921	43084	9396	4644	1952	1620

Logarytmy wstaw 6°, 7°, 8°, 9°, 10°, 11°, 12°. Cecha 9.

		M i n u t y									
Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6°	0	01 9235	0435	1632	2825	4016	5205	6386	7567	8744	9918
	12	03 1089	2257	3421	4582	5741	6896	8048	9197	0342	1485
	20	04 2625	3762	4895	6026	7154	8279	9400	0519	1635	2748
	30	05 3859	4966	6071	7172	8271	9367	0460	1551	2639	3725
	40	06 4806	5885	6962	8036	9107	0176	1242	2305	3366	4424
	50	07 5480	6535	7583	8631	9676	0719	1759	2797	3832	4864
7	0	08 5864	6922	7947	8971	9990	1008	2024	3037	4047	5056
	10	09 6061	7065	8066	9065	0062	1056	2048	3037	4025	5010
	20	10 5992	6973	7951	8927	9901	0873	1842	2809	3774	4737
	30	11 5998	6956	7912	8867	9819	0469	1417	2362	3306	4248
	40	12 5187	6125	7060	7995	8925	9854	0781	1706	2630	3552
	50	13 4470	5387	6303	7216	8127	9037	9944	0850	1754	2655
8	0	14 3555	4453	5350	6243	7136	8026	8915	9801	0686	1569
	10	15 2451	3330	4208	5083	5957	6830	7700	8569	9435	0300
	20	16 1164	2025	2885	3743	4600	5454	6307	7159	8008	8856
	30	9702	0546	1389	2230	3070	3908	4744	5578	6411	7242
	40	17 8072	8900	9726	0551	1374	2196	3016	3834	4651	5466
	50	18 6280	7092	7903	8712	9519	0325	1130	1933	2734	3534
9	0	19 4332	5129	5935	6719	7511	8302	9091	9879	0666	1451
	10	20 2234	3017	3797	4577	5354	6131	6906	7679	8452	9222
	20	9992	0760	1526	2291	3055	3818	4579	5338	6097	6854
	30	21 7609	8363	9116	9868	0618	1367	2115	2861	3606	4349
	40	22 5092	5833	6572	7311	8048	8784	9518	0252	0984	1714
	50	23 2444	3172	3899	4625	5349	6073	6795	7515	8235	8953
10	0	9670	0386	1101	1814	2526	3237	3947	4656	5363	6069
	10	24 6775	7478	8181	8883	9583	0282	0980	1677	2375	3067
	20	25 3761	4455	5144	5834	6523	7211	7898	8583	9268	9951
	30	26 0635	1314	1994	2673	3351	4027	4703	5377	6051	6725
	40	7594	8065	8734	9402	0069	0735	1400	2063	2726	3388
	50	27 4049	4708	5367	6024	6681	7337	7991	8644	9297	9948
11	0	0590	1248	1897	2544	3190	3836	4480	5124	5766	6408
	10	28 7048	7687	8326	8964	9600	0236	0870	1504	2137	2768
	20	29 3390	4039	4658	5286	5913	6539	7164	7788	8412	9034
	30	0655	0276	0895	1514	2132	2748	3364	3979	4593	5207
	40	5810	6430	7041	7650	8259	8867	9474	0080	0685	1289
	50	31 1893	2495	3097	3698	4297	4896	5495	6092	6688	7284
12	0	7879	8473	9066	9658	0249	0840	1430	2019	2607	3194
	10	32 3780	4366	4950	5534	6117	6700	7281	7862	8442	9021
	20	9599	0076	0753	1328	1903	2478	3051	3624	4195	4766
	30	33 5337	5906	6475	7043	7610	8176	8742	9306	9871	0434
	40	34 0996	1558	2119	2679	3239	3797	4355	4912	5469	6024
	50	6579	7134	7687	8240	8792	9343	9893	0443	0992	1540

Logarytmy stycznych 6°, 7°, 8°, 9°, 10°, 11°, 12°. Cecha 9.

		M i n u t y.									
Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6°	0	02 1620	2854	4044	5251	6455	7655	8852	0046	1237	2425
	10	05 5609	4791	5969	7144	8316	9485	0651	1815	2973	4130
	20	04 5284	6454	7582	8727	9869	1008	2144	3277	4407	5535
	30	05 6659	7781	8900	0016	1130	2240	3348	4453	5556	6655
	40	06 7752	8846	9938	1027	2113	3197	4278	5356	6432	7505
	50	07 8576	9644	0710	1773	2835	3891	4947	6000	7050	8098
7	0	08 9144	0187	1228	2266	3302	4335	5367	6395	7422	8446
	10	09 9468	0487	1504	2519	3532	4542	5550	6556	7559	8560
	20	10 9659	0556	1551	2543	3533	4521	5507	6491	7472	8452
	30	11 9429	0404	1377	2348	3317	4284	5249	6211	7172	8130
	40	12 9087	0041	0994	1944	2893	3839	4783	5726	6666	7605
	50	13 8542	9476	0409	1340	2269	3196	4121	5044	5965	6885
8	0	14 7802	8718	9632	0544	1454	2363	3269	4174	5077	5978
	10	15 6877	7775	8671	9565	0457	1347	2236	3123	4008	4892
	20	16 5774	6654	7532	8409	9284	0157	1029	1899	2767	3634
	30	17 4499	5362	6224	7084	7942	8799	9655	0508	1360	2211
	40	18 3059	3907	4752	5597	6439	7280	8120	8957	9794	0629
	50	19 1462	2294	3124	3953	4780	5606	6430	7253	8074	8894
9	0	9712	0529	1345	2159	2971	3782	4692	5400	6207	7013
	10	20 7816	8619	9420	0220	1018	1815	2611	3405	4198	4989
	20	21 5779	6568	7356	8142	8926	9710	0492	1272	2052	2830
	30	22 3606	4382	5156	5929	6700	7471	8239	9007	9773	0539
	40	23 1302	2065	2826	3586	4345	5103	5859	6614	7368	8120
	50	8872	9622	0371	1118	1865	2610	3354	4097	4839	5579
10	0	24 5319	7057	7794	8530	9264	9998	0730	1461	2191	2920
	10	25 3648	4374	5100	5824	6547	7269	7990	8710	9428	0146
	20	26 0862	1578	2292	3005	3717	4428	5138	5847	6555	7261
	30	7967	8671	9375	0077	0779	1479	2178	2876	3573	4269
	40	27 4964	5658	6351	7043	7734	8424	9113	9801	0488	1174
	50	28 1858	2542	3225	3907	4588	5268	5947	6624	7301	7977
11	0	8652	9326	9999	0671	1342	2013	2682	3350	4017	4684
	10	29 5349	6013	6677	7339	8001	8662	9322	9980	0638	1295
	20	30 1951	2607	3261	3914	4567	5218	5869	6519	7167	7815
	30	8463	9109	9754	0398	1042	1685	2327	2967	3608	4247
	40	31 4885	5525	6159	6795	7430	8064	8697	9329	9961	0592
	50	32 1222	1851	2479	3106	3733	4358	4983	5607	6230	6853
12	0	7474	8095	8715	9334	9953	0570	1187	1803	2418	3033
	10	33 3646	4259	4871	5482	6093	6702	7311	7919	8527	9133
	20	9739	0344	0948	1552	2156	2757	3358	3958	4558	5157
	30	34 5755	6353	6949	7545	8141	8735	9329	9922	0514	1106
	40	35 1697	2287	2876	3465	4053	4640	5227	5813	6398	6982
	50	7566	8149	8731	9313	9893	0474	1055	1632	2210	2787

Logarytmy wstaw 13°, 14°, 15°, 16°, 17°, 18°, 19°. Cecha 9.

		M i n u t y.									
Stop.	o	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
13.	0	35 2088	2635	3181	3726	4271	4815	5358	5901	6443	6984
	10	7524	8064	8603	9141	9678	0215	0751	1287	1822	2356
	20	36 2889	3422	3954	4485	5016	5546	6075	6604	7131	7659
	30	8185	8711	9236	9761	0285	0808	1330	1852	2373	2894
	40	37 3414	3933	4452	4970	5487	6003	6519	7035	7549	8063
	50	8577	9089	9601	0113	0624	1134	1643	2152	2660	3168
14	0	38 3675	4181	4687	5192	5697	6201	6704	7207	7709	8210
	10	8711	9211	9711	0210	0708	1206	1703	2199	2695	3190
	20	39 3685	4179	4673	5166	5658	6150	6641	7131	7621	8111
	30	8600	9088	9575	0062	0549	1035	1520	2005	2489	2972
	40	40 3455	3938	4420	4901	5382	5862	6341	6820	7299	7777
	50	8254	8731	9207	9682	0157	0632	1106	1579	2052	2524
15	0	41 2996	3467	3938	4408	4878	5347	5815	6283	6751	7217
	10	7684	8149	8615	9079	9544	0007	0470	0933	1395	1857
	20	42 2318	2778	3238	3697	4156	4615	5073	5530	5987	6443
	30	6899	7354	7809	8263	8717	9170	9623	0075	0527	0978
	40	43 1429	1879	2328	2778	3226	3675	4122	4569	5016	5462
	50	5908	6353	6798	7242	7686	8129	8572	9014	9456	9897
16	0	44 0328	0778	1218	1658	2096	2535	2973	3410	3847	4284
	10	4720	5155	5590	6025	6459	6893	7326	7759	8191	8623
	20	9054	9485	9915	0345	0775	1204	1632	2060	2488	2915
	30	45 3342	3768	4194	4619	5044	5469	5893	6316	6739	7162
	40	7584	8006	8427	8848	9268	9688	0108	0527	0946	1364
	50	46 1782	2199	2616	3032	3448	3864	4279	4694	5108	5522
17	0	5935	6348	6761	7173	7585	7996	8407	8817	9227	9637
	10	47 0046	0455	0853	1271	1678	2086	2492	2898	3304	3710
	20	4115	4519	4923	5327	5730	6133	6536	6938	7340	7741
	30	8142	8542	8942	8942	9741	0140	0538	0937	1334	1731
	40	48 2128	2525	2921	3316	3712	4107	4501	4895	5289	5682
	50	6075	6467	6859	7251	7643	8033	8424	8814	9204	9593
18	0	9982	0371	0759	1147	1534	1922	2308	2695	3081	3466
	10	49 3851	4236	4620	5005	5388	5772	6154	6537	6919	7301
	20	7682	8063	8444	8824	9204	9584	9963	0342	0721	1099
	30	50 1476	1854	2231	2607	2984	3360	3735	4110	4485	4860
	40	5234	5608	5981	6354	6727	7099	7471	7843	8214	8585
	50	8956	9326	9696	0065	0434	0803	1172	1540	1907	2275
19	0	51 2642	3009	3375	3741	4107	4472	4837	5202	5566	5930
	10	6294	6657	7020	7382	7745	8107	8468	8829	9190	9551
	20	9911	0271	0631	0990	1349	1707	2066	2423	2781	3138
	30	52 3495	4852	4208	4564	4920	5275	5630	5984	6339	6693
	40	7046	7400	7753	8105	8458	8810	9161	9513	9864	0215
	50	53 0565	0915	1265	1614	1963	2312	2661	3009	3357	3704

Logarytmy styczn., 13°, 14°, 15°, 16°, 17°, 18°, 19°. Cecha 9.

M i n u t y.

Stop.	o	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
13°	0	36	3364	3940	4515	5090	5664	6237	6810	7382	7953	8524
	10	9094	9663	0231	0799	1367	1933	2499	3064	3629	4193	
	20	37	4756	5319	5881	6442	7003	7563	8122	8681	9239	9797
	30	38	0354	0910	1465	2020	2575	3128	3682	4234	4786	5337
	40		5888	6438	6987	7536	8084	8631	9178	9724	0270	0815
	50	39	1359	1903	2447	2989	3531	4073	4614	5154	5693	6233
14°	0		6771	7309	7846	8383	8919	9455	9990	0524	1058	1591
	10	40	2124	2656	3187	3718	4249	4778	5309	5836	6364	6892
	20		7419	7945	8471	8996	9521	0045	0569	1092	1615	2137
	30	41	2658	3179	3699	4219	4738	5257	5775	6293	6810	7326
	40		7842	8358	8873	9387	9901	0415	0927	1440	1951	2463
	50	42	2973	3484	3993	4503	5011	5519	6027	6534	7041	7547
15°	0		8052	8557	9062	9566	0070	0573	1075	1577	2079	2580
	10	43	3080	3580	4080	4579	5078	5576	6073	6570	7067	7563
	20		8059	8554	9048	9543	0036	0529	1022	1514	2006	2497
	30	44	2988	3479	3968	4458	4947	5435	5923	6411	6898	7384
	40		7870	8356	8841	9326	9810	0294	0777	1260	1743	2225
	50	45	2706	3187	3668	4148	4628	5107	5586	6064	6542	7019
16°	0		7496	7973	8449	8925	9400	9875	0349	0823	1297	1770
	10	46	2242	2714	3186	3658	4128	4599	5069	5539	6008	6476
	20		6945	7413	7880	8347	8814	9280	9746	0211	0676	1141
	30	47	1605	2068	2532	2995	3457	3919	4381	4842	5303	5763
	40		6225	6683	7142	7601	8059	8517	8975	9432	9889	0345
	50	48	0801	1257	1712	2167	2621	3075	3529	3982	4435	4887
17°	0		5339	5791	6242	6693	7143	7593	8043	8492	8941	9390
	10		9838	0286	0733	1180	1627	2073	2519	2965	3410	3854
	20	49	4299	4743	5186	5630	6073	6515	6957	7399	7841	8282
	30		8722	9163	9603	0042	0481	0920	1359	1797	2235	2672
	40	50	3109	3546	3982	4418	4854	5289	5724	6159	6593	7027
	50		7460	7893	8326	8759	9191	9622	0054	0485	0916	1346
18°	0	51	1776	2206	2635	3064	3493	3921	4349	4777	5204	5631
	10		6037	6484	6910	7335	7761	8185	8610	9034	9458	9882
	20	52	0305	0728	1151	1573	1995	2417	2838	3259	3679	4100
	30		4529	4939	5359	5778	6197	6615	7033	7451	7868	8285
	40		8702	9119	9535	9950	0366	0781	1196	1611	2025	2439
	50	53	2853	3266	3679	4092	4504	4916	5328	5739	6150	6561
19°	0		6972	7382	7792	8202	8611	9020	9429	9837	0245	0653
	10	54	1061	1468	1875	2281	2688	3094	3499	3905	4310	4715
	20		5119	5524	5928	6331	6735	7138	7540	7943	8345	8747
	30		9149	9550	9951	0352	0752	1152	1552	1952	2351	2750
	40	56	3149	3548	3946	4344	4741	5139	5536	5933	6329	6725
	50		7121	7517	7912	8308	8702	9097	9491	9885	0279	0673

Logarytmy wstaw 20°, 21°, 22°, 23°, 24°, 25°, 26°. Cecha 9.

		M i n u t y.										
Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
20°	0	53	4052	4399	4745	5091	5437	5783	6129	6474	6818	7163
	10		7507	7851	8194	8537	8880	9223	9565	9907	0249	0590
	20	54	0951	1272	1613	1953	2293	2632	2971	3310	3649	3987
	30		4325	4663	5000	5338	5674	6011	6347	6683	7019	7354
	40		7689	8024	8358	8693	9027	9360	9693	0026	0359	0692
	50	55	1024	1356	1687	2018	2349	2680	3010	3341	3670	4000
21	0		4329	4658	4987	5315	5643	5971	6299	6626	6953	7280
	10		7606	7932	8258	8583	8909	9234	9558	9883	0207	0531
	20	56	0855	1178	1501	1824	2146	2468	2790	3112	3432	3755
	30		4075	4396	4716	5036	5356	5676	5995	6314	6632	6951
	40		7269	7587	7904	8222	8539	8855	9172	9488	9804	0120
	50	57	0435	0751	1066	1380	1693	2009	2323	2636	2949	3265
22	0		3575	3888	4200	4512	4824	5136	5447	5758	6068	6379
	10		6689	6999	7309	7618	7927	8236	8545	8853	9162	9469
	20		9777	0084	0392	0699	1005	1312	1618	1924	2229	2534
	30	58	2840	3144	3449	3755	4058	4361	4665	4968	5272	5574
	40		5877	6179	6482	6783	7085	7386	7688	7988	8289	8590
	50		8890	9190	9489	9789	0088	0387	0686	0984	1282	1580
23	0	59	1878	2175	2473	2770	3067	3363	3659	3955	4251	4547
	10		4842	5137	5432	5727	6021	6315	6609	6903	7196	7490
	20		7783	8075	8368	8660	8952	9244	9536	9827	0118	0409
	30	60	0700	0990	1280	1570	1860	2149	2439	2728	3017	3305
	40		3594	3882	4170	4457	4745	5032	5319	5606	5892	6179
	50		6465	6751	7036	7322	7607	7892	8176	8461	8745	9029
24	0		9313	9597	9880	0163	0446	0729	1012	1294	1576	1858
	10	61	2140	2421	2702	2983	3264	3545	3825	4105	4385	4665
	20		4944	5223	5502	5781	6060	6338	6616	6894	7172	7450
	30		7727	8004	8281	8558	8834	9110	9386	9662	9938	0213
	40	62	0488	0763	1038	1313	1587	1861	2135	2409	2682	2956
	50		3229	3502	3774	4047	4319	4591	4863	5135	5406	5677
25	0		5948	6219	6490	6760	7030	7300	7570	7840	8109	8378
	10		8647	8916	9184	9453	9721	9989	0257	0524	0792	1059
	20	63	1326	1593	1859	2125	2392	2658	2923	3189	3454	3719
	30		3984	4249	4514	4778	5042	5306	5570	5833	6097	6360
	40		6623	6886	7148	7411	7673	7935	8197	8458	8720	8981
	40		9242	9503	9764	0024	0284	0544	0804	1064	1323	1583
26	0	64	8842	2101	2360	2618	2876	3135	3393	3650	3908	4165
	10		4423	4680	4936	5193	5450	5706	5962	6218	6473	6729
	20		6984	7239	7494	7749	8004	8258	8512	8766	9020	9274
	30		9527	9781	0034	0287	0539	0792	1044	1297	1549	1800
	40	65	2052	2303	2555	2806	3057	3307	3558	3808	4059	4309
	50		4558	4808	5057	5307	5556	5805	6054	6302	6550	6799

Logarytmy styczn: 20°, 21°, 22°, 23°, 24°, 25°, 26°. Cecha 9.

		M i n u t y.									
Stop.		0.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20°	0.	56, 1066	1459	1851	2244	2636	3028	3419	3811	4202	4592
	10.	4985	5373	5765	6155	6542	6932	7320	7709	8097	8486
	20	8873	9261	9648	0055	0422	0809	1195	1581	1967	2352
	30.	57, 2738	3123	3507	3892	4276	4660	5044	5427	5810	6193
	40.	6576	6958	7341	7723	8104	8486	8867	9248	9629	0009
	50.	58, 0389	0769	1149	1528	1907	2286	2665	3043	3422	3800
21	0.	4177	4555	4932	5309	5686	6062	6439	6815	7190	7566
	20	7941	8316	8691	9066	9440	9814	0188	0562	0935	1308
	20	59, 1681	2054	2426	2798	3170	3542	3914	4285	4656	5027
	30.	5397	5768	6138	6508	6878	7247	7616	7985	8354	8722
	40.	9091	9459	9827	0194	0562	0929	1296	1662	2029	2395
	50.	60, 2761	3127	3493	3858	4223	4588	4953	5317	5682	6046
22	0.	6410	6775	7137	7500	7863	8225	8588	8950	9312	9674
	10.	61, 0036	0397	0759	1120	1480	1841	2201	2561	2921	3281
	20	3641	4000	4359	4718	5077	5435	5793	6151	6509	6867
	30.	7224	7581	7938	8295	8652	9008	9364	9720	0076	0432
	40.	62, 0787	1142	1497	1852	2207	2561	2915	3269	3623	3976
	50.	4330	4683	5036	5388	5741	6093	6445	6797	7149	7501
23	0.	7852	8203	8554	8905	9255	9606	9956	0306	0656	1005
	10.	63, 1354	1704	2053	2401	2750	3098	3447	3795	4143	4490
	20.	4838	5185	5532	5879	6226	6572	6918	7265	7611	7956
	30.	8302	8647	8992	9337	9682	0027	0371	0716	1060	1404
	40.	64, 1747	2091	2434	2777	3120	3463	3806	4148	4490	4832
	50.	5174	5516	5857	6199	6540	6881	7222	7562	7903	8243
24	0.	8583	8923	9263	9602	9942	0281	0620	0959	1297	1636
	10.	65, 1974	2312	2650	2988	3326	3663	4000	4337	4674	5011
	20.	5348	5684	6020	6356	6692	7028	7364	7699	8034	8369
	30.	8704	9039	9373	9708	0042	0376	0710	1043	1377	1710
	40.	66, 2043	2376	2709	3042	3374	3707	4039	4371	4703	5035
	50.	5366	5697	6029	6360	6691	7021	7352	7682	8013	8343
25	0.	8672	9002	9332	9661	9991	0320	0649	0977	1306	1634
	10.	67, 1963	2291	2619	2947	3274	3602	3929	4257	4584	4910
	20.	5237	5564	5890	6216	6543	6869	7194	7520	7846	8171
	30.	8496	8821	9146	9471	9795	0120	0444	0768	1092	1416
	40.	68, 1740	2063	2386	2710	3033	3356	3678	4001	4324	4646
	50.	4968	5290	5612	5934	6255	6577	6898	7219	7540	7861
26	0.	8182	8502	8823	9143	9463	9783	0103	0423	0742	1062
	10.	69, 1381	1700	2019	2338	2656	2975	3293	3612	3930	4248
	20.	4566	4883	5201	5518	5835	6153	6470	6786	7103	7420
	30.	7736	8053	8369	8685	9001	9316	9632	9947	0263	0578
	40.	70, 0893	1208	1523	1837	2152	2466	2780	3095	3409	3722
	50.	4036	4350	4663	4976	5290	5603	5916	6228	6541	6853

Logarytmy wstaw 27°, 28°, 29°, 30°, 31°, 32°, 33°. Cecha 9.

		M i n u t y.										
Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
27°	0	65	7047	7295	7542	7790	8037	8284	8531	8778	9025	9271
	10		9517	9763	0009	0255	0500	0746	0991	1236	1481	1726
	20	66	1970	2214	2459	2703	2946	3190	3433	3677	3920	4163
	30		4406	4648	4891	5133	5375	5617	5859	6100	6341	6583
	40		6824	7065	7305	7546	7786	8026	8266	8506	8746	8986
	50		9225	9464	9703	9942	0181	0419	0658	0896	1134	1372
28°	0	67	1609	1847	2084	2321	2558	2795	3032	3268	3505	3741
	10		3977	4213	4448	4684	4919	5155	5390	5624	5859	6092
	20		6328	6562	6796	7030	7264	7497	7731	7964	8197	8430
	30		8663	8895	9128	9360	9592	9824	0056	0288	0519	0750
	40	68	0982	1213	1443	1674	1905	2135	2365	2595	2825	3055
	50		3284	3514	3743	3972	4201	4430	4658	4887	5115	5343
29°	0		5571	5799	6027	6254	6482	6709	6936	7163	7389	7616
	10		7842	8069	8295	8521	8747	8972	9198	9423	9648	9873
	20	69	0098	0323	0548	0772	0996	1220	1444	1668	1892	2115
	30		2339	2562	2785	3008	3231	3453	3676	3898	4120	4342
	40		4564	4786	5007	5229	5450	5671	5892	6113	6334	6554
	50		6774	6995	7215	7435	7654	7874	8094	8313	8532	8751
30°	0		8970	9189	9407	9626	9844	0062	0280	0498	0716	0933
	10	70.	1151	1368	1585	1802	2019	2236	2452	2669	2885	3101
	20		3317	3533	3749	3964	4179	4395	4610	4825	5040	5254
	30		5469	5683	5897	6112	6326	6539	6753	6967	7180	7395
	40		7606	7819	8032	8245	8457	8670	8882	9094	9306	9518
	50		9730	9941	0153	0364	0575	0786	0997	1208	1419	1629
31°	0	71	1839	2049	2260	2469	2679	2889	3098	3308	3517	3726
	10		3935	4144	4352	4561	4769	4978	5186	5394	5601	5809
	20		6017	6224	6432	6639	6846	7053	7259	7466	7672	7879
	30		8085	8291	8497	8703	8909	9114	9320	9525	9730	9935
	40	72	0140	0345	0549	0754	0958	1162	1366	1570	1774	1978
	50		2181	2385	2588	2791	2994	3197	3400	3603	3805	4007
32°	0		4210	4412	4614	4816	5017	5219	5420	5622	5823	6024
	10		6225	6426	6626	6827	7027	7228	7428	7628	7828	8027
	20		8227	8427	8626	8825	9024	9223	9422	9621	9820	0018
	30	73	0216	0415	0613	0811	1009	1206	1404	1601	1799	1996
	40		2193	2390	2587	2784	2980	3177	3373	3569	3765	3961
	50		4157	4353	4548	4744	4939	5134	5330	5525	5719	5914
33°	0		6109	6305	6498	6692	6886	7080	7274	7467	7661	7855
	10		8048	8241	8434	8627	8820	9013	9205	9398	9590	9783
	20		9975	0167	0359	0550	0742	0934	1125	1316	1507	1699
	30	74	1889	2080	2271	2462	2652	2842	3032	3223	3413	3602
	40		3792	3982	4171	4361	4550	4739	4928	5117	5306	5494
	50		5683	5871	6059	6248	6436	6624	6811	6999	7187	7374

Logarytmy styczn: 27°, 28°, 29°, 30°, 31°, 32°, 33°, 34°.
Cecha 9.

M i n u t y.

Stop.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
27° 0	70 7166	7478	7790	8102	8414	8726	9037	9349	9660	9971
10	71 0282	0593	0904	1215	1525	1836	2146	2456	2766	3076
20	3386	6696	4005	4314	4624	4933	5242	5551	5859	6168
30	6477	6785	7093	7401	7709	8017	8325	8633	8940	9248
40	9555	9862	0169	0476	0783	1089	1396	1702	2008	2315
50	72 2621	2927	3232	3538	3844	4149	4454	4759	5065	5369
28° 0	5674	5979	6284	6588	6892	7197	7501	7805	8109	8412
10	8716	9020	9323	9626	9929	0232	0535	0838	1141	1444
20	73 1746	2048	2351	2653	2955	3257	3558	3860	4162	4463
30	4764	5066	5367	5668	5968	6269	6570	6870	7171	7471
40	7771	8071	8371	8671	8971	9271	9570	9870	0169	0468
50	74 0767	1066	1365	1664	1962	2261	2559	2858	3156	3454
29° 0	3752	4050	4348	4645	4943	5240	5538	5835	6132	6429
10	6726	7023	7319	7616	7912	8209	8505	8801	9097	9393
20	9689	9985	0281	0576	0872	1167	1462	1757	2052	2347
30	75 2642	2937	3231	3526	3820	4115	4409	4703	4997	5291
40	5585	5878	6172	6465	6759	7052	7345	7638	7931	8224
50	8517	8810	9102	9395	9687	9979	0272	0564	0856	1148
30° 0	76 1459	1751	2022	2314	2606	2897	3188	3479	3770	4061
10	4352	4643	4933	5224	5514	5805	6095	6385	6675	6965
20	7255	7545	7834	8124	8413	8703	8992	9281	9570	9860
30	77 0148	0437	0726	1015	1303	1592	1880	2168	2457	2745
40	3033	3321	3608	3896	4184	4471	4759	5046	5333	5621
50	5908	6195	6482	6768	7055	7342	7628	7915	8201	8487
31° 0	8774	9060	9346	9632	9918	0203	0489	0775	1060	1346
10	78 1631	1916	2201	2486	2771	3056	3341	3626	3910	4195
20	4479	4764	5048	5332	5616	5900	6184	6468	6752	7036
30	7319	7603	7886	8170	8455	8736	9019	9302	9585	9868
40	79 0151	0433	0716	0999	1281	1563	1846	2128	2410	2692
50	2974	3256	3538	3819	4101	4383	4664	4945	5227	5508
32° 0	5789	6070	6351	6632	6913	7194	7474	7755	8036	8316
10	8596	8877	9157	9437	9717	9997	0277	0557	0836	1116
20	80 1396	1675	1955	2234	2513	2792	3072	3351	3630	3908
30	4187	4466	4745	5023	5302	5580	5859	6137	6415	6693
40	6971	7249	7527	7805	8083	8361	8638	8916	9193	9471
50	9748	0025	0302	0580	0857	1134	1410	1687	1964	2241
33° 0	81 2517	2794	3070	3347	3623	3899	4175	4452	4728	5004
10	5279	5555	5831	6107	6382	6658	6933	7209	7484	7759
20	8035	8310	8585	8860	9135	9410	9684	9959	0234	0508
30	82 0783	1057	1332	0606	1880	2154	2429	2703	2977	3250
40	3524	3798	4072	4345	4619	4893	5166	5439	5713	5986
50	6259	6532	6805	7078	7351	7624	7897	8170	8442	8715

Logaryt: wstaw 34°, 35°, 36°, 37°, 38°, 39°, 40°. Cecha 9.

M i n u t y.

Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
34° 0		7562	7749	7936	8123	8310	8497	8683	8870	9056	9242
10		9429	9615	9801	9987	0172	0358	0543	0729	0914	1099
20	75	1284	1469	1654	1838	2023	2207	2392	2576	2760	2944
20		3128	3312	3494	3679	3862	4046	4229	4412	4595	4778
40		4960	5143	5326	5508	5690	5872	6054	6236	6418	6600
50		6781	6963	7144	7326	7507	7688	7869	8049	8230	8411
35° 0		8591	8772	8952	9132	9312	9492	9672	9851	0031	0211
10	76	0390	0569	0748	0927	1106	1285	1464	1642	1821	1999
20		2177	3356	2534	2712	2889	3067	3245	3422	3600	3777
30		3954	4131	4308	4485	4662	4838	5015	5191	5367	5544
40		5720	5896	6071	6247	6423	6598	6774	6949	7124	7300
50		7475	7649	7824	7999	8175	8348	8522	8697	8871	9045
36° 0		9219	9392	9566	9740	9913	0087	0260	0433	0606	0779
10	77	0952	1125	1298	1470	1643	1815	1987	2159	2331	2503
20		2675	2847	3018	3190	3361	3533	3704	3875	4046	4217
30		4388	4558	4729	4899	5070	5240	5410	5580	5750	5920
40		6090	6259	6429	6598	6768	6937	7106	7275	7444	7613
50		7781	7950	8119	8287	8455	8623	8792	8960	9127	9295
37° 0		9463	9631	9798	9965	0133	0300	0467	0634	0801	0968
10	78	1134	1301	1467	1634	1800	1966	2132	2298	2464	2630
20		2796	2961	3127	3292	3457	3623	3788	3953	4118	4282
30		4447	4612	4776	4941	5105	5269	5433	5597	5761	5925
40		6089	6252	6416	6579	6742	6906	7069	7232	7395	7557
50		7720	7883	8045	8208	8370	8532	8694	8855	9018	9180
38° 0		9342	9504	9665	9826	9988	0149	0310	0471	0632	0793
10	79	0954	1115	1275	1435	1596	1757	1917	2077	2237	2397
20		2557	2716	2876	3035	3195	3354	3513	3673	3832	3991
30		4150	4308	4467	4626	4784	4942	5101	5259	5417	5575
40		5733	5891	6049	6206	6364	6521	6679	6836	6993	7150
50		7307	7464	7621	7777	7934	8091	8247	8403	8560	8716
39° 0		8872	9028	9184	9339	9495	9651	9806	9962	0117	0272
10	80	0427	0582	0737	0892	1047	1201	1356	1511	1665	1819
20		1973	2128	2282	2435	2589	2743	2897	3050	3204	3357
30		3510	3664	3817	3970	4123	4276	4428	4581	4734	4886
40		5038	5191	5343	5495	5647	5799	5951	6103	6254	6406
50		6557	6709	6860	7011	7163	7314	7465	7615	7766	7917
40° 0		8067	8218	8368	8519	8669	8819	8969	9119	9269	9419
10	81	9569	9718	9868	0017	0167	0316	0465	0614	0763	0912
20		1061	1210	1358	1507	1655	1804	1952	2100	2248	2396
30		2544	2692	2840	2988	3135	3283	3430	3578	3725	3872
40		4019	4166	4313	4460	4607	4753	4900	5046	5193	5339
50		5485	5631	5778	5923	6069	6215	6361	6507	6652	6797

Logarytmy stycznych 34°, 35°, 36°, 37°, 38°, 39°, 40°.
Cecha 9.

		M i n u t y									
Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
34°	0	8987	9260	9532	9805	0077	0349	0621	0893	1165	1437
	10	85 1709	1981	2253	2525	2796	3068	3339	3611	3882	4154
	20	4425	4696	4967	5238	5509	5780	6051	6322	6593	6864
	30	7134	7405	7675	7946	8216	8487	8757	9027	9297	9568
	40	9838	0108	0378	0647	0917	1187	1457	1726	1996	2266
	50	84 2535	2805	3074	3343	3612	3882	4151	4420	4689	4958
35°	0	5227	5496	5764	6033	6302	6571	6839	7107	7376	7644
	10	7913	8181	8449	8717	8985	9254	9522	9790	0057	0325
	20	85 0593	0861	1128	1396	1664	1931	2199	2466	2733	3001
	30	3268	3535	3802	4069	4336	4603	4870	5137	5404	5671
	40	5938	6204	6471	6737	7004	7270	7537	7803	8069	8336
	50	8602	8868	9134	9400	9666	9932	0198	0464	0730	0995
36°	0	86 1261	1527	1792	2058	2323	2589	2854	3119	3385	3650
	10	3915	4180	4445	4710	4975	5240	5505	5770	6035	6300
	20	6564	6829	7094	7358	7623	7887	8152	8416	8680	8945
	30	9209	9473	9737	0001	0265	0529	0793	1057	1321	1585
	40	87 1849	2112	2376	2640	2903	3167	3430	3694	3957	4220
	50	4484	4747	5010	5273	5536	5800	6063	6326	6589	6851
37°	0	7114	7377	7640	7903	8165	8428	8691	8953	9216	9478
	10	9741	0003	0265	0428	0790	1052	1314	1576	1839	2101
	20	88 2363	2625	2887	3148	3410	3672	3934	4196	4457	4719
	30	4980	5242	5503	5765	6026	6288	6549	6810	7072	7333
	40	7594	7855	8116	8377	8639	8900	9160	9421	9682	9943
	50	89 0204	0465	0725	0986	1247	1507	1768	2028	2289	2549
38°	0	2810	3070	3331	3591	3851	4111	4371	4632	4892	5152
	10	5412	5672	5932	6192	6452	6712	6971	7231	7491	7751
	20	8010	8270	8530	8789	9049	9308	9568	9827	0086	0346
	30	90 0605	0864	1124	1383	1642	1901	2160	2419	2679	2938
	40	3197	3455	3714	3973	4232	4491	4750	5008	5267	5526
	50	5784	6043	6302	6560	6819	7077	7336	7594	7852	8111
39°	0	8369	8627	8886	9144	9402	9660	9918	0177	0435	0693
	10	91 0951	1209	1467	1724	1982	2240	2498	2756	3014	3271
	20	3529	3787	4044	4302	4560	4817	5075	5332	5590	5847
	30	6104	6362	6619	6876	7134	7391	7648	7905	8163	8420
	40	8677	8934	9191	9448	9705	9962	0219	0476	0733	0990
	50	92 1247	1503	1760	2017	2274	2530	2787	3044	3300	3557
40°	0	3313	4070	4327	4583	4840	5096	5352	5609	5865	6121
	10	6378	6634	6890	7147	7403	7659	7915	8171	8427	8683
	20	8940	9196	9452	9708	9964	0219	0475	0731	0987	1243
	30	93 1499	1755	2010	2266	2522	2778	3033	3289	3545	3800
	40	4055	4311	4567	4822	5078	5333	5589	5844	6100	6355
	50	6610	6866	7121	7376	7632	7887	8142	8397	8653	8908

N

Logarytmy wstaw 41°, 42°, 43°, 44°, 45°, 46°, 47°. Cecha 9.

		M i n u t y.									
Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
41°	0	6943	7088	7233	7378	7523	7668	7813	7958	8103	8247
	10	8392	8536	8681	8825	8969	9113	9257	9401	9545	9689
	20	9832	9976	0120	0263	0406	0550	0693	0836	0979	1122
	30	82 1265	1407	1550	1693	1835	1977	2120	2262	2404	2546
	40	2688	2830	2972	3114	3255	3397	3539	3680	3821	3963
	50	4104	4245	4386	4527	4668	4808	4949	5090	5230	5370
42	0	5511	5651	5791	5931	6071	6211	6351	6491	6631	6770
	10	6910	7049	7189	7328	7467	7606	7745	7884	8023	8162
	20	8301	8439	8578	8716	8855	8993	9131	9269	9407	9545
	30	9683	9821	6959	0097	0234	0372	0509	0646	0784	0921
	40	83 1058	1195	1332	1469	1606	1742	1879	2015	2152	2288
	50	2425	2561	2697	2833	2969	3105	3241	3377	3512	3648
43	0	3785	3919	4054	4189	4325	4460	4595	4730	4865	4999
	10	5134	5269	5403	5538	5672	5807	5941	6075	6209	6343
	20	6477	6611	6745	6878	7012	7146	7279	7412	7546	7679
	30	7812	7945	8078	8211	8344	8477	8610	8742	8875	9007
	40	9140	9272	9404	9536	9668	9800	9932	0064	0196	0328
	50	84 0459	0591	0722	0854	0985	1116	1247	1378	1509	1640
44	0	1771	1902	2033	2163	2294	2424	2555	2685	2815	2946
	10	3076	3206	3336	3465	3595	3725	3855	3984	4114	4243
	20	4372	4502	4631	4760	4889	5018	5147	5276	5404	5533
	30	5662	5790	5919	6047	6175	6304	6432	6560	6688	6816
	40	6944	7071	7199	7327	7454	7582	7709	7836	7964	8091
	50	8218	8345	8472	8599	8726	8852	8979	9106	9232	9359
45	0	9485	9611	9737	9864	9990	0116	0242	0367	0493	0619
	10	45 0745	0870	0996	1121	1246	1372	1497	1622	1747	1872
	20	1997	2122	2247	2371	2496	2620	2745	2869	2994	3118
	30	3242	3366	3490	3614	3738	3862	3986	4109	4233	4356
	40	4480	4603	4727	4850	4973	5096	5219	5342	5465	5588
	50	5711	5833	5956	6078	6201	6323	6445	6568	6690	6812
46	0	6934	7056	7178	7300	7421	7543	7665	7786	7908	8029
	10	8150	8272	8393	8514	8635	8756	8877	8998	9119	9239
	20	9360	9480	9601	9721	9842	9962	0080	0202	0322	0442
	30	86 0562	0682	0802	0921	1041	1161	1280	1400	1519	1638
	40	1758	1877	1996	2115	2234	2353	2471	2590	2709	2827
	50	2946	3064	3183	3301	3419	3538	3656	3774	3892	4010
47	0	4127	4245	4363	4481	4598	4716	4833	4950	5068	5185
	10	5302	5419	5536	5653	5770	5887	6004	6120	6237	6353
	20	6470	6586	6703	6819	6935	7051	7167	7283	7399	7515
	30	7631	7747	7862	7978	8093	8209	8324	8439	8555	8670
	40	8785	8900	9015	9130	9245	9360	9474	9589	9704	9818
	50	87 9933	0047	0161	0276	0390	0504	0618	0732	0846	0960

Logarytmy stycznych 41°, 42°, 43°, 44°, 45°, 46°, 47°.
Cecha 9. * 10.

M i n u t y.

Stop.	o	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
41	0	9163	9418	9675	9928	0185	0438	0694	0949	1204	1458
	10	94 1713	1968	2223	2478	2733	2988	3243	3498	3752	4007
	20	4262	4517	4771	5026	5281	5536	5790	6045	6299	6554
	30	6808	7063	7317	7572	7826	8081	8335	8590	8844	9099
	40	9553	9607	9862	0116	0370	0625	0879	1133	1388	1642
	50	95 1896	2150	2404	2659	2913	3167	3421	3675	3929	4183
42	0	4437	4691	4945	5199	5453	5707	5961	6215	6469	6723
	10	6977	7231	7485	7739	7993	8246	8500	8754	9008	9262
	20	9515	9769	0023	0277	0530	0784	1038	1291	1545	1799
	30	96 2052	2306	2560	2813	3067	3320	3574	3827	4081	4335
	40	4588	4842	5095	5349	5602	5855	6109	6362	6616	6869
	50	7122	7376	7629	7883	8136	8389	8643	8896	9149	9403
43	0	9656	9909	0162	0416	0669	0922	1175	1429	1682	1935
	10	97 2188	2441	2694	2948	3201	3454	3707	3960	4213	4466
	20	4719	4973	5226	5479	5732	5985	6238	6491	6744	6997
	30	7250	7503	7756	8009	8262	8515	8768	9021	9274	9527
	40	9780	0033	0286	0538	0791	1044	1297	1550	1803	2056
	50	98 2309	2562	2814	3067	3320	3573	3826	4079	4331	4584
44	0	4837	5090	5343	5596	5848	6101	6354	6607	6860	7112
	10	7365	7618	7871	8123	8376	8629	8882	9134	9387	9640
	20	9893	0145	0398	0651	0903	1156	1409	1662	1914	2167
	30	99 2420	2672	2925	3178	3430	3683	3936	4189	4441	4694
	40	4947	5199	5452	5705	5957	6210	6463	6715	6968	7221
	50	7473	7726	7979	8231	8484	8737	8989	9242	9495	9747
45	0	00 0000	0253	0505	0758	1011	1263	1516	1769	2021	2274
	10	* 2527	2779	3032	3285	3537	3790	4043	4295	4548	4801
	20	5053	5306	5559	5811	6064	6317	6569	6822	7075	7328
	30	7580	7833	8086	8338	8591	8844	9096	9349	9602	9855
	40	01 0107	0360	0613	0866	1118	1371	1624	1877	2129	2382
	50	2635	2888	3140	3393	3646	3899	4152	4404	4657	4910
46	0	5163	5416	5668	5921	6174	6427	6680	6933	7185	7438
	10	7691	7944	8197	8450	8703	8956	9209	9461	9714	9967
	20	02 0220	0473	0726	0979	1232	1485	1738	1991	2244	2497
	30	2750	3003	3256	3509	3762	4015	4268	4521	4774	5027
	40	5280	5534	5787	6040	6293	6546	6799	7052	7305	7559
	50	7812	8065	8318	8571	8825	9078	9331	9584	9837	0091
47	0	03 0344	0597	0851	1104	1357	1611	1864	2117	2371	2624
	10	2877	3131	3384	3638	3891	4144	4398	4651	4905	5158
	20	5412	5665	5919	6172	6426	6680	6933	7187	7440	7694
	30	7947	8201	8455	8708	8962	9216	9469	9723	9977	0231
	40	04 0484	0738	0992	1246	1500	1753	2007	2261	2515	2769
	50	3023	3277	3531	3785	4038	4292	4546	4800	5054	5308

Logaryt: wstaw 48°, 49°, 50°, 51°, 52°, 53°, 54°. Cecha 9.

		M i n u t y.									
Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
48	0	1075	1187	1301	1414	1528	1641	1755	1868	1981	2094
	10	2208	2321	2434	2547	2659	2772	2885	2998	3110	3223
	20	3335	3448	3560	3672	3784	3896	4008	4120	4232	4344
	30	4456	4568	4679	4791	4903	5014	5126	5237	5348	5459
	40	5571	5682	5793	5904	6014	6125	6236	6347	6457	6568
	50	6678	6789	6900	7010	7120	7230	7340	7450	7560	7670
49	0	7780	7889	7999	8109	8218	8328	8437	8547	8656	8765
	10	8875	8984	9093	9202	9311	9420	9529	9637	9746	9855
	20	9963	0072	0180	0289	0397	0505	0613	0721	0829	0938
	30	88 1045	1153	1261	1369	1477	1584	1692	1799	1907	2014
	40	2121	2228	2336	2443	2550	2657	2764	2871	2977	3084
	50	3191	3297	3404	3510	3617	3723	3829	3936	4042	4148
50	0	4254	4360	4466	4572	4677	4783	4889	4994	5100	5205
	10	5311	5416	5521	5627	5732	5837	5942	6047	6152	6257
	20	6362	6466	6571	6676	6780	6885	6989	7093	7198	7302
	30	7406	7510	7614	7718	7822	7926	8030	8133	8237	8341
	40	8444	8548	8651	8755	8858	8961	9064	9167	9271	9374
	50	9476	9579	9682	9785	9888	9990	0093	0195	0298	0400
51	0	89 0505	0605	0707	0809	0911	1013	1115	1217	1319	1421
	10	1523	1624	1726	1827	1929	2030	2132	2233	2334	2435
	20	2536	2637	2738	2839	2940	3041	3142	3243	3343	3444
	30	3544	3645	3745	3846	3946	4046	4146	4246	4346	4446
	40	4546	4646	4746	4846	4945	5045	5144	5244	5343	5443
	50	5542	5641	5741	5840	5939	6038	6137	6236	6335	6435
52	0	6532	6631	6729	6828	6926	7025	7123	7222	7320	7418
	10	7516	7614	7712	7810	7908	8006	8104	8202	8299	8397
	20	8494	8592	8639	8787	8884	8981	9078	9176	9273	9370
	30	9467	9564	9660	9757	9854	9951	0047	0144	0240	0337
	40	90 0453	0529	0626	0722	0818	0914	1010	1106	1202	1298
	50	1394	1489	1585	1681	1776	1872	1967	2063	2158	2253
53	0	2349	2444	2539	2634	2729	2824	2919	3014	3108	3203
	10	3298	3392	3487	3581	3676	3770	3864	3959	4053	4147
	20	4241	4335	4429	4523	4617	4711	4804	4898	4992	5085
	30	5179	5272	5366	5459	5552	5645	5739	5832	5925	6018
	40	6111	6204	6296	6389	6482	6575	6667	6760	6852	6945
	50	7037	7129	7222	7314	7406	7498	7590	7682	7774	7866
54	0	7958	8049	8141	8233	8324	8416	8507	8599	8690	8781
	10	8873	8964	9055	9146	9237	9328	9419	9510	9601	9691
	20	9782	9873	9963	0054	0144	0235	0325	0415	0506	0596
	30	91 0686	0776	0866	0956	1046	1136	1226	1315	1405	1495
	40	1584	1674	1763	1853	1942	2031	2121	2210	2299	2388
	50	2477	2566	2655	2744	2833	2921	3010	3099	3187	3276

Logarytmy styczn., 48°, 49°, 50°, 51°, 52°, 53°, 54°. Cecha g.

		M i n u t y.									
Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
48	0	5563	5817	6071	6325	6579	6833	7087	7341	7595	7850
	10	8104	8358	8612	8867	9121	9375	9629	9884	0138	0392
	20	05 0647	0901	1156	1410	1664	1919	2173	2428	2682	2937
	30	5192	5446	5701	5955	6210	6465	6719	6974	7229	7483
	40	5738	5993	6248	6502	6757	7012	7267	7522	7777	8032
	50	8286	8541	8796	9051	9306	9561	9816	0072	0327	0582
49	0	06 0837	1092	1347	1602	1858	2113	2368	2623	2879	3134
	10	5389	5645	5900	6156	6411	6666	6922	7177	7433	7689
	20	5944	6200	6455	6711	6967	7222	7478	7734	7989	8245
	30	8501	8757	9013	9269	9524	9780	0036	0292	0548	0804
	40	07 1060	1316	1573	1829	2085	2341	2597	2853	3110	3366
	50	3622	3878	4135	4391	4648	4904	5160	5417	5673	5930
50	0	6186	6443	6700	6956	7213	7470	7726	7983	8240	8497
	10	8753	9010	9267	9524	9781	0038	0295	0552	0809	1066
	20	08 1323	1580	1837	2094	2352	2609	2866	3123	3381	3638
	30	3895	4153	4410	4668	4925	5183	5440	5698	5956	6213
	40	6471	6728	6986	7244	7502	7760	8018	8275	8533	8791
	50	9049	9307	9565	9823	0081	0340	0598	0856	1114	1372
51	0	09 1631	1889	2147	2406	2664	2923	3181	3440	3698	3957
	10	4215	4474	4733	4991	5250	5509	5768	6027	6286	6544
	20	6803	7062	7321	7580	7840	8099	8358	8617	8876	9135
	30	9395	9654	9913	0173	0432	0692	0951	1211	1470	1730
	40	10 1990	2249	2509	2769	3028	3288	3548	3808	4068	4328
	50	4588	4848	5108	5368	5628	5889	6149	6409	6670	6930
52	0	7190	7451	7711	7971	8232	8493	8755	9014	9275	9535
	10	9796	0057	0318	0579	0839	1100	1361	1622	1883	2145
	20	11 2406	2667	2928	3189	3451	3712	3974	4235	4496	4758
	30	5019	5281	5543	5804	6066	6328	6590	6852	7113	7375
	40	7637	7899	8161	8423	8686	8948	9210	9472	9735	9997
	50	12 0259	0522	0784	1047	1309	1572	1835	2097	2360	2623
53	0	2886	3148	3411	3674	3937	4200	4463	4727	4990	5253
	10	5516	5780	6043	6306	6570	6833	7097	7360	7624	7888
	20	8151	8415	8679	8943	9207	9471	9735	9999	0263	0527
	30	13 0791	1055	1320	1584	1848	2113	2377	2642	2906	3171
	40	3436	3700	3965	4230	4495	4760	5024	5289	5555	5820
	50	6085	6350	6615	6880	7146	7411	7677	7942	8208	8473
54	0	8739	9005	9270	9536	9802	0068	0334	0600	0866	1132
	10	14 1398	1664	1931	2197	2463	2730	2996	3263	3529	3796
	20	4062	4329	4596	4863	5130	5397	5664	5931	6198	6465
	30	6732	6999	7266	7534	7801	8069	8336	8604	8871	9139
	40	9407	9675	9942	0210	0478	0746	1014	1283	1551	1819
	50	15 2087	2356	2624	2892	3161	3429	3698	3967	4236	4504

Logarytmy wstaw 55°, 56°, 57°, 58°, 59°, 60°, 61°. Cecha 9.

Stop.	M i n u t y.										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
55 0	913	564	453	541	630	718	806	894	982	070	158
10	914	246	334	422	510	598	685	773	860	948	035
20	915	123	210	297	385	472	559	646	733	820	907
30		994	080	167	254	341	427	514	600	687	773
40	916	859	945	032	118	204	290	376	462	548	634
50	917	719	805	891	976	062	147	233	318	404	489
56 0	918	574	659	744	830	915	000	084	169	254	339
10	919	424	508	593	677	762	846	931	015	099	184
20	920	268	352	436	520	604	688	772	855	939	023
30	921	107	190	274	357	441	524	607	691	784	857
40	922	941	023	106	189	272	355	438	520	603	686
50		768	851	933	016	098	180	263	345	427	509
57 0	923	591	673	755	837	919	001	083	164	246	328
10	924	409	491	572	653	735	816	897	979	060	141
20	925	222	303	384	465	545	626	707	787	868	949
30	926	029	110	190	270	351	431	511	591	671	751
40		831	911	991	071	151	231	310	390	469	549
50	927	628	708	787	867	946	025	104	183	262	341
58 0	928	420	499	578	657	736	814	893	972	050	129
10	929	207	286	364	442	521	599	677	755	833	911
20		989	067	145	223	300	378	456	533	611	688
30	930	766	843	920	998	075	152	229	306	383	460
40	931	537	614	691	768	845	921	998	075	151	228
50	932	304	380	457	533	609	685	762	838	914	990
59 0	933	066	141	217	293	369	444	520	596	671	747
10		822	897	973	048	123	198	274	349	424	499
20	934	574	649	723	798	873	948	022	097	171	246
30	935	320	395	469	543	618	692	766	840	914	988
40	936	062	136	210	284	357	431	505	578	652	725
50		799	872	946	019	092	165	238	312	385	458
60 0	937	531	603	676	749	822	895	967	040	113	185
10	938	258	330	402	475	547	619	691	763	835	908
20		980	051	123	195	267	339	410	482	554	625
30	939	680	768	839	911	982	053	125	196	267	338
40	940	409	480	551	622	693	763	834	905	975	046
50	941	117	187	257	328	398	468	539	609	679	749
61 0		819	889	959	029	099	169	239	308	378	448
10	942	517	587	656	725	795	864	933	003	072	141
20	943	210	279	348	417	486	555	624	692	761	830
30		898	967	036	104	172	241	309	377	446	514
40	944	582	650	718	786	854	922	990	058	125	193
50	945	264	328	396	464	531	598	666	733	800	868

Logarytmy styczn: 55°, 56°, 57°, 58°, 59°, 60°, 61°. Cecha 9.

M i n u t y.

Stop.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	0	4773	5042	5311	5580	5849	6118	6387	6657	6926	7195
	10	7465	7734	8004	8273	8543	8813	9083	9352	9622	9892
	20	16 0162	0432	0702	0973	1243	1513	1784	2054	2324	2595
	30	2866	3136	3407	3678	3949	4220	4491	4762	5033	5304
	40	5575	5846	6118	6389	6661	6932	7204	7475	7747	8019
	50	8291	8563	8835	9107	9379	9651	9923	0195	0468	0740
56	0	17 1015	1285	1558	1830	2103	2376	2649	2922	3195	3468
	10	3741	4014	4287	4561	4834	5107	5381	5654	5928	6202
	20	6476	6749	7023	7297	7571	7845	8120	8394	8668	8943
	30	9217	9492	9766	0041	0316	0590	0865	1140	1415	1690
	40	58 1965	2246	2516	2791	3066	3342	3618	3893	4169	4445
	50	4720	4996	5272	5548	5824	6101	6377	6653	6930	7206
57	0	7483	7759	8036	8313	8589	8866	9143	9420	9697	9975
	10	19 0252	0529	0807	1084	1362	1639	1917	2195	2473	2751
	20	3029	3307	3585	3863	4141	4420	4698	4977	5255	5534
	30	5813	6091	6370	6649	6928	7207	7487	7766	8045	8325
	40	8604	8884	9163	9443	9723	0003	0283	0563	0843	1123
	50	20 1404	1684	1964	2245	2525	2806	3087	3368	3649	3930
58	0	4211	4492	4773	5054	5336	5617	5899	6180	6462	6744
	10	7026	7308	7590	7872	8154	8436	8719	9001	9284	9566
	20	9849	0132	0415	0698	0981	1264	1547	1830	2114	2397
	30	21 2681	2964	3248	3532	3816	4100	4384	4668	4952	5236
	40	5521	5805	6090	6374	6659	6944	7229	7514	7799	8084
	50	8369	8654	8940	9225	9511	9797	0082	0368	0654	0940
59	0	22 1226	1512	1799	2085	2372	2658	2945	3231	3518	3805
	10	4092	4379	4667	4954	5241	5529	5816	6104	6392	6679
	20	6967	7255	7543	7832	8120	8408	8697	8985	9274	9563
	30	9851	0140	0429	0719	1008	1297	1586	1876	2166	2455
	40	23 2745	3035	3325	3615	3905	4195	4486	4776	5067	5357
	50	5648	5939	6230	6521	6812	7103	7394	7686	7977	8269
60	0	8561	8852	9144	9436	9728	0021	0313	0605	0898	1190
	10	24 1483	1776	2069	2362	2655	2948	3241	3535	3828	4122
	20	4415	4709	5003	5297	5591	5885	6180	6474	6769	7063
	30	7358	7653	7948	8243	8538	8833	9128	9424	9719	0015
	40	25 0311	0607	0903	1199	1495	1791	2087	2384	2681	2977
	50	3274	3571	3868	4165	4462	4760	5057	5355	5652	5950
61	0	6248	6546	6844	7142	7441	7739	8038	8336	8635	8934
	10	9233	9532	9831	0130	0430	0729	1029	1329	1629	1928
	20	26 2229	2529	2829	3129	3430	3731	4031	4332	4633	4934
	30	5235	5537	5838	6140	6442	6743	7045	7347	7649	7952
	40	8254	8556	8859	9162	9465	9767	0070	0374	0677	0980
	50	27 1284	1588	1891	2195	2499	2803	3107	3412	3716	4021

Logarytmy wstaw 62°, 63°, 64°, 65°, 66°, 67°, 68°. Cecha 9.

M i n u t y.

Stop.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
62 0	935	002	069	136	203	270	337	404	471	538
10	946 604	671	738	804	871	937	004	070	136	203
20	947 269	335	401	467	533	599	665	731	797	863
30	929	995	060	126	192	257	323	388	453	519
40	948 584	649	715	780	845	910	975	040	105	170
50	949 255	300	364	429	494	558	623	688	752	816
63 0	881	945	009	074	138	202	266	330	394	458
10	950 522	586	650	714	777	841	905	968	032	096
20	951 159	222	286	349	412	476	539	602	665	728
30	791	854	917	980	043	105	168	231	294	356
40	952 419	481	544	606	668	731	793	855	917	980
50	953 042	104	166	228	290	351	413	475	537	598
64 0	660	722	783	845	906	968	029	090	152	213
10	954 274	335	396	457	518	579	640	701	762	823
20	883	944	005	065	126	186	247	307	368	428
30	955 488	548	609	669	729	789	849	909	969	029
40	956 089	148	208	268	327	387	447	506	566	625
50	684	744	803	862	921	981	040	099	158	217
65 0	957 276	335	395	452	511	570	628	687	746	804
10	863	921	979	038	096	154	212	271	329	387
20	958 445	503	561	619	677	734	792	850	908	965
30	959 023	080	138	195	253	310	367	425	482	539
40	596	653	711	768	825	881	938	995	052	109
50	960 165	222	279	335	392	448	505	561	618	674
66 0	730	786	843	899	955	011	067	123	179	235
10	961 290	346	402	458	513	569	624	680	735	791
20	846	902	957	012	067	123	178	233	288	343
30	962 398	453	508	562	617	672	727	781	836	890
40	946	999	054	108	162	217	271	325	379	434
50	963 488	542	596	650	704	757	811	865	919	972
67 0	964 026	080	133	187	240	294	347	400	454	507
10	560	613	666	719	773	826	878	931	984	037
20	965 090	143	195	248	301	353	406	458	511	563
30	615	668	720	772	824	876	928	981	033	085
40	966 136	188	240	292	344	395	447	499	550	602
50	653	705	756	807	859	910	961	012	064	115
68 0	967 166	217	268	319	370	420	471	522	573	623
10	674	725	775	826	876	927	977	027	078	128
20	968 178	228	278	328	379	429	478	528	578	628
30	678	728	777	827	877	926	976	025	075	124
40	969 173	223	272	321	370	420	469	518	567	616
50	665	714	762	811	860	909	957	006	055	105

Logaryt. styczn. 62°, 63°, 64°, 65°, 66°, 67°, 68°. Cecha 10.

M i n u t y.

Stop.	M i n u t y.									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
62 0	4320	4630	4955	5240	5546	5851	6156	6462	6768	7073
10	7379	7685	7991	8298	8604	8911	9217	9524	9831	0138
20	28 0445	0752	1060	1367	1675	1983	2291	2599	2907	3215
30	3523	3832	4140	4449	4758	5067	5376	5685	5995	6304
40	6614	6924	7234	7544	7854	8164	8475	8785	9096	9407
50	9718	0029	0340	0651	0963	1274	1587	1898	2210	2522
63 0	29 2834	3146	3459	3772	4084	4397	4710	5023	5337	5650
10	3964	6277	0591	6905	7219	7534	7848	8163	8477	8792
20	9107	9422	9737	0053	0368	0684	0999	1315	1631	1947
30	30 2264	2580	2897	3213	3530	3847	4164	4482	4799	5117
40	5434	5752	6070	6388	6707	7025	7343	7662	7981	8300
50	8619	8938	9258	9577	9897	0217	0537	0857	1177	1498
64 0	31 1818	2139	2460	2781	3102	3423	3745	4066	4388	4710
10	5032	5354	5676	5999	6321	6644	6967	7290	7613	7937
20	8260	8584	8908	9232	9556	9880	0205	0529	0854	1179
30	32 1504	1829	2154	2480	2806	3131	3457	3783	4110	4436
40	4763	5089	5416	5743	6071	6398	6725	7053	7381	7709
50	8057	8385	8714	9041	9369	9698	0027	0356	0685	0998
65 0	33 1327	1657	1987	2318	2648	2979	3309	3640	3971	4302
10	4634	4965	5297	5629	5961	6293	6625	6958	7291	7623
20	7957	8290	8623	8957	9290	9624	9958	0292	0627	0961
30	34 1296	1631	1966	2301	2636	2972	3308	3644	3980	4316
40	4652	4989	5326	5662	6000	6337	6674	7012	7350	7688
50	8026	8364	8703	9041	9380	9719	0058	0398	0737	1077
66 0	35 1417	1757	2097	2438	2778	3119	3460	3801	4142	4484
10	4846	5188	5530	5872	6214	6557	6899	7242	7585	7929
20	8253	8596	8940	9284	9629	9973	0318	0662	1007	1353
30	36 1698	2044	2389	2735	3081	3428	3774	4121	4468	4815
40	5162	5510	5857	6205	6553	6901	7250	7598	7947	8296
50	8645	8995	9344	9694	0044	0394	0745	1095	1446	1797
67 0	37 2148	2499	2851	3203	3555	3907	4259	4612	4964	5317
10	5671	6024	6377	6731	7085	7439	7793	8148	8503	8858
20	9213	9568	9924	0279	0635	0992	1348	1705	2061	2418
30	38 2776	3133	3491	3849	4207	4565	4923	5282	5641	6000
40	6359	6719	7079	7438	7799	8159	8520	8880	9241	9603
50	9964	0326	0688	1050	1412	1775	2137	2500	2863	3227
68 0	39 3590	3954	4318	4683	5047	5412	5777	6142	6507	6873
10	7239	7605	7971	8337	8704	9071	9438	9806	0173	0541
20	40 0909	1277	1646	2015	2384	2753	3122	3491	3862	4232
30	4602	4973	5344	5715	6086	6458	6829	7201	7574	7946
40	8319	8692	9065	9438	9812	0186	0560	0934	1309	1684
50	41 2059	2434	2810	3185	3561	3938	4314	4691	5068	5445

Logaryt: wstaw 69°, 70°, 71°, 72°, 73°, 74°, 75°. Cecha 9.

Stop.	M i n u t y.										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
69 0	970	152	200	249	297	345	394	442	490	538	586
10		635	683	731	779	826	874	922	970	018	065
20	971	113	161	208	256	303	351	398	446	493	540
30		588	635	682	729	776	823	810	917	964	017
40	972	058	105	151	198	245	291	338	384	431	477
50		524	570	617	663	709	755	802	848	894	940
70 0		986	032	078	124	169	215	261	307	352	398
10	973	443	489	535	580	625	671	716	761	807	852
20		897	942	987	032	077	122	167	212	257	302
30	974	347	391	436	481	525	570	614	659	703	747
40		792	836	880	925	969	013	057	101	145	189
50	975	233	277	321	365	408	452	496	539	583	626
71 0		670	713	757	800	844	887	930	974	017	060
10	976	103	146	189	232	275	318	361	404	446	489
20		532	574	617	660	702	745	787	830	872	914
30		957	999	041	083	125	167	209	251	293	335
40	977	377	419	461	503	544	586	628	669	711	752
50		794	835	877	918	959	001	042	083	124	165
72 0		978	206	247	288	329	370	411	452	493	533
10		615	655	696	736	777	817	858	898	939	979
20	979	019	059	100	140	180	220	260	300	340	380
30		420	460	500	539	579	618	658	697	737	776
40		816	855	895	934	973	012	052	091	130	169
50	980	208	247	286	325	364	403	441	480	519	558
73 0		596	635	673	712	750	789	827	866	904	942
10		980	019	057	095	133	171	209	247	285	323
20	981	361	399	436	474	512	549	587	624	662	699
30		737	774	812	849	886	924	961	998	035	072
40	982	109	146	183	220	257	294	331	367	404	441
50		477	514	551	587	624	660	696	733	769	805
74 0		842	878	914	950	986	022	058	094	130	166
10	983	202	238	273	309	345	380	416	452	487	523
20		558	594	629	664	700	735	770	805	840	875
30		910	945	980	015	050	085	120	155	189	224
40	984	259	293	328	363	397	432	466	500	535	569
50		603	637	672	706	740	774	808	842	876	910
75 0		944	978	011	045	079	112	146	180	213	247
10	985	280	314	347	380	414	447	480	513	547	580
20		613	646	679	712	745	778	811	843	876	909
30		942	974	007	039	072	104	137	169	202	234
40	986	266	299	331	363	395	427	459	491	523	555
50		587	619	651	683	714	746	778	809	841	873

Logaryt. styczn. 69°, 70°, 71°, 72°, 73°, 74°, 75°. Cecha 10.

M i n u t y.

Stop.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
69 0	41 5823	6200	6578	6956	7355	7714	8093	8472	8851	9231
10	9611	9991	0371	0752	1135	1514	1896	2277	2659	3041
20	42 3424	3807	4190	4573	4956	5340	5724	6108	6493	6877
30	7262	7648	8033	8419	8805	9191	9578	9964	0352	0739
40	43 1126	1514	1902	2291	2679	3068	3458	3847	4237	4627
50	5017	5407	5798	6189	6581	6972	7364	7756	8148	8541
70 0	8934	9327	9721	0115	0509	0903	1297	1692	2087	2483
10	44 2879	3274	3671	4067	4464	4861	5258	5656	6054	6452
20	6851	7250	7649	8048	8448	8847	9248	9648	0049	0450
30	45 0851	1253	1655	2057	2459	2862	3265	3669	4072	4476
40	4881	5285	5690	6095	6501	6906	7312	7719	8125	8532
50	8939	9347	9755	0163	0571	0980	1389	1798	2208	2618
71 0	46 3028	3439	3849	4261	4672	5084	5496	5908	6321	6734
10	7147	7561	7975	8389	8804	9219	9634	0049	0465	0881
20	47 1298	1715	2132	2549	2967	3385	3803	4222	4641	5060
30	5480	5900	6320	6741	7162	7583	8005	8427	8849	9272
40	9695	0118	0542	0966	1390	1814	2239	2665	3090	3516
50	48 3942	4369	4796	5223	5651	6079	6507	6936	7365	7794
72 0	8224	8654	9084	9515	9946	0378	0809	1241	1674	2107
10	49 2540	2973	3407	3841	4276	4711	5146	5582	6018	6454
20	6891	7328	7765	8203	8641	9080	9519	9958	0397	0837
30	50 1278	1718	2159	2601	3043	3485	3927	4370	4813	5257
40	5701	6145	6590	7035	7481	7927	8373	8820	9267	9714
50	51 0162	0610	1059	1508	1957	2407	2857	3307	3758	4209
73 0	4661	5113	5565	6018	6471	6925	7379	7833	8288	8743
10	9199	9655	0111	0568	1025	1483	1941	2399	2858	3317
20	52 3777	4237	4697	5158	5619	6081	6543	7005	7468	7931
30	8395	8859	9324	9789	0254	0720	1186	1653	2120	2587
40	53 3055	3523	3992	4461	4931	5401	5871	6342	6814	7285
50	7758	8230	8703	9177	9651	0125	0600	1075	1551	2027
74 0	54 2504	2981	3458	3936	4414	4893	5372	5852	6332	6813
10	7294	7775	8257	8740	9223	9706	0190	0674	1159	1644
20	55 2130	2616	3102	3589	4077	4565	5063	5542	6031	6521
30	7012	7502	7994	8485	8978	9470	9964	0457	0951	1446
40	56 1941	2437	2933	3430	3927	4424	4922	5421	5920	6419
50	6920	7420	7921	8423	8925	9427	9930	0434	0938	1442
75 0	57 1947	2453	2959	3466	3973	4481	4989	5497	6006	6516
10	7026	7537	8048	8560	9072	9585	0099	0613	1127	1642
20	58 2157	2673	3190	3707	4225	4743	5262	5781	6301	6821
30	7342	7863	8385	8908	9431	9955	0479	1003	1529	2055
40	59 2581	3108	3636	4164	4692	5222	5751	6282	6813	7344
50	7876	8409	8942	9476	0010	0545	1081	1617	2154	2691

Logarytmy wstaw 76°, 77°, 78°, 79°, 80°, 81°, 82°. Cecha 9.

M i n u t y.

Stop.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
76	0	904	936	967	998	030	061	092	124	155	186
	10	987	217	248	279	310	341	372	403	434	465
	20		526	557	588	618	649	679	710	740	771
	30		831	862	892	922	952	983	013	043	073
	40	988	133	163	193	222	252	282	312	341	371
	50		430	460	484	519	548	578	607	636	665
77	0	724	755	782	811	840	869	898	927	956	985
	10	989	014	042	071	100	128	157	186	214	243
	20		299	328	356	384	413	441	469	497	525
	30		581	609	637	665	693	721	749	777	804
	40		860	887	915	942	970	997	025	052	079
	50	990	134	161	188	215	243	270	297	324	351
78	0	404	431	458	485	511	538	565	591	618	644
	10		671	697	724	750	777	803	829	855	881
	20		934	960	986	012	038	064	090	115	141
	30	991	195	218	244	270	295	321	346	372	397
	40		448	473	498	524	549	574	599	624	649
	50		699	724	749	774	799	823	848	873	897
79	0	947	974	996	020	044	069	093	117	142	166
	10	992	190	214	238	263	287	311	335	358	382
	20		430	454	478	501	525	549	572	596	619
	30		666	689	713	736	759	783	806	829	852
	40		898	921	944	967	990	013	036	059	081
	50	993	127	149	172	195	217	240	262	284	307
80	0	351	374	396	418	440	462	484	506	528	550
	10		572	594	616	638	660	681	703	725	746
	20		789	811	832	854	875	896	918	939	960
	30	994	003	024	045	066	087	108	129	150	171
	40		212	233	254	274	295	316	336	357	377
	50		418	438	459	479	499	519	540	560	580
81	0	620	640	660	680	700	719	739	759	779	798
	10		818	838	857	877	896	916	935	955	974
	20	995	013	032	051	070	089	108	127	146	165
	30		203	222	241	260	278	297	316	334	353
	40		390	409	427	445	464	482	500	519	537
	50		573	591	609	628	646	663	681	699	717
82	0	753	770	788	806	823	841	859	876	894	911
	10		928	946	963	980	998	015	032	049	066
	20	996	100	117	134	151	168	185	202	218	235
	30		268	285	302	318	335	351	368	384	400
	40		434	449	465	482	498	514	530	546	562
	50		594	610	625	641	657	673	688	704	720

Logarytmy styczn. 76°, 77°, 78°, 79°, 80°, 81°, 82°. Cecha 10.

M i n u t y.

Stop.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
76° 0	60 3229	3767	4306	4846	5386	5927	6469	7011	7555	8097
10	8640	9185	9730	0276	0822	1369	1916	2454	3015	3562
20	61 4112	4663	5214	5766	6318	6871	7425	7979	8534	9090
30	9646	0203	0761	1319	1877	2437	2997	3558	4119	4681
40	62 5244	5807	6371	6935	7501	8067	8633	9201	9768	0337
50	63 0906	1476	2047	2618	3190	3763	4336	4910	5484	6060
77° 0	6636	7213	7790	8368	8947	9526	0106	0687	1269	1851
10	64 2434	3018	3602	4187	4773	5360	5947	6535	7124	7715
20	8303	8894	9486	0078	0671	1265	1859	2455	3051	3647
30	65 4245	4843	5442	6042	6642	7243	7845	8448	9052	9656
40	66 0261	0867	1473	2081	2689	3298	3907	4518	5129	5741
50	6354	6967	7582	8197	8813	9430	0047	0665	1285	1905
78° 0	67 2525	3147	3769	4393	5017	5642	6267	6894	7521	8149
10	8778	9408	0039	0670	1305	1936	2570	3205	3841	4477
20	68 5115	5753	6392	7032	7673	8315	8958	9601	0246	0891
30	69 1537	2184	2832	3481	4131	4782	5433	6086	6739	7393
40	8049	8705	9362	0020	0678	1338	1999	2660	3323	3987
50	70 4651	5316	5983	6650	7318	7987	8658	9329	0001	0674
79° 0	71 1348	2023	2699	3375	4053	4732	5412	6093	6775	7458
10	8141	8826	9512	0199	0887	1576	2266	2957	3649	4342
20	72 5036	5731	6427	7124	7822	8521	9221	9923	0625	1329
30	73 2033	2739	3445	4153	4862	5572	6283	6995	7708	8422
40	9137	9854	0571	1290	2010	2731	3453	4176	4900	5626
50	74 6352	7080	7809	8539	9270	0002	0736	1470	2206	2943
80° 0	75 3681	4421	5161	5903	6646	7390	8135	8881	9629	0378
10	76 1128	1880	2632	3386	4141	4897	5655	6414	7174	7935
20	8698	9461	0226	0993	1760	2529	3300	4071	4844	5618
30	77 6393	7170	7948	8723	9508	0290	1074	1858	2644	3432
40	78 4220	5011	5802	6595	7389	8185	8982	9780	0580	1381
50	79 2183	2987	3793	4600	5408	6217	7029	7841	8655	9471
81° 0	80 0287	1106	1926	2747	3570	4394	5220	6047	6876	7706
10	8558	9371	0206	1042	1880	2720	3561	4403	5247	6093
20	81 6940	7789	8640	9492	0345	1201	2057	2916	3776	4638
30	82 5501	6366	7233	8101	8971	9843	0716	1591	2468	3346
40	83 4226	5108	5992	6877	7764	8653	9543	0435	1329	2225
50	84 3122	4022	4923	5826	6731	7637	8546	9456	0368	1282
82° 0	85 2196	3115	4034	4956	5879	6804	7731	8660	9591	0524
10	86 1458	2395	3333	4274	5216	6161	7107	8056	9006	9959
20	87 0915	1870	2828	3789	4751	5716	6683	7652	8623	9596
30	88 0571	1548	2528	3509	4493	5479	6467	7457	8449	9444
40	89 0441	1440	2441	3444	4450	5458	6468	7481	8496	9513
50	90 0532	1554	2578	3604	4633	5664	6698	7734	8772	9813

Logaryt. wstaw 83°, 84°, 85°, 86°, 87°, 88°, 89°. Cecha 6.

Stop.	M i n u t y										
	•	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
83° 0		751	766	782	797	812	828	845	858	874	889
10	997	904	919	934	949	964	979	994	009	024	039
20		053	068	083	098	112	127	141	156	170	185
30		199	214	228	242	257	271	285	299	313	327
40		341	355	369	383	397	411	425	439	452	466
50		480	493	507	520	534	547	561	574	588	601
84° 0		614	628	641	654	667	680	693	706	719	732
10		743	758	771	784	797	809	822	835	847	860
20		872	885	897	910	922	935	947	959	972	984
30		996	008	020	032	044	056	068	080	092	194
40	998	116	127	139	151	163	174	186	197	209	220
50		152	245	255	266	277	288	300	311	322	335
85° 0	9983	44	55	66	77	88	99	10	21	31	42
10	9984	53	64	74	85	95	06	16	27	37	47
20	9985	58	68	78	89	99	09	19	29	39	49
30	9986	59	69	79	89	99	08	18	28	37	47
40	9987	57	66	76	85	95	04	13	23	32	41
50	9988	51	60	69	78	87	96	05	14	23	32
86° 0	9989	41	50	58	67	76	84	93	02	10	19
10	9990	27	36	44	52	61	69	77	86	94	02
20	9991	10	18	26	34	42	50	58	66	74	81
30		89	97	05	12	20	27	35	42	50	57
40	9992	65	72	79	86	94	01	08	15	22	29
50	9993	36	43	50	57	64	71	78	84	91	98
87° 0	9994	04	11	18	24	31	37	43	50	56	62
10		69	75	81	87	93	00	06	12	18	24
20	9995	29	35	41	47	53	68	64	70	75	81
30		86	92	97	03	08	14	19	24	29	35
40	9996	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
50		89	94	99	04	08	13	17	22	26	31
88° 0	9997	35	40	44	48	53	57	61	65	69	74
10		78	82	86	90	93	97	01	05	09	12
20	9998	16	20	23	27	31	34	38	41	44	48
30		51	54	58	61	64	67	70	73	76	79
40		82	85	88	91	94	97	99	02	05	07
50	9999	10	12	15	17	20	22	25	27	29	32
89° 0		34	36	38	40	42	44	46	48	50	52
10		54	56	58	59	61	63	64	66	68	69
20		71	72	73	75	76	77	79	80	81	82
30		83	84	86	87	88	88	89	90	91	92
40		93	93	94	95	95	96	96	97	97	98
50		98	98	99	99	99	99	99	99	99	99
90°	10,000000										

105

Logarytmy stycznych 83°, 84°, 85°, 86°, 87°, 88°, 89°.
Cecha 10. 11. 12

S t o p n i e.

Min.	83	84	85	86	87	88	89
0	91 0856	97 8380	05 8048	15 5355	28 0604	45 6916	75 8078
1	1902	9597	9506	7175	3028	46 0553	76 5379
2	2950	98 0817	06 0968	9002	5465	4221	77 2805
3	4000	2041	2455	16 0837	7917	7920	78 0359
4	5053	3267	3907	2679	29 0381	47 1651	78 8047
5	6109	4498	5384	4529	2860	5414	79 5874
6	7167	5732	6866	6387	5355	9210	80 3844
7	8227	6969	8353	8252	7861	48 3039	81 1964
8	9290	8210	9845	17 0126	30 0383	9902	82 0237
9	92 0356	9454	07 1342	2008	2919	49 0800	82 8672
10	1424	99 0702	2844	3897	5471	4733	83 7273
11	2495	1953	4351	5795	8037	8702	84 6048
12	3568	3208	5863	7702	31 0619	50 2707	85 5004
13	4644	4466	7381	9616	3216	6750	86 4149
14	5722	5728	8904	18 1539	5838	51 0830	87 3490
15	6803	6993	08 0432	3471	8456	4949	88 3037
16	7887	8252	1966	5411	32 1100	9108	89 2797
17	8973	* 9535	3505	7359	3761	52 3307	90 2783
18	93 0062	00 0812	5049	9317	6437	7546	91 3003
19	1153	2092	6599	19 1283	9130	53 1827	92 3469
20	2248	3376	8154	3258	1840	6151	93 4194
21	3345	4663	9715	5242	4567	54 0519	94 5191
22	4444	5955	09 1281	7235	7311	4950	95 6473
23	5547	7230	2853	9237	34 0072	9387	96 8055
24	6652	8549	4430	20 1248	2851	55 3890	97 9965
25	7760	9851	6013	3269	5648	8440	99 2191
26	8870	01 1158	7602	5299	8462	56 3038	00 4781
27	9984	2468	9197	7338	35 1296	7685	01 7747
28	94 1100	3783	10 0797	9387	4147	57 2382	03 1111
29	2219	5101	2404	21 1446	7017	7131	04 4900
30	3340	6423	4016	3514	9907	58 1932	05 9142

* od 84° 18' Cecha jest 11.
od 89° 26' Cecha jest 12.

Logarytmy stycznych 83° , 84° , 85° , 86° , 87° , 88° , 89° .
Cecha 10. 11. 12. 13.

S t o p n i e .

Min.	83	84	85	86	87	88	89
31	94 4465	01 7749	10 5634	21 5592	36 2815	58 6787	07 3866
32	5593	9079	7258	7680	5744	59 1696	08 9106
33	6723	02 0412	8888	9778	8692	6862	10 4901
34	7856	1752	11 0524	22 1886	37 1660	60 1685	12 1292
35	8992	3094	2167	4005	4648	6766	13 8526
36	95 0151	4440	3815	6133	7657	61 1908	15 6056
37	1273	5791	5470	8273	38 0687	7111	17 4540
38	2418	7145	7131	23 0422	3738	62 2378	19 3845
39	3566	8504	8798	2582	6811	7708	21 4049
40	4716	9867	12 0471	4753	9906	63 3105	23 5239
41	5870	03 1234	2151	6935	39 3022	8570	25 7516
42	7027	2606	3858	9128	6161	64 4105	28 0997
43	8187	3981	5531	24 1332	9323	9710	30 5821
44	9349	5561	7230	3547	40 2508	65 5390	33 2151
45	96 0515	6745	8936	5773	5717	66 1144	36 0180
46	1648	8134	13 0649	8011	8949	6975	39 0143
47	2856	9527	2368	25 0260	41 2205	67 2886	42 2328
48	4031	04 0925	4094	2521	5486	8878	45 7091
49	5209	2326	5827	4793	8792	68 4954	49 4880
50	6391	3733	7567	7078	42 2123	69 1116	53 6273
51	7575	5144	9314	9374	5480	7366	58 2080
52	8763	6559	14 1068	26 1683	8863	70 3708	63 3183
53	9954	7979	2829	4004	43 2272	71 0144	69 1175
54	97 1148	9403	4597	6337	5709	6677	75 8122
55	2343	05 0832	6372	8683	9172	72 5309	83 7504
56	3545	2266	8154	27 1041	44 2664	73 0044	93 4214
57	4749	3705	9945	3412	6183	6885	05 9152
58	5956	5148	1740	5796	9752	74 3835	23 5244
59	7166	6596	3545	8194	45 3309	75 0898	53 6274

* od 89° 57, Cecha iest 13.



