Matematyka w szkole francuskiej.

Commission Internationale de 1'enseignement mathematiąue. Sous-Commission franęaise. — Rapports.—Volume II. Enseignement secondaire (Nauczanie w szkole średniej). Pod redakcją C. Bioche'a, profesora matematyki w liceum Ludwika Wielkiego. Referenci: Bioche, Blutel, Levy, Guitton, Rousseau, Beghin, Muxart, Frank Lombard.

Organizacja szkół francuskich jest w ogólnych zarysach następująca:

Po „klasach dziecięcych" („classes enfantines"), klasach „wstępnych" („preparatoires") lub inaczej: 10-ej i 9-ej, oraz klasach „elementarnych" (8-ej i 7-ej), następuje „cykl 1-szy", czteroletni (klasa 6-a aż do 3-ej włącznie; wiek: od 11-go do 15-go roku życia), a potyin cykl 2-gi, dwuletni (klasa 2-a i 1-sza). Cykl l-szy nauk można przechodzić w dwu oddziałach: *A* — klasycznym i *B*—realnym. W cyklu 2-im zróżniczkowanie jest jeszcze dalej posunięte; mamy tu do wyboru 4 oddziały: A. Łacina—greka („Latin—grec"). *B.* Łacina—języki nowożytne („Latin — langues"). *C.* Łacina—nauki ścisłe („Latin—Sciences"). *1).* Języki nowożytne—nauki ścisłe („Sciences—langues").

Rok ostatni przed zdobyciem drugiej części matury uczniowie spędzają w klasie „filozoficznej" („classe de Philosophie") lub w klasie „matematycznej" („classe de Mathematiąues") *A* lub *B*. Odpowiednio do tego otrzymują bakalaureat (t. j. maturę) filozoficzny lub matematyczny. Liczba lekcji matematyki wynosi:

w ki.: 10-ej, 9-ej, 8-ej i 7-ej po 3 (tygodn.).

w klasie *6A*	2	w klasie 6/>*	4
„ *5A*	2	„ *5B*	4
„ 4A	2	„ 4B	5
„ *3A*	3	„ *3B*	4
„ *2A* i *B*	2	„ *2C* i *D*	5
„ *1A* i *B*	2	„ \G i *D*	5
		„ matematycznej	8

Streszczenie programów i uwag referentów zaczniemy od nauki arytmetyki (ref. A. Levy).

Po zapoznaniu się z początkami rachunku w ciągu kilku pierwszych lat nauczania, uczniowie, promowani do 1-go cyklu wydziału *A* lub *B,* rozpoczynają kurs szczegółowy, rozłożony na 3 lub 4 lata. Słuchanie wykładu teoretycznego, w ściślejszym znaczeniu tego słowa, przypada w udziale tylko tym, którzy się dostają do klasy „matematycznej", której program zawiera: teorję działań, teorję błędów, liczby pierwsze, ułamki okresowe dziesiętne. Do kursu arytmetyki cyklu 1-go, wydziału *A* (klasycznego) należą: działania nad liczbami całkowitemi i ułamkowemi, miary, reguła trzech, procenty etc., użycie liter z zastosowaniem do badania własności działań i do równań (liczbowych), cechy podzielności i liczby pierwsze, proporcje (po regule trzech!), wyciąganie pierwiastka kwadratowego, praktyczne rozwiązywanie równań liczbowych pierwszego i drugiego (?) stopnia. Uczniowie wydziału *B,* realnego, poznają oprócz tego postępy i podstawy arytmetyki handlowej. Zdaniem referenta, p. Levy, wyniki nauczania są wogóle dobre; daje się jednak spostrzegać niedostateczne opanowanie samej techniki rachunku.

Po przygotowaniu, wspomnianym powyżej (użycie głosek), nauka algiebry rozpoczyna się formalnie w ostatniej (3-ej) klasie cyklu pierwszego, rozwija się zaś dalej i dokładniej w ciągu 2-ch następnych lat oraz w klasie matematycznej. Kurs całkowity składa się w oddziałach realnych z 3-ch kursów koncentrycznych, następujących po sobie; w oddziałach klasycznych — z dwuch. Uczniowie tych oddziałów kończą na równaniu drugiego stopnia i jego zastosowaniach oraz na badaniu zmienności pewnych wyrażeń algiebraicznych. Program oddziałów realnych (kl. 3-cia cyklu 1-go *B,* klasy: 2-a i 1-a cyklu 2-go *C* i *D,* klasa matematyczna) jest bez porównania rozleglejszy. Zaznaczyć należy: 1) rozwijanie pojęcia funkcji i myślenia funkcjonalnego przez badanie zmienności wyrażeń: $ax+b$, $\frac{ax+b}{a_1x+b_1}$, ax^2+bx+c, ax^4+bx^2+c i t. p. i odpowiednich wykresów; 2) wczesne — mniej więcej na poziomie naszej 5-ej klasy — wprowadzenie pojęcia pochodnej i stosunkowo dokładne jego rozwinięcie, zmierzające również, obok innych, do tego celu; w klasach: 1-szej i matematycznej uczniowie otrzymują wiadomości o rachunku pochodnych różnych funkcji; 3) użycie obrazów gieometrycznych, oprócz wykresów w ścisłym znaczeniu tego słowa, np. przy nauce o postępach; 4) nacisk, położony na zastosowania i przykłady gieometryczne, mechaniczne, fizyczne. Szczegół drobny, ale dość charakterystyczny stanowi odsunięcie dzielenia dwuch wielomianów, uporządkowanych podług potęg malejących, aż do klasy najwyższej, matematycznej. Teorja liczb zespolonych nie należy do programu. Dość baczną uwagę zwrócono na nierówności (1-go i 2-go stopnia), co zresztą ma związek ścisły z pierwszym z punktów zaznaczonych. Dążenie do zastosowań, do ożywienia i uprzystępnienia wykładu, podkreślone tutaj ogólnie, mogło się należycie rozwinąć dopiero po reformie r. 1902, której wypadło walczyć z rozpanoszeniem się formalizmu i abstrakcji.

Nauka trygonometrji płaskiej wraz z pewnemi zastosowaniami należy do programu klasy 1-ej realnej (C i *D)* oraz klasy matematycznej. „Koło trygonometryczne" jest dotychczas w użyciu; oprócz rozwiązywania trójkątów, uczniowie badają ruch harmoniczny i odnajdują pochodne funkcji trygonometrycznych.

W referacie następnym, obszerniejszym od innych, p. Rousseau, nauczyciel liceum w Dijon, zastanawia się nad wykładem gieometrji. Początkowe pojęcia gieometryczne są podawane w ciągu pierwszych lat nauczania przy ćwiczeniach rysunkowych, a także w kursie t. zw. gieometrji intuicyjnej, obliczonym na 3 lata. W 2-ch niższych klasach cyklu 1-go w oddziale *A* (klasycznym) związek z gieometrją mają tylko rysunki: ornamentacyjne, architektoniczne, szkicowanie twarzy ludzkiej. W 2-ch następnych klasach (4-ej i 3-ej) uczniowie przechodzą planimetrję; do programu obu oddziałów klasycznych J. i *B 2-go* cyklu (klasy: 2-a i 1-a) należy stereometrja. goniometrja, dokładniejsze wiadomości o związkach liczbowych. W klasie filozoficznej tylko 2 godziny w ciągu roku są przeznaczone na uzupełnienia; program tej klasy jest dziwnie obszerny, jak na tak małą liczbę godzin.

Uczniowie oddziałów realnych (cykl 1-szy *B,* cykl 2-gi *C* i *D,* klasa matematyczna) ćwiczą się aż do końca kursu w kreśleniu. W klasie 1-ej i najwyższej, matematycznej, słuchają, oprócz gieometrji zwyczajnej, także wykładu gieometrji wykreślnej. Kurs całkowity gieometrji składa się z 3-ch części, podobnie jak kurs algiebry. W 3-ch klasach (5-ej, 4-ej i 3-ej) cyklu 1-go uczniowie zdobywają pierwszy całokształt nauki (planimetrja i stereometrja) wraz z zastosowaniami mierniczemi. W kursie cyklu 2-go (klasy 1-a i 2-a) osiąga się większą ścisłość; w programie urzędowym wskazano wyraźnie żądane wiadomości o przekształceniach (symetrja, przeniesienie równoległe, obrót, przekształcenie jednokładne). Wreszcie kurs klasy matematycznej, oprócz powtórzenia, zawiera wiadomości o osiach potęgowych, o biegunowych, inwersji, o wektorach, o rzucie środkowym, tudzież teorję cięć stożkowych. Kurs gieometrji wykreślnej obejmuje: pojęcia wstępne (2 metody wyznaczania punktu), zmianę płaszczyzn rzutów, kłady, obroty, rzuty kuli, stożka i walca, teorję przecięć i teorję cieniów; linje poziomu i linje spadku; użycie map topograficznych. Kreślenie rozpoczyna się od prostych ćwiczeń w używaniu narzędzi oraz motywów dekoracyjnych o linjach prostych (posadzki etc.), w dalszym ciągu ma ścisły związek z wykładem gieometrji, uwzględniając jednak zastosowania dekoracyjne.

W dwuch klasach najwyższych kreślenie nabiera charakteru jeszcze bardziej praktycznego: uczniowie wykreślają bryły gieometryczne, przedmioty codziennego użytku, części maszyn, plany budowli. O ile można wnosić z programu, zwraca się szczególną uwagę na metodę rzutów na jedną płaszczyznę, t. zw. „géométrie coteé" (po franc. „cote“ — oznacza odległość punktu od płaszczyzny rzutów).

Sposoby wykładania gieometrji znajdują się w tej chwili w stanie przejściowym. Aczkolwiek używanie przez młodzież szkolną podręczników nie odgrywa we Francji takiej roli, jak gdzieindziej, z powodu silnego nacisku, położonego przez nauczycieli na samoistność swych wykładów oraz z innych przyczyn, to jednak treść wybitnych dzieł tego rodzaju najlepiej prawdopodobnie cechuje zachodzącą obecnie ewolucję. Podług Emila Borela system Euklidesa winien być nie uzupełniony, lecz całkowicie zastąpiony przez inny, oparty na „bardziej nowożytnej podstawie". Gieometrja stanie się „badaniem grupy ruchów". Należy jednak wytworzyć całokształt równie doskonały pod względem logicznym, jak słynne księgi greckiego mędrca — a na to potrzeba wielu badań i prób. Pierwszym wielkim wyłomem w gmachu tradycji, a jednocześnie aktem twórczym było oryginalne i śmiałe sformułowanie nowych poglądów w głośnej książce Méray'a (pierwsze wydanie w r. 1874): „Nouveaux éléments". W r. 1906 nowy system nauczania—jak pisał Méray w przedmowie do 3-go wydania — był już przyjęty w 20—30 zakładach naukowych. Z dalszych przyczynków wymienić należy podręczniki Borela i Bourleta. W danej chwili, podług referenta, ustala się już pomiędzy nauczycielami porozumienie co do wzięcia za podstawę gieometrji własności ruchów („deplacements"), natomiast połączenie (fuzja) planimetrji ze stereometrją, tak ze względów dydaktycznych naturalne a związane z metodą przekształceń, nie zyskało jeszcze powszechnego uznania. P. Rousseau kładzie również mocny nacisk na eksperyment bezpośredni, na pracę uczniów ręczną, laboratoryjną. Zająć może czytelnika podany przezeń w ogólnych zarysach plan nauki, zastosowany do nowych założeń:

„Sądzimy, że część pierwsza, dość obszerna, coś w rodzaju wstępu, winna być poświęcona wyjaśnieniu pojęć, nabytych z lekcji o rzeczach i przy pierwszych ćwiczeniach: podanoby w niej zasadnicze twierdzenia i określenia gieometrji jakościowej i gieometrji położenia. Część druga zawarłaby rozważanie przekształceń ruchowych w ogólności i obrotu w szczególności wraz z zastosowaniami (linja prosta, prostopadła, składanie obrotów, płaszczyzna, koło, rodzaje symetrji, „géometrie radiale"). W części trzeciej badanoby podgrupę przeniesień równoległych i zastosowania tego rodzaju przekształceń: równoległość, twierdzenie Talesa, określenia linji trygonometrycznych, związki metryczne. Do części czwartej należałyby przekształcenia wyższego rzędu; jednokładność i podobieństwo, przekształcenie jednokreślne, inwersja i t. d. Nareszcie w części piątej mierzonoby powierzchnie i objętości" (str. 114).

Charakter nader krytyczny posiada referat p. Beghina, dotyczący wykładu mechaniki. Program klasy matematycznej zawiera: „kinematykę z zastosowaniem do mechanizmów, dynamikę i statykę punktu materjalnego, z uwzględnieniem tarcia lub bez, statykę ciał sztywnych, teorję maszyn prostych w stanie spoczynku i w stanie ruchu". Ogólnie, podczas gdy wykład innych nauk matematycznych w szkołach francuskich „daje wyniki nagół dobre, wykład mechaniki daje wyniki zaledwie mierne'* *) (str. 121).

Przyczyn tego stanu rzeczy, którego objawy bywają niekiedy wprost zastraszające, szukać należy w nadużyciu abstrakcji, w stosunku niewłaściwym pomiędzy naciskiem, kładzionym na zasady teoretyczne i odnośne dedukcje, a uwagą, poświęconą zagadnieniom praktycznym. Zastosowania są traktowane zbyt pobieżnie, tak iż uczniowie nie mogą w sobie rozwinąć odpowiedniego zmysłu i sprawności, i nauka, która mogłaby ich przez nie właśnie jaknajbardziej pociągać, budzi łacno swym formalnym charakterem „tylko wstręt" (str. 127). Podczas egzaminów na stopień bakalarski, na 100 zadań matematycznych 7 przypada na mechanikę — z tej liczby jednak, zdaniem p. Beghin, 8—10% zaledwie wymaga znajomości mechaniki, we właściwym znaczeniu tego słowa — reszta należy raczej do gieometrji. Jest to objaw nader znamienny. Referent podaje w ogólnych zarysach własną metodę, która. unikając tych „nieskończonych dedukcji", ma od początku zaprawiać do rozwiązywania, i to zupełnie ścisłego, zagadnień praktycznych.

Pozostaje jeszcze do omówienia nauka kosmografji, należąca do programów: klasy filozoficznej i klasy matematycznej. Kurs klasy filozoficznej zawiera opis systemu słonecznego wraz z pewnemi uzupełnieniami, ze szczególnym uwzględnieniem ziemi, słońca i księżyca. Kurs klasy matematycznej, dość wyczerpujący i o poziomie bez porównania wyższym, zaczyna się od sklepienia niebieskiego i ruchów pozornych; dopiero po odnośnych rozważaniach mowa o ruchach prawdziwych, systemie Kopernika i t. d. W obu klasach omawiany dział wiedzy, tak ważny ze względu na ogólną kulturę umysłową, bywa lekceważony przez uczniów a nawet przez nauczycieli z powodu małego znaczenia, jakie posiada przy egzaminach bakalarskich (t. j. przy zdawaniu matury).

Po zdaniu matury kandydaci do wyższych szkół zawodowych przygotowują się jeszcze do egzaminów konkursowych w klasach specjalnych, noszących nazwy: 1) „classe de mathematiąues speciales preparatoires", 2) „classe de mathematiąues speciales", 3) „classe de Centrale premiere annee", 4) „classe de Centrale". Kursy wstępne „specjalnych nauk matematycznych" (1) mają w zasadzie ten sam program, co następne (2); różnica polega na tym, że nauczyciel nie troszczy się o egzamin i pomija w razie potrzeby bliższe szczegóły i zastosowania. W tym samym, mniej więcej, stosunku jest „klasa Szkoły Centralnej, rok pierwszy" (3) do „klasy Szkoły Centralnej" (4). Pierwszy cykl stanowi przygotowanie do Szkoły Politechnicznej, Szkoły Normalnej, Szkoły Górniczej Paryskiej lub w Saint-Étienne, drugi jest dostosowany do Szkoły Centralnej Sztuk i Rzemiosł, dostarcza jednak słuchaczy i innym szkołom wyższym, przedewszystkim zaś Szkole Dróg i Mostów. Pobyt dwuletni na tych kursach nie jest bynajmniej przepisany, jako obowiązkowy; można wstępować odrazu do klasy (2) lub (4), można też, po nieudanym egzaminie, uczyć się w dalszym ciągu w tej samej klasie; można wreszcie, straciwszy odwagę lub możność prawną, dostosować pracę do egzaminu łatwiejszego, niż ten, który się zamierzało zdawać z początku. Tak np. zdarza się, że mniej

9 Inny z referentów, p. Rousseau, ubolewa oprócz tego ogólnie nad marnym przygotowaniem matematycznym maturzystów z oddziałów klasycznych (str. 86J.

zdolni lub mniej pewni siebie uczniowie klasy „nauk matematycznych specjalnych" (2) przechodzą do „klasy Szkoły Centralnej" (4). Program klasy „nauk matematycznych specjalnych" z dziedziny algiebry i analizy zawiera: liczby niewymierne, dzielenie wielomianów, połączenia, wyznaczniki i ich zastosowania, liczby zespolene, szeregi liczbowe, pochodne, ich zastosowanie do badania funkcji jednej i wielu zmiennych, szeregi potęgowe, rozwinięcia funkcji na szeregi, wzory Taylora i Mac Laurina, badanie funkcji: e\ *cos z, sin z* przy *z* zespolonym, teorję ogólną równania algiebraicznego z jedną niewiadomą, teorję nieskończenie małych, różniczki, całki i pierwsze zasady całkowania wraz z zastosowaniami, całkowanie równań różniczkowych pierwszego rzędu w prostszych przypadkach, podobnież — równań różniczkowych 2-go rzędu, wreszcie rozwiązywanie przybliżone równań liczbowych algiebraicznych i przestępnych. Kurs trygonometrji, oprócz zagadnień, poruszonych również w klasie matematyconej (przed maturą) zawiera jeszcze: rozwiązywanie równania dwumiennego i wzór podstawowy trygonometrji kulistej. Program mechaniki „podejmuje w sposób bardziej analityczny zagadnienia, roztrząsane w klasie matematycznej, wprowadzając ponadto pewne nowe pojęcia". Aby nie mnożyć zoytnio tych wypisów, nie przytaczam już programów gieometrji analitycznej i gieometrji wykreślnej. Zaznaczę tylko, że w obszernym wykładzie pierwszego z tych działów znajdujemy podstawy gieometrji rzutowej, użycie spółrzędnych jednorodnych, elementy w nieskończoności, teorję krzywizny (krzywych płaskich i powierzchni), obwiednie i t. p. Ogólnie, większą część programu klasy „nauk matematycznych specjalnych" stanowią tematy z zakresu uniwersyteckiego (str. 1 — Uwagi wstępne). W porównaniu z dawnemi planami, pominięto niektóre rozważania zbyt szczegółowe i spekulacyjne — z drugiej strony jednak poczyniono dodatki. Wymagania, którym muszą sprostać uczniowie „klasy Szkoły Centralnej" (4), są znacznie mniejsze.

T. Łazowski.