RITTER — FRANÇOIS VIÈTE

http://rcin.org.pl

http://rcin.org.pl

FRANÇOIS VIÈTE

INVENTEUR DE L'ALGÈBRE MODERNE

1540-1603

NOTICE

SUR

SA VIE ET SON ŒUVRE

PAR

Frédéric RITTER

Ancien élève de l'Ecole polytechnique
Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, en retraite.

PARIS

AU DÉPOT DE LA *REVUE OCCIDENTALE*

10, rue Monsieur-le-Prince, 10.

1895

http://rcin.org.pl

PAŃSTW. INSTYTUT MAT.
BIBLIOTEKA
7157
http://rcin.org.pl

http://rcin.org.pl

1540  1603

FRANÇOIS VIÈTE

MAITRE DES REQUÊTES DE L'HOTEL

MEMBRE DU CONSEIL PRIVÉ DU ROI

INVENTEUR DE L'ALGÈBRE MODERNE

(D'après le Frontispice, par Rabel, de l'édition de 1630.)

http://rcin.org.pl

FRANÇOIS VIÈTE

INVENTEUR DE L'ALGÈBRE MODERNE

1540 - 1603.

NOTICE SUR SA VIE ET SON ŒUVRE

Par Frédéric RITTER

Ancien élève de l'Ecole polytechnique,
Ingénieur en chef des Ponts et chaussées en retraite.

Ce fut une grande époque pour l'esprit humain que celle de la Renaissance, alors que l'activité intellectuelle, longtemps comprimée sous les débris du monde ancien, prenait son essor sous toutes les formes avec une énergie inconnue des âges antérieurs. Les germes féconds pénétraient dans tous les milieux, et c'est ainsi que la culture des sciences et des lettres se trouvait en singulier honneur dans un coin retiré de la France, dans la petite ville de Fontenay-le-Comte, capitale du Bas-Poitou.

A la fin du xv^e^ siècle, son couvent des Cordeliers comptait des maîtres éminents; François Rabelais y vint faire ses études et y séjourna pendant plus de quinze ans, et l'influence de ce vaste génie, que de stupides légendes ont cherché à rabaisser jusqu'à vouloir en faire un personnage grotesque, ne tarda pas à se manifester par l'éducation donnée à la jeunesse au collège des Cordeliers; le blason quelque peu orgueilleux que, d'après la tradition, le grand railleur avait composé pour la petite cité poitevine : « *d'azur à la fontaine d'ar-* « *gent, maçonnerie de sable* » avec cette devise : « *Felicium* « *ingeniorum fons et scaturigo* », ne fut que l'expression de la vérité; car, au xvi^e^ siècle, s'était épanoui à Fontenay un

http://rcin.org.pl

groupe remarquable « d'esprits heureusement doués » : le jurisconsulte André Tiraqueam, les poètes Nicolas Rapin, Raoul Cailler et Julien Collardeau ; les historiens Pierre Brisson et Jacques Besly ; le médecin Sébastien Collin ; le premier président du Parlement de la Ligue, Barnabé Brisson ; et, s'élevant au-dessus de tous, Viète, l'immortel auteur de l'algèbre moderne.

Ce nom était, il y a une quarantaine d'années, à peu près oublié, on peut même dire presque inconnu, même du plus grand nombre de ceux qui font des mathématiques l'objet de leurs constantes études, alors qu'il devrait leur être aussi familier que ceux d'Euclide, d'Archimède, de Fermat, de Newton, de Descartes, de Leibnitz et de tant d'autres génies créateurs ; et, cependant, c'est en vain que l'on cherche la statue du grand géomètre parmi celles des hommes illustres qui forment sur le péristyle du Louvre comme le Panthéon des gloires artistiques, scientifiques et littéraires de la France ; et, alors que l'on coule en bronze ou que l'on taille dans le marbre les images de tant d'hommes d'une valeur plus que contestable, celle du grand géomètre n'a encore été élevée nulle part.

Cet effacement du nom de Viète n'a cependant rien qui puisse étonner ; car tandis que dans les lettres et les arts l'œuvre de l'homme de génie conserve un caractère individuel, une originalité qui lui est propre, dans les mathématiques, science, plus que toute autre, formée par l'apport successif de vérités acquises et de méthodes découvertes au moyen de démonstrations incontestables, l'invention la plus sublime, le trait de génie le plus éclatant tombent immédiatement dans le domaine public de l'intelligence et deviennent la chose de quiconque est apte à la comprendre. Mais est-ce à dire pour cela que justice n'ait pas été rendue à Viète par tous ceux qui ont étudié le prodigieux monument scientifique caractéristique de la fin du XVI[e] siècle et du commencement du XVII[e] siècle ?

L'admiration que le grand géomètre inspira à ses contemporains dépassait toutes les bornes ; elle fut également profonde chez tous ceux qui vinrent après lui ; on en trouve à chaque pas le témoignage irréfutable dans leurs écrits :

http://rcin.org.pl

Bachet de Meziriac, le traducteur et le commentateur de Diophante, le qualifie « d'homme d'une intelligence si supé-« rieure, d'une valeur si grande « *summi vir ingenii, tantus* « *vir* » et son premier traité : « *Libellus aureus* » (petit livre « d'or). Fermat, à son tour, écrit : « François Viète, d'une « si haute intelligence et que l'on ne saurait jamais trop « louer : *subtilissimus ille nec unquam satis laudatus, Fran-* « *ciscus Vieta.* »

Sans rapporter ici les nombreux passages des mathématiciens français et étrangers à la louange du géomètre poitevin, nous nous contenterons de citer celui où, dans sa *Nova geometrica clavis*, le père Jacques de Billy, de la société de Jésus, après avoir énuméré les travaux des plus grands géomètres anciens et modernes, continue en ces termes : « Nous « avons François Viète, qui, comme un géant de la plus haute « stature, semble, dans cette marche progressive, dominer « tous les autres par ses vastes conceptions » — « *Habemus* « *Franciscum Vietam, qui, excelsi instar gigantis, omnes* « *alios, vastis meditationum suarum passibus videtur supe-* « *rasse.* »

Dans des temps plus rapprochés, d'Alembert, Lacroix, Lagrange, Chasles et quelques autres dont le jugement fait autorité, n'ont pas été moins explicites dans leur admiration pour ce grand génie ; et l'illustre Arago, dans une lettre à notre ami Benjamin Fillon, où il lui demandait les documents qu'il pourrait posséder sur Viète, écrivait en décembre 1847 : « ..... Il est honteux qu'aucun savant ne se soit attaché jus-« qu'à ce jour à écrire la vie de Viète ; elle a dû être simple « comme celle de tous les inventeurs, à moins que son état de « maître de requêtes de l'Hôtel ne l'ait entraîné à se mêler « des affaires publiques..... » Sans nul doute, l'illustre secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences avait conçu le projet de consacrer au grand géomètre français une de ces admirables notices dont il avait le secret ; mais les documents lui auraient fait défaut pour mener à bonne fin l'œuvre projetée, si, d'ailleurs, des évènements politiques, auxquels il prit, quelques mois après, une large part, n'avaient pas détourné vers d'autres idées cette vaste intelligence.

http://rcin.org.pl

Appelé par les hasards administratifs à résider pendant quelques années dans la patrie de Viète, je m'y rencontrai avec Benjamin Fillon, qu'une mort prématurée a enlevé au monde savant où il s'était fait une si brillante place par ses travaux archéologiques et par ses importantes découvertes; passionné pour tout ce qui pouvait jeter quelque lustre sur sa petite ville natale, dont il s'était constitué l'historiographe et l'archiviste, il m'apprit ce qu'était ce Viète dont je lisais le nom à l'angle d'un quai désert ; il me confia quelques-uns des ouvrages du maître ; après les avoir parcourus, ébloui comme par une lumière nouvelle, je résolus de chercher à reconstituer cette grande figure et à payer à Viète la dette contractée envers lui par la postérité oublieuse ; mais pour bien connaître l'ouvrier, il était indispensable de bien connaître son œuvre ; j'en entrepris donc, malgré les difficultés qu'elle présentait, la traduction complète, recueillant en même temps tous les documents et tous les renseignements sur la vie à peu près ignorée du grand géomètre ; mais je n'ai pu consacrer à ces travaux importants pendant de longues années que quelques loisirs, malheureusement trop rares, que me laissaient mes fonctions publiques. Quand ces travaux verront-ils le jour ? Je l'ignore. Quoi qu'il en soit, j'ai extrait de la biographie, assez volumineuse, de Viète une notice sommaire, qui, dès à présent, fera connaître à grands traits la belle figure et la belle œuvre de l'inventeur de l'algèbre moderne.

ESQUISSE BIOGRAPHIQUE

1540. — Famille et jeunesse de Viète. — 1559

Sa Famille. — Viète naquit à Fontenay-le-Comte en 1540. Sa famille était de bonne bourgeoisie et originaire du pays de la Rochelle. Elle vint s'établir au commencement du XVI^e siècle dans le Bas-Poitou, et nous trouvons son grand-père Viète établi marchand à Foussais, petite bourgade à 12 kilomètres de Fontenay. De ses trois fils, dont l'un continua le commerce paternel, le second, Etienne Viète, bachelier ès lois, était procureur à Fontenay-le-Comte et notaire de la seigneurie de Bus-

http://rcin.org.pl

seau. Il devint, par son mariage, cousin germain de Barnabé Brisson, le trop célèbre Président du Parlement de Paris sous la Ligue, et cette parenté ne fut certainement pas inutile à ses trois fils : François-Nicolas, sieur de la Mothe de Mouzeuil, Contrôleur ancien et Conseiller de l'élection de Fontenay, René, Sieur du Breuil de Lougènes, Lieutenant général de l'élection de Fontenay, et François, Maître des requêtes de l'Hôtel du Roi.

Des actes nombreux établissent qu'à cette époque les Viète ou Viette, car les uns signaient en doublant la consonne, tenaient, par leur fortune et leurs alliances, le premier rang dans leur ville natale. Si le mathématicien n'eut qu'une fille qui mourut sans être mariée, ses frères, au contraire, eurent une nombreuse lignée. Cependant le nom de Viète disparut peu à peu et assez rapidement, soit par la mort, soit en quenouille, et bientôt il ne put plus être suivi que dans la descendance de Nicolas, dont le fils, Barnabé, sieur d'Azire, était Assesseur au siège de la Rochelle, et le petit-fils, Pierre, échevin (1).

Ses études. — Viète fit ses études chez les Cordeliers de Fontenay qui avaient conservé les fortes traditions d'initiation intellectuelle en honneur dans leur collège et, comme chez les hommes de génie les manifestations de l'intelligence sont très précoces lorsqu'elles se développent dans un milieu favorable, ses progrès furent rapides ; aussi, en 1558, à peine âgé de dix-huit ans, il allait s'asseoir sur les bancs du « collège de la Faculté « de droit civil et canonique de la féconde et productive univer- « sité de Poitiers », dont la juste renommée attirait des élèves non seulement des provinces éloignées, mais encore des pays étrangers.

1559. — Viète avocat a Fontenay.

A la fin de l'année 1559, reçu bachelier et licencié en droit, il était de retour dans sa ville natale pour y exercer la profession

(1) Cette branche de la famille Viète resta fixée à la Rochelle. En 1870 elle était représentée par M. Viette de La Rivagerie, major au 3e régiment de dragons, officier très instruit qui s'occupait de mathématiques et préparait sur ces matières un ouvrage dont le manuscrit disparut dans le pillage par les Prussiens de la ville de Pont-à-Mousson. Il est mort en 1881 laissant une veuve, petite-nièce de l'illustre géomètre Monge et quatre enfants dont deux filles et deux fils, l'un Gaston-Marie-Adolphe, officier de cavalerie, et le plus jeune Roger-Hyacinthe-René.

http://rcin.org.pl

d'avocat. Les rares aptitudes pour les affaires, que tous ses contemporains se sont plu à reconnaître en lui, lui valurent, dès ses débuts, des marques non équivoques de confiance. Ainsi, en 1561, nous le voyons sous cette qualification « Me François Viète, « dit le Jeune, advocat, demeurant à Fontenay », comme fondé de pouvoirs de plusieurs bourgeois de la Rochelle dans une transaction relative à la répartition entre les membres du clergé séculier et les ordres religieux d'une somme de 1,600 mille livres imposée au clergé de France. La même année, il est chargé de l'importante liquidation des terres affectées en Poitou au douaire de la reine Eléonore d'Autriche, femme de François Ier, enfin, en 1564, des intérêts de Marie Stuart pour sa part d'un trésor découvert dans le moulin de Fontenay appartenant à cette reine.

Viète habitait à Fontenay un petit hôtel, qui lui venait de son père, rue des Gentilshommes, sur l'emplacement duquel a été bâti plus tard celui de M. Savary de Lépineray; il possédait, en outre, dans la paroisse de Foussay, le petit domaine de la Bigotière où il aimait à se retirer, d'où la qualification de Sieur de la Bigotière qui accompagne ordinairement son nom.

Ces premiers succès n'éblouirent pas le jeune avocat qui s'aperçut bientôt que sa profession dans une petite ville et les subtilités de la procédure ne convenaient pas à un esprit de sa trempe. Il avait vu, même à Fontenay, le barreau déserté pour les charges publiques par quelques-uns de ses concitoyens arrivés à de hautes situations; avec ses rares aptitudes ne pouvait-il pas aspirer à son tour, lorsqu'il aurait l'âge requis, à un siège dans la magistrature suprême ?

1564. — Viète conseil de la maison de Soubise.

Viète secrétaire de la Dame de Soubise. — Il était, sans doute, dans ces dispositions d'esprit lorsqu'il entra en relations d'affaires avec Antoinette d'Aubeterre, dame de Soubise; mariée en 1553 à Jean de Parthenay-l'Archevêque, elle habitait au centre du bocage vendéen, près de Monchamps, le parc de Soubise, aujourd'hui disparu. Comme sa belle-mère, Michelle de Laubonne, ancienne dame d'atours de la reine Anne de Bretagne, elle avait embrassé les idées de la Réforme et elle avait fait de son manoir un lieu de refuge pour ses coreligionnaires et un des centres principaux de l'agitation religieuse. Le sieur de Soubise, un des plus vaillants capitaines de son temps, tantôt à la Cour, tantôt en guerre, adversaire redouté des Guise, venait de

http://rcin.org.pl

soutenir contre les armées catholiques le siège mémorable de Lyon (1562-1563), et depuis la reddition de cette ville, il était en butte aux plus odieuses calomnies contre lesquelles, plus enclin à manier l'épée qu'à prendre la plume, il était inhabile à se défendre. Ayant été à même d'apprécier la rare capacité de Viète pour les affaires, Antoinette d'Aubeterre songea à mettre entre les mains du jeune avocat de Fontenay la défense de l'honneur de sa maison ; elle lui fit l'offre, qu'il accepta, de secrétaire particulier.

Dans cette nouvelle situation, chargé d'écrire le récit du siège de Lyon, il se rendit en 1564 dans cette ville avec Jean de Parthenay, au moment du passage de Charles IX ; il tenait à réunir sur place les éléments de son travail et recueillir les informations nécessaires, alors que les faits à relater étaient encore dans la mémoire de tous. A son retour, installé définitivement au parc de Soubise, il composa le *« Discours des choses advenues à Lion pendant que Monsieur de Soubise y commandait »*, dont le manuscrit autographe existe à la Bibliothèque Nationale (1). Ce récit, communiqué plus tard par son auteur à Théodore de Beze, a été inséré presque textuellement par lui dans son *« Histoire ecclésiastique des Eglises réformées, chap. XI »*.

On a toujours écrit que Viète avait été appelé dans la famille de Soubise pour faire l'éducation de Catherine de Parthenay. C'eût été, il faut l'avouer, de la part d'un jeune avocat de 24 ans, ayant déjà un renom mérité, une singulière détermination que de quitter une position déjà brillante pour celle de précepteur d'une fillette de onze ans ; comme on le voit, ses fonctions étaient autrement importantes au parc de Soubise, en correspondance suivie avec tous les chefs du mouvement religieux, non seulement en France mais encore à l'étranger.

En attachant à sa maison un homme dont elle avait apprécié la valeur, la dame de Soubise dans son ardeur de propagande religieuse caressait certainement l'idée de faire de lui un néophyte, d'autant plus que quelques membres de sa famille avaient déjà abjuré à Fontenay la foi de leurs pères ; mais cet espoir fut déçu : Viète, comme beaucoup de ses contemporains, était plus qu'indifférent en matière religieuse ; il était sceptique, et il conserva toute sa vie ce scepticisme indulgent et commode qui lui permit de vivre en bonnes relations aussi bien avec les huguenots

(1) Fonds Français. *Mélanges de Mezeray*, vol. 20723, folio 43 — 137,

http://rcin.org.pl

qu'avec les catholiques. Dans ces conditions, il resta catholique à la surface, mais ne devint pas, comme beaucoup d'autres, calviniste dans son for intérieur.

Viète précepteur de Catherine de Parthenay. — Au parc de Soubise, Viète s'attacha à Catherine de Parthenay, enfant d'une rare intelligence et douée d'une aptitude toute particulière pour les sciences exactes ; éloignée de toutes ressources pour l'instruction de sa fille, Antoinette d'Aubeterre, femme très docte, au dire de ses contemporains, s'en occupait elle-même ; elle trouva dans le jeune secrétaire un précieux auxiliaire, et c'est ainsi que se forma, sous leur direction, une des femmes les plus remarquables du XVIe siècle.

A cette époque, l'instruction des femmes était, dans les hautes classes de la société, le plus souvent plus étendue que celle de la plupart des hommes ; aussi, dans les mémoires du temps, voit-on figurer dans le programme des études de certaines femmes distinguées l'astronomie, le plus souvent sous le nom d'astrologie. Viète, en initiant son élève aux principes de cette science, se passionna pour ces études et résolut de composer un grand ouvrage, l'*Harmonicum cœleste*, sur le plan de l'Almageste de Ptolémée. A l'exemple du grand astronome d'Alexandrie, il reconnut nécessaire de placer en tête de la « *grande composition* » projetée un traité de la résolution des triangles, comprenant cette partie de la géométrie qui ne portait pas encore le nom de trigonométrie, à laquelle il apporta d'importants perfectionnements et d'y joindre des tables trigonométriques et astronomiques plus commodes et plus étendues que les canons alors en usage. A ces travaux et à ces calculs, il consacrait non seulement les loisirs que lui laissaient ses occupations multiples mais une partie de ses nuits.

Premiers opuscules scientifiques. — Pour l'instruction de son élève il rédigea, sous forme de cahiers, les leçons qu'il lui donnait ; mais ces petits traités, conservés sans doute dans le chartrier de la maison Rohan-Soubise au château de Blain, ont péri en 1793, dans le stupide auto-da-fé de ces précieuses archives.

Un seul de ces opuscules nous est parvenu par une traduction qui en fut faite pour l'instruction de Mlle de Lavardin, et imprimé sous ce titre : « *Principes de cosmographie*, tirés d'un « manuscrit de Viète et traduits en français. A Paris, chez Au- « guste Courbé, libraire et imprimeur de Monseigneur frère du

http://rcin.org.pl

« Roy, dans la petite salle du Palais, à la Palme. MDCXXXVII. « Avec privilège du Roy » (1). Il comprend un Traité de la Sphère, les Éléments de Géographie et les Éléments d'Astronomie.

A cet ordre de travaux semble se rapporter une feuille volante de la main de Viète, et qui paraît avoir été arrachée d'un cahier de ces problèmes de société que Bachez de Meziriac appelait « *plaisants et délectables* ».

Viète historiographe. — Historiographe de la maison de Soubise, il a composé une *Généalogie de la maison de Parthenay-Lusignan* restée à l'état manuscrit, les « *Mémoires de la vie de Jean de Parthenay-l'Archevêque* » publiés par M. Jules Bonnet en 1879 (2). Ces mémoires dont les éléments avaient été recueillis de la bouche même de Soubise ont été écrits peu de temps après sa mort, probablement en 1567, mais certainement avant le départ de Viète pour Paris en 1570. M. Bonnet prétend, il est vrai, qu'ils n'ont pu être écrits que postérieurement à l'année 1577, parce qu'il y est fait mention d'événements survenus en 1574, mais cette opinion perd toute sa valeur si l'on considère que ces mémoires ont été retouchés à plusieurs reprises et par Viète et par Catherine de Parthenay, et qu'il en a été fait plusieurs copies à diverses époques.

La mort de Jean de Parthenay (11 septembre 1566) ne changea rien à la situation de Viète, devenu pour la dame de Soubise aussi indispensable pour l'éducation de sa fille que pour les affaires du parti huguenot dans lesquelles elle se trouvait engagée ; mais son rôle de secrétaire, quoique effacé par la personnalité dominatrice d'Antoinette d'Aubeterre, l'avait mis en relations avec les chefs du parti qui avaient dû apprécier sa rare intelligence.

Entrée en relations avec Jeanne d'Albret et Henri de Navarre.— Le mariage de Catherine de Parthenay qui, à peine âgée de 15 ans, épousait, le 15 juin 1568, Charles de Quellenec, gentilhomme breton, vint modifier sa situation. La dame de Soubise qui jusqu'alors avait régné en maîtresse absolue au parc de Soubise voulut faire plier son gendre sous sa domination ; celui-ci entendait être le maître ; d'où rupture et départ pour la Rochelle

(1) Il en a été fait une seconde édition en 1643, et deux autres éditions « corrigées et augmentées », l'une à Rouen, Belcourt, 1647, l'autre à Lyon, P. Compagnon, 1661.

(2) Ces mémoires ont été publiés pour la première fois dans le *Bulletin de la Société de l'Histoire du Protestantisme français*, tomes XXIII et XXIV.

http://rcin.org.pl

d'Antoinette d'Aubeterre avec toute sa maison. Elle s'y trouva à point nommé avec les principaux chefs du parti calviniste, Condé, Coligny et Jeanne d'Albret avec son fils Henri de Navarre alors âgé de 16 ans. C'est de cette époque que datent les relations du grand géomètre avec Jeanne d'Albret et son fils, d'autant plus intimes que Viète s'étant rencontré au parc de Soubise avec Françoise de Rohan, dame de la Garnache, cousine germaine de Jeanne d'Albret, était devenu son conseil dans sa lutte avec le duc de Nemours qui avait abusé de sa faiblesse, sous promesse de mariage, alors qu'elle était fille d'honneur de Catherine de Médicis. Elle voulait l'obliger à l'épouser pour légitimer un fils né en 1557 de cette liaison, et faire déclarer nul le mariage du duc de Nemours avec la veuve du duc de Guise, la belle Anne de Ferrare.

Le ressentiment de la dame de Soubise contre son gendre ne connut plus de bornes lorsqu'elle se vit trompée dans l'espérance d'être grand'mère et à la fin de l'année 1570, abusant de quelques confidences imprudentes de sa fille sur laquelle elle avait conservé un grand empire, elle résolut de faire annuler son mariage pour cause d'impuissance. Viète fut nécessairement consulté dans cette circonstance ; mais avec son sens droit il dut chercher à arrêter une aussi scandaleuse affaire ; devant les résolutions bien arrêtées d'une belle-mère courroucée, sa situation dans la maison de Soubise devenait difficile et délicate ; il avait trente ans et pouvait aspirer à une charge de conseiller au Parlement. Catherine de Parthenay mariée n'avait plus besoin de ses soins ; il avait terminé ses premiers travaux mathématiques et à Paris seulement il pouvait espérer trouver un imprimeur assez hardi et des ouvriers assez habiles pour vaincre les difficultés que présentait son impression. C'est dans ces conditions qu'il résigna ses fonctions dans la maison de Soubise et qu'il vint se fixer à Paris, probablement dès le commencement de l'année 1571.

1571. — Viète avocat au Parlement de Paris

Installé dans la capitale où il avait repris sa robe d'avocat au Parlement, Viète, quoique éloigné du Bas-Poitou, n'en resta pas moins fidèle à sa petite ville natale où il aimait à venir pour régler ses affaires et se reposer de ses travaux sur les bords de la Vendée. « *Ego Fontenæensis Picto, riparum majoris venti* « *frequens incola* » (1).

(1) Lettre dédicatoire à Catherine de Parthenay en tête de l'*Isagoge*.

http://rcin.org.pl

Appréciant son mérite, ses concitoyens l'avaient appelé à siéger dans le Corps de Ville où on le voit figurer, comme absent, dans un procès-verbal du 26 décembre 1572. Dans cette nouvelle situation, Viète vit fréquemment son ancienne élève qui avec la dame de Soubise poursuivait de juridictions en juridictions le triste procès intenté au baron du Pont de Quellenec. Il s'occupa activement des intérêts de Françoise de Rohan, et par là rendit plus étroits les liens qui l'attachaient déjà à Jeanne d'Albret et à son fils Henri de Navarre. Enfin, il s'était créé des relations avec la haute magistrature et avec le barreau par son cousin Barnabé Brisson qui y occupait la première place avant d'être appelé aux plus hautes fonctions de l'Etat et aussi avec tous ceux qui consacraient leurs loisirs aux études mathématiques et avec les mathématiciens de profession : Pierre Ramus, professeur Royal, une des victimes de la Saint-Barthélemy ; Pierre Forcatel, de Béziers, « lecteur ès mathématiques du Roy » ; Jacques Pelletier, du Mans ; le chevalier Errard, un des précurseurs de Vauban ; l'évêque d'Aire, François de Foix-Candalle (F. Flussius Candalla), le savant commentateur d'Euclide ; Georges Gosselin, traducteur de Tartaglia ; le professeur Royal Monnantheuil, etc. ; il assista nécessairement à la Saint-Barthélemy, car, par ses relations même, il n'avait pas dû quitter Paris au moment des fêtes du mariage de Henri de Navarre avec Marguerite de Valois, funeste nuit pendant laquelle Catherine de Parthenay ne dut son salut qu'au courage de René de Rohan, frère de Françoise, et le baron du Pont de Quellenec trouva la mort dans la cour du Louvre, où, après une vigoureuse défense, il tomba percé de coups.

Cependant Viète poursuivait son double objectif : publier son premier ouvrage, fruit de tant de veilles et de laborieux calculs, obtenir cette charge de conseiller au Parlement, objet de toute son ambition. Il s'adressa à cet effet à Jean Mettayer, imprimeur du Roi, qui dès l'année 1571 mit ses presses à sa disposition.

Quant à la charge de conseiller au Parlement, l'état de sa fortune ne lui permettait probablement pas d'en acquérir une à Paris ; mais le Parlement de Bretagne, par sa proximité avec le Bas-Poitou, était parfaitement à sa convenance.

1573. — Viète conseiller au Parlement de Bretagne.

Malgré ses attaches avec le parti huguenot, grâce à ses puis-

http://rcin.org.pl

sants amis, il obtint, par lettres patentes du Roi Charles IX en date du 24 octobre 1573, la charge de conseiller du Parlement de Bretagne, mais il ne fut installé que le 6 avril 1574. Le cérémonial d'installation d'un membre du Parlement, minutieusement réglée, établit d'une manière certaine que Viète était catholique : le candidat, après avoir été introduit dans la salle d'audiences, après plusieurs révérences, devait lire debout et découvert, tout haut et distinctement, une profession de foi catholique, puis, à genoux, jurer, entre les mains du Premier Président, sur le crucifix la croyance et l'observation perpétuelle des articles de foi qu'il venait de lire.

Les Parlements avaient deux sessions par an, le semestre d'hiver et le semestre d'été ; mais les conseillers se partageaient par moitié entre les deux semestres. Les sessions duraient trois mois ; mais, en dehors des sessions, les Conseillers étaient occupés de l'étude des affaires et quelquefois chargés de diverses missions. Viète fut désigné pour le semestre d'été et appelé à siéger chaque année pendant les mois d'août, de septembre et d'octobre. Il apporta dans l'exercice de sa charge son contingent de travail, du moins pendant les deux premières sessions ; les registres du Parlement de Rennes en font foi. Il assista régulièrement aux sessions de 1574 et de 1575, mais en 1576 il ne siégea que pendant le mois d'août, exempté de service pour le reste de la session par lettres patentes du Roi. En 1577, il ne parut pas au Parlement malgré l'injonction de venir reprendre son siège dans un délai de huit jours ; mais il était encore couvert par l'autorisation royale. Il assista à la session de 1578 pendant toute sa durée, mais il ne parut pas à celle de 1579, toujours dispensé par le Roi. Quels étaient les motifs de ces dispenses contre lesquelles le Parlement de Rennes protestait et se faisait presque forcer la main pour en enregistrer les dispenses ?

Viète conseiller intime de Henri III. — Henri III était le seul des fils de Catherine de Médicis dans lequel se trouvait l'étoffe d'un grand roi ; mais à son retour de Pologne ses qualités étaient déjà presque paralysées par des vices honteux et par l'influence de l'astucieuse veuve de Henri II, qui les exploitait à son profit. Il connaissait les hommes et savait faire choix des plus capables pour les affaires de l'Etat, quitte à les sacrifier plus tard par faiblesse aux nécessités de sa politique de bascule ; ainsi, dès son arrivée dans la capitale, il avait distingué Barnabé Brisson, et de simple avocat il l'avait élevé à la dignité d'avocat gé-

http://rcin.org.pl

néral au Parlement de Paris. Ce fut par lui, par Françoise de Rohan pour laquelle il avait une grande affection, par Henri de Navarre que lui furent signalées les rares aptitudes de Viète. Il l'attacha à sa personne, non d'une manière officielle, mais pour ainsi dire à titre d'un conseiller intime auquel il confiait des missions officielles ou confidentielles, l'étude préparatoire de certaines reformes projetées, les négociations avec les Parlements pour l'enregistrement souvent difficile de certaines lettres patentes et d'édits bursaux.

Malgré ses occupations pour le service du roi qui lui prenaient tout son temps, Viète trouvait cependant quelques instants à donner aux mathématiques; il leur consacrait une partie de ses nuits. « Telle était, dit de Thou, la profondeur de ses médita-« tions qu'on le vit souvent rester trois jours entiers, assis à sa « table de travail, complètement absorbé par ses recherches, « sans autre sommeil que celui qu'il prenait la tête appuyée sur « le coude et sans autre nourriture, pour soutenir la nature, que « celle qu'il prenait sans changer de position. »

Mais dans de pareilles conditions, il ne pouvait surveiller et hâter l'impression du *Canon mathematicus*. Telles étaient également les causes qui ne lui permettaient pas toujours de remplir ses obligations de conseiller au Parlement. Les lettres patentes du 6 juillet 1579, les seules que nous ayons pu découvrir, ne peuvent laisser aucun doute à cet égard : « Comme pour l'*execon* « (l'exécution) de certaines commissions concernant le bien de « Notre service Nous avons advisé d'y employer Notre ami et « féal Conseiller en Notre Court, Me François Viète, Seigneur « de la Bigotière, Nous l'avons à cette fin fait venir en Notre « Court et suitte en laquelle il estoit nécessaire qu'il face quel-« que séjour et mesme durant les mois d'aougt, septembre et « octobre prochain, Nous lui avons permis et permettons qu'il « puisse et luy soit loisible désemparer d'icelle Notre Court, « durant la séance (session) des dicts trois moys..... et l'avons « exempté et dispensé, exemptons et dispensons du service per-« sonnel qu'il doibt pendant iceux, voullons néantmoins, ordon-« nons et Nous plaist qu'il ait et prenne les gaiges de son office, « car tel est Notre plaisir. »

Quand il entra au Parlement de Bretagne, Viète n'avait d'autres obligations que celles d'un simple conseiller; il était maître de la majeure partie de son temps, et il put la consacrer soit à ses travaux mathématiques, soit aux intérêts de Catherine de Parthenay, soit à ceux de Françoise de Rohan; la première retirée

http://rcin.org.pl

avec la dame de Soubise à la Rochelle au centre de l'agitation calviniste, la seconde au contraire dans ses domaines de Beauvoir-sur-Mer et de la Garnache où, par une prudente neutralité, elle s'était mise à l'abri de la guerre qui désolait en particulier le Bas-Poitou. Elle put offrir ainsi à Viète un séjour tranquille lorsque sa présence n'était nécessaire ni à Paris, ni en Bretagne. Elle trouva en lui un précieux auxiliaire, lorsque, la main de Catherine de Parthenay devenue libre, elle reprit son projet d'unir son frère René de Rohan à l'héritière des Soubise; projet qui se réalisa non sans difficultés, surtout de la part d'Antoinette d'Aubeterre, à la fin d'août 1575.

Cette union resserra encore les liens de l'amitié que Catherine et Françoise avaient pour le grand géomètre, amitié qui ne lui faillit jamais et qui eut sur sa carrière la plus heureuse influence.

Viète avait apprécié la tranquillité dont jouissaient les domaines de Françoise de Rohan, alors qu'il n'y avait plus aucune sécurité dans le reste du Bas-Poitou. Ne pouvant plus se retirer à Fontenay lorsque son service auprès du roi le lui permettait, il acquit en novembre 1577 une petite maison à Beauvoir-sur-Mer (1).

Françoise de Rohan avait plus que jamais besoin des conseils d'un ami tel que le grand géomètre; comptant sur l'affection que lui avait toujours témoignée son cousin Henri III, elle voulait entreprendre une nouvelle campagne contre le duc de Nemours. Mais elle avait encore d'autres soucis; le fils né de ses relations avec son infidèle séducteur était un triste personnage; à peine sorti, par la protection du roi, de la prison où il était retenu pour ses méfaits, il se mettait à la tête d'une troupe de malandrins dans le Bas-Poitou : surpris par le duc de Montpensier, il se trouvait ainsi à la merci des Guise; il fallut le sauver de la potence; en outre, le procès avec le duc de Nemours était de nouveau engagé, et le débat était porté sur un autre terrain : il s'agissait de faire déclarer son mariage illégitime et les enfants d'Anne de Ferrare adultérins.

Anne de Ferrare était d'un caractère doux et conciliant; Henri III qui détestait tout ce qui pouvait troubler sa tranquillité chargea son conseiller intime « *par permission expresse*

(1) B. Fillon pensait qu'il fallait attribuer cette détermination à un tendre penchant du grand géomètre vers la dame de La Garnache qui le payait de retour; le duc de Nemours vivant, il fallait sauver les apparences en devenant non son hôte, mais son voisin : nous n'avons rien pu trouver qui justifie cette supposition.

http://rcin.org.pl

et consentement » d'arriver à un accommodement acceptable pour les deux parties, et, en effet, au commencement de l'année 1580 une transaction mit fin à cette délicate affaire. Le premier mariage du duc de Nemours avec la demoiselle de Rohan fut reconnu légitime, mais considéré rompu par légitime divorce, et dans ses lettres patentes, Henri III s'exprimait ainsi : « Nous « avons pris et prenons en main l'honneur de Françoise de « Rohan. Nous entendons et ordonnons qu'il ne puisse lui être « fait aucun blâme pour raison de ce qui lui est advenu, et la « déclarons libre de contracter mariage ». En outre, comme compensation, la châtellenie de Loudun fut érigée en duché avec un revenu de cinquante mille livres de rente et octroyée à Françoise de Rohan.

C'était pour les familles d'Albret et de Rohan un succès complet, inespéré, dû à la manière habile dont Viète avait conduit cette affaire ; aussi, Henri III, en raison des services antérieurs rendus à l'Etat et de la conclusion de cette affaire épineuse, lui conféra en 1580, à la sollicitation de Françoise de Rohan, la charge de Maitre des requêtes de l'Hôtel et le titre de conseiller du Roi.

1580. — Viète maitre des requètes de l'Hôtel et conseiller du Roi Henri III.

Les Guise et Nemours auxquels cet arrangement fut imposé par la volonté expresse du Roi avaient vu toute cette affaire menée par l'ancien secrétaire de ce Soubise qui les avait si souvent tenus en échec sous le règne de Charles IX ; la faveur dont jouissait le grand géomètre auprès de Henri III leur portait ombrage, mais leur influence sur le Roi n'était pas encore assez grande pour l'obliger à sacrifier des hommes de mérite dont il avait fait ses conseillers ; ils attendirent une occasion favorable pour le faire tomber en disgrâce.

Viète et le projet de réforme du Calendrier. — Mais revenons à l'année 1577. Une question importante venait de surgir de nouveau à l'horizon de l'univers chrétien : la réforme du calendrier romain reconnue nécessaire au quatrième siècle par le concile de Nicée et qui, depuis plus de douze cents ans, était en vain l'objet de recherches des savants et de la sollicitude du Souverain Pontife ; un médecin-astronome, Louis Lilio de Vérone (Aloysius Lilius Hypsicronensis) venait de trouver une solution

http://rcin.org.pl

satisfaisante, mais sa mort prématurée avait obligé le pape Grégoire XIII de charger le jésuite Christophe Clavius de Bamberg de la faire connaître dans un mémoire qui fut adressé à tous les princes de la chrétienté avec invitation de la faire examiner par les mathématiciens et par les astronomes afin d'avoir leur avis, et, s'il y avait lieu, d'en proposer un meilleur. Henri III dut nécessairement soumettre la question à Viète; mais le grand géomètre était tellement occupé à cette époque, puisqu'il ne trouvait pas même le temps de mener à bonne fin l'impression du Canon mathématique, qu'il ne crut pas devoir rechercher si l'on n'aurait pas pu faire mieux. Aucune objection n'étant venue à Rome, le projet de réforme fut adopté, et le calendrier Grégorien promulgué par le bref du pape du 24 février 1582. Aussi lorsque, quelques années plus tard, Viète, critiquant ce calendrier qui était depuis plusieurs années entré dans la pratique, en proposa un qu'il prétendait meilleur, son silence de 1577 lui fut vivement reproché par Clavius.

1579. — Canon mathématique. — Ce ne fut qu'en 1579, que, retenu à Paris par le service du Roi et par le règlement des affaires de Françoise de Rohan, Viète put s'occuper enfin d'une manière plus active de l'impression de son *Canon mathematicus* commencé depuis huit ans et retardé par ses absences continuelles et par ses occupations multiples; aussi, est-ce avec un vif sentiment de satisfaction que Jean Mettayer, dans son avis au lecteur s'écrie : « *Exit tandem ex officinâ nostrâ Canon mathematicus....* ». « Il sort enfin de notre imprimerie le Canon mathématique. »

Cet ouvrage du grand géomètre devait former quatre parties dont les deux premières ont été publiées :

La première, connue plus particulièrement sous le nom de *Canon mathématique* contenait, avec quelques tables accessoires, les tables donnant, pour un rayon de 100,000 et calculées de minute en minute, les six lignes trigonométriques.

La seconde ou *Livre des Inspections universelles* était particulièrement intéressante, car elle indiquait, pour la résolution des triangles, des formules permettant de trouver d'un coup d'œil, au moyen des données, angles ou côtés, l'opération à faire pour obtenir l'inconnu. Or, cette méthode était la première manifestation du besoin de formules générales en mathématiques et le point de départ de Viète vers le principe de l'algèbre moderne : *représenter les données et les inconnues par les lettres de*

http://rcin.org.pl

l'alphabet et les opérations par des signes pour arriver à la solution exprimée de la même manière.

C'est également dans ce livre des Inspections que Viète donnait *le rapport de la circonférence au diamètre calculé pour la première fois avec onze chiffres*, ce qui fut pour lui l'occasion d'introduire dans les calculs l'*emploi des fractions décimales*.

Premières attaques de Scaliger. — En 1580, âgé de quarante-un ans, Viète, maître des requêtes de l'Hôtel, se trouvait par ses fonctions attaché directement à la personne du Roi, et dans cette haute situation il fut chargé fréquemment de missions importantes et difficiles, soit auprès des Parlements, soit pour l'étude et la préparation des lois et des ordonnances. Par ses relations avec les personnages les plus importants du royaume, mais surtout par son mérite personnel et par ses travaux mathématiques qu'il communiquait généreusement à tout venant, il groupait autour de lui tout ce que Paris et la France comptaient de plus distingué dans les sciences et dans les lettres. Aussi, dès ce moment, il porta ombrage à Joseph Scaliger, qui de sa propre autorité prétendait dominer en maître absolu, aussi bien dans le domaine des sciences que dans celui des lettres. Ce personnage atrabilaire commença ses premières attaques en prenant d'abord le grand géomètre à partie à propos de son nom qu'il aurait traduit en latin *Vietæus* au lieu de *Vieta*, et à cette observation il ajoutait sous forme d'hémistiche l'anagramme de *Franciscus Vieta* « Cur asinus faciet.... », grossière plaisanterie qui était bien dans les habitudes de celui qui se qualifiait « le prince des érudits ». Viète méprisa l'injure, mais il mit à profit la leçon de grammaire.

Pendant une période de huit années, en dehors des devoirs nombreux que lui imposaient ses fonctions auprès du Roi, sa vie fut intimement liée à celle de Françoise de Rohan ; aussi, lorsque cela lui était possible, allait-il se reposer auprès d'elle dans ses domaines de Beauvoir-sur-Mer, et ce fut probablement pendant un de ses voyages que, fait prisonnier par des malendrins, il ne dut sa vie qu'à une généreuse intervention de Catherine de Parthenay qu'il allait également visiter dans son domaine de Bretagne.

Il fut nécessairement mêlé à une affaire assez grave suscitée à la dame de la Garnache par un ardent et fougueux catholique, Nicolas Rapin, alors sénéchal du Bas-Poitou, compatriote et

http://rcin.org.pl

condisciple de Viète, qui accusait Françoise de Rohan d'être sortie de sa neutralité, de faire de son château de la Garnache un refuge pour les religionnaires, et enfin de l'avoir laissé occuper par surprise simulée par un parti de huguenots. L'affaire n'eut pas de suite, grâce à l'intervention de Henri de Navarre; mais Françoise avait d'autres causes d'ennui, comme les méfaits continuels de son fils et de nombreux procès que lui suscitaient ses voisins, et pour les conjurer l'amitié de Viète lui était bien précieuse. Aussi depuis quelque temps le grand géomètre était devenu l'idole du château de la Garnache, et, en 1584, il donnait à son cousin germain Viète devenu, probablement grâce à sa protection, receveur des domaines de la duchesse de Londunois, en échange de quelques biens ruraux qui devaient arrondir son domaine de la Bigotière, la maison qu'il possédait à Beauvoir-sur-Mer.

Disgrâce de Viète. — Les Guise et les Nemours ne lui avaient pas pardonné son heureuse intervention dans les affaires de Françoise de Rohan ; vers la fin de l'année 1584 ou au commencement de 1585, après avoir circonvenu le roi, ils obtinrent de lui qu'il sacrifiât son fidèle conseiller en le suspendant de ses fonctions de Maître des requêtes, et malgré les pressantes sollicitations de Henri de Navarre et auprès de Catherine de Médicis et auprès du roi, il ne put obtenir sa réintégration. Voici ce que le Béarnais écrivait à Henri III le 25 avril 1585 : « Monseigneur, « le sieur Viète, maistre des requestes en votre hostel me fait « entendre que pour s'estre meslé des affaires de ma tante, Ma- « dame de Londunoys, combien que ce soit par vostre exprès « commandement, quelques ungs l'avaient voulu reculer du ser- « vice qu'il vous doibt et qu'il avait accoustumé de rendre à Vo- « tre Majesté à cause de son estat. Et d'aultant tel malheur ne « luy peut estre arrivé que pour quelques mauvaises impressions « qu'on pourrait avoir données, le cognoissant personnage capa- « ble de service, j'ay pris cette hardiesse en faveur de ma dicte « tante de supplier humblement Vostre Majesté d'avoir agréable « qu'il exerce son dict estat, comme il a fait cy devant et aupa- « ravant qu'il se meslat des affaires de ma dicte tante, puisque « c'est par vostre permission et commandement qu'il en a faict, « qui ne luy doibt tourner en défaveur... »

Le séjour de Viète au château de la Garnache ne fut pas de longue durée ; deux circonstances eurent pour effet de l'abréger : un projet de mariage de Françoise de Rohan, et l'arrivée en

http://rcin.org.pl

fugitive au parc de Soubise de Catherine de Parthenay, chassée de ses domaines par les Ligueurs qui occupaient la Bretagne.

La duchesse de Londunois que ses amis qualifiaient toujours du titre de duchesse de Nemours, malgré l'arrangement intervenu en 1579, ne se considérait pas, malgré le divorce prononcé, libre de contracter une autre union ; mais Nemours étant mort en juin 1585, après avoir pris le deuil pendant un an, elle promit en août 1586 mariage à François Le Felle, chevalier de l'ordre du Roi, Sieur de Guébriant. Une pareille union, eu égard à la situation de la duchesse de Londunois, tante de Henri de Navarre, avec un capitaine breton, peut-être celui qui commandait la garnison de la Garnache, ne pouvait être qu'un de ces fâcheux mariages d'inclination d'une femme sur le retour ; car Françoise avait doublé le cap de la cinquantaine. Viète ne pouvait donner son approbation à un projet aussi insensé et ses sages conseils n'étant pas écoutés, il quitta la Garnache en couvrant sa retraite par la nécessité d'aller prêter son appui à Catherine de Parthenay, que la mort prématurée de son mari, René de Rohan, laissait seule et isolée avec une nombreuse famille.

Dédicace de l'Art analytique. — Après avoir quitté la Garnache, Viète, tantôt au parc de Soubise, tantôt à Fontenay ou à la Bigotière, put donner la majeure partie de son temps à ses travaux mathématiques, encouragé dans son œuvre par Catherine à laquelle il communiquait ses belles inventions. Aussi, est-ce à sa chère élève, à sa bienfaitrice, à cette première confidente du fruit de ses veilles qu'il dédia l'œuvre qui devait immortaliser son nom. Dans l'Epitre dédicatoire placée en tête de l'*Isagoge*, et après avoir évoqué la Fée Mélusine, il écrivait : « Plaise au « Ciel que le fruit de mes veilles lui soit agréable ; elle devra en « reporter sa reconnaissance sur vous et sur votre chère sœur, « Françoise de Rohan, duchesse de Nemours et du Londunois ; « car les bienfaits, dont vous m'avez comblé dans des temps très « malheureux, ne peuvent se compter. Rappellerai-je que c'est « vous qui m'avez arraché aux brigands qui me tenaient dans « les chaines et à la mort ? Rappellerai-je que votre sollicitude « et votre munificence me sont venues en aide toutes les fois que « vous avez eu connaissance de mes peines et de mes malheurs ? « Je vous dois la vie, et si j'ai quelque chose de plus cher que la « vie, je ne le dois qu'à vous seules. C'est à vous surtout, Au- « guste fille de Mélusine, que je dois mes études mathématiques « auxquelles m'ont poussé et votre amour pour cette science et

http://rcin.org.pl

« la très grande connaissance que vous en possédez et même ce « savoir en toutes sciences que l'on ne saurait trop admirer dans « une personne de si noble race » (1).

Cette dédicace fut écrite chez Françoise de Rohan, cette autre amie dévouée, sans prévoir que quelques mois plus tard elle lui serait enlevée par une mort imprévue.

Le projet de mariage de Françoise de Rohan n'eut pas de suite, probablement par l'opposition du Roi ; mais, à partir de ce moment, ce que nous savons de la duchesse de Londunois dénote une absence complète de direction et de prudence. En 1587 l'armée catholique dut occuper ses domaines ; chassée de la Garnache, elle se refugia à Nantes : l'amitié de Viète ne lui fit pas défaut dans sa mauvaise fortune et grâce à son intervention elle put vers la fin de l'année 1590 rentrer dans son château de la Garnache.

1591-93. — Art analytique. — Ce fut pendant ses années de disgrâce que Viète donna un corps à ses études sur l'*Art analytique* ou *Algèbre nouvelle*.

En substituant, dans la Trigonométrie, aux règles énoncées en langage ordinaire et en toutes lettres, des tableaux présentant à première vue, sous forme de proportions, l'élément inconnu d'un triangle et les trois éléments donnés, représentés d'une manière générale par des lettres toujours les mêmes, placées aux angles du triangle, Viète l'avait dotée de véritables formules générales ; et, par une de ces inspirations dont les grands génies sont seuls capables, ou peut-être même par de longues méditations sur les ouvrages de Diophante et de Cardan, après avoir reconnu combien était défectueuse leur Algèbre dans laquelle l'inconnue seule de l'équation était représentée par un symbole alphabétique, mais où toutes les opérations effectuées au moment même où elles se

(1) Ce passage est trop important pour que nous n'en rapportions pas ici le texte latin : « Atque utinam ei gratæ essent vigiliæ nostræ « quò eas tibi tuæque carissimæ sorori Franciscæ Rohaniæ Nemorensi « et Juliodunensi ducissæ, ut debentur, accepto ferret. Nam quæ in « infelicissimis temporibus beneficia in me contulistis infinita sunt. Quid « enim memorem vos ex grassatorum vinculis et faucibus Orci eripuisse « me, ac denique vestrâ sollicitudine et munificentiâ toties adjuvisse, « quoties ærumnæ meæ et infortuniæ vos monuerunt? Omnino vitam, « aut, si quis mihi carius est, vobis autem debeo, tibi autem, o diva « Melusinis, omne præsertim Mathematicis studium, ad quod me « excitavit tum tuus in eam amor, tum summa artis illius, quam tenes, « peritia; immo vero nunquam satis admiranda in tuo tamque regii et « nobilis generis sexu Encyclopædia..... »

http://rcin.org.pl

présentaient ne laissaient aucune trace dans la composition de la valeur de l'inconnue, il créa l'Algèbre nouvelle, en représentant tous les éléments d'une question, connus ou inconnus, par des lettres de l'alphabet, les opérations à effectuer sur elles par des signes et enfin le résultat par une formule, dans laquelle il suffisait, si la même question était posée avec des données différentes, de les substituer pour obtenir immédiatement le nouveau résultat demandé.

Cette œuvre, dans la pensée de Viète, devait être divisée en dix parties formant chacune un traité séparé : mais la rédaction de ces traités ne fut pas, du premier coup, définitive et quelques-uns restés à l'état d'ébauche ne furent publiés que plusieurs années après sa mort.

Viète à Tours. Sa rentrée à la Cour de Henri III. — En avril 1589, Henri III avait établi le siège du gouvernement à Tours ; il avait rappelé les débris de son Parlement qui avaient pu quitter Paris, et tous ceux qu'il avait dû éloigner de sa personne sous la pression des princes de la maison de Lorraine ; Viète fut du nombre, et il vint s'installer dans la capitale provisoire du royaume. La proximité de cette ville avec Fontenay et aussi avec le parc de Soubise lui permit encore de venir de temps en temps visiter son amie et se reposer sur les bords de la Vendée. Mais, à partir de 1592, ses voyages dans le Bas-Poitou devinrent moins fréquents.

Au moment où Viète arrivait à Tours, le gouvernement était en complet désarroi ; il fallait le réorganiser avec les magistrats et les fonctionnaires échappés de Paris et qui ne s'étaient pas ralliés à son gouvernement révolutionnaire ; l'étranger accourait à l'appel de la Ligue, dans l'espoir d'une curée qui lui adjugerait quelques lambeaux du territoire national ; mais il y avait encore des hommes en France, l'élite de la nation était venue se grouper autour de Henri de Valois et de Henri de Bourbon, et sous la puissante impulsion du roi de Navarre, que le couteau de Jacques Clément allait bientôt faire roi légitime de la France, surgit un de ces efforts patriotiques résultant de toutes les énergies individuelles dirigées vers le même but, sauver la France et la Monarchie.

Viète cryptographe. — A ce vigoureux effort, Viète prit une large part et c'est alors qu'il rendit à l'Etat un service immense en déchiffrant les dépêches des ennemis du dehors et du

http://rcin.org.pl

dedans, journellement interceptées sur leurs courriers et leurs émissaires.

La cryptographie, longtemps à l'état rudimentaire, était devenue depuis peu entre les mains des Espagnols et surtout des Italiens un art très compliqué, et les déchiffreurs officiels habitués à l'ancien jeu étaient incapables de traduire la plupart des dépêches chiffrées, lorsque Henri III songea à ce conseiller dont plus d'une fois il avait éprouvé la rare sagacité. Il confia cette mission à Viète, qui, par des prodiges de divination, parvint à les déchiffrer.

« Monsieur Viète, lisons-nous dans une note de la collection « de M. Dupuy, avait des règles pour déchiffrer toutes sortes de « chiffres, lesquelles estaient si asseurées qu'elles estaient pres- « que infaillibles..... Il en a imprimé un petit traité chez Met- « tayer qu'il faudrait tascher de voir ».

Cette dernière affirmation est erronée : Viète fit imprimer chez Mettayer, en 1595, une plaquette presque introuvable sous le titre : « *Deschiffrement d'une lettre escrite par le com-* « *mandeur Moreo au Roy d'Espaigne son maître du 28 oc-* « *tobre 1589 — où se voit que le duc de Mayne s'est déclaré* « *à Moreo vouloir estre Roy et des moyens qu'il veut suivre* « *pour y parvenir à la désolation et dissipation de la* « *France. A Tours, chez Jamet Mettayer, imprimeur du* « *Roy. MD. LXXXX.* » La dépêche est en espagnol, elle est précédée d'une lettre de Viète, dans laquelle il signale au Roi l'importance capitale de ce document, mais il ne dit pas comment il est parvenu à la déchiffrer. La plaquette que nous avons eue sous les yeux porte des annotations sur son titre de la main de Viète ; elles nous font connaître l'intention d'en publier une seconde édition avec la traduction en français.

L'auteur de la note de M. Dupuy n'avait pas réfléchi aux inconvénients graves de la divulgation des procédés de déchiffrement employés par le grand géomètre et ce n'est que quelques jours avant sa mort qu'il pressentait prochaine, que Viète adressa à Sully, en février 1603, un mémoire pour l'usage des personnes auxquelles le Roi confiera à l'avenir le déchiffrement des dépêches. Ce mémoire, écrit d'une main ferme et sûre, est certainement la dernière œuvre sortie de la plume du grand citoyen, songeant encore, à ses derniers moments, aux intérêts de son roi et de son pays. Il mourut, en effet, quelques jours après. Nous avons eu en mains deux dépêches en chiffres avec leur traduction, et nous avons pu juger de la difficulté de les

http://rcin.org.pl

déchiffrer, tellement grande que Viète, dénoncé à Rome, faillit être condamné aux peines ecclésiastiques comme sorcier et nécromant.

1589. — Viète maitre des requêtes de l'Hotel et conseiller du roi Henri IV.

En 1589, le 31 juillet, Henri III tombait sous le couteau de Jacques Clément et Henri IV y gagnait la couronne ; mais il fallait la conquérir non seulement à la pointe de l'épée mais par des négociations habiles. En raison de l'amitié que lui portait le nouveau Roi et de la grande estime qu'il avait pour ses aptitudes, Viète se trouva un des hommes les plus influents du royaume ; il aurait pu aspirer aux plus hautes charges de l'Etat, il préféra rester effacé, se contentant de ses fonctions plus modestes de maître des requêtes de l'Hôtel et de membre du conseil privé.

Les services éminents qu'il rendit à son pays furent purs de toute ambition personnelle, et sa conduite n'eut jamais d'autres mobiles que l'amour de la science et l'amour de la patrie. N'avait-il pas d'ailleurs, dans les régions plus élevées et plus sereines des sciences mathématiques, une suprématie, une influence bien autrement enviables que celles qu'il aurait pu acquérir au milieu des intrigues qui s'agitaient autour du Roi. En relation avec les hommes les plus éminents du royaume émigrés à Tours, il devint un centre autour duquel se groupèrent tous ceux qui cultivaient les mathématiques, et ils étaient nombreux, notamment dans la magistrature.

Son algèbre n'était pas encore publiée qu'elle était déjà connue soit par ses communications verbales, soit par celles trop généreuses de ses manuscrits, mais surtout par ses élèves chargés de répandre la doctrine nouvelle, et particulièrement par ses deux secrétaires, tous deux avocats au Parlement de Paris, Pierre Aleaume d'Orléans, plus tard conseiller au Parlement de Paris, et Charles du Lys, descendant d'un frère de Jeanne d'Arc, mort avocat général à la Cour des comptes.

Viète et Joseph Scaliger. — Mais il était en France, nous l'avons déjà dit, un homme dont cette haute situation, cette suprématie dans le monde savant avait échauffé la bile : Joseph Scaliger, qui, par son immense érudition, ses travaux importants de critique littéraire, d'histoire et de chronologie, s'était

http://rcin.org.pl

acquis une juste renommée, peut-être un peu trop surfaite. Rien n'égalait l'immense étendue de ses connaissances, si ce n'est son immense vanité. Petit-fils d'un marchand de bric-à-brac nommé Burden qui avait sa boutique sur l'escalier (la Scala) de l'église Saint-Marc de Venise, fils de Jules César de la Scala, poète latin et érudit d'une certaine valeur qui était venu s'établir en France, après avoir été tour à tour barbier et chirurgien, médecin, moine et soldat d'aventure, Justin-Joseph de la Scala prétendait, comme son père, descendre des princes de Vérone injustement dépouillés de leur principauté. En attendant qu'il pût rentrer en souverain dans ses Etats, il s'était emparé, de sa propre autorité, du sceptre dans le royaume de l'intelligence, et il n'admettait pas qu'il pût lui être disputé. D'ailleurs d'un caractère violent, emporté, désagréable, grossier dans ses injures jusqu'à l'ordure, il n'entendait pas qu'il y eût, de par le monde lettré ou savant, d'autre suprématie que la sienne.

Aussi quelle ne fut pas son exaspération lorsqu'il vit cette suprématie, qu'il s'était sans aucun droit arrogée dans les mathématiques, lui échapper devant celle, non contestée et solidement établie, de Viète. Il résolut de frapper un grand coup, et, dans son présomptueux aveuglement, il lança quelques pièces en vers grecs et latins dans lesquelles il affirmait avoir découvert la solution rigoureuse de la quadrature du cercle, de la construction des deux moyennes proportionnelles, de la duplication du cube, de la trisection de l'angle, enfin de tous ces problèmes fameux dont la description exacte avec la règle et le compas était depuis des siècles réputée impossible. Ces orgueilleuses prétentions mirent en émoi le monde savant dans lequel Scaliger ne comptait que bien peu d'amis.

Sollicité d'y mettre un terme, Viète organisa à Tours, en 1592, des conférences publiques où, sans nommer Scaliger, il mettait à néant ses audacieuses affirmations. Et au commencement de 1593, il les publiait comme suite aux *Sept Livres de Questions mathématiques* ; en même temps il offrait à Scaliger de déposer une somme de cinq cents écus d'or qui lui seraient acquis s'il établissait la vérité de ses propositions. L'annonce de cette publication mit le comble à l'exaspération du prince des érudits, surtout lorsqu'il apprit que maintes fois, et notamment dans un dîner qu'il offrait à une nombreuse société, Viète avait tenu ce propos : « J'accorde à Scaliger sans contredit la prééminence en « tous genres de littérature, j'en excepte les sciences mathéma- « tiques ; sous ce rapport, je lui refuse toute espèce de pénétra-

http://rcin.org.pl

« tion (*in quâ* negabat te peracutum unquam sibi visum fuisse) ». Il prit aussitôt la plume : « J'entends, écrit-il, les rumeurs ré-« pandues par Thrason (le soldat fanfaron de Térence). Il prétend « que je cherche à éluder le débat ; c'est un mensonge. Donnez-« lui hardiment un démenti ; et à l'appui je lui enverrai, écrit « de ma propre main, un défi avec promesse de lui payer, en cas « de perte, mille à douze cents écus d'or ». — Et, dans une autre lettre : « Je maintiens, sans en décliner les conséquences, tout « ce que j'ai écrit à mes amis de mon enjeu de mille à douze « cents écus d'or. Je remuerai ciel et terre pour obliger mon ad-« versaire à descendre dans l'arène, non pour remporter une vic-« toire facile, *moi qui ai vaincu Archimède*, non pour le rap-« peler à la pudeur comme pourrait le désirer un homme impuis-« sant, mais pour lui faire connaître combien il est téméraire de « mesurer son génie avec le mien ».

Viète accepta le défi, mais Scaliger s'y déroba ; il aurait d'ailleurs été fort en peine de déposer douze cents écus d'or, alors que dans la dernière lettre dont nous venons de citer un extrait il déclare n'avoir pas le sou.

Cependant Scaliger sentait que le terrain allait manquer sous lui en France ; il reprit ses négociations avec les Etats de Hollande qui lui proposaient à l'Académie de Leyde une chaire avec un traitement annuel de mille écus d'or au soleil, et obtint du roi Henri IV, enchanté de céder « à ses très affectionnés amis des « Etats de West-Frise et de Hollande » cet outrecuidant et désagréable « M. de l'Escale » qu'ils prétendaient s'être « acquis « entre tous les savants de ces temps le los du Phœnix de l'Eu-« rope » l'autorisation d'accepter les offres de ces bons Hollandais.

Scaliger ne s'était pas avoué vaincu ; avait-il seulement compris les belles propositions contenues dans le huitième livre *Variorum*, nous en doutons ; mais à peine installé à Leyde, il publia en 1594, comme don de joyeuse venue, son livre : *Les Eléments de la cyclométrie nouvelle ou de la mesure exacte du cercle*. Et quelques mois après il publia, formant appendice à ce volume, son *Mesolabium* ou *Traité des deux moyennes proportionnelles*, dédié aux « nobles curateurs de l'Académie de « Leyde et aux magnifiques magistrats municipaux (consuls) de « la cité ».

Ces deux ouvrages ne sont qu'un tissu de paralogismes et d'absurdités. Ainsi, il confond la spirale d'Archimède avec la volute d'Architas ; il prétend que la longueur de la circonférence n'entre

http://rcin.org.pl

pour rien dans la quadrature du cercle ; que le rapport exact de la circonférence au diamètre est $\sqrt{10}$ que l'on peut construire avec la règle et le compas, et il s'irrite lorsqu'on lui oppose que ce rapport qu'il prétend avoir découvert, aussi commode que peu approché de la vérité, était depuis longtemps publié par Regiomontanus et Feurbach qui l'attribuaient avec raison aux Indiens. Enfin, pour montrer jusqu'où peuvent aller les absurdités de Scaliger, nous terminerons en citant cette proposition : « *Le périmètre du décagone circonscrit est plus petit que la circonférence du cercle inscrit.* »

Se laissant prendre aux impudentes affirmations de l'épitre dédicatoire, MM. les Etats, au moment où le livre sortait des presses Plantiniennes, dans leur ignorance inconsciente des choses mathématiques, allouèrent à Scaliger « une honnête récompense pécuniaire ». Mais lorsqu'il apparut dans l'Europe savante, ce fut un *tolle* général contre ce recueil d'inepties. Le chevalier Errard, de Bar-le-Duc, un des précurseurs de Vauban, le jésuite Christophe Clavius, Ludolph van Keulen, Adrien Romain et d'autres encore prirent la plume pour soutenir l'honneur d'Archimède. Viète entra également dans la lice, et, en quelques pa..., infligea au prince des érudits une nouvelle correction dans deux opuscules ayant pour titre : *Le Bouclier contre la Cyclométrie nouvelle ou contre les coups de la hache* (1), titre qui s'explique parce que Scaliger faisait reposer la quadrature du cercle sur celle d'une surface curviligne ayant la figure d'une hache.

Le titre du second, *Pseudomelabe* (2), n'a pas besoin d'être interprété. Mais nous ne nous arrêterons pas à ces deux opuscules où l'on rencontre toujours la main du maître faisant prompte justice des absurdes élucubrations mathématiques de Scaliger.

Viète, après avoir réduit le prince des érudits au silence, ne semble pas s'être occupé davantage de ce prétendu mathématicien qui, quoi qu'en ait dit De Thou, ne manqua jamais l'occasion de lancer contre le grand géomètre quelque mot désobligeant, voire même quelque injure.

Viète à Paris, conseiller privé de Henri IV. — Cependant le 27 mars 1594, Henri IV prenait possession de sa capitale et au

(1) Munimen adversus nova Cyclometrica seu ΑΝΤΙΠΕΛΕΚΥΣ ex Geometricis Schediasmatis F. VIETÆ. — Paris. Mettayer. 1514.

(2) Pseudomesolabium et alia quædam adjuncta Capitula ex geometricis Schediasmatis F. VIETÆ. — Paris. Mettayer. 1595.

http://rcin.org.pl

mois d'avril, le Parlement, tous les pouvoirs publics arrivaient de Tours pour s'installer à Paris ; le Roi, après avoir reconstitué son conseil privé, appelait Viète à y siéger. Oublieux du passé, il rétablissait son fougueux adversaire d'autrefois, Nicolas Rapin, dans ses fonctions de grand prévôt de l'Hôtel : le grand géomètre fit comme le Roi, il tendit une main amie à son condisciple des Cordeliers de Fontenay et de l'Ecole de droit de Poitiers.

Viète et Adrien Romain. — La polémique avec Scaliger prenait fin, lorsqu'il descendit de nouveau dans l'arène, mais pour un combat à armes courtoises avec un vrai géomètre, van Rœmen, plus connu sous le nom d'Adrien Romain, né en 1561, à Louvain, médecin et mathématicien. Professeur de mathématiques à l'Université de sa ville natale à l'âge de 25 ans, il venait d'être appelé en 1593, au même titre, à l'Université catholique que l'empereur Rodolphe II venait de fonder à Wurtzbourg; après avoir publié un ouvrage sous le titre de : « *Ideæ Mathematicæ pars prima, etc.*, » imprimé à Anvers.

L'*idée* qu'il avait eue était de réunir dans un volume, non en formules, mais en énoncés assez prolixes, les valeurs, en fonction du rayon, des cordes, des cordes supplémentaires, des périmètres et des aires des polygones réguliers de 3, 4, 5 et 15 côtés et des polygones dérivant de ceux-ci par des bissections successives et répétées un très grand nombre de fois.

Et en prenant pour rayon 10^{10}, il calcula tous ces éléments. A la limite, il arrivait à une valeur très approchée de la circonférence au diamètre.

C'est en tête de son livre, dans la préface, qu'il fait l'énumération par ordre alphabétique de tous les mathématiciens vivant à cette époque, du moins de tous ceux qu'il connaissait, et ses relations étaient très nombreuses. Viète n'y figurait pas et ne pouvait y figurer, car le livre était sous presse lorsque parurent les premiers fascicules de l'*Art analytique*.

En composant son ouvrage, Adrien Romain avait eu à rechercher par la trigonométrie les expressions si compliquées qui donnent la valeur des côtés des différents polygones et de leurs cordes supplémentaires; il avait également reconnu que la valeur de la corde multiple était donnée par une suite de puissances de la corde simple dont l'exposant le plus élevé est précisément marqué par le coefficient de multiplicité de l'arc simple; mais que pour les polygones de 3, 4, 5 et 15 côtés soumis à des bissections successives, cette équation n'était pas nécessaire.

http://rcin.org.pl

Cette remarque lui suggéra l'idée de mettre à l'épreuve la sagacité des géomètres, en leur proposant, comme cela se pratiquait alors, un Problème sous forme de défi, où quelquefois une somme d'argent était le prix du vainqueur.

Ce défi, que du reste Viète nous a transmis textuellement, se trouvait placé immédiatement après la préface; il est adressé aux mathématiciens du monde entier, et en particulier à sir Ludolph van Keulen, son ami. Fut-il répandu, en outre, sous la forme de petites affiches à la main? nous ne le pensons pas, car, dans l'esprit d'Adrien Romain, il ne pouvait être relevé que par ceux qui avaient lu son livre.

En voici l'énoncé, dont nous ne donnons que les premiers et les derniers des 23 termes. C'est une équation numérique du quarante-cinquième degré ne renfermant que les puissances impaires de l'inconnue alternativement positives et négatives; les puissances de l'inconnue sont indiquées par le procédé des algébristes de Bombelli, par l'exposant dans un petit rond. « Etant donnée en nombre l'équation :

$$45^{\textcircled{1}} - 3795^{\textcircled{3}} + 9\,5624^{\textcircled{5}} - \ldots + 945^{\textcircled{41}} - 45^{\textcircled{45}}$$

« égale à un nombre donné, trouver la valeur de l'inconnue. »

A la suite de cet énoncé, Adrien Romain, pour mettre les géomètres sur la voie, donnait trois exemples avec leur solution. Pour l'exemple à résoudre le second membre de l'équation était $\sqrt{1\frac{3}{4}+\sqrt{\frac{5}{16}}-\sqrt{1\frac{7}{8}-\sqrt{\frac{45}{64}}}}$, et pour cette question il ne demandait pas une solution en nombre, mais seulement l'indication de la construction géométrique (ad construendum præpositum).

Or, au mois d'octobre 1594, Henri IV se trouvait en villégiature à Fontainebleau où son conseil privé l'avait suivi; il en faisait les honneurs à l'ambassadeur des Etats de Hollande et lui nommait les hommes les plus remarquables de son royaume; l'ambassadeur lui ayant fait observer qu'il n'y avait pas de mathématiciens en France, puisqu'Adrien Romain dans son livre n'en nommait aucun, le roi lui répondit : « Si, si, j'en ai un et très excellent. Qu'on aille chercher M. Viète. » L'ambassadeur fait chercher le livre qui contient le défi et le présente à Viète. Après l'avoir lu, Viète en crayonne immédiatement une solution qu'il remet à l'ambassadeur et le lendemain il lui en envoie vingt-deux autres. Elles sont adressées à Adrien Romain, qui, sans

http://rcin.org.pl

doute, fut étonné de recevoir d'un géomètre inconnu de lui plus de solutions de son problème qu'il n'en demandait. Ludolph van Keulen avait, de son côté, deviné l'énigme, car le problème proposé était une énigme; il eût été, en effet, puéril, dans l'état où se trouvait alors la science du calcul, de demander à des mathématiciens la résolution d'une équation du quarante-cinquième degré. Comme nous l'avons déjà dit, et comme nous allons le démontrer, Adrien Romain, au moyen des exemples donnés avec leurs solutions, mettait les chercheurs sur la voie.

Avec les valeurs des cordes et des cordes supplémentaires données dans le livre d'Adrien Romain, il était facile de reconnaître dans la donnée du premier exemple la corde supplémentaire du polygone de 32 côtés soustendant un arc de 168°45 et dans la solution l'expression du côté du polygone de 92 côtés soustendant un arc de 3°45'; or, ce dernier est la quarante-cinquième partie du premier.

Dans le second exemple, la donnée est la corde du complément de l'arc du polygone de 64 côtés, et la solution est le côté du polygone de 192 côtés. L'arc de la donnée est 84°22'30", celui de la solution 1°52'30" est quarante-cinq fois moindre.

De même, la donnée du troisième exemple est la corde supplémentaire de l'octogone soustendant un arc de 135° et la solution, le côté du polygone de 120 côtés soustendant l'arc de 3°, quarante-cinq fois moindre. D'où il était naturel de conclure que, la donnée du problème proposé étant une des formes du côté du pentedécagone inscrit, la solution devait être la quarante-cinquième partie de l'arc de 24°, c'est-à-dire la corde de l'arc de 32' ou 2 sin 32'.

Viète résolut le problème d'une autre manière, et à première vue, sans être arrêté par une faute d'impression « Problema « Adriani ut legi ut solvi, nec me malus abstulit error. » En examinant la donnée, il reconnut immédiatement la corde du pentedécagone soustendant un arc de 24°; dans la forme de l'équation, celle des sections angulaires et par un calcul facile en faisant $n = 45°$, il trouva que les coefficients des 22e et 21e termes étaient bien

$$\frac{n\,(n-3)}{1.\quad 2} = 945 \quad \text{et} \quad \frac{n\,(n-4)\,(n-5)}{1.\quad 2.\quad 3} = 12.300$$

Mais comme il avait découvert qu'à une corde donnée correspondaient non seulement l'arc soustendu par cette corde, mais encore tous les arcs formés par cet arc fondamental augmenté

http://rcin.org.pl

d'un nombre quelconque de circonférences, par conséquent, les cordes différentes de la quarante-cinquième partie de chacun de ces arcs étaient autant de solutions positives de la question. Ces solutions sont au nombre de vingt-deux, et Viète les envoya le lendemain à l'ambassadeur. Ce ne fut que vers le milieu de l'année 1595 que le grand géomètre publia sa réponse sous ce titre : *Ad problema quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus, F. Vietæ responsum (Paris, T. Mettayer, 1595).*

Lutte des deux Apollonius modernes. — A la suite de cette réponse, il proposa aux géomètres belges et à Adrien Romain ce problème à résoudre :

« Pour exercer l'intelligence des esprits studieux et non pour « la mettre à la torture, je leur propose de construire le pro- « blème suivant : *Mener un cercle tangent à trois cercles « donnés* ». « Apollonius l'a fait connaître dans son livre περι « επαφων (des contacts) qui a péri sous les injures du temps. Si « la Belgique ne met pas en avant ses Apollonius, la France « produira le sien. »

Adrien Romain se mit immédiatement à l'œuvre, mais il ne parvint pas à le résoudre avec la règle et le compas ; il y arriva par l'intersection de deux hyperboles et en 1596 il publia cette solution sous le titre : « Problema Apollioniacum, quo, datis « tribus circulis, quæritur quartus eos contingens, antea ab illus- « tri viro Franscisco Vietà, Consiliario Regis Galliarum ac libel- » lorum supplicum in regià magistro, omnibus mathematicis, « sed potissimum Belgicis ad construendum præpositum, jam « vero per Belgam Adrianum Romanum constructum. Typis « Georgii Fleichmann, Winceburgi, anno MDXCVI ». Il ne fallait pas de grands efforts pour arriver à cette solution, que sans doute beaucoup d'autres avaient trouvée avant lui, et que Regiomontanus déclarait impossible avec la règle et le compas ; et le bon Adrien Romain se faisait une douce illusion alors que, croyant avoir trouvé d'un trait de plume la solution demandée, il s'écriait dans sa préface : « Et maintenant, au problème pro- « posé par l'illustre Viète ! si j'en ai trouvé la véritable solution « je pourrai, au jugement de Viète, me dire : Bravo, je suis « l'Apollonius belge. »

Viète avait cette solution en portefeuille, il en avait fait l'objet d'un chapitre du sixième livre « *Variorum* » écrit pendant un de ses séjours à la Garnache ; il l'adressa en 1597 sous forme de lettre en manuscrit à Adrien Romain, car il ne la fit imprimer

http://rcin.org.pl

qu'en 1600, probablement à la sollicitation de Marino Ghetaldi sous le titre de : *F. Vietæ, Apollonius Gallus seu exsuscitata Apollonii Pergæi* περι επαφων *geometriæ ad Adrianum Romanum Belgam* (Paris, David Leclerc, 1600).

A la lecture de ce petit traité, chef-d'œuvre de sagacité et de méthode géométrique, constamment reproduit depuis sans en désigner l'auteur, Adrien, Romain, saisi d'admiration, abandonne à l'improviste toutes ses affaires, accourt de Wurtzbourg à Paris pour faire connaissance avec le grand géomètre, et, ne le trouvant pas dans la capitale, il poursuit son voyage jusqu'à Fontenay-le-Comte. Il se jette dans ses bras. « M. Viète, tout honteux, dit « Tallemant des Réaux, le reçoit, lui fait un million d'amitiés ; « ils dînent ensemble, et après il le mène dans son cabinet. « Adrianus fut six semaines sans pouvoir le quitter. » « Et, pen- « dant ce séjour, dit de Thou, il lui proposa un grand nombre de « questions dont il avait eu soin de se fournir avant son départ ; « mais il trouva encore plus qu'il ne croyait dans Viète, qui était « un homme simple et sans ostentation ; et il était dans un éton- « nement qu'il ne pouvait exprimer. Enfin, après s'être embras- « sés et dit un dernier adieu, Viète voulant reconnaître l'hon- « neur qu'il avait reçu de ce voyage de Romanus, le fit « reconduire et le défraya jusqu'à la frontière française ».

Mission en Poitou. — Viète s'était probablement marié à Tours, mais nous n'avons trouvé mention de ce fait que dans les registres de l'église Notre-Dame de Paris où se trouve inscrit en janvier 1618 le décès de « Suzanne Viète, fille de M. François « Viète, maître des requestes, et de Julienne Leclère, sa femme ». Installé à Paris avec sa famille en 1594, les devoirs de sa charge et l'état de sa santé déjà altérée ne lui permirent plus ses fréquents voyages en Poitou ; il chargea son neveu Jacques Viète, fils de Mathurin, de régler ses affaires dont jusqu'alors il semble s'être peu occupé.

Mais en 1597, comme nous l'avons dit, le repos et l'air natal lui devinrent absolument nécessaires, et Henri IV, pour obliger son cher conseiller de s'éloigner de Paris, lui confia une mission officielle qui lui permit de résider à Fontenay-le-Comte. Le Roi avait besoin d'argent, il faisait flèche de tout bois et parmi les mesures fiscales imaginées il en était une fort délicate. Par un édit de 1597 tous les offices de notaire, tabellions et garde-notes dans les provinces étaient supprimés, réunis au domaine du Roi, et reconstitués en offices de notaires royaux qui devaient être

http://rcin.org.pl

vendus aux enchères et au dernier enchérisseur. L'exécution de cette mesure, que les intéressés considéraient peut-être avec quelque raison comme une spoliation, fut confiée à des commissaires extraordinaires choisis dans les rangs de la haute magistrature. Viète fut de ce nombre, et son « département » comprenait l'ancienne généralité du Poitou, l'Angoumois, la Rochelle et le pays d'Aunis, du ressort du Parlement de Paris. Les notaires, tabellions et garde-notes résistèrent, et après de longues négociations, intervint en 1598 une transaction par laquelle les notaires n'étaient plus dépossédés de leurs offices, mais seulement assujettis à payer un droit d'investiture comme *Notaires royaux*. De nouveaux offices étaient d'ailleurs créés, ceux-là seuls devaient être vendus au profit de l'Etat. Les droits à payer devaient être réglés d'après l'importance des offices par des commissaires extraordinaires, chargés également d'en opérer le recouvrement. En somme, à peu près tout le travail incombait aux greffiers et commis attachés à la mission ; les commissaires n'intervenaient qu'en cas de difficultés, mais ils étaient tenus de signer les quittances. Tantôt à la ville, tantôt à la campagne, Viète, éloigné de Paris, put prendre quelque repos, et c'est pendant son séjour à Fontenay qu'il reçut la visite d'Adrien Romain.

Harmonicum cœleste. — C'est probablement à cette époque qu'il mit la main à l'*Harmonicum cœleste* et qu'il rédigea son mémoire au souverain-pontife Clément VIII, en vue d'une nouvelle réforme du calendrier Grégorien « puisque, écrit-il à « ce sujet, Henri, très auguste roi de France et de Navarre, m'a « fait des loisirs. »

L'*Harmonicum cœleste* était son œuvre de prédilection ; c'était aussi en vue de sa composition qu'il avait été conduit à perfectionner la trigonométrie, à inventer l'algèbre moderne et son application à la géométrie ; malheureusement cet ouvrage dont il a existé certainement deux manuscrits complets est perdu, et, le croirait-on, l'un d'eux a disparu en plein XIX[e] siècle. L'un a appartenu à Pierre Dupuy et a été entre les mains du père Mersenne ; l'autre existait à la bibliothèque Magliabochiana de Florence où le trop célèbre Libri l'a *vu* à un premier voyage, mais déclare ne pas l'avoir *revu* à un second.

L'*Harmonicum cœleste* en cinq livres était certainement le dernier, le plus complet et le plus beau traité d'astronomie écrit dans le système de Ptolémée, et destiné par son auteur à remplacer la grande composition de l'astronome d'Alexandrie ; car

http://rcin.org.pl

Viète, ne trouvant pas dans le livre « *De revolutionibus orbium cœlestium* » toute la rigueur mathématique qu'il apportait à ses propres démonstrations, avait rejeté le système de Copernic qu'il considérait comme basé sur une mauvaise géométrie.

Beaucoup de bons esprits étaient dans ce cas, surtout en présence de cette déclaration prudente qu'on lisait dans la préface d'Osiander, chargé de la publication du livre du chanoine de Frauenbourg, que ces idées devaient être considérées comme une pure hypothèse facilitant le calcul du mouvement des corps célestes ; *mais qui n'avait pas besoin d'être vraie, ni même vraisemblable*. « L'ouvrage, dit J. Bertrand, l'éminent secré-« taire perpétuel de l'Académie des sciences, trouva un petit « nombre d'approbateurs et une foule d'indifférents, il n'inquiéta « ni l'Eglise ni les écoles...... le monde pensant mit autant « de temps à comprendre le livre des Révolutions que Co-« pernic avait mis à le composer ; il a fallu que la véhémence « sublime de Kepler, la fameuse persistance de Galilée et la « précision magistrale de Newton vinssent appuyer et affirmer « sa doctrine pour réduire au silence ses contradicteurs. »

Viète rentra à Paris vers le milieu de l'année 1599. Le séjour à la campagne, l'éloignement des affaires publiques avaient rétabli momentanément sa santé délabrée, car, dans sa lettre du 15 février 1600, Marius Ghetaldi nous le montre ayant repris ses fonctions auprès du Roi, mais tellement occupé par les lourdes obligations de sa charge, qu'il ne peut parvenir à publier ses travaux mathématiques ; aussi avait-il chargé ses élèves Pierre Aleaume et Charles du Lys d'en faire une traduction en langue vulgaire. Le privilège fut donné à cet effet par le Roi le 26 juin 1600 à « Jehan Mettayer, Nostre imprimeur et libraire » de faire imprimer « la copie du livre intitulé : *Œuvres mathé-« matiques de François Viète, translatées du latin en fran-« çais par les sieurs P. Aleaume et Ch. du Lys avecq l'agré-« ment de l'auteur* ». La mort du grand géomètre arrêta ce projet avant même qu'il eût reçu un commencement d'exécution.

Viète et Clavius. — *Critique du nouveau calendrier romain.* — Déjà en 1592, au moment de ses conférences à Tours, Viète avait fait connaître qu'il avait trouvé pour le calendrier romain une solution préférable à celle promulguée en 1582 par Grégoire XIII ; mais il ajoutait que le moment ne lui avait pas jusqu'alors paru favorable pour la proposer à la Cour de Rome.

http://rcin.org.pl

En effet, Grégoire XIII venait d'être remplacé sur le trône pontifical par Clément VIII, qu'il avait connu alors que, cardinal Aldobrandini, il négociait secrètement la réconciliation du Roi avec l'Eglise. Il s'occupa dès lors à rediger son projet, et il put le mener à bonne fin durant son séjour prolongé dans le Bas-Poitou. De retour à Paris, il le fit imprimer sous le titre de *Kalendarium Gregorianum perpetuum*, *Coloniæ*, exactement sous la même forme typographique que le Bref du pape Grégoire XIII, en date du 24 février 1582 en altérant le moins possible le texte dans lequel il introduisit les modifications qu'il proposait, de telle sorte qu'il était facile à première vue de confondre la publication officielle de 1582 avec celle de Viète. « C'était, disait-il, pour ne troubler en rien les habitudes de ceux « qui font usage du calendrier Grégorien. »

En même temps, il publia séparément un mémoire sous le titre : *F. Vietæ Fontenæensis libellorum supplicum in Regiâ Magistro relatio Kalendarii verè Gregoriani ad Ecclesiasticos Doctores exhibitâ ; Pontifici Maximo Clementi VIII. Anno Christi MDC Jubilæo*. (*Paris, Mettayer*).

Nous ne nous arrêterons pas sur la réforme nouvelle proposée par le grand géomètre ; nous dirons seulement que celle promulguée par Grégoire XIII n'avait pas eu pour but d'établir un calendrier rigoureusement astronomique, mais seulement un calendrier ecclésiastique dans lequel la fête de Pâques, au lieu de rétrograder peu à peu en s'éloignant de l'équinoxe du printemps, oscillerait entre deux étroites limites, du 22 mars au 25 avril. Cela suffisait à l'Eglise ; vouloir davantage, c'était se jeter dans des difficultés pratiques sans nombre. Dans le projet de Viète, on trouve la main du maître, sa science, la finesse de son intelligence, mais il n'a pas su éviter les écueils dont la question est hérissée. Disons-le franchement, dans cette circonstance il avait fait fausse route et regrettons qu'il ait perdu un temps précieux qui aurait été mieux employé à d'autres travaux ; même en pratique, les règles du calendrier Grégorien donnent des résultats plus rigoureux que celles proposées par le grand géomètre.

Il fallait faire arriver son mémoire directement entre les mains du souverain-pontife. L'occasion ne tarda pas à se présenter : en décembre 1600, le neveu de Clément VIII, cardinal Cinzio Aldobrandini, avait été accepté comme médiateur entre le Roi de France et le duc de Savoie ; les négociations menées à bonne fin touchaient à leur terme à Lyon au moment de l'arrivée de Marie de Médicis en cette ville où elle attendit quelques jours

http://rcin.org.pl

l'arrivée de Henri IV auquel elle venait d'être unie par procuration à Florence. Viète avait-il devancé ou suivi le Roi à Lyon? Peu importe, toujours est-il qu'il s'y rencontra avec le légat du pape, et qu'il put lui remettre son mémoire, certain qu'il arriverait ainsi à destination. Or, le souverain-pontife venait de charger Clavius de mettre la dernière main au traité complet du calendrier rédigé par ses ordres et destiné à mettre fin aux attaques dont la réforme grégorienne avait été l'objet de la part de l'astronome allemand Mœstlin, de Joseph Scaliger et de quelques autres savants ou érudits ; il renvoya le mémoire de Viète à Clavius qui, après en avoir pris connaissance, ajourna sa réponse pour l'insérer dans son traité dont l'impression était déjà commencée.

Le grand géomètre, s'abusant sur la valeur de la réforme qu'il proposait, s'était imaginé qu'il suffirait de la présenter pour la faire adopter ; il comptait sur l'influence de son nom et sur la haute situation qu'il occupait dans le monde savant dont il était le souverain arbitre. Etonné, contrarié du retard mis à la réponse de Clavius, prévenu probablement par les amis qu'il avait à Rome que Clément VIII n'était pas disposé à modifier en quoi que ce soit le calendrier de 1582, il prit la plume, et sortant de la modération pleine de dignité qu'il avait montrée en présence des attaques et des injures de Joseph Scaliger, il publia contre Clavius un libelle aussi violent qu'injuste. Ce malencontreux écrit, véritable réquisitoire contre son adversaire, est plutôt l'œuvre d'un avocat que celle d'un géomètre ; son style décousu et agressif montre plus de passion que de raison ; c'est l'œuvre d'un homme très malade, aigri par la souffrance, mourant ; car, au moment où il le publiait, Viète n'avait plus que quelques semaines à vivre. La nouvelle de sa mort n'avait pas dû encore parvenir à Rome lorsque parut l'ouvrage de Clavius.

En tête, on lit dans le bref du pape du 12 mars 1602 qui condamne tous les calendriers contraires au calendrier Grégorien : « Nous condamnons notamment celui que le nommé François « Viète *(dictus Franciscus Vieta)* a publié de sa propre autorité et « qui diffère entre autres choses du calendrier Grégorien en ce que, « au premier jour de janvier, l'épacte XXX marquée du signe* n'est « pas celle qui se trouve dans le calendrier Grégorien et que « l'année avec l'épacte XXIX commence le 8 mars, ce qui est une « chose inouïe et contraire aux décrets du concile de Nicée ».

Autant l'attaque de Viète était violente, autant la réfutation par Clavius fut digne et modérée. « Ce que le Souverain-Pontife

http://rcin.org.pl

« pense des réformes de Viète est clairement exprimé dans son « bref. Quant aux accusations injurieuses portées contre moi, je « vous en fais volontiers et volontairement grâce..... » Et plus « loin : Dans son livre où il y a sans contredit des choses excel- « lentes, car Viète est un homme d'une grande intelligence (*ut* « *et magno vir ingenio*), il a discuté pied à pied tout le calen- « drier. Mais il est homme, et comme c'est le lot de l'humanité, « il a commis bien des fautes..... » Et enfin : « Je prie, je supplie « Viète de prendre en bonne part cette défense entreprise dans « le seul intérêt de la vérité et non pas en haine d'un homme « dont j'admire le génie, dont j'estime les écrits..... etc. » Sans nous y arrêter plus longtemps nous dirons seulement que la mort de Viète mit fin à cette polémique regrettable.

1602-1603. — Retraite et mort de Viète.

Pendant l'année 1602 le grand géomètre s'était senti tellement fatigué qu'il avait demandé au Roi d'être relevé de ses fonctions de Maître des requêtes. Henri IV accueillit favorablement la demande de son fidèle conseiller et songeant, peut-être la première fois, au dévouement sans bornes et aux services éminents de Viète, il écrivit le 14 décembre 1602 au Chancelier de France de l'autoriser à vendre sa charge, et il ajoutait : « Je vous le ren- « voye affin qu'en mon conseil il soit advisé de lui faire quelques « honnestes gratifications, car il y a longtemps qu'il me fait ser- vice et en ay tout contentement. »

Viète ne put pas jouir de sa retraite, car il mourut le 23 février 1603 âgé de 63 ans, au moment où l'on venait de lui apporter sur son lit la gratification accordée par le Roi : « M. François Viète, Maistre des requestes, homme de grand « esprit et jugement, et un des plus doctes mathématiciens, « mourut en ce mois à Paris, ayant, suivant le bruit commun, « vingt mille écus au chevet de son lit. » Comment expliquer autrement ce passage de Pierre de l'Estoile, d'avoir trouvé une somme aussi considérable au chevet du lit d'un homme qui était loin d'être avare, comme en témoignent les actes de sa vie entière. Il ne mourut pas subitement, mais il succomba à une de ces affections produite par l'excès du travail et qui le minait depuis plusieurs années. « Viète mourut jeune, dit Tallemant des « Réaux, car il se tua à force de travail. »

Et maintenant que nous avons montré en Viète le grand citoyen, nous allons, par l'analyse de ses ouvrages, faire connaitre le mathématicien de génie.

http://rcin.org.pl

ANALYSE DES ŒUVRES MATHÉMATIQUES

CANON MATHÉMATIQUE.

Canon mathematicus. — Seu ad triangula cum adpendicibus.
(Paris. — J. Mettayer. — 1579.)

Cet ouvrage du grand géomètre devait former quatre parties dont les deux premières seules ont été publiées en 1579 :

Le *Canon mathématique* comprenant la table des lignes trigonométriques avec quelques tables accessoires ;

Le *Livre des Inspections* donnant les formules pour la résolution des triangles plans et sphériques avec un grand nombre de résultats numériques.

Les deux autres parties consacrées à l'astronomie comprenaient des Canons astronomiques et un livre d'Inspections qui ont été probablement fondus plus tard dans l'*Harmonicum cœleste.* Son existence ne saurait être mise en doute après cette déclaration formelle de l'imprimeur Mettayer : « L'auteur aurait voulu publier en même temps le *Livre des Inspections astronomiques* sous les auspices de notre Roi très chrétien et très auguste au règne duquel il a rapporté les époques des astres en calculant les triangles qui leur sont propres ». Mais les retards apportés à l'impression des deux premières parties firent ajourner puis abandonner le projet de publier les autres.

Pour apprécier la valeur de ce livre nous laissons la parole à l'astronome français **Delambre** : « Le savant dont nous allons « extraire les ouvrages n'était pas astronome, mais il était le « plus grand géomètre de son temps. Il a complété le système « trigonométrique des Arabes ; il est le premier auteur des for- « mules analytiques qui servent à la résolution des triangles ; il « a mis dans un ordre plus satisfaisant les méthodes que les as- « tronomes ont suivies de longtemps de préférence et qu'on avait « successivement étendues et améliorées ; il a donné des règles « pour la construction des sinus, des tangentes et des sécantes ; « enfin on lui doit des formules où l'on trouve à peu près tout ce « que les modernes connaissent de plus utile pour les sinus des

http://rcin.org.pl

« arcs multiples en fonction du sinus des arcs simples ». Et « ailleurs : « De tous les auteurs qui ont écrit sur la trigonomé- « trie depuis **Hipparque**, Viète est sans contredit celui qui a mon- « tré le plus de génie, qui a fait les choses les plus difficiles, et « en même temps les plus utiles. Peu de personnes savent et « nous avons longtemps ignoré les services éminents qu'il a « rendus à la trigonométrie ». Et encore : « Nous pourrions donc « réclamer pour Viète le système complet de trigonométrie que « suivent aujourd'hui les astronomes... Ce système est devenu « plus simple et plus facile à retenir depuis que nous nous bor- « nons aux sinus, aux cosinus, aux tangentes et aux cotan- « gentes ; mais avant l'invention des logarithmes, les sécantes « avaient leur utilité pour changer les divisions en multiplica- « tions, ce qui n'est pas à dédaigner » (1).

I. — CANON MATHÉMATIQUE.

A. — *Nomenclature des lignes trigonométriques.*

Nomenclature antérieure à Viète. — La nomenclature de Viète pour les six lignes trigonométriques n'est pas celle, si commode, en usage de nos jours ; elle est à peu de choses près la même que celle de l'*Opus Palatinum* de **Rheticus**. Il emprunte aux Arabes, comme l'a fait **Regiomontanus**, le nom *de sinus* (en arabe *djib*, pli), et celui de *sinus du complément* ; mais, craignant de jeter le trouble parmi ceux qui font usage de la trigonométrie, il modifie très peu les appellations en usage pour désigner les autres lignes.

A ce propos, disons que ce n'est pas à Regiomontanus que revient l'honneur d'avoir introduit l'usage des tangentes et des sécantes dans la doctrine de la résolution des triangles. Pour les besoins de *l'Astrologie* il avait calculé une table donnant le rapport des sinus aux sinus du complément, et il l'avait appelée *Table Féconde*. Mais, dit Delambre : « Cette table ne méritait guère « alors son titre de *Féconde* ; s'il en avait senti l'avantage il l'eût « sans doute étendue à toutes les mesures du quart de cercle. « Dans aucun de ses problèmes Regiomontanus n'a fait entrer « aucune tangente ni secante ; il n'emploie comme ses prédéces- « seurs que le sinus... »

(1) *Histoire de l'Astronomie au Moyen-Age*, par M. Delambre, Paris, 1819, in-4°, Ch. VIII, P. 455. — Discours préliminaire, p. xviij, Ch. VIII, p. 475 et 476.

http://rcin.org.pl

Plus tard, **Rheinhold**, en 1553, publia une *Table Féconde* pour l'usage de la trigonométrie, et **Maurolycus**, vers la même époque, une *Table Bienfaisante* (*beneficia*). La première donnait les rapports des sinus aux sinus du complément, et la seconde ceux du carré du rayon au sinus. Ces tables n'étaient que des tables *purement arithmétiques* donnant, tout fait, le calcul de ces rapports quand ils se rencontraient dans les questions, mais sans cette notion que ces rapports représentaient certaines lignes dans le cercle ou dans le triangle rectangle.

C'est Georges-Joachim Rheticus, le disciple de **Copernic**, qui introduisit cette notion dans la géométrie des triangles, mais avec des désignations tirées non du cercle mais du triangle rectangle. A cet effet, il considère ses trois côtés qu'il désigne par les noms de *Perpendicule*, *Base* et *Hypoténuse*, et il forme trois suites de triangles dans lesquels il prend successivement l'un des côtés pour l'unité constante à laquelle il rapporte les deux autres ; par conséquent, dans chaque série, deux côtés correspondent toujours à deux de nos lignes trigonométriques actuelles, et rejetant comme *barbare* le nom de sinus adopté pour l'une d'elles, il ne les distingue que par le numéro de la série du triangle auquel elles appartiennent. Sa nomenclature peut se résumer comme il suit :

Séries dans lesquelles on fait égal à 10,000,000,000 parties

Le côté opposé à l'angle droit	Le plus grand côté de l'angle droit	Le plus petit côté de l'angle droit
Perpendicule (*sinus*)	Perpendicule	Base (*cotangente*)
Base (*co-sinus*)	Hypoténuse (*secante*)	Hypoténuse (*cosécante*)
Série I.	Série II.	Série III.

Ces nouvelles notations doivent être exposées par **Rheticus** dans le spécimen de son Canon mathématique ne contenant que les quarante-cinq premières minutes du quadrant, publié en 1550 ; mais nous n'avons pas été à même de consulter cet ouvrage qui, s'il ouvrait une nouvelle voie à la trigonométrie, n'avait aucune utilité pratique pour les calculateurs qui durent s'en tenir aux tables des sinus, aux tables fécondes et fécondissimes ou bienfaisantes.

Nomenclature de Viète. — Viète a eu certainement connaissance de cet essai de Rheticus, car il adopta pour son Canon mathématique les trois séries de triangles de cet auteur. Il établit leurs

http://rcin.org.pl

relations avec le cercle inscrit et avec le cercle circonscrit, mais il n'améliora que timidement la nomenclature : « Le mot sinus, « dit-il, si bref, employé dans l'art du calcul surtout chez les Sar- « rasins pour désigner les demi-cordes inscrites, ne doit pas être « rejeté par les savants. Quant aux côtés circonscrits qui ont « entre eux, non une relation constante, mais une raison variable, « qui sont placés par rapport au diamètre de telle sorte qu'il les « coupe toujours à angle droit et que l'hypoténuse passant par « le centre en détermine la longueur, ils n'ont pas reçu jusqu'à « ce jour un nom qui leur soit propre. Et comme les Rhapsodes « ont appelé *Féconds* les Canons dans lesquels ils ont réuni leurs « valeurs, nous avons appelé, pour ce motif, *Sinus Fécond* les « demi-côtés en question ; nous les avons également appelés *Nom-* « *bres Féconds*, et les Hypoténuses, *Hypoténuses des Féconds.* « Nous avons ainsi évité toute équivoque et écarté tous les « obstacles pouvant résulter de l'emploi de termes nouveaux ».

Dans la pratique Viète a encore abrégé ces désignations, comme on le voit dans le tableau ci-dessous qui résume sa nomenclature :

Série I.	Série II.	Série III.
Sinus de l'angle aigu — Sinus A (*sinus*)	Fécond de l'angle aigu — Fécond A (*tang*)	Fécond du reste — Fécond $\overline{A}$ (*cotang*)
Sinus du reste — Sinus $\overline{A}$ (*cosinus*)	Hypoténuse du Fécond — Hypot. (*sécante*)	Hypotenuse du reste — Hypot. $\overline{A}$ (*cosec*)
Sinus total —	Sinus hypothétique — Total (*rayon*)	Sinus hypothétique — Total (*rayon*)

L'angle complémentaire de A est représenté dans Viète par un A barré obliquement et que nous remplaçons ici par $\overline{A}$.

Il est probable que Viète n'adopta cette dernière nomenclature qu'alors que déjà un certain nombre de feuilles du *Canon mathematicus* étaient imprimées suivant la méthode de Rheticus.

B. — *Tables du Canon mathématique.*

Le Canon mathématique avec ses appendices comprend six Tables.

1° *Canon du triangle plan rectangle.*

Spécimen des Tables trigonométriques. — Cette table donne, minute par minute, la valeur de chacune des six lignes trigonométriques ; mais elle ne s'étend que jusqu'à l'arc de 45°, grâce à l'ingénieux artifice typographique imaginé par Rheinhold qui donne à la Table deux entrées, l'une par le haut de la page, la seconde

http://rcin.org.pl

par sa partie inférieure. Nous donnons, débarrassé des détails superflus, le spécimen d'une feuille de Canon mathématique.

Méthode de calcul des Tables. — Pour la construction de son Canon mathématique, Viète n'a pas adopté les procédés employés avant lui et qui reposent sur la méthode donnée par **Ptolémée** dans l'*Almageste*, successivement améliorée par les Arabes et adoptée par les Occidentaux, notamment par **Peurbach** et Regiomontanus qui en ont fait usage pour calculer leurs Tables des sinus ; ils ont pris pour point de départ le sinus de l'arc de 15 degrés appelé *Kardaya* en faisant également entrer dans leurs combinaisons les côtés des polygones de 5, 10 et 15 côtés, lorsque les kardayas leur faisaient défaut ; comme il leur était indispensable de connaître le sinus fondamental de une minute, ils l'ont obtenu par des bissections successives d'arcs dont ils ont déterminé le sinus, en les resserrant entre deux limites étroites leur permettant de l'obtenir par une interpolation finale, avec une approximation suffisante en faisant usage d'un rayon beaucoup plus grand que le rayon tabulaire.

Calcul de π. — Viète quitta ces errements pour revenir à la méthode d'**Archimède** qu'il perfectionna avec un rare bonheur. Il détermine d'abord la longueur de la circonférence et il trouve, en passant, celle du sinus de une minute.

Il établit que *dans un cercle dont le diamètre* $D = 2\,R$, *si* P *est le périmètre d'un polygone inscrit de* N *côtés, et* A *l'angle au centre opposé au côté du polygone, et si* P' *est le périmètre du polygone circonscrit :*

$$\frac{D}{P} = \sqrt{\frac{R^2 \operatorname{cos\acute{e}c}^2 A}{N^2}} \quad \text{et} \quad \frac{D}{P'} = \sqrt{\frac{R^2 \operatorname{cotg}^2 A}{N^2}}$$

En partant du triangle équilatéral qui lui donne immédiatement la valeur $\cos A = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ et par suite le sinus de cet angle, il calcule pour chacun des polygones obtenus par les bissections successives, par des formules qui n'exigent qu'une seule division, une seule extraction de racine carrée, de simples additions et soustractions, les valeurs de $\operatorname{cosec}^2 A$ et de $\operatorname{cotang}^2 A$ par excès et par défaut, et il arrive ainsi, après dix-sept bissections, au polygone de 393,216 côtés, et, en adoptant le rayon de 100,000, il obtient pour le rapport de la circonférence au diamètre le nombre moyen :

$$314 \quad 159 \quad \underline{{\scriptstyle 265 \quad 56}}$$

Canon mathématique

ARC correspondant au Perpendicule	DU TRIANGLE PLAN RECTANGLE — Hypoténuse 100.000 — Perpendicule	Base	Base 100.000 — Perpendicule	Hypoténuse	Perpendicule 100.000 — Base	Hypoténuse	RÉSIDU correspondant à la base
DEGRÉ XI MINUTES	Du Canon des Sinus SÉRIE PREMIÈRE		Du Canon Fécond et très Fécond SÉRIE SECONDE		Du Canon Fécond et très Fécond SÉRIE TROISIÈME		
O	19 081	98 162 7	19 438	101 871 7	514 555	524 084	LX
	28	*5 5*	*30*	*5 7*	*797*	*783*	
I	19 109	98 157 2	19 468	101 877 4	513 658	523 301	LIX
	29	*5 6*	*30*	*5 8*	*796*	*781*	
II	19 138	98 151 6	19 498	101 883 2	512 862	522 520	LVIII
	29	*5 6*	*31*	*5 8*	*797*	*778*	

http://rcin.org.pl

Du triangle plan rectangle

Les différences tabulaires sont, dans le Canon de Viète, indiquées en chiffres rouges.

XXVIII	19 880	98 004 1	20 285	102 036 6	493 984	503 024	XXXII
	28	*5 8*	*30*	*6 0*	*735*	*721*	
XXIX	19 908	97 998 3	20 315	102 042 6	492 249	502 303	XXXI
	29	*5 8*	*30*	*6 0*	*733*	*718*	
XXX	19 937	97 992 5	20 345	102 048 6	491 516	501 585	XXX
	PREMIÈRE SÉRIE Du Canon des Sinus		SECONDE SÉRIE Du Canon Fécond et très Fécond		TROISIÈME SÉRIE Du Canon Fécond et très Fécond		MINUTES LXXVIII DEGRÉ
la base à correspondant RÉSIDU	Base	Perpendicule	Base	Hypoténuse	Perpendicule	Hypoténuse	Perpendicule au correspondant ARC
	100.000 Hypoténuse		100.000 Perpendicule		100.000 Base		
	DU TRIANGLE PLAN RECTANGLE						

http://rcin.org.pl

Avant Viète on ne connaissait pour le rapport de la circonférence au diamètre que celui de $\frac{22}{7}$ d'Archimède ou celui de $\frac{62,852}{20,000}$ de **Mohamed-ben-Muza.** Viète a donc encore le mérite d'avoir le premier calculé ce rapport avec *onze chiffres*.

Premier emploi des fractions décimales. — Comme on le voit, Viète ne s'est pas contenté de la valeur de π en parties entières du rayon, il la donne avec *cinq décimales;* la notation qu'il emploie consiste à écrire la partie décimale en chiffres plus petits et à les souligner. Il a encore employé deux autres procédés, l'un consistant à séparer la partie décimale de la partie entière par un trait $\cos 11^\circ 29' = 97\,993 \mid {\scriptstyle 3}$, ou encore, comme dans le Canon mathématique, en laissant un large intervalle entre les deux parties $\cos 11^\circ 29' = 97\,998 \quad {\scriptstyle 3}$.

L'introduction dans les calculs de la notation en *fractions décimales* est un progrès important dont tout l'honneur revient à Viète, et malgré notre désir de ne pas donner un trop grand développement à cette notice, nous ne croyons pas pouvoir passer sous silence ce qu'il dit à ce sujet : « Sans avoir égard à ce que « ces subdivisions ont de commode, d'habiles calculateurs con- « seillent énergiquement de se servir dans les constructions des « Canons des soixantièmes et multiples de soixante en prenant « pour exprimer le demi-diamètre : 60 ou une puissance de 60. « Mais à moins d'avoir à sa disposition une table des multiples « de 60, il est bien difficile de faire des multiplications, des divi- « sions, des extractions de racines carrées en pleine sécurité. « L'arithmétique dans ce système est très glissante, et il est dif- « ficile d'y éviter des chutes. Et ce qui dans les calculs par soixan- « tièmes et multiples de soixante s'exécute, le regard fixé sur « une table, avec difficulté et fatigue pour les yeux, s'exécute « par millièmes et milliers, plus promptement sans le secours « d'aucune table par la voie de l'arithmétique ordinaire. En un « mot, dans les mathématiques, usez avec parcimonie ou, plutôt, « ne faites pas usage des soixantièmes et multiples de soixante ; « usez plutôt, faites toujours usage des millièmes, milliers, des « centièmes et des centaines, des dixièmes et des dizaines ; mon- « tez, descendez toujours les degrés de ce système d'arithmé- « tique. »

Calcul de sin 1'. — Pour trouver le sinus de *une minute*, il s'arrête pour ses calculs au polygone inscrit de 6,144 côtés et au poly-

http://rcin.org.pl

gone circonscrit de 12,288 côtés qui lui donnent les sinus par excès et par défaut de $\frac{450'}{256}$ et de $\frac{225'}{256}$ et par interpolation :

$$\sin 1' = 29\ \underline{083\ \ 819\ \ 59}$$

Cette valeur avec huit décimales lui permet de calculer toutes les lignes de son Canon avec une approximation certaine, puisqu'il ne donne en général que les lignes exprimées en parties entières du rayon et quelquefois, quand il le juge nécessaire, avec une ou deux décimales.

Pour construire sa table il emploie, pour certaines catégories de lignes, des formules simples qui n'exigent que des additions ou des soustractions de lignes déjà déterminées. Il signale d'ailleurs un écueil grave que n'ont pas su éviter les calculateurs de tables *Fécondes* et *Bienfaisantes*, et sur lequel Rheticus lui-même s'est échoué pour les 86 feuillets de l'*Opus Palatinum*.

« Mais, dit-il, leurs tentatives doivent être considérées comme « malheureuses et contraires aux règles de l'art, alors qu'ils « donnent pour vrais des nombres très grands, très considérables « qui sont faux à partir du troisième et du quatrième chiffre, et « qui ont été calculés en partant des plus petites valeurs irra- « tionnelles, tandis qu'au contraire les plus petites auraient dû « être engendrées par les plus grandes. Ainsi le sinus d'un scru- « pule qui est 29 est au sinus total pris égal à 100 000 comme le « fécond d'un scrupule rapporté au même sinus total est à un « nombre qui, obtenu par cette analogie, est l'hypoténuse du fé- « cond de un scrupule. Mais dans le calcul du résultat, les deux « ou trois premiers chiffres peuvent être admis comme exacts, « les autres sont faux et en les remplaçant par des zéros, le ré- « sultat est aussi approché et peut-être davantage qu'avec la « série de chiffres obtenus par une division erronée. Le nombre « 29 adopté pour le sinus d'un scrupule n'est qu'approché ; il « n'est pas rigoureusement exact, et comme il n'est exprimé que « par deux figures, il ne peut pas produire des nombres exacts « ayant plus de deux figures, et cependant tous les Rhapsodes sont « tombés dans la même erreur ; ils auraient dû suivre la même « voie qu'Archimède et *faire naître les filles de la mère, et non la* « *mère des filles.* »

En terminant nous ferons remarquer que si Rheticus entreprit vingt ans avant Viète la construction de ses Tables trigonométriques, la publication du *Canon mathématique* du géomètre fran-

http://rcin.org.pl

çais précéda de trois ans la mort du disciple de Copernic, et de quinze ans la publication de l'œuvre gigantesque continuée et publiée en 1594 par les soins de Valentin **Othon** sous le titre de *Opus Palatinum*.

Viète est donc le premier qui ait calculé et publié une Table trigonométrique commode, d'un usage facile, donnant en regard de chaque arc, de minute en minute, sur la même ligne, ses six lignes trigonométriques.

Il ne restait après lui qu'un progrès à réaliser ; substituer à sa nomenclature, qui diffère peu de celle de Rheticus dans l'*Opus Palatinum*, les noms si commodes de *tangentes* et de *sécantes* comme l'a fait pour l'*Opus Palatinum* en 1613 **Pitiscus** en publiant le *Thesaurus mathematicus*.

A quelle époque précise et par qui cette nomenclature nouvelle fut-elle imaginée ? Nous n'avons pas été à même de le déterminer ; toujours est-il qu'en 1586 Christophe **Clavius** en fait usage dans « *Theodosii Tripolitæ sphæricorum libri III à Christophoro Clavio Bambergensi, Societatis Jesu. Romæ, MDLXXXVI.* » *Item ejusdem Christophori Clavii, sinus lineæ, tangentes et secantes, triangula rectilinea atque sphærica.* « Quoique, dit-il, les astro-« nomes puissent résoudre tous leurs théorèmes et leurs pro-« blèmes en faisant usage du seul sinus, et que généralement « ils n'opèrent que de cette manière, ils les résoudraient cepen-« dant plus facilement et plus rapidement si, concurremment « avec les sinus, ils employaient les lignes tangentes et sécantes, « comme le démontre la doctrine des triangles ; aussi est-ce « certainement dans ce but que, *récemment, les auteurs les ont in-« ventées et en ont calculé les Tables.* »

2° *Canonion triangulorum laterum rationalium*

Petit Canon de triangles aux côtés rationnels

Ce Canon est établi sur cette proposition : *Si dans un triangle rectangle ayant pour hypoténuse h, pour base b et pour perpendiculaire p, la prostraphærèse ou demi-différence* $\frac{h-p}{2}=1$, on a : $h=\frac{b^2}{4}+1, p=\frac{b^2}{4}-1$, *et si on donne successivement à b des valeurs croissant en proportion arithmétique, dans la table des valeurs de h et de p ainsi formée les différences secondes seront constantes.*

http://rcin.org.pl

Emploi des différences secondes. — En prenant pour les valeurs successives de b la suite naturelle des nombres, Viète forme une série de 1422 triangles dans lesquels h et p sont rationnels, qu'il nomme triangles rectangles *primitifs*, et, en faisant successivement dans chaque triangle primitif l'un des côtés égal à 100,000 ou au sinus total du Canon mathématique, il obtient une Table divisée en trois séries, correspondant aux séries du Canon et donnant la valeur exacte de deux des six lignes trigonométriques.

Il nous a semblé qu'en calculant cette Table, Viète avait en vue les besoins de l'astronomie et voulait lui donner le moyen de déterminer d'une manière plus approchée l'équation du temps ou la différence entre le mouvement inégal et le mouvement moyen d'une planète. Du reste, dans l'*Errata* du Canon Mathematique il reconnait que cette Table, fruit de calculs assez laborieux, n'a aucune utilité pratique. Quoi qu'il en soit, il résulte du mode de construction de cette Table que *Viète a le premier fait connaître l'emploi des différences secondes.*

3° *Ad logisticem per* Εξεχόνταδας *Tabellæ*

Tables pour le calcul par soixantièmes

C'est une Table de multiplication sous forme d'un triangle rectangle qui donne immédiatement en degrés et minutes, le produit $n \times \frac{n'}{60}$ pour tous les nombres n et n' compris entre 0 et 60. La disposition ingénieuse de cette Table appartient-elle à Viète? C'est ce que nous n'avons pu vérifier.

4° *Fractionum apud Mathematicos usitandarum alterius in alterum reductionibus Tabella adcommodata*

Table de réduction réciproque des fractions les plus en usage chez les mathématiciens.

Les limites que nous nous sommes tracées ne nous permettent pas de faire connaître les dispositions de cette Table ingénieuse imaginée par le grand géomètre, et qui donne pour le cercle, pour l'année égyptienne, pour le jour et pour l'heure et pour leurs principales subdivisions : le quotient des unes par les autres et par les nombres entiers les plus usuels.

5° *Mathematici Canonis Epitome*

Abrégé du Canon Mathématique.

C'est une Table qui donne la valeur des *lignes trigonométriques*

INSTYTUT M. BIBLIOTEKA
http://rcin.org.pl

de degrés en degrés et la longueur de l'arc exprimées en parties du rayon avec trois décimales.

6° *Canon triangulorum ad singulas partes quadranti circuli secundum* Εξεχόνταδων *logisticem*
Canon des triangles
pour chaque degré sexagésimal du quadrant.

Ce sont, de degré en degré, les valeurs des six lignes trigonométriques, le rayon 1 étant partagé en 60 parties, chaque partie en 60 primes et chaque prime en 60 secondes.

Ainsi : $\sin 45^\circ = 42^p\ 25'\ 35''$

II. — Livre singulier des Inspections universelles.

F. V. — *Universalium Inspectionum ad Canonum mathematicum Liber singularis.*
(Paris — J. Mettayer — 1579).

La seconde partie du Canon mathématique de Viète porte un titre assez difficile à interpréter ; ses contemporains auraient tout simplement traduit : « *Le livre singulier des nouvelles Inspections de François Viète, joint au Canon mathématique* ». La difficulté n'aurait été que déplacée, nous l'avons traduit « Revue, faisant suite au Canon mathématique, de toutes les questions mathématiques. »

Cet ouvrage est, en effet, un exposé sommaire d'un grand nombre de solutions, mais qui ne se rapportent pas toutes à l'usage du Canon mathématique ; nous ne pouvons en donner qu'une idée très restreinte, car chaque chapitre (Inspectio) a exigé dans notre traduction un long commentaire.

Après avoir fait connaitre la construction du *Canon des triangles aux côtés rationnels*, Viète passe à la *Trigonométrie*, et il déclare, avant d'entrer en matière, que toujours dans son ouvrage les mêmes lettres dans les triangles désigneront les mêmes éléments ; dans le triangle rectangle ABC.

AB, l'hypoténuse.
CB, le perpendicule opposé à l'angle aigu A.
CA, la base opposée à l'angle B, résidu ou complément de l'angle A.

A. — *Formules pour le calcul des Tables.*

Après avoir donné, en fonction de rayon, l'énoncé des valeurs des côtés des polygones inscrits des 3, 4, 6, 10 et 15 côtés, il

http://rcin.org.pl

donne les relations qui lient entre elles les lignes trigonométriques et qui permettent de calculer facilement les Tables.

Nous les donnons ici sous les formes en usage aujourd'hui :

$$\mathrm{Cos}^2 A = R^2 - \mathrm{Sin}^2 A\,; \ (R - \mathrm{Cos}\,A)\,R = 2\,\mathrm{Sin}^2 \frac{1}{2} A$$

$$4\,\mathrm{Sin}^2 \frac{1}{2}(A - B) = (\mathrm{Sin}\,A - \mathrm{Sin}\,B)^2 + (\mathrm{Cos}\,B - \mathrm{Cos}\,A)^2$$

De cette dernière il tire :

$$\sin(60^\circ + A) = \sin A + \sin(60^\circ - A)$$

D'où cette conséquence, qu'*étant donnés les sinus des arcs jusqu'à celui de* 30°, *on obtient les autres sinus par voie de simple addition ou soustraction.*

Pour les tangentes et les sécantes il donne les formules :

$$\mathrm{Cotg}\,\frac{1}{2} A = \mathrm{Sec}\,A + \mathrm{Cotg}\,A \qquad \mathrm{Cotg}\,A = \mathrm{Cotg}\,2A + \mathrm{Cosec}\,2A$$

$$\mathrm{Tang}\,\frac{1}{2} A = \mathrm{Tang}\,A - \mathrm{Cosec}\,A \qquad \mathrm{Tang}\,A = \mathrm{Cotg}\,2A - \mathrm{Cosec}\,2A$$

D'où la conclusion : *Etant données les tangentes des arcs jusqu'à* 45°, *les autres tangentes et toutes les sécantes sont obtenues par simple voie d'addition ou de soustraction.* On a en effet :

$$\mathrm{tang}\left(45^\circ + \frac{A}{2}\right) = 2\,\mathrm{tang}\,A + \mathrm{tang}\left(45^\circ - \frac{A}{2}\right)$$

$$\sec A = \frac{1}{2}\,\mathrm{tang}\left(45^\circ + \frac{A}{2}\right) + \frac{1}{2}\,\mathrm{tang}\left(45^\circ - \frac{A}{2}\right)$$

B. — *Formules pour la résolution des triangles.*

Après avoir fait connaître les valeurs de π et de sinus 1″, ainsi que les avantages des fractions décimales, rapportés plus haut, le géomètre passe à la résolution des triangles.

Viète, à chaque pas, dans ce premier ouvrage, est sous la préoccupation de débarrasser l'application des nombres à la géométrie de ces énoncés verbeux, décrivant, pour chaque résultat à obtenir, les opérations à faire ; *il sent le besoin de la formule générale algébrique permettant d'embrasser d'un coup d'œil, sans discours, au moyen de signes et de symboles, les calculs à effectuer. Un premier pas dans cette voie est celui qu'il fait pour la résolution des triangles.*

http://rcin.org.pl

Il met chaque solution sous la forme d'une proportion, dont trois termes sont connus et dont le quatrième est à déterminer, et il présente ces solutions sous forme de tableaux.

Triangles rectangles. — Voici les six analogies canoniques pour le triangle rectangle :

Sinus d'un droit ou hypothétique	Côté	Sinus de l'angle aigu	Côté	Formules équivalentes
C	AB	A	CB	$a = \frac{b \text{ Sin A}}{\text{R}}$
C	AB	B	CA	$b = \frac{a \text{ Sin B}}{\text{R}}$
Sinus hypothétique	Côté	Hypoténuse	Côté	
C	CB	B	AB	$c = \frac{a \text{ Sec B}}{\text{R}}$
C	CA	A	AB	$c = \frac{b \text{ Sec A}}{\text{R}}$
Sinus hypothétique	Côté	Fécond	Côté	
C	CB	B	CA	$b = \frac{a \text{ Tang B}}{\text{R}}$
C	CA	A	CB	$a = \frac{b \text{ Tang A}}{\text{R}}$

Nous ne nous arrêterons pas sur une autre suite de formules dans lesquelles n'entre pas le sinus total, mais le rapport des deux lignes trigonométriques des angles du triangle tel que

$$a = \frac{c \sin \text{B}}{\text{tang.B}}; \quad a = \frac{b \sin \text{A}}{\sin \text{B}}; \quad a = \frac{c \text{tang. A}}{\sin \text{A}}, \text{ etc.}$$

Ces formules pouvaient avoir quelque utilité avant l'invention des logarithmes lorsque ces rapports étaient donnés directement par des calculs antérieurs.

Triangles obliquangles. — Avant d'aborder la résolution des triangles obliquangles, Viète rappelle les diverses relations des

http://rcin.org.pl

lignes trigonométriques, connues avant lui, et en fait connaitre de nouvelles, entr'autres celles-ci :

$$\operatorname{Sin} A - \operatorname{Sin} B = \frac{2 \operatorname{Cos} \frac{1}{2}(A+B) \operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A-B)}{R}$$

$$\operatorname{Cos} A - \operatorname{Cos} B = \frac{2 \operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A+B) \operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A-B)}{R},$$

$$\text{et, } \operatorname{Cotg} \frac{1}{2}(A+B) = \frac{\operatorname{Sin} A - \operatorname{Sin} B}{\operatorname{Cos} A - \operatorname{Cos} B}$$

Pour les triangles obliquangles il emploie les notations :

A, sommet du triangle; BD, base ; AB, côté gauche ; BD, côté droit; BC, segment de base à gauche de la hauteur; DC, segment de droite.

Il résout tous les cas, sauf celui où les trois côtés sont donnés, par la proportionnalité des côtés aux sinus des angles opposés.

Pour le cas où les trois côtés sont donnés, il le résout comme les anciens, en décomposant le triangle en deux triangles rectangles, et il pose la *formule* qui donne les segments de la base sous forme de proportion.

Base	Racine carrée de la demi-somme des carrés du côté droit et de la base diminuée du carré du côté gauche.	Racine carrée de la demi-somme des carrés du côté droit et de la base diminuée du carré du côté gauche.	Segment de la base à droite de la hauteur ou cette même base avec son prolongement vers la droite.

C'est la formule $BD \times CD = \frac{1}{2}\left(\overline{AD}^2 - \overline{BD}^2 - \overline{AB}^2\right)$ donnée par Euclide.

Il rapporte également les formules déjà connues de son temps dans lesquelles entre le quotient, par la base, du produit de la somme des côtés par leurs différences.

Il traduit ensuite en *formules* quelques propositions sur les triangles et sur les cordes du cercle, sur la division d'une ligne en segments, comme, par exemple, en moyenne et extrême raison, sur les droites en proportion continue, sur la composition du carré et des cubes de la somme de deux droites, sur la recherche des côtés d'un rectangle connaissant la somme ou la différence, le rectangle ou le rapport de ses côtés, enfin sur la solution des problèmes par fausse position.

Quelques remarques montrent les ressources qu'il entrevoit

http://rcin.org.pl

dans l'application de l'algèbre à la géométrie et à cet effet il résout le problème : *Si on partage par une sécante l'angle au sommet d'un triangle en deux angles inégaux, si le rapport de la sécante aux segments de la base et si la longueur de cette secante sont donnés, trouver les deux parties de l'angle au sommet* ; problème que Regiomontanus n'avait résolu que pour le cas où la base est partagée en deux segments égaux.

Triangles sphériques rectangles. — Dans la résolution des triangles sphériques, Viète emploie les mêmes notations que pour les triangles rectilignes. Il établit que les angles sphériques rectangles peuvent être calculés, ou en faisant usage du sinus total et de deux autres éléments donnés du triangle, opération qui n'exige qu'une multiplication ; ou, sans faire usage du sinus total, au moyen de trois éléments, mais alors l'opération exige une multiplication et une division. Cette seconde série de formules ne peut être utilisée que rarement et ne semble avoir été donnée que pour épuiser la suite de toutes les solutions possibles.

Les formules de ces deux séries renferment chacune 60 solutions qui permettent d'un coup d'œil, étant données les lignes trigonométriques de deux ou trois éléments, d'obtenir l'angle ou le côté cherché ou exprimé par une quelconque de ses lignes trigonométriques ou des lignes trigonométriques de son complément.

Les Tableaux de Viète donnent les six lignes trigonométriques de chaque côté, de chaque angle et de leurs compléments sous deux formes différentes.

Voici quelques types de ces formules en signes modernes :

$$\text{Sin}\, a = \text{Sin}\, c\ \text{Sin A} \qquad\qquad \text{Tang A} = \text{Tang}\, a\ \text{Cosec B}$$

$$\text{Sin}\, a = \text{Tang}\, b\ \text{Cotg B} \qquad\qquad \text{Tang A} = \text{Sec}\, c\ \text{Cotg B}$$

$$\text{Sin}\, a = \text{Sin c}\ \frac{\text{Cos B}}{\text{Cos}\, b} \qquad\qquad \text{Tang A} = \text{Tang c}\ \frac{\text{Sec}\, b}{\text{Sin B}}$$

$$\text{Sin}\, a = \text{Sec}\, b\ \frac{\text{Cos B}}{\text{Cosec C}} \qquad\qquad \text{Tang A} = \text{Tang c}\ \frac{\text{Cos B}}{\text{Sin}\, b}$$

Triangles sphériques obliquangles. — Pour la résolution des triangles sphériques obliquangles, Viète, comme les anciens et comme Regiomontanus, décompose le triangle en deux triangles rectangles par un arc de grand cercle perpendiculaire à un des côtés et passant par le sommet de l'angle opposé, mais il apporte

http://rcin.org.pl

à la méthode ancienne de notables perfectionnements en introduisant dans la solution l'emploi des tangentes. — Pour résoudre les deux cas où sont donnés, soit les trois côtés, soit les trois angles, il déduit des deux lemmes connus : « Etant donnés la somme ou la différence de deux angles et le rapport de leurs sinus, les angles sont donnés, » la formule si utile et si remarquable :

$$\frac{\operatorname{Tang}\frac{1}{2}(A+B)}{\operatorname{Tang}\frac{1}{2}(A-B)}=\frac{\operatorname{Sin} A+\operatorname{Sin} B}{\operatorname{Sin} A-\operatorname{Sin} B};$$

et, substitue ainsi aux calculs longs et pénibles de la méthode ancienne une méthode plus élégante et plus rapide.

Aujourd'hui, nous l'avons déjà fait remarquer, grâce au calcul logarithmique, on a réduit au strict nécessaire le nombre des formules en supprimant notamment les sécantes et les cosécantes; mais il n'en était pas ainsi du temps de Viète, car il importait surtout, avec la division sexagésimale du rayon, d'écarter autant que possible les formules qui exigeaient l'emploi de la division.

S'il y a lieu d'élever quelques critiques contre ce trop grand nombre de formules imaginées par Viète, on doit dire qu'un certain nombre ont rendu très grand service, traduites en une nomenclature plus simple et exposées dans des livres plus répandus et plus à portée de l'intelligence moyenne des calculateurs.

Mais cet avantage ne fut pas perdu ; on emprunta au grand géomètre les formules imaginées par lui et on les publia sans nommer leur auteur ; car pendant les huit ou neuf ans que dura l'impression de son livre, nous voyons, par l'avis au lecteur de Jean Mettayer, que « il se trouva des plagiaires auxquels cet « homme trop confiant avait généreusement communiqué le fruit « de ses études et qui allaient le mettre au jour comme leur propre « travail. Justement indigné d'un procédé aussi infâme, craignant « d'ailleurs que le soupçon d'en être la cause ne retombât sur « moi, je demandai avec persistance à l'auteur, et je n'eus de « repos que lorsqu'il eut cédé à mes instances, de publier ce « livre, dont il avait déjà donné communication plus qu'il n'au- « rait dû le faire, assez promptement pour dénoncer le plagiat. »

http://rcin.org.pl

C. — *Tables de résultats numériques divers.*

Le reste du *Liber inspectionum*, sauf les deux derniers chapitres relatifs à la recherche de la valeur du rapport de la circonférence au diamètre et de celle du sinus de une minute, n'a pas un rapport direct avec le Canon mathématique ; c'est une collection de résultats numériques utiles pour la géométrie pratique et calculés, avec une approximation inconnue jusqu'alors, en parties de l'unité divisée en 100,000 parties égales, avec cinq décimales à leur suite, entr'autres : la circonférence et la surface du cercle, la surface et le volume de la sphère, les segments de la droite partagée en moyenne et extrême raison, les côtés des carrés inscrits et circonscrits, le côté du carré équivalent au cercle, les deux moyennes proportionnelles entre le rayon et le côté du carré inscrit, entre ce côté et le côté du carré circonscrit, entre le rayon et le diamètre ; les côtés des cinq polyèdres inscrits dans la sphère, etc.

Il consacre un chapitre à la quadrature du cercle ; il montre le peu d'exactitude des prétendues quadratures exactes du cercle, et regrette de voir tant de bons esprits à la poursuite de cette chimère, et il donne des procédés graphiques simples pour obtenir avec la règle et le compas la longueur approchée de la circonférence, celle du côté du carré équivalent au cercle, enfin celle du côté du cube double d'un cube donné à moins d'un cent-millième.

Tel est ce premier ouvrage de Viète ; il ne figure pas dans ses œuvres publiées en 1646 ; *Vietæ opera mathematica in unum volumen congesta et recognita operâatque studio* **F. à Schoten** *Leydensis, matheseos professoris* (*Elzevir-1646*) et l'éditeur cherche à justifier cette omission regrettable en prétendant que la publication du Canon mathématique, du témoignage même de son auteur, aurait été une œuvre malheureuse (*infeliciter editus anno 1579*), et qu'il aurait fallu refaire tous les calculs pour vérifier les erreurs des Tables ; mais l'existence de fautes nombreuses dans le Canon, imprimé d'ailleurs avec une grande correction, était une supposition tout à fait gratuite, et il était facile d'en contrôler l'exactitude en collationnant ses chiffres avec ceux de *l'Opus palatinum* publié en 1596 par Valentin Otho ou avec ceux du *Thesaurus mathematicus* publié en 1613 par Barthélemy Pitiscus.

Les regrets du grand géomètre avaient un tout autre motif, et lorsqu'il les exprimait en 1593, il avait l'intention de publier une

http://rcin.org.pl

nouvelle édition du *Canon mathématique* et du *Livre des Inspections*, dans lesquels il aurait fait disparaître les défauts de celle de 1579, notamment la nomenclature incommode empruntée à Rheticus en donnant un nom propre à chaque ligne trigonométrique, mais en rejetant, et à tort, les noms si commodes de tangentes et de sécantes récemment introduits dans l'usage, qu'il proposait de remplacer par ceux de *Prosinus* et de *Transsinus*.

Au Canon mathématique se rattache le *Traité analytique des sections angulaires* (9^{me} partie de l'Art Analytique) qui n'a été publié qu'en 1615 et où l'on trouve les formules importantes des lignes trigonométriques des arcs multiples nx en fonction de celles de l'arc simple x, avec leur application à la construction des Tables.

Enfin, un complément essentiel des recherches de Viète est fourni par son *Manuel pour l'usage du Canon mathématique*, paru en 1593 et dont nous allons donner immédiatement l'analyse.

D. — *Manuel pour l'usage du Canon mathématique.*

Extrait de F. V. *Variorum de rebus mathematicis Responsorum Liber VIII.*
(Tours. — Mettayer. — 1593).

Formules nouvelles de trigonométrie sphérique. — Viète avait, depuis 1573, apporté de notables perfectionnements à la trigonométrie; il avait inventé la formule algébrique et jugé inutile la multiplicité de celles données dans le *Liber singularis*. Il les avait donc réduites à vingt-deux dans le *Manuel pour l'usage du Canon mathématique* publié en 1593 à la suite de son ouvrage *Variorum de rebus mathematicis responsorum Liber VIII*.

Parmi ces formules il y en avait de nouvelles et de très importantes, notamment :

$$\text{Cos A} = \frac{\cos b \cos d \pm \text{R} \cos \text{a},}{\sin b \sin d}$$

donnée par les Arabes sous une forme qui en rendait l'usage presque impraticable ;

$$\text{Cos } a = \frac{\cos \text{B} \cos \text{D} \pm \text{R} \cos \text{A}.}{\sin \text{B} \sin \text{D}}$$

qui appartient tout entière à Viète.

Enfin une série de formules de transformation pour réduire et simplifier les opérations, entr'autres :

$$\frac{\text{Sin}\, a \sin b}{\text{R}} = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2},$$

http://rcin.org.pl

qui permet de substituer une soustraction à une multiplication ;

$$\frac{\operatorname{Sin} a \cos b}{\sin b \cos a} = \frac{\operatorname{tang} b.}{\operatorname{tang} a}$$

qui supprime une multiplication, etc.

Ces transformations aujourd'hui inutiles étaient très appréciées avant l'invention des logarithmes.

Triangle polaire. — Enfin Viète, n'admettant pas les nombres négatifs, avait imaginé, pour les cas où il se trouvait, dans les données des questions, des angles dont les lignes trigonométriques sont négatives, deux artifices pour les éviter.

L'un d'eux consistait à substituer au triangle donné le triangle inverse par complément (*inversum* κατ'αναπληρωσιν), c'est-à-dire un des trois triangles que l'on obtient en prolongeant les grands cercles qui forment le triangle donné et qui complètent les trois fuseaux dont il est la partie commune ; l'autre, à substituer au triangle donné son *triangle réciproque* et ses trois triangles par complément, triangle qu'il appelle *inverse par échange réciproque des côtés et des angles* (*inversum per enallagem* πλεορογωνικην), c'est-à-dire le triangle *polaire* ou *supplémentaire* que l'on obtient par intersection des trois grands cercles ayant pour pôles les sommets du triangle donné ou les triangles qui complètent les fuseaux.

Delambre et d'autres ont contesté à Viète la paternité de l'invention du triangle polaire pour l'attribuer à **Snellius**, mais c'est une grave erreur ainsi qu'il résulte d'un examen plus attentif des figures données dans le huitième livre des questions diverses, (feuilles 43 et suivantes de l'édition originale), dans lesquelles il s'est glissé quelques fautes d'impression reproduites pages 421 et suivantes de l'édition Van Schoten.

ART ANALYTIQUE

L'*Art Analytique* ou *Algèbre nouvelle* avait été, en principe, et ainsi que Viète l'indique en tête de l'*Isagoge,* divisé en dix parties :

I. Isagoge. — Introduction à l'art analytique (publié en 1591).
II. Notes premières pour la Logistique spécieuse (1631).
III. Zététiques, en cinq livres (1593).
IV. Exégèse ou Résolution numérique des équations (1600).

http://rcin.org.pl

V. Recognition (examen de la nature intime) des équations (1615).
VI. Emendation (correction des vices de forme) des équations ou Notes postérieures pour la Logistique spécieuse (1615).
VII. Recensement canonique des Effections géométriques (1593).
VIII. Supplément à la géométrie (1593).
IX. Traité analytique des Sections angulaires.
X. Réponses variées à des questions de mathématiques. — Sept livres (1640).
Idem.............................. Huitième livre (1593).

Ainsi que l'indiquent les dates placées à la suite de chacun de ces titres, plusieurs de ces traités n'ont été publiés qu'après la mort de Viète, et par des mathématiciens qui se présentaient comme ses disciples.

« Vous tous, écrivait Anderson, en 1615, en tête de la publication des deux traités sur les équations, qui êtes animés du désir d'apprendre, souvenez-vous que c'est à Viète, mon Maître, que vous devez la restauration de l'analyse mathématique. Il en a donné les règles, les principes et les applications, mais elles sont dispersées dans divers opuscules dont la liste figure en tête de l'Isagoge ; malheureusement nous ne les possédons pas tous, soit que la mort subite et prématurée de l'auteur, perte irréparable pour la science, ne lui ait pas permis d'y mettre la dernière main, soit que cette partie de l'œuvre n'existât encore qu'à l'état de conception interne ou d'ébauche. »

C'était, en effet, une des particularités du caractère de Viète, d'avoir déjà désigné par des noms, en les considérant comme faites, des choses que, grâce à cette remarquable sagacité qui le distinguait, il n'avait encore que conçues : Il les résolvait, il les classait dans sa tête, mais il ne les consignait pas sur le papier, car les exigences de la charge qu'il occupait dans l'Etat ne lui en laissaient pas toujours le temps.

Sans nous préoccuper de l'ordre dans lequel ont été publiées les diverses parties de l'œuvre du grand géomètre, nous allons en donner une analyse dans l'ordre qu'il leur avait assigné lui-même.

I. — Isagoge.

F. V. — *In artem analyticem Isagoge sursim excussa ex opere restitutæ mathematicæ analyseos seu Algebra nova.*
(Tours. — T. Mettayer. — 1591).

Dans l'épître dédicatoire à Catherine de Parthenay, le géomètre s'exprime ainsi :

« L'art que je produis aujourd'hui est un art nouveau, ou, du

http://rcin.org.pl

« moins, un art tellement dégradé par le temps, tellement sali et « troublé par les barbares, que j'ai cru nécessaire, après l'avoir « débarrassé de toutes ses propositions erronées, et afin qu'il ne « retînt aucune souillure et qu'il ne sentît pas le vieux, de lui « donner une forme entièrement nouvelle..... Tous les mathéma- « ticiens savaient que sous leur *Algèbre et Almucabale* qu'ils « vantaient et qu'ils nommaient *le Grand Art* étaient cachées des « mines d'or d'une richesse incomparable. Aussi vouaient-ils des « hécatombes, faisaient-ils des sacrifices à Apollon, lorsqu'ils « parvenaient à la solution d'un seul de ces problèmes que je ré- « sous spontanément par dizaines, par vingtaines, ce qui prouve « que mon art est la méthode d'invention la plus certaine en ma- « thématiques ».

Viète entre en matière par ces lignes :

« Il existe, pour la recherche de la vérité dans les mathéma- « tiques une voie dont le premier inventeur, à ce que l'on pré- « tend, fut **Platon. Théon** l'a appelée *Analyse* et la définit : Mé- « thode dans laquelle on prend comme concédé ce que l'on « demande pour arriver de conséquences en conséquences à une « vérité incontestable. Dans la *Synthèse*, au contraire, on part « de ce qui est accordé pour arriver au but et à la compréhension « de ce que l'on demande. Et, quoique les anciens n'aient fait « usage que de deux sortes d'analyses, *l'Analyse Zététique et* « *l'Analyse Poristique*, il m'a paru nécessaire d'en inventer une « troisième que j'appellerai *Analyse Zététique ou Exégétique*.

« Par l'analyse zététique on trouve l'égalité ou la proportion « entre la grandeur cherchée et les grandeurs données ; par l'ana- « lyse poristique on examine, au moyen de l'égalité ou de la pro- « portion, la vérité d'un théorème conçu ; par l'analyse exégé- « tique on dégage la grandeur cherchée de l'égalité ou de la pro- « portion qui la renferme.

« Par conséquent, l'art analytique qui dans son ensemble em- « brasse ces trois méthodes peut être, à juste titre, défini : *la* « *science de bien trouver en mathématiques* ».

En d'autres termes, la zététique est la mise en équation des problèmes : la poristique est la démonstration des théorèmes ; l'exégétique est la résolution numérique des équations.

A. — *Principe des Homogènes.*

Viète fait reposer tout l'art analytique sur le principe des *Homogènes*, qui exige que, dans toute équation, tous les termes

http://rcin.org.pl

soient de même dimension, et que chaque terme soit composé par le produit d'un même nombre de facteurs connus ou inconnus du premier degré.

Homogènes. — Les Homogènes, dit-il, *doivent être comparés avec les Homogènes :* et, pour l'application rigoureuse de cette loi aux équations, Viète établit une échelle dont les *degrés* sont les puissances de l'inconnue et auxquels correspondent ceux, d'une autre échelle, des grandeurs connues. Pour les désigner il conserve la nomenclature adoptée par **Euclide**, par **Diophante**, par **Cardan** et quelques autres algébristes de l'Europe occidentale.

Avant lui, on n'opérait, dans l'ancienne algèbre ou *Logistique Numérique,* que sur des nombres; pour appliquer les méthodes de recherches aux grandeurs en général, il expose comme il suit les bases sur lesquelles repose sa *Logistique Spécieuse* ou *par Symboles*.
« *Pour rendre par un artifice cette méthode plus facile, on distin-*
« *guera les grandeurs données des grandeurs inconnues ou cherchées*
« *en les représentant par un symbole constant, immuable et bien*
« *clair, en désignant, par exemple, les grandeurs cherchées par la*
« *lettre A ou par toute autre voyelle E, I, O, U, Y, et les grandeurs*
« *données par les consonnes B, D, G, etc...* »

Puissance d'une équation. — Le degré le plus élevé, dans l'équation, ramenée à la forme canonique c'est-à-dire où il a pour coefficient l'unité, porte le nom de *Puissance.*

Les autres termes qui renferment l'inconnue et qui forment avec la puissance le premier membre de l'équation sont dits *parodiques à la puissance et l'indice du genre des grandeurs formant le coefficient d'un degré parodique, ajouté à l'indice de ce degré, doit toujours donner une somme égale à l'indice de la puissance*. Ces coefficients sont nommés *sous-graduels ;* enfin le terme connu ou les termes connus qui forment le second membre portent le nom d'*Homogène de comparaison* ou *Homogène sous la mesure donnée ;* son genre doit correspondre au degré de la puissance dans l'équation.

B. — *Notations et Symboles.*

Dans le tableau ci-dessous nous avons réuni et mis en regard la nomenclature et les notations adoptées par Viète dans sa Logistique spécieuse et dans sa Logistique numérique, les notations équivalentes dans notre traduction, enfin la nomenclature et les notations employées par certains algébristes italiens et allemands dans leur Art *Cossique, Ars Cossica, Art de la chose de l'inconnu.*

http://rcin.org.pl

LOGISTIQUE SPECIEUSE									
NOMENCLATURE		NOTATION		NOTATION du Traducteur		LOGISTIQUE NUMÉRIQUE	ART COSSIQUE	
Scalaires ou Puissances de l'inconnue	Genres des grandeurs correspondantes	Sc	G	Sc.	G		Nomenclature pour l'inconnue	Notation
Latus seu Radix	Longitudo	A	B	x	b	1N	Res, Cosa	
Quadratum	Planum	Aq	Bp	x^2	b_2	1Q	Zensus	
Cubus	Solidum	Ac	Bs	x^3	b_3	1C	Cubus	
Quadrato-Quadratum	Plano-planum	Aqq	Bpp	x^4	b_4	1QQ	Zensi-Zensus	
Quadrato-Cubus	Plano-Solidum	Aqc	Bps	x^5	b_5	1QC	Surde solidum	
							vel Relatum Primum	RP
Cubo-Cubus	Solido-Solidum	Acc	Bss	x^6	b_6	1CC	Zensi-Cubus	
Quadrato-Quadrato-cubus	Plano-plano-Solidum	Aqqc	Bpps	x^7	b_7	1QQC	B. Surde solidum	B
							vel Relatum-Secundum	R2
Quadrato-Cubo-Cubus	Plano-Solido-Solidum	Aqcc	Bpss	x^8	b_8	1QCC	Zensi-Zensi-Zensus	
Cubo-Cubo-Cubus	Solido-Solido-Solidum	Accc	Bsss	x^9	b_9	1CCC	Cubi-Cubus	

http://rcin.org.pl

Signes. — Les signes par lesquels Viète indique les opérations sont :

Pour l'addition . . . +

Pour la soustraction $\left\{\begin{array}{l}\text{— lorsque l'on sait que le terme à soustraire est le plus petit.}\\ \text{= si l'on ignore lequel des deux est le plus grand (\textit{Minus incertum}).}\end{array}\right.$

Pour la multiplication *in* ou *sub* : Bp *in* Aq

Pour la division . . . $\frac{\ll}{\ll}$ $\frac{\text{Bp } in \text{ Aq}}{\text{Dc}}$

Pour les racines Rq, Rc, Rqq pour $\sqrt{}$, $\sqrt[3]{}$, $\sqrt[4]{}$,

Pour l'égalité *æq* qui par l'usage est devenu ∞ ou *æ* que l'on trouve dans Descartes.

L'opération de poser l'égalité entre les deux membres portait chez les Arabes le nom de *al mukabalah* (comparaison), d'où le nom donné par eux à la science : *Al ja'br w'al mukabalah* (1).

C. — *Forme Canonique des équations.*

L'équation est ramenée à sa forme canonique, et le rôle de la Zetese est terminé quand sont réunis dans un membre tous les termes renfermant les degrés de l'inconnue avec la puissance ayant pour coefficient l'unité et que dans l'autre se trouvent tous les termes connus.

Les règles de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division sont celles que l'on trouve déjà dans les Arithmétiques de Diophante, mais démontrées d'une manière générale et soumises à la loi d'homogénéité.

Règles pour amener une équation à la forme canonique. — Viète réunit en trois propositions les opérations qui permettent d'amener une équation à sa forme canonique :

1° L'*Antithèse* (transposition) pour faire passer les termes d'un membre dans l'autre en changeant leur signe. C'est cette opération que les Arabes appelaient *al ja'br* (restitution, rétablissement);

2° L'*Hypobibasme* (abaissement) pour faire disparaître de l'équation, lorsque tous les termes renferment l'inconnue, le plus petit degré de cette inconnue.

(1) *Al ja'br* signifie en propre opération chirurgicale pour rétablir les membres du corps humain. Ce nom a été donné par les Arabes aux trois opérations que l'on exécute pour rétablir les membres d'une équation dans leur forme canonique.

http://rcin.org.pl

3° Le *Parabolisme* (division) pour supprimer, par une division commune, le coefficient de la puissance, c'est-à-dire du terme renfermant l'inconnue au degré le plus élevé.

Analogisme. — Souvent après être arrivé à l'équation canonique Viète la met sous la forme d'un *Analogisme*, c'est-à-dire le premier membre de l'équation est égal au produit des extrêmes et le second au produit des moyens. C'est sous cette forme qu'il découvre et énonce le plus souvent ses théorèmes intéressants.

Pour terminer ce que nous avions à dire de l'Isagoge nous donnons ici l'exemple d'une équation du 4e degré.

Logistique spécieuse :

$$\text{Aqq} + \text{B}\ in\ \text{Ac} - \text{Dp}\ in\ \text{Aq} - \text{B}\ in\ \text{Dp}\ in\ \text{A}\ æq\ \text{B}\ in\ \text{Gs}$$

Traduction :

$$x^4 + bx^3 - d_2 x^2 - bd_2 x = bg_3$$

Analogisme :

$$\frac{\text{Aq} - \text{Dp}}{\text{B}}\ æq\ \frac{\text{Gs}}{\text{Aq} + \text{B}\ in\ \text{A}} \text{ ou } \frac{x^2 - d_2}{b} = \frac{g_3}{x^2 + bx}$$

Si on fait $\text{B} = 2$, $\text{Dp} = 5$, $\text{Gs} = 30$, l'homogénéité disparaît, et l'équation rentrant dans la *Logistique numérique* devient :

$$1\text{QQ} + 2\text{C} - 5\text{Q} - 10\text{N}\ æq\ 60$$

En terminant cette analyse du premier traité de l'Algèbre de Viète, il importe de remarquer que cette algèbre repose sur la considération des seules valeurs ou racines *positives* de l'inconnue.

Viète n'admet pas plus que ceux venus avant lui que la solution d'une question puisse être *négative*, ni que le second terme d'une équation, ramenée à sa forme canonique, puisse être une quantité connue négative ; cependant on en trouve accidentellement, mais rarement, quelques-unes employées comme moyens de transition dans des opérations conduisant définitivement à une solution positive ; ainsi, il ne considère jamais dans son algèbre l'équation du type.

$$x + px = -q$$

Quoiqu'il admette le type

$$px - x^3 = q$$

qui dérive de $x^3 - px = -q$

http://rcin.org.pl

II. — Notes premières pour la logistique spécieuse.

F. V. — Ad logisticem speciosam Notæ Priores.

(Paris — Guillaume Baudry — 1631).

Cette seconde partie de l'Art Analytique n'a pas été publiée du vivant de l'auteur. Au moment de la mettre sous presse, il y avait reconnu quelques imperfections et ajourné la publication qu'il n'eut pas le loisir de reprendre plus tard. Elle ne fut faite que 28 ans après sa mort par les soins de **Jean de Beaugrand,** sur une copie qu'il possédait, faite probablement sur le manuscrit original que lui avait confié Viète dont il était l'ami.

A. — *Formules relatives aux puissances des binômes.*

Dans les *Notæ priores*, le grand géomètre applique les règles de la Logistique spécieuse à la démonstration d'un certain nombre de propositions du deuxième Elément d'Euclide applicables aux nombres et d'une partie de ceux du même genre qui forment le fond du neuvième Elément :

$$(x + a)^m$$

Il donne la loi générale pour insérer $m - 1$ moyens entre x^m et a^m. Il montre comment sont formés les développements des puissances du binôme $(x + a)$ jusqu'à la 6e puissance et arrive à cette conclusion que *pour une puissance quelconque la suite des termes n'est pas autre que celle des $m + 1$ proportionnelles dans lesquelles le premier terme est x^m et le dernier a^m.* Il ne fait pas connaitre la loi des coefficients, mais il résulte de divers passages de son œuvre qu'elle lui était familière ; elle avait été donnée avant lui dans la théorie des nombres figurés et par **Tartaglia** au moyen d'un triangle qui n'est autre que le Triangle Arithmétique de **Pascal** (*Generale trattato de numeri et misure, etc.*, Venise, 1526).

$$(x - a)^m$$

Il remarque d'ailleurs que, lorsque le binôme est une différence, c'est-à-dire un apotôme, il suffit, pour avoir le développement de la puissance, de donner le signe — aux termes du rang pair dans le développement de puissance de la somme.

$$\frac{x^m - a^m}{x - a}$$

Entr'autres théorèmes, il donne celui du quotient de $x^m - a^m$

par $x - a$ entrevu par Euclide, Elément IX, proposition 35, et des autres quotients analogues

$$(x + a)^m \pm d\,(x + a)^{m-n}.$$

Il donne, pour en faire usage dans la résolution numérique des équations, les développements jusqu'au 6e degré d'un certain nombre de *puissances affectées* : il appelle de ce mot certains polynômes formés par la puissance d'un binôme, puissance *pure de toute affection* et par une ou plusieurs puissances de degré inférieur du même binôme multipliées chacune par un coefficient étranger du genre exigé par la loi des Homogènes.

Voici un type de ces puissances affectées :

$$(x+a)^3 + d\,(x + a)^2 = x^3 + 3\,ax^2 + 3\,a^2x + x^3 + dx^2 + 2\,dax + da^2$$

Il donne également les formules de ces puissances lorsque l'affection est négative, et enfin celles des puissances arrachées (*avulsarum*), c'est-à-dire des polynômes dans lesquels la puissance du binôme du degré le plus élevé est retranchée ;

Par exemple :

$$d_2\,(x + a) - (x + a)^3 = d^2x + d^2a - x^3 - 3ax^2 - 3\,a^2x - a^3$$

B. — *Formation des triangles rectangles en nombres.*

Les dernières pages des *Notæ Priores* sont consacrées à une théorie des plus importantes pour la résolution des équations indéterminées du second degré, la formation des triangles rec angles en nombres.

Après avoir montré que la formule générale du triangle rectangle formé avec deux nombres quelconques A et B est

hypoténuse $A^2 + B^2$: *base* $A^2 - B^2$: *perpendicule* 2 AB

il donne le moyen de combiner deux triangles rectangles en nombre de manière que les côtés du triangle nouveau aient avec les triangles donnés certaines relations, par exemple : *avec deux triangles rectangles semblables former un troisième triangle rectangle tel que le carré de son hypoténuse soit égal à la somme des carrés des hypoténuses des deux autres.*

Si les côtés du premier et du second sont respectivement

hypoténuse B, *côtés* M et N ; *hypoténuse* D, *côtés* $\frac{ND}{B}$ et $\frac{MD}{B}$

Les côtés du troisième seront :

$$\textit{hypoténuse}\ \sqrt{B^2 + D^2}\ ;\textit{côtés}\ \frac{BM + DN}{B}\ \text{et}\ \frac{BN - DM}{B}$$

http://rcin.org.pl

C. — *Formules de sin mx et cos mx.*

Formules de sin mx et cos mx. — En partant d'un triangle rectangle ayant un angle donné x, il forme avec ce triangle dont les côtés sont a et b et l'hypoténuse $R = \sqrt{a^2 + b^2}$, les côtés des triangles rectangles ayant pour angle $2\,x$, $3\,x$, mx, et il trouve les formules générales :

Hypoténuse $= R^m$.

$$\text{Base} = a^m - \frac{m(m-1)}{1.\ 2} a^{m-2}\, b^2 + \frac{m\,(m-1\,(m-2)\,(m-3)}{1\ .\ 2\ .\ 3\ .\ 4}\, a^{m-4}\, b^4$$

$$\text{Perpendicule} = ma^{m-1} - \frac{m\,(m-1)\,(m-2)}{1\ .\ 2\ .\ 3}\, a^{m-3}\, b^3 + \frac{m\,(m-1)\,(m-2)\,(m-3\,(m-4)}{1\ .\ 2\ .\ 3\ .\ 4\ .\ 5} a^{m-5}\, b^5 -$$

En divisant tous les termes par R^m la base devient *cos mx*, et le perpendicule *sin mx*, et l'on a les formules qui sont attribuées à **Moivre** et qui appartiennent à Viète.

Les dernières propositions des *Notæ Priores* se rapportent à la composition *d'un triangle avec deux autres triangles rectangles de même hauteur tels que juxtaposés ils puissent donner un troisième triangle dont l'angle au sommet soit droit, aigu ou obtus*, proposition importante pour déterminer les limites entre lesquelles doivent se trouver les solutions de certains problèmes indéterminés du second degré..

III. — ZÉTÉTIQUES.

F. V. — Zeteticorum libri quinque

(Tours — J. Mettayer — 1593).

Les cinq livres des *Zététiques*, publiés à Tours en 1593, forment un recueil de problèmes généraux déterminés et indéterminés, sur les nombres, leurs carrés, leurs cubes et sur les triangles rectangles ou nombres.

Viète a appelé ces problèmes, dont un assez grand nombre sont choisis parmi les plus difficiles de Diophante, du nom de *Zététiques*, par opposition à ceux que le géomètre grec avait désignés sous celui d'*Arithmétiques* qu'il avait énoncés et résolus en nombres, tandis que ceux du géomètre français sont traités d'une manière générale par son algèbre nouvelle.

http://rcin.org.pl

Premier livre. — Le premier livre des zététiques renferme dix questions déterminées qui roulent sur la recherche de nombres donnés par leur somme, leur différence, leur rapport, le rapport de leurs excès ou de leurs défauts avec des nombres donnés, etc.

Deuxième livre. — Dans le second livre qui comprend vingt-deux zététiques, les données sont généralement la somme ou la différence des carrés ou des cubes des nombres cherchés, leur produit, le rapport de ce produit à la somme ou à la différence de leurs carrés, etc., etc.

Troisième livre. — Les seize zététiques du troisième livre sont consacrés à la détermination de nombres en proportion ordinaire ou continue lorsque l'on connait certaines relations entre les extrêmes et les moyens, somme, différence, produits, etc., et à la recherche des côtés des triangles rectangles en nombres, remplissant certaines conditions déterminées de même genre.

Quatrième livre. — Le quatrième livre donne dans vingt zététiques la solution toujours ingénieuse, souvent très difficile, de problèmes indéterminés relatifs à la composition ou à la décomposition de nombres en carrés ou en cubes, comme par exemple : décomposer un nombre en deux carrés dont la somme soit égale à celle de deux autres carrés. — Trouver un nombre qui, ajouté à l'un ou l'autre de deux nombres donnés, donne pour somme un carré. — Touver en nombre deux triangles rectangles tels que le rectangle de leurs bases ajouté au rectangle de leurs perpendicules donne un carré.

Cinquième livre.— Le cinquième livre comprend des recherches du même genre, mais portant généralement sur trois nombres. Exemple : trouver trois nombres ayant la même différence et qui, ajoutés deux à deux, donneront pour somme des carrés.

Le dernier zététique est d'un ordre particulier ; zététique XIV ; Faire que $x^2 - a_2$ soit un carré tel qu'il soit moindre que dx et plus grand que bx.

IV. — Résolution numérique des équations

De numerosâ potestatum ad exegesim resolutione
ex opere resolutæ mathematicæ analysis seu algebrâ novâ
(Paris. — David Leclerc. — 1600).

Cette quatrième partie de l'Art Analytique n'a vu le jour qu'en 1600, grâce à **Marinio Ghetaldi**, géomètre italien, qui, dans

http://rcin.org.pl

une lettre du 15 février 1600, au professeur **Michel Coignet,** explique les circonstances de cette publication, après avoir rappelé que, de passage à Paris, il a reçu de Viète le plus gracieux accueil, et que le grand géomètre lui a confié ses ouvrages manuscrits, entre autres celui « *De potestatum resolutione* » ; il continue en ces termes : «... Comme j'ai pu en avoir une copie, je n'ai pas cru « devoir m'en contenter ; j'ai voulu, pour l'avantage de tout le « monde, faire connaître cet ouvrage. Je priai l'auteur avec la « plus vive instance de le publier lui-même. Il commença par « s'excuser, me disant qu'il ne pouvait le faire, qu'il n'avait pas « le loisir de le revoir et de le corriger ; ce qui est vrai, car il en « est empêché, la majeure partie de son temps étant réclamée « par les affaires de S. M. très chrétienne en sa qualité de Con- « seiller d'Etat et de Maître des requêtes.... Disposé à me faire « plaisir, il céda à la condition que je prendrais le soin de revoir « et de corriger cet ouvrage. Dans ce traité vous verrez ce qu'on « n'a jamais pu voir dans les siècles passés, malgré les tentatives « faites jusqu'à ce jour et par un grand nombre et des plus « excellents. »

Ce traité à peu près inconnu est une des œuvres les plus remarquables enfantées par le génie d'un mathématicien. Il est divisé en deux parties :

1° *La résolution des puissances pures,* c'est-à-dire du type $x^m = p$, autrement dit l'extraction de la racine d'un nombre jusqu'à, et y compris, la racine sixième, avec tel degré d'approximation que l'on désire en fractions décimales, ou avec un degré très rapproché d'approximation en fraction ordinaire ;

2° *La résolution des puissances affectées*, c'est-à-dire la recherche, par des procédés analogues, des racines positives des divers types d'équations ayant une ou deux racines de cette espèce, jusqu'au sixième degré inclusivement, et avec telle approximation en fractions décimales qu'on le demande. Il applique sa méthode aux vingt types ci-dessous, mais elle est applicable à d'autres types analogues :

http://rcin.org.pl

Puissances affectées positivement	Puissances affectées négativement	Puissances affectées positivement et négativement	Puissances arrachées
$x^2 + ax = p$	$x^2 - ax = p$	$x^4 - ax^3 + bx = p$	$ax - x^2 = p$
$x^3 + ax = p$	$x^3 - ax = p$	$x^4 + ax^3 - bx = p$	$ax - x^3 = p$
$x^3 + ax^2 = p$	$x^3 - ax^2 = p$	$x^5 - ax^3 + bx = p$	$ax^2 - x^3 = p$
$x^4 + ax = p$			$ax - x^4 = p$
$x^4 + ax^2 = p$			$ax^3 - x^4 = p$
$x^4 + ax^3 = p$			
$x^5 + ax = p$			
$x^5 + ax^3 = p$			
$x^6 + ax = p$			

Viète fait d'ailleurs remarquer qu'il n'y a pas lieu d'appliquer la méthode de résolution aux équations bicarrées qui peuvent être ramenées à l'un des types ci-dessus, mais qu'elle peut l'être à d'autres équations que celles traitées dans le texte, mais du même type.

Les exemples donnés sont de quatre types :

Les deux premiers . . $x^m \pm ax^{m-n} = p$ . . . n'ont (d'après le théorème de Descartes) qu'une racine positive ;

La troisième . . . . $x^m \pm ax^{m-n} \pm bx = p$ . . peut avoir plusieurs racines positives;

Enfin, le dernier . . . . $ax^{m-n} - x^m = p$ . . . a toujours deux racines positives, comme d'ailleurs Viète le démontre dans la suite de son Art Analytique où il enseigne, par certaines transformations, à faire passer une équation d'un type dans un autre. Ce traité est d'une concision désespérante, et pour en faire connaître la méthode, nous sommes obligés de lire entre les lignes et de suppléer par quelques développements au silence de l'auteur. C'est en étudiant le tableau des opérations que l'on arrive à en trouver la clef.

A. — *Résolution numérique des puissances pures.*

Exposons d'abord la méthode générale d'extraction de la racine d'un degré quelconque m d'un nombre donné P.

Après avoir partagé ce nombre P en tranches de m chiffres à partir de la droite et déterminé ainsi le nombre de chiffres de la racine, il prend les deux premières tranches de gauche renfermant la puissance m des deux premiers chiffres (D+U) égale à

$$D^m + mD^{m-1}U + MD^{m-2}U^9 + NDU^{m+1} + U^m \quad [1].$$

Il cherche la racine d de la plus grande puissance contenue dans

http://rcin.org.pl

la première tranche qui renferme D^m et il obtient ainsi le premier chiffre de la racine. Retranchant d^m de la partie de la puissance qui le renferme, il obtient un reste égal ou supérieur à

$$mD^{m-1}U + mD^{m-2}U^2 + \ldots + NDU^{m-1} + U^m \qquad [2].$$

Dans ce reste il ne considère que les termes qui contiennent D qu'il remplace par la valeur trouvée d et il met U en facteur commun :

$$[md^{m-1} + Md^{m-2}U + \ldots + NdU^{m-2}]U \qquad [3].$$

Et en faisant dans le polynôme qui multiplie U, $U = 1$, il obtient un nouveau coefficient de U :

$$[md^{m-1} + Md^{m-2} + \ldots + Nd]$$

qu'il désigne sous le nom de *Somme des diviseurs.*

En divisant le reste obtenu plus haut par la somme des diviseurs il obtient pour U une valeur u qui généralement sera trop grande, mais ne peut pas être trop petite. Il substitue ensuite cette valeur de U dans le polynôme [2] et il retranche le nombre obtenu du reste des deux premières tranches ; si la soustraction n'est pas possible il retranche successivement une unité de u jusqu'à ce que l'opération soit possible. La dernière valeur de u sera le second chiffre de la racine.

La soustraction faite, il opère sur le second reste comme il aurait opéré sur le premier ; mais en remplaçant D par $(d+u)$, il obtient ainsi successivement les autres chiffres de la racine.

Si après la dernière opération il y a un reste, cela indique que P n'est pas une puissance de m exacte. Pour obtenir une valeur plus approchée exprimée en fractions décimales, il ajoute pour chaque chiffre décimal de la racine une tranche de m zéros et il continue l'opération comme pour les chiffres précédents.

Pour obtenir l'approximation exprimée en fraction ordinaire, si p est la racine à moins d'une unité, il prend une première fraction :

$$\frac{P - p^m}{mp^{m-1} + Mp^{m-2} + \ldots + Np + 1}$$

et une seconde fraction :

$$\frac{P - p^m}{mp^{m-1} + Mp^{m-2} + \ldots + Np}$$

prenant la première fraction et en l'ajoutant à la racine il a une valeur *approchée par défaut ;* en prenant la seconde, la valeur est *approchée par excès.*

http://rcin.org.pl

Et en ajoutant les deux fractions terme à terme, il obtient une fraction moyenne encore plus approchée.

B. — *Résolution numérique des puissances affectées.*

La résolution numérique des puissances affectées est obtenue par une méthode qui diffère peu de celle appliquée aux puissances pures; mais il est souvent nécessaire de préparer par certaines transformations les équations données de manière à ce qu'elles renferment le plus petit nombre possible de termes, que la *puissance soit toujours affirmée et que les affections soient toutes affirmées ou toutes niées*; car lorsque la puissance est arrachée d'un ou plusieurs homogènes sous le degré, ou si l'équation est formée d'un mélange de termes affirmés et niés, l'équation peut avoir plus d'une racine positive; cet inconvénient n'empêche pas la résolution, mais il la rend plus difficile.

Pour donner une idée de la méthode générale, nous allons prendre l'exemple de la résolution de l'équation du troisième degré :

$$x^3 + ax = \mathrm{P}$$

soit D le chiffre de l'ordre le plus élevé des unités de la racine et U le reste. En posant $x = \mathrm{D} + \mathrm{U}$ et en développant on a :

$$\mathrm{P} = \mathrm{D}^3 + 3\,\mathrm{D}^2\mathrm{U} + 3\,\mathrm{DU}^2 + \mathrm{U}^3 + a\mathrm{D} + a\mathrm{U}$$

d'où
$$\mathrm{P} - (\mathrm{D}^3 + a\mathrm{D}) = (3\,\mathrm{D}^2 + 3\,\mathrm{DU} + a)\,\mathrm{U} + \mathrm{U}^3$$

Et si d est le chiffre trouvé pour la valeur de D, on aura, en négligeant U^3 et faisant dans le coefficient de U, $\mathrm{U} = 1$

$$\mathrm{U}' = \frac{\mathrm{P} - (d^3 + ad)}{3d^2 + 3d + a}$$

valeur généralement trop forte que l'on réduira par des essais successifs jusqu'à ce que l'on arrive à la bonne valeur U.

On formera alors le reste :

$$\mathrm{R}_1 = \mathrm{P} - (d^3 + ad) - (3d^2 + 3\,du + a)\,u - u^3$$

et l'on continuera l'opération en faisant :

$$x = (d+u) + \mathrm{U}''$$

Pour déterminer d on divisera P en tranches de trois chiffres et on prendra généralement pour sa valeur la racine cubique de la première tranche à gauche. Viète donne l'exemple des calculs pour l'équation :

$$x^3 + 30\,x = 14\,356\,197$$

http://rcin.org.pl

C. — *Résolution numérique des puissances arrachées.*

Résolution numérique des puissances arrachées. — Enfin, pour terminer, nous allons encore montrer comment le grand géomètre trouve les deux racines positives d'une puissance arrachée telle que

$$ax^{m-n} - x^m = P$$

Dans ce cas, encore plus que dans celui que nous venons d'examiner, la méthode ordinaire que nous allons exposer, notamment en ce qui concerne la détermination du premier chiffre de la racine, subit certaines modifications; mais leur analyse nous entraînerait trop loin, nous nous contenterons donc d'exposer la méthode ordinaire sur une équation du troisième degré

$$ax - x^3 = P.$$

Viète a démontré que cette équation a deux racines positives X et x, qu'en outre $X > \frac{3P}{2a}$ et $x < \frac{3P}{2a}$; qu'entre les deux racines positives existent les relations $X^2 + xX + x^2 = a$ et $Xx(X+x) = P$, enfin que $X > \sqrt[3]{\frac{1}{2}(\sqrt{a})^3 - P}$

Si c'est la plus petite racine x qu'il veut trouver, voici comment il opère : il cherche à déterminer son premier chiffre d, c'est-à-dire celui de l'ordre le plus élevé, et comme la racine ne peut être plus grande que $\frac{3P}{2a}$ il essaie le premier chiffre de quotient; en faisant $x = d + U$, il a, comme il l'a montré dans les *Notæ Priores* :

$$P = ad + aU - d^3 - 3d^2U - 3dU^3 - 3\,dU^2 - U^3$$

d'où le premier reste :

$$P + d^3 - ad = U(a - 3\,d^2 - 3dU) - U^3$$

et en supposant $U = 1$ dans le coefficient et négligeant U^3, il trouve :

$$u = \frac{P + d^3 - ad}{a - 3\,d^2 - 3d}$$

pour valeur d'essai.

Le second chiffre étant déterminé après essais successifs, il continue l'opération en faisant :

$$x = (d+u) + U$$

http://rcin.org.pl

La plus petite racine étant trouvée, il détermine la plus grande, qui est alors :

$$X = -\frac{a}{2} + \sqrt{a - \frac{3x^2}{4}}$$

Si au contraire c'est la plus grande racine qu'il veut trouver, il cherche son premier chiffre en prenant le premier chiffre de $\sqrt[3]{(\sqrt{a})^3 - P}$ et il opère comme pour trouver la plus petite racine.

Et, après avoir trouvé cette plus grande racine X, il obtient la plus petite $x = -\frac{a}{2} + \sqrt{a - \frac{3x^2}{4}}$

Comme exemple numérique, Viète applique la méthode de l'équation :

$$13{,}104\,x - x^3 = 155{,}520$$

V. — Recognition des equations.

F. V. *De Aequationum recognitione et emendatione Tractatus duo quibus nihil in hoc genere simile aut secundum huic aevo hactenus visum.*

(Paris — Jean Laquenay — 1615).

Publié aux frais de *Phebus d'Albret, baron de Myosans.*

Les deux parties de l'Art analytique qui suivent forment deux traités qui se trouvaient dans les papiers que Viète avait légués à son secrétaire **Pierre Aleaume,** devenu conseiller au Parlement de Paris. Ils étaient passés aux mains de son fils **Jacques Aleaume,** ingénieur militaire du roi Louis XIII, qui, n'ayant pas le loisir de s'en occuper, laissa le soin de les publier en 1615 à Anderson, géomètre écossais : « Cette partie d'une œuvre précieuse, dit An-
« derson, n'a pas reçu de son auteur le dernier coup de lime ;
« sur quelques points elle n'a été qu'ébauchée, mais elle n'en
« sera pas moins utile à ceux qui s'occupent de mathématiques.
« On peut affirmer hardiment que jamais jusqu'à ce jour il n'a
« paru dans ce genre aucune œuvre qui puisse lui être comparée
« .....Quoique le manuscrit dont j'ai fait usage fût altéré en
« beaucoup de ses parties, mutilé en d'autres, je n'ai fait que
« vérifier chaque équation, chaque formule, et corriger certains
« passages qui fourmillaient de fautes. En un mot, je n'ai cher-
« ché à restituer le texte que là où il présentait quelques lacunes
« qui le rendaient inintelligible... »

http://rcin.org.pl

Ce traité renferme dans son ensemble, démontrés d'une manière générale, tous les procédés pour la transformation des équations propres à rendre leur résolution plus facile ; et à ce titre il aurait dû être placé avant celui de la résolution numérique des puissances.

Pour arriver à ce résultat, Viète étudie la composition des équations au triple point de vue de la *Zétèse*, du *Plasma* et de la *Synchrèse*.

A. — *Zétèse.*

La Zétèse comprend l'examen direct des *relations entre l'inconnue, les coefficients et le terme connu, dans l'équation canonique.* La plupart des théorèmes énoncés par Viète en vue seulement des racines positives sont généraux et s'appliquent aussi bien aux racines négatives et imaginaires.

Il n'étudie dans la Zétèse que les équations trinômes du second et du troisième degré sous leurs seules trois formes, où elles ont, les deux premières, une racine positive et la dernière deux racines positives :

$x^m + p_n x^{m-n} = q_m$ ...... *kataphatique*, c'est-à-dire *affirmative.*
$x^m - p_n x^{m-n} = q_m$ ...... *apophatique*, ou *négative.*
$px^{m-n} - x^m = q_n$ .... *amphobilique*, ou *ambiguë.*

Les théorèmes étant analogues dans chaque degré pour chacune des trois formes nous n'allons citer que ceux qui se rapportent à la première. Ajoutons que, pour éviter les radicaux, Viète a donné aux quantités connues des formes qui lui permettent d'éviter cet inconvénient.

1° $x^2 + px = q_2$. — *Il existe trois proportionnelles continues dans lesquelles le premier terme est p, le moyen est x, la différence entre le troisième et le moyen,* q_2. Théorème qui correspond au Zététique : *étant donnée la première de trois lignes proportionnelles et la différence entre la seconde et la troisième, trouver la seconde.*

2° $x^3 + p^2x = p^2q$. — *Il existe quatre proportionnelles dans lesquelles la première est p, la seconde x, et la somme de la seconde et de la quatrième q.* Théorème correspondant au Zététique : *étant donnée la première des quatre lignes proportionnelles et la somme de la seconde et de la quatrième, trouver la seconde.*

3° $x^3 + px^2 = pq^2$. — *Il existe quatre proportionnelles dans lesquelles, étant données la première ou plus petit extrême égal à p, et la différence entre la seconde et la quatrième égale à q, enfin la différence entre la première et la troisième égale à x.*

http://rcin.org.pl

Ce que l'on peut vérifier sur l'équation $x^3 + 6x^2 = 1800$, pour laquelle la suite proportionnelle est 6, 12, 18, 27 *et* $x = 10$.

4° $x^3 \pm 3p_2x = q_3$. — Viète passe ensuite à d'autres relations existant dans ces équations $x^3 \pm 3p_2x = q_3$, mais avec cette restriction qu'elles ne peuvent être réellement utiles à la résolution des équations que dans le cas où $4\,(p_2)^3 < (q_3)^2$, ce qui exclut le cas *irréductible*.

Il faut se reporter aux *Notæ priores* pour bien saisir sa méthode. Il a, en effet, démontré que :

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3\,(a \pm b)\,ab\,;$$

or, si l'on fait $(a \pm b) = x$, $(a^3 \pm b^3) = q_3$ et $ab = p_2$, on retrouve l'équation

$$x^3 \pm 3p_2x = q_3.$$

Et comme dans les Zététiques XV et XVI du second livre il a résolu la question « *étant donnée la somme ou la différence de deux cubes, et le rectangle des côtés, trouver la valeur des côtés*, suivant son habitude, il laisse au lecteur le soin de trouver x.

5° *Cas irréductible.* — Comme on le voit, le grand géomètre résout avec la plus grande facilité ce problème de la résolution de l'équation du troisième degré qui a coûté tant de peines et de travaux à Cardan et à Tartaglia. Ces deux anciens algébristes sont venus se butter au *cas irréductible* ; le premier après l'avoir reconnu avouant franchement son impuissance, le second prétendant au contraire que ses formules étaient applicables à tous les cas, mais que Cardan n'avait pas su en faire usage.

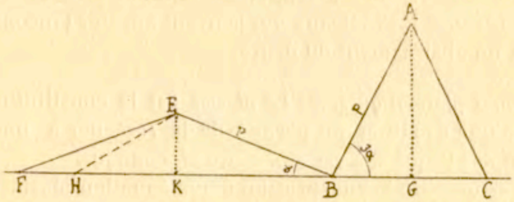
Voici le théorème remarquable de Viète qui renferme tous les cas irréductibles « *Si* $x^3 - 3p^2x = p^2q$, *p étant plus grand que* $\frac{1}{2}q$, *on a également* $3p^2y - y^3 = p^2q$; *dans ce cas, il existe deux triangles rectangles ayant pour hypoténuse commune p et dans lesquels l'angle aigu du second opposé à son perpendicule est le triple de l'angle aigu du second opposé à son perpendicule. q est égal au double de la base du premier, x au double de la base du second, et y à la base du second augmentée ou diminuée de la longueur de la ligne dont le carré est le triple du carré du perpendicule.*

Ce théorème embrasse les deux cas des équations irréductibles que Viète considère : le premier, dans lequel il n'y a qu'une racine positive, le second où il y en a deux ; mais il a dû l'emprunter aux théorèmes « qu'il a fallu reléguer dans le bosquet de zététiques spéciaux dépendant des *Sections angulaires.* »

Le Traité analytique des Sections angulaires que nous examinons

http://rcin.org.pl

plus loin (IX) ne nous est arrivé que réduit aux énoncés des théorèmes réunis et démontrés par **Anderson** ; mais, en se reportant aux propositions XVI et XVII du *Supplément à la géométrie* (VIII) où Viète établit les relations entre deux triangles isocèles dans lesquels l'angle adjacent à la base de l'un est triple de l'angle correspondant de l'autre, on peut rétablir facilement cette lacune.



Premier cas. — Soit ABC un triangle isocèle dans lequel $AB = p$, $BC = q$, $ABC = 3\alpha$; soit BEF un second triangle isocèle dans lequel $EB = p$, $FB = x$, $EBF = \alpha$. Ces deux triangles sont formés avec les triangles rectangles de l'énoncé, l'un ABC, l'autre EBK. Dans le premier on a $\cos 3\alpha = \frac{q}{2p}$, et par suite $x = 2p \cos \alpha$. Viète ne considère que cette valeur qui est toujours positive. Les deux autres valeurs sont $-p \cos(60 - \alpha)$ et $-p \cos(60 + \alpha)$.

Second cas. — $EH = 2EK$, d'où $HK = EK\sqrt{3}$ et comme on doit avoir $y = FK \pm HK$, les deux racines positives de l'équation seront $y = p(\cos \alpha \pm \sin \alpha \sqrt{3})$; il est facile de voir que la racine négative est $-p \cos \alpha$.

B. — *Plasma.*

Une partie importante du traité est consacrée à la transformation des équations par altération des racines. Les différents modes *de transformation des équations par altération de la racine* donnés par Viète et dont quelques-unes étaient déjà employées avant lui pour les équations numériques sont les suivants ; en faisant :

Par addition ou soustr.	$x \pm b = y$	Par analogie implicite.	$x = \frac{bc}{y}$
Par multiplication	$x = by$	Par hypostase parabolique (par union et division).	$\left\{ \begin{array}{l} y^2 + xy = b_2 \\ y^2 - xy = b_2 \\ xy - y^2 = b_2 \end{array} \right.$
Par division	$x = \frac{y}{b}$		
Par analogie explicite	$x = \frac{by}{c}$		

http://rcin.org.pl

On peut encore transformer les équations sans altérer la racine en groupant les termes d'une équation dans les deux membres, en leur ajoutant d'autres termes, en les élevant à une puissance, en mettant en évidence un facteur commun fonction de l'inconnue et en le supprimant. Ces transformations donnent lieu, les unes à une élévation du degré, notamment lorsque l'on veut faire disparaître les radicaux qui peuvent affecter l'inconnue ; les autres à un abaissement du degré.

Equations plasmatiques. — Le *plasme* est la constitution particulière d'une équation qui permet de la ramener à une forme plus simple ; l'équation est alors dite *plasmatique*.

Viète détermine la constitution d'une équation plasmatique en transformant une équation plus simple par un des moyens qu'il vient d'indiquer, et il obtient ainsi, en prenant pour point de départ des équations du second et du troisième degré, un certain nombre d'équations plasmatiques généralement d'un degré plus élevé, mais dans lesquelles les coefficients et le terme connu sont des fonctions des coefficients et du terme connu de l'équation d'où il est parti. Ces fonctions sont ordinairement d'un degré moins élevé que l'équation plasmatique donnée, et en les identifiant aux coefficients et aux termes connus de cette dernière, il arrive à déterminer les coefficients et le terme connu de l'équation d'un degré moins élevé, d'où l'équation plasmatique dérive.

Tous les théorèmes sur le plasme donnés par Viète ne conduisent pas à ce résultat, mais ils n'en sont pas moins intéressants au point de vue de la composition des équations.

Nous nous contenterons d'en citer quelques-uns, pour faire connaître ces méthodes intéressantes, en regrettant de ne pouvoir donner plus de développement à cet important sujet.

Avec l'équation $y^2 = q_2$, en faisant $y - p = x$, on obtient l'équation plasmatique $x^2 + 2px = q_2 - p^2$

Or l'équation $x^2 + Ax = B$, en faisant $2p = A$, $q_2 - p^2 = B$ donne $q_2 = B + \frac{A^2}{4}$, $y = \sqrt{B + \frac{A^2}{4}}$ et $x = -\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + B}$

De l'équation du second degré $x^2 + px = q_2$.

Viète tire l'équation plasmatique du quatrième degré

$$x^4 + (p^3 + 2pq_2)\,x = q^2_2 + p^2\,q_2$$

Suivant sa coutume, il laisse au lecteur le soin d'appliquer le théorème, ce qui est facile, car si l'on a l'équation

$$x^4 + Ax = B$$

http://rcin.org.pl

en posant $p^3 + 2pq_2 = A$, $q^2_2 + p^2 q_2 = B$
p sera donné par l'équation $p^6 + 4Ap^3 = B^2$
et en faisant $z = p^2$, au moyen de la *réduite*

$$z^3 + 4Az = B^2$$

p étant déterminé, q le sera et par suite x sera donné par la racine positive de

$$x^2 + px = q_2$$

De l'équation du second degré $\qquad x^2 + px = q_2 + z_2$.
Viète tire l'équation plasmatique

$$x^4 - (2r^2 + p^2)\,x^2 + 2pq_2\,x = q^2_2 - r^2_2$$

Et en l'identifiant avec $x^4 - Ax^2 + Bx = C$, on arrive en faisant $p^2 = z$ à la réduite

$$z^3 - 2A^2z^2 + (A^2 + 4C)\,z = B^2$$

A la doctrine du plasme Viète rattache différents cas où les équations trinômes ont *toujours* deux racines positives; après avoir démontré que l'équation du second degré de la forme $px - x^2 = q_2$ a *toujours* deux racines positives, il montre qu'il en est de même des équations plasmatiques qui en dérivent, c'est-à-dire de l'équation $Ax^2 - x^3 = B$ et des équations du type $Ax^n - x^{2n} = B$, ce qui d'ailleurs s'accorde avec le théorème de Descartes qui montre que ces équations ne peuvent pas avoir plus de deux racines positives; mais il est bien entendu, et Viète le démontre ailleurs, qu'il y a d'autres équations qui ont deux et plus de deux racines positives.

C. — *Synchrèse.*

Equations corrélatives. — « La *Synchrèse* (comparaison), dit « François Viète, est la comparaison de l'une avec l'autre de « deux équations *corrélatives* (*correlatarum*) dans le but de « bien saisir leur composition. Deux équations sont dites *corré-* « *latives* lorsqu'elles sont toutes deux semblables et qu'elles sont « constituées par les mêmes quantités données... Cependant « leurs racines sont différentes, soit que par la forme même des « équations elles soient explicables par deux ou par plusieurs « racines, soit parce que la qualité et le signe des affections y « soient différents.

« Il suffira d'exposer ici la doctrine des équations corrélatives les « plus simples, c'est-à-dire de celles qui ne sont embarrassées « que d'une seule affection, pour que l'ouvrier habile opère de la

http://rcin.org.pl

« même manière et avec sûreté sur les équations qui supportent « des affections en plus grand nombre.

« Les équations corrélatives se présentent sous trois formes :

« La première est celle des équations à deux racines (*ancipites*) « et dans lesquelles la puissance est arrachée de l'homogène d'af- « fection.

« La seconde est celle des équations *contredisantes* (*contradi-* « *centes*), c'est-à-dire de celles dans l'une desquelles la puissance « est affectée affirmativement, tandis qu'elle l'est négativement « dans l'autre.

« La troisième est celle des équations *inverses* (*inversæ*) qui « sont celles où l'une des puissances est affectée par la soustrac- « tion de l'homogène d'affection et dans l'autre c'est au contraire « l'homogène d'affection qui est retranché de la puissance. »

Dans cette partie de son livre, Viète énonce les théorèmes d'une manière générale : « *Proponatur B parabola in A gradum — A potes-* « *tati æquari z homogenææ* », ou $p_n x^{m-n} - x^m = q_m$ avec les notations que nous avons adoptées.

1° *Equations à deux racines.* — Soit $p_n x^{m-n} - x^m = q_m$

Sous cette forme l'équation a deux racines positives : Soient a et b ces racines, on a :

$$\frac{a^m - b^m}{a^{m-n} - b^{m-n}} = p_n \qquad \frac{a^m b^{m-n} - b^m a^{m-n}}{a^{m-n} - b^{m-n}} = q_m$$

Si $m = 2$ et $n = 1$ on trouve $a + b = p$, $ab = q$

Si $m = 3$ et $n = 2$ on trouve $a^2 + ab + b^2 = p_2$ $ab(a + b) = q_3$

2° *Equations contredisantes.* — Soient $x^m + p_n x^{m-n} = q_m$ et $y^m - p_n y^{m-n} = q_m$

Ces deux équations ont chacune une racine positive : soient a et b ces racines, on aura :

$$\frac{b^m - a^m}{b^m + a^m} = p_n \qquad \frac{a^m b^{m-n} + b^m a^{m-n}}{b^{m-n} + a^{m-n}} = q_m$$

3° *Equations inverses.* — Soient les deux équations :

$$x^m + p_n x^{m-n} = q_m \text{ et } p_n y^{m-n} - y^m = q_{m'}$$

Ces deux équations ont chacune une racine positive a et b. On aura :

$$\frac{a^m + b^m}{a^{m-n} + b^{m-n}} = p_n \qquad \frac{a^m b^{m-n} - b^m a^{m-n}}{a^{m-n} + b^{m-n}} = q_m$$

Viète reconnait que « si dans les équations à deux racines la « synchrèse est toujours utile, son emploi dans les équations

http://rcin.org.pl

« contradictoires et inverses produit tantôt de bons effets et « tantôt ne sert à rien. Son utilité dépend de l'ordre de leurs « puissances », c'est-à-dire des cas où la division des numérateurs de p_n et de q_m est possible. Les quotients sont alors formés de la somme de proportionnelles ou toutes affirmées ou alternativement affirmées ou niées.

Après un certain nombre de théorèmes sur les proportionnelles continues comme par exemple : *Si l'on a m proportionnelles continues, la première est à la dernière comme les puissances $m - 1$ des $m - 1$ premières alternativement affirmées et niées est aux puissances $m - 1$ des $m - 1$ dernières alternativement affirmées et niées*, il passe aux relations qui existent entre les coefficients, le terme connu et les deux racines d'une équation à deux racines.

Nous ne nous arrêterons qu'au type $p_{m-1}x - x^m = q_m$ ayant deux racines positives a et b. Dans ce cas, *si entre a et b on insère $m - 1$ moyens proportionnels continus, p_{m-1} sera la somme des puissances $m - 1$ des m proportionnelles, q_m sera le produit de l'un ou de l'autre extrême par la somme des puissances $m - 1$ des $m - 1$ autres proportionnelles*.

Enfin, après avoir montré comment peut être abaissé le degré des trois types $p_n x^n - x^{2n} = q_{2n}$, $p_{2n} x^{2n-2} - x^{2n} = q_{2n}$, $p_4 x^{2n-4} - x^{2n} = q_{2n}$ et les équations analogues en faisant $x^2 = y$, Viète étudie les équations contredisantes et inverses comme il a étudié les équations à deux racines, mais nous ne nous arrêterons pas sur ces dernières pages dont quelques théorèmes ne sont qu'ébauchés. Ce que nous avons dit suffit pour faire connaître ce livre remarquable.

VI. — Emendation des équations.

F. V. *Ad logisticem speciosam Notæ Posteriores.*
De æquationum emendatione.

Dans la table placée en tête de l'Isagoge, figure après le traité de la *Recognition des équations* celui-ci, intitulé « *Notes dernières de la Logistique spécieuse* » ; il devait être un recueil de formules, et constituer la seconde ou dernière partie des *Notes premières* ; il ne nous est pas parvenu sous son titre primitif, mais nous le possédons avec un titre différent, sous celui de « *l'Emendation des équations* ».

L'expression *émender* est prise dans l'acception de amender, corriger, réformer, réparer les équations *pour les ramener à la forme canonique indispensable pour leur résolution.* Le nombre considé-

http://rcin.org.pl

rable de formules (*Notæ*) qui constituent cette partie de l'œuvre du grand géomètre, justifient le nom qu'il lui avait assigné primitivement, mais celui qu'il lui a donné ultérieurement la caractérise beaucoup mieux.

A. — *Procédés réguliers d'émendation.*

Les procédés mis en œuvre par Viète sont au nombre de cinq et reposent généralement sur la composition des équations reconnue dans le traité qui précède.

1° *L'expurgation par fraction déterminée consiste à faire disparaître un terme d'une équation.* On arrive à ce résultat si c'est le second terme de l'équation $x^m \pm A\, x^{m-1} + \ldots = B$ en posant $x = y \pm \frac{A}{m}$

Viète fait remarquer d'ailleurs que l'on ne peut faire disparaître qu'un seul terme, car en cherchant ensuite à en faire disparaître un autre, le premier terme disparu reparaît ; d'ailleurs on peut faire disparaître de l'équation une autre affection que celle sous le degré.

Le procédé pour l'équation trinôme $x^m + p_m\, x^{m-n} = q^m$ consiste à faire $x = y + a$, a est donné par la relation N $a^n = p_n$ dans laquelle N est le nombre figuré ayant pour indices m et n, c'est-à-dire :

$$\frac{m\,(m-1)\,(m-2)\ldots(m-n+1)}{1\;.\;2\;.\;3\;.\;.\;.\;n}$$

2° *De la transformation par « premier-dernier » qui est le remède contre le défaut de la négation.* (*De transmutatione* « πρῶτον-εσχατον » *quæ remedium est adversus vitium negationis*).

Lorsque dans une équation la racine est une fraction, il est nécessaire de la transformer en une autre dans laquelle la racine est un nombre entier, et que l'on peut résoudre numériquement.

Viète obtient ce résultat au moyen de la transformation par analogie explicite en faisant dans l'équation générale

$$x^m - A\,x^{m-1} + \quad + B\,x^2 + C\,x = D$$

$x = \frac{D}{y}$, x *premier* extrême devient y, *dernier* extrême, nouvelle inconnue de la transformée

$$y^m - C\,y^{m-1} - BD y^{m-2} - \ldots\; AD^{m-2} y = D^{m-1}$$

3° *L'anastrophe* (*inversion*) ou comment, en présence de l'ambiguïté des racines dans les équations corrélatives, on peut, connaissant l'une des racines, trouver l'autre.

http://rcin.org.pl

Ce procédé ingénieux, difficile à formuler d'une manière générale, repose sur la division de $\frac{a^m \pm b^m}{a^n \pm b^n}$, lorsqu'elle peut se faire exactement, et il est employé pour transformer une équation que l'on ne doit pas résoudre en une autre que l'on peut résoudre numériquement.

Soit $p\,x - x^3 = q$ que l'on ne sait pas résoudre numériquement ; aux deux termes de l'équation $x^3 = px - q$, on ajoute y^3 $x^3 + y^3 = px + y^3 - q$. On pose $y^3 - q = py$, et l'on a

$$x^3 + y^3 = p\,(x + y)$$

Les deux membres étant divisibles par $x + y$ on a

$$x^2 + xy = p - y^2$$

Mais on sait résoudre numériquement $y^3 - py = q$

Soit a la racine ; les deux racines de x seront données par l'équation

$$x^2 + ax = p - a^2$$

Parmi les exemples, nous choisirons encore celui du type général

$$p\,x^{2n} \;- x^{2n+1} = q_{2n+1}$$

que l'on peut abaisser au degré $2n$, en raison de la divisibilité de $x^{2n+1} + y^{2n+1}$ et de $x^{2n} - y^{2n}$ par $x + y$ —. Ainsi, pour $px^4 - x^5 = q_5$, en faisant $q^5 + py^4 = q_5$, équation que l'on sait résoudre numériquement, si on trouve $y = a$, la *réduite* sera

$$a^2\,(a+p)\,x - a\,(a+p)\,x^2 + (a+p)\,x^3 - x^4 = a^3\,(a+p)\,.$$

4° *De l'isomérie.* — C'est une opération qui permet de débarrasser les équations des dénominateurs fractionnaires.

« On réduit, dit Viète, les fractions au même dénominateur « d'après les règles de l'arithmétique, on multiplie ensuite les « coefficients longueur par les racines de ce dénominateur com« mun, les coefficients plans ou homogènes par les carrés du déno« minateur, les coefficients solides par les cubes, ainsi de suite. Le « dénominateur commun multiplié par la racine de l'équation « proposée est la racine de l'équation transformée. » Le terme « connu doit être multiplié par le dénominateur commun élevé à « la puissance du degré de l'équation.

5° *Du climatisme rationnel* (1) *contre le défaut de l'irrationalité.* —

(1) De symmetrico climatismo contra vitium assymetriæ. Climatismus n'est ni grec ni latin ; Viète lui donne l'acception de s'élever sur l'échelle des puissances.

http://rcin.org.pl

C'est la transformation d'une équation dans le but de faire disparaître les coefficients irrationnels qu'elle renferme.

« Lorsque, dit Viète, des nombres dans une équation sont irra-
« tionnels, on les dispose de telle façon que les grandeurs qui ren-
« ferment les nombres irrationnels forment un des membres de
« l'équation, et le reste, l'autre ; on élève les deux membres au
« degré nécessaire, et, s'il le faut, on répète l'opération jusqu'à ce
« que toutes les irrationnelles aient disparu..... Cependant il y a
« encore d'autres remèdes et assez nombreux comme par exemple
« l'*isomérie* et certaines transformations indiquées par la compo-
« sition même des équations telle qu'elle a été révélée par la Zé-
« tèse. »

B. — *Formules générales de résolution des équations du quatrième et troisième degré.*

Après cet exposé des cinq procédés de transformation, Viète donne les formules générales de la résolution des équations du quatrième et troisième degré. Pour le quatrième degré il emploie les artifices employés par **Bombelli** pour la résolution des équations numériques, mais il ramène les 42 cas du géomètre de Boulogne aux sept types correspondant aux cinq équations générales.

Soit par exemple l'équation

$$x^4 + 2p_2 x^2 + r^3 x = q^4$$

correspondant au douzième cas de Bombelli.

En faisant le premier membre égal à $(x^2 + p_2 + \frac{1}{2} y^2)^2$,

et le second *à* $(\frac{r_3}{2y} - xy)^2$, il trouve la transformée

$y^6 + 4p_2 y^4 + (q_4 - p_2^2)\, y^2 = r^2_3$, et si $y^2 = z$, la réduite,

$z^3 + 4p_2 z^2 + (q_4 - p_2^2)\, z = r_3^2$

Après la résolution de la réduite qui donne z et par suite y, soit a cette valeur,

x sera alors la racine positive de $x^2 + ax = \frac{r_3}{2a} - p_2 + \frac{a^2}{2}$

Pour le troisième degré Viète arrive à la réduite du deuxième degré par un procédé très simple.

Soit l'équation $\quad x^3 + 3p_2 x = 2q_3.$

Si on pose $y^2 + xy = p_2$ ou $x = \frac{p_2 - y^2}{y}$

http://rcin.org.pl

et si on substitue cette valeur dans la proposée, on arrive, tous calculs faits, à la réduite $(y^3)^2 + 2q_3 y^3, = p^3{}_2$

$$\text{d'où } y = \sqrt[3]{\sqrt[2]{q_3{}^2 + p^3{}_2} - q_3} \text{ et}$$

$$x = \sqrt[3]{\sqrt[2]{q_3{}^2 + p^3{}_2} + q_3} - \sqrt[3]{\sqrt[2]{q^2{}_3 - p^3{}_2} - q_3}$$

valeur toujours positive et réelle.

Pour le type $x^3 - 3p_2 x = 2q_3$ on arrive à

$x = \sqrt[3]{\sqrt[2]{q^2{}_3 - p^3{}_2} + q_3} - \sqrt[3]{\sqrt[2]{q^2{}_3 - p^3{}_2} - q_3}$ qui comprend le cas irréductible lorsque $p^3{}_2 > q^2{}_3$.

Les divers cas traités si péniblement par Cardan se réduisent aux types que nous venons d'examiner.

Viète, en outre, rattache à la transformation des équations celle qui consiste à transformer une équation trinôme donnée en une autre dont ou le coefficient de l'inconnue ou le terme connu sont donnés ; nous ne nous y arrêterons pas.

C. — *Anomali.* — *Procédés irréguliers d'émendation.*

Outre ces procédés réguliers de transformation et d'abaissement des équations il en existe d'autres encore.

« Quant aux procédés irréguliers (*anomali*) il ne peut « être établi aucune règle, car l'anomalie des équations, dit « François Viète, n'est pas plus limitée que ne le sont les res- « sources et l'habileté de l'opérateur à la recherche de voies « nouvelles. Toutefois, pour donner carrière à ces ressources il « semble opportun de faire connaître quelques théorèmes relatifs « à la constitution et à la réduction de certaines équations « remarquables par leur forme et leur élégance. »

Il fait alors connaître une série d'équations trinômes de différents degrés dans lesquelles, au moyen de certaines relations entre le coefficient et le terme connu, on peut abaisser le degré de l'équation.

Nous prenons au hasard quelques exemples sur les dix-sept qu'il donne.

1° Si $x^3 - 2p^2 x = p^3$ on a $x^2 - px = p^2$

2° Si $rx^2 + prx - x^3 = p^3$ on a $(p + r)\,x - x^2 = p^2$

3° Si $3p_2 x - x^3 = \sqrt[2]{2p^3{}_2}$ on a $x = \dfrac{\sqrt{3p} - \sqrt{2p_2}}{\sqrt{2}}$

http://rcin.org.pl

4° Si $x^4 - 2px^3 + 4p^3x = 2p^4$ on a $2p^2x^2 - x^4 = 4p^4 - 2p^3\sqrt{3}$, et $x = p\sqrt{1 \pm \sqrt{2\sqrt{3} - 3}}$

D. — *Théorèmes généraux sur la composition des équations.*

Dans un autre ordre d'idées, nous trouvons une série de théorèmes pour le cas général d'une ligne divisée en moyenne et extrême raison ou en $(m - 1)$ segments en proportion continue ; il peuvent à peu près tous se résumer dans l'énoncé général : *Dans une série de* (m + 1) *proportionnelles continues, si* b *est un des extrêmes connus et* x *le moyen qui le suit ou le précède, l'inconnue est la racine d'une équation de degré* m *dont les termes, alternativement positif et négatif, ont pour coefficients les puissances de* b, *complémentaires de celles de* x, *de manière que les deux donneront toujours le degré de l'équation : le terme connu est égal au produit des termes qui suivent ou précèdent l'extrême connu pris alternativement avec le signe + et avec le signe —, par la puissance* (m — 1) *de l'extrême connu. Si* m *est pair,* x *a deux valeurs positives si la somme des proportionnelles qui entrent dans la composition du terme connu est négative; dans le cas contraire, il n'y a qu'une racine positive. Si* m *est impair, l'équation a toujours deux racines positives.*

Enfin ce traité est terminé par une « élégante et admirable collection de théorèmes qui en sont comme le terme et le couronnement » suivant l'expression même du grand géomètre. Ces théorèmes sont compris dans le Théorème général :

Dans une équation de degré pair et dont les termes renfermant x *sont ordonnés suivant ses puissances croissantes, comme dans une équation de degré impair dans laquelle les termes en* x *sont ordonnés suivant ses puissances décroissantes, l'équation a autant de racines positives que l'indique son degré.*

Le coefficient de l'inconnue au premier degré est égal à la somme des m *racines; le coefficient de l'inconnue au troisième degré, à la somme des produits différents des racines prises trois à trois..... et ainsi de suite. Enfin, le terme connu formant le second membre de l'équation sera égal au produit des* m *racines.*

http://rcin.org.pl

VII. — Recensement canonique des Effections géométriques.

Effectionum geometricarum canonica Recensio.

Ce traité, publié en 1593, en même temps que les cinq livres des *Zététiques* se rapporte à l'application de l'algèbre à la géométrie.

Plusieurs géomètres, entre autres **Regiomontanus,** lorsqu'ils étaient dans l'impossibilité de résoudre par la géométrie certains problèmes, en cherchaient la solution *numérique* au moyen des relations *numériques* données par la figure; ainsi, dans Regiomontanus, nous trouvons le problème :

Etant données dans un triangle la somme des côtés, la base et la hauteur, trouver la longueur des côtés.

Les calculs effectués sur les nombres au fur et à mesure qu'ils se présentent conduisent Regiomontanus à une équation du second degré qui, résolue, lui donne un nombre.

Viète, dans son livre des *Effections géométriques*, montre comment, si l'on applique son algèbre nouvelle à la recherche des problèmes de géométrie, et si l'on est conduit à une équation algébrique du second degré ou à une équation bicarrée, on peut *construire géométriquement en lignes* la solution au moyen des coefficients de l'équation, sans qu'il soit nécessaire de la résoudre.

Deux exemples suffiront pour donner une idée de ce que renferme cet important traité.

Equations du second degré. — Dans la proposition X, Viète démontre que :

Si trois droites sont proportionnelles, le carré du plus grand extrême, diminué du rectangle de la différence des deux extrêmes par le plus grand extrême, est égal au carré de la moyenne.

Dans la figure canonique de la moyenne proportionnelle on a :

$$BF : DF : FC$$

Et d'après la proposition démontrée on a :

$$BF^2 = (BF - FC)\,BF = \overline{DF}^2$$

qui correspond à $x^2 - px = q^2$.

On aura donc la valeur positive de x ou BF, en prenant sur les côtés d'un triangle droit

$$GF = BF - FC = p. \qquad DF = q.$$

Puis, du milieu A de GF comme centre, décrivant le cercle passant par le point D, on aura par son intersection avec GF

http://rcin.org.pl

prolongé, la longueur BF ou x. Il est facile de voir que la valeur négative de x est donnée par le segment FC.

Ainsi tout problème de géométrie traité par l'algèbre qui conduit au type $x^2 - px = q^2$ sera résolu immédiatement par la même construction au moyen des droites p et q.

Equations bicarrées.— Nous prendrons le second exemple dans les équations bicarrées.

Proposition XVII. — *Si le carré de la proportionnelle entre l'hypoténuse* AB *d'un triangle rectangle et son perpendicule* BC *est divisé par la base* AC, *le perpendidule* BC *est proportionnel entre la base* AC *et la droite dont le carré est égal à la différence entre le carré de la largeur née de la division et le carré du perpendicule.*

C'est-à-dire que l'on a :

$$\overline{BC}^2 = AC\sqrt{\frac{\overline{AB}^2 \cdot \overline{BC}^2}{\overline{AC}^2} - \overline{BC}^2}$$

d'où $$\overline{BC}^4 + \overline{AC}^2 \cdot \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 \cdot \overline{AC}^2$$ qui correspond à

$$x^4 + p^2x^2 = p^2q^2.$$

Et en prenant $p = AC$, $q = AB$, Viète, par une construction analogue, mais un peu moins simple que pour le cas précédent, détermine la longueur BC sans résoudre l'équation. La construction donne une seconde longueur, dont il ne tient pas compte et qui n'est autre que la racine négative de l'équation.

VIII. — Supplément a la géométrie.

F. V. — *Supplementum geometriæ ex opere restitutæ mathematicæ analyseos seu algebrâ novâ*

(Tours — Tametius Mettayer — 1593).

Ce traité est aux équations du troisième degré ce que celui des effections géométriques est aux équations du second degré et bicarrées. Viète entre en matière par cette déclaration :

Postulatum. — Lorsque la géométrie ordinaire fait défaut, on supplée à ce défaut si l'on accorde que l'on peut :

1° *Par un point quelconque pris dans le plan de deux droites qui se coupent, mener une droite telle que le segment intercepté entre les premières ait une longueur donnée.*

2° *Par un point quelconque pris dans l'aire ou sur la circonférence d'un cercle coupé par une droite indéfinie, mener une droite telle que le*

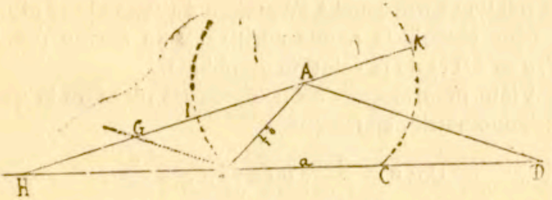
http://rcin.org.pl

segment intercepté entre cette droite et le cercle ait une longueur donnée.

L'Effection géométrique ou construction graphique est très simple ; en marquant sur une règle indéfinie une longueur égale à celle donnée, on peut faire mouvoir cette règle jusqu'à ce que les extrémités du segment soient sur les deux droites ou sur la droite et le cercle donné.

Il est facile de voir que le problème peut avoir deux ou quatre solutions, car, soumis à l'analyse, il conduit à une équation du quatrième degré ; mais comme Viète ne s'occupe que des solutions positives, et comme il a montré qu'une équation du quatrième degré peut toujours être ramenée à une équation cubique, il n'a traité, dans le Supplément à la géométrie, que des propriétés des lignes dont les relations rentrent dans un des types des équations du troisième degré ayant des racines positives. Et comme conclusion de son livre : « On peut affirmer d'une manière géné-« rale, dit-il, que, soit au moyen de la construction de deux « moyennes proportionnelles continues entre deux droites don-« nées, soit au moyen de la division d'un angle en trois parties « égales, il est possible de résoudre tous les problèmes réputés « insolubles par les autres méthodes, et dans lesquels entrent, « avec ou sans affections, des cubes qu'il faut égaler à des solides « ou des carrés-carrés à égaler à des plano-plans. »

Problème des deux moyennes proportionnelles. — Les premières propositions de son livre conduisent à une construction très simple du *problème des deux moyennes proportionnelles entre deux droites a et b de longueur donnée, b > a.*



Du point A comme centre, avec un rayon AB égal à la moitié du plus grand extrême, soit $\frac{1}{2}b$, on trace un cercle dans lequel on inscrit la corde BC égale au plus petit extrême *a*. On prolonge BC d'une longueur CD = BC : on joint DA et par le point B on mène une parallèle BG à DA. Par le point A on mène la ligne AH telle que le segment GH soit égal au rayon AB.

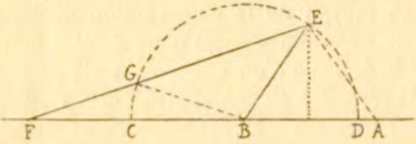
http://rcin.org.pl

Les quatre droites BC, HI, HB, IK forment une proportion continue : par conséquent, HI et HB sont les deux moyennes proportionnelles entre BC et IK et si l'on désigne HI par x et HB par x_1 l'on a :

$$x = \overline{BC}^2 \,.\, IK = a^2b \text{ et } x^3{}_1 = BC \,.\, \overline{IK}^2 = ab^2$$

Par conséquent, si un problème de géométrie conduit à une équation binôme $x^3 = A_1$, en vertu du principe de l'homogénéité A_1 ne peut être que le cube d'une droite ou le produit du carré d'une droite par une droite, ou le solide de trois droites, et au moyen de ces droites données on pourra obtenir, selon le cas, l'une ou l'autre des moyennes proportionnelles pour racine positive de l'équation.

Trisection de l'angle. — Le problème de la trisection de l'angle est résolu tout aussi facilement par une construction graphique.



Soit EBD l'angle donné. Du point B comme centre on décrit un cercle de rayon quelconque BE, on prolonge le diamètre DBC, et du point E au moyen de la règle mobile on trace EGF de manière que FG égale le rayon du cercle : alors l'angle EFD est le tiers de l'angle EBD donné, et Viète démontre que l'on a la relation.

$$\overline{FB}^3 - 3\,\overline{BC}^2 . FB = BC \,.\, \overline{BA}^2$$

BA étant la base du triangle isocèle BEA.

Cette relation correspond à l'équation du type $x^3 - 3p^2x = pq^2$, et l'on peut obtenir la racine positive x au moyen des lignes $p = BF$, $q = AB$ et de la solution graphique.

Mais Viète montre que l'on peut encore résoudre la question par la trigonométrie, en faisant

$$\text{Cos}\,\alpha = \frac{q}{2p}, \text{ d'où } x = p \cos\ \frac{\alpha}{3}.$$

Par des relations analogues, il résout graphiquement ou par la trigonométrie les autres types d'équation du troisième degré ramenées à la forme canonique, y compris le cas irréductible comme nous l'avons montré dans l'analyse du traité de la recognition des équations.

On trouve encore dans ce traité la solution de plusieurs problèmes de géométrie qui conduisent à des équations du troisième

http://rcin.org.pl

degré, notamment celui de la duplication du cube et celui de l'heptagone régulier inscrit.

IX. — Traité analytique des sections angulaires.

Analytica angularium Sectionum in tres partes tributa.

Le mystère, c'est-à-dire la formule des sections angulaires que Viète considérait avec raison comme une de ses plus belles découvertes, devait faire la matière du traité dont on trouve le titre en tête de l'Isagoge. Il n'a pas été publié par son auteur, mais à Paris en 1615, sous le titre *Ad angularium sectionum analyticen theoremata à Fr. Vietâ excogitata et demonstrationibus confirmata ab Al. Andersonio. Paris,* 1615.

« Et ces propositions, dit Anderson, qui découlent de la source « de la plus pure analyse, au moyen desquelles on peut dé- « duire une infinité d'autres conséquences appartenant aux plus « belles spéculations, ont été jadis découvertes et énoncées, mais « nous ont été transmises sans la moindre démonstration par « Viète, le plus grand mathématicien qui ait paru depuis bien « des siècles ; elles ont été pleinement et complètement confir- « mées par mes soins au moyen de l'analyse et de la géométrie. »

Le géomètre écossais n'a eu entre les mains qu'un manuscrit trouvé dans les papiers légués à Pierre Aleaume et qui ne contenait que le plan et le programme, c'est-à-dire les énoncés des propositions formant le traité des sections angulaires, et il est évident qu'Anderson n'a pas connu les démonstrations des principaux théorèmes que l'on trouve dans les *Notæ priores*; (propositions XLIX à LI qui n'ont été publiées qu'en 1631 par Jean de Beaugrand).

Ce traité devait être divisé en trois parties qu'il est facile de reconstituer :

1° Formules générales des cordes, des sinus, cosinus et tangentes des arcs multiples en fonction des lignes trigonométriques de l'arc simple, et formules inverses.

2° Application de ces formules à la division d'un arc quelconque en parties égales et notamment en 3, 5, 7 parties et à la construction de tables trigonométriques.

3° Application de ces formules à la résolution générale des équations du 3e degré soit par une construction graphique, soit par la trigonométrie.

http://rcin.org.pl

A. *Formules générales des lignes trigonométriques pour passer de l'arc simple à l'arc multiple et inversement.*

Après quelques théorèmes préparatoires, Viète donne :

1° Les formules générales pour l'arc multiple en fonction de l'arc simple ; traduites avec les notations aujourd'hui en usage, elles sont :

$$\operatorname{Cos} n x = \operatorname{Cos}^n x - \frac{n(n-1)}{1\,.\,2} \operatorname{Cos}^{n-2} x \operatorname{Sin}^2 x +$$

$$\operatorname{Sin} nx = n \operatorname{Cos}^{n-1} x \operatorname{Sin} x - \frac{n(n-1)(n-2)}{1\,.\,2\,.\,3} \operatorname{Cos}^{n-3} \operatorname{Sin}^3 x + \ldots$$

$$\operatorname{Tang} n x = \frac{n \operatorname{Tang} x - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.\ 2.\ 3} \operatorname{Tang}^3 x + \ldots}{1 - \frac{n(n-1)}{1\,.\,2} \operatorname{Tang}^2 x + \ldots\ldots}$$

2° Il passe ensuite aux formules inverses ; trouver la corde x de l'arc simple étant donnée la corde C_n de l'arc multiple $n\,x$ dans le cercle du diamètre égal à D, qui devient en faisant $D = 1$

$$C^n = C^n - \frac{n}{1} C^{n-2} + \frac{n(n-3)}{1\,.\,2} C^{n-4} - \frac{n(n-4)(n-5)}{1.\ 2.\ 3} C^{n-} + \ldots$$

facile à transformer en la formule qui donne Cos x en fonction de Cos nx.

3° Les formules qui suivent donnent :

La valeur de la corde de l'arc $2\,x$ en fonction de la corde de l'arc x, et de l'arc $n\,x$.

La valeur de la corde de l'arc x en fonction de la corde de l'arc $n\,x$ lorsque n est impair, et lorsque n est pair, de la corde supplémentaire de l'arc $n\,x$; que l'on peut facilement transformer en y introduisant le sinus de l'arc x et dans les données, pour n impair sin $n\,x$, et pour n pair cos nx.

Pour toutes ces formules, Viète montre la loi des exposants des termes alternativement positifs et négatifs et celle des coefficients dont il indique la formation facile et rapide, par simple voie d'additions successives de tables analogues au Triangle dit de Pascal, mais dans la composition duquel entrent les nombres figurés de divers ordres.

B. *Construction des Tables trigonométriques.*

Après avoir montré comment on peut trouver la somme des cordes d'arcs croissant en progression arithmétique au moyen de

http://rcin.org.pl

la première et de la dernière, il termine le traité des sections angulaires en en appliquant la doctrine avec la résolution numérique des équations à la *Construction des Tables trigonométriques*.

Le sinus de 18° étant donné directement, on obtient par la résolution numérique d'une équation du cinquième degré le sinus de 3° 36′ avec autant de décimales qu'il sera jugé nécessaire.

Le sinus de 60° étant donné directement on obtient, par la résolution numérique d'une équation du 3e degré, le sinus de 20°, par une seconde trisection celui de 6° 40′; par une bissection, celui de 3° 20′; enfin sin 16′ par la soustraction de sin 3° 36 et sin 3° 20, et par quatre bissections successives le *sinus fondamental de une minute*. Puis, partant de ce sinus, au moyen des formules de multiplication des arcs, d'additions, de soustractions, on peut obtenir tous les sinus du Canon, de minute en minute.

X. — Réponses variées ayant trait aux mathématiques.

Variorum de rebus mathematicis Responsorum Libri septem.

Cet ouvrage, confié sans doute par son auteur à des mains infidèles ou négligentes, est perdu, mais il est certain qu'il a été écrit, car Marino Ghetaldi déclare l'avoir eu entre les mains et surtout dans son ouvrage posthume : « *Marini Ghetaldi, patricii Ragusiani mathematice præstantissimi de resolutione et compositione mathematicæ libri quinque. Opus posthumum. Romæ. Ex typographiâ reverendissimæ cameræ apostolicæ*. MDCXL. *Superiorum permissu et privilegio* », on reconnait qu'il a profité des leçons du maître et qu'il a suivi ses traces surtout dans l'application de l'algèbre à la géométrie. Heureusement de ces sept livres il nous reste quelque chose, et probablement ce qu'ils renfermaient de plus intéressant et nous pouvons juger de l'œuvre par les matières contenues dans un huitième livre dont nous parlerons plus loin extrait évidemment des sept autres aussi bien que de plusieurs Appendices publiés par l'auteur à la suite de ses réponses à **Scaliger** qu'il appelait *σχεδιασματα*, enfin, des publications improvisées et que l'Apollonius Gallus adresse à **Adrien Romain** et à propos duquel il a écrit : « Il y a plusieurs années que j'ai résolu ces problèmes à la « demande de **Jacques Fleury**, doyen du Parlement de Paris, et « j'ai rapporté ma réponse dans le sixième livre *Variorum*. »

Ainsi à la suite du *Pseudomesolabum*, nous trouvons la solution du fameux problème de **Pappus**, le quadrilatère inscrit et des constructions empiriques pour obtenir, avec un grand degré d'ap-

http://rcin.org.pl

proximation, d'un trait les côtés des polygones inscrits de 5, 7 et 9 côtés.

A la suite de l'*Apollonius Gallus* ou géométrie du contact des cercles et des droites est un Appendice ayant pour titre : « *Problèmes « que Regiomontanus déclare n'avoir pu résoudre par la géométrie* ». Il en donne la construction. Les cinq premiers sont :

1° *Etant données la base et la hauteur d'un triangle, construire ce triangle connaissant : ou le rectangle des côtés ou leur rapport, ou leur somme, ou leur différence.*

Le sixième.— *Trouver un triangle rectangle dont les côtés soient en proportion continue.*

Le second Appendice a pour titre : « *Des problèmes dont les astronomes ne connaissent pas la construction par la géométrie et que, par conséquent, ils résolvent d'une manière qui n'est pas heureuse* (*itaque infeliciter resolvunt*) ». Ces problèmes au nombre de cinq ont trait à l'astronomie : nous ne citerons que le premier :

« *Etant donnés trois points d'un cercle trouver le diamètre sur lequel les projections normales de ces points interceptent des segments dans un rapport donné.* »

Ces sept livres devaient certainement renfermer une suite de problèmes sur les triangles et les cercles, traités par l'algèbre et la géométrie, l'application de l'algèbre à la transformation des irrationnelles, binômes et apotomes de l'élément X d'Euclide, les polygones réguliers de 7 et 9 côtés, peut-être d'un nombre de côtés plus grands; enfin, mais plus développées, les matières contenues dans le huitième livre.

A. *Huitième Livre des Réponses variées.*

Liber VIII. — *Cujus præcipua capita sunt : De duplicatione cubi a quadratione circuli quæ claudit* πρόχειρον *seu ad usum mathematici Canonis Methodica.*

(Tours. — Mettayer. — 1593).

Cette partie de l'œuvre du grand géomètre dont nous avons, dans sa biographie, et à propos de sa dispute avec Scaliger, expliqué la publication anticipée est un recueil de diverses questions extraites des sept livres dont il vient d'être parlé.

La première question qu'il traite est celle de la construction de deux moyennes proportionnelles appliquées à la duplication du cube, puis il montre comment on peut, au moyen de la *Spirale d'Archimède*, résoudre toutes les questions qui dépendent de la

http://rcin.org.pl

recherche de la longueur de la circonférence et de la quadrature du cercle.

Passant à la description de l'heptagone inscrit, il relève les erreurs dans lesquelles est tombé un géomètre qu'il ne désigne que par les initiales F. F. C., mais qui n'est autre que l'un des plus savants commentateurs d'Euclide, **François de Foix, duc de Candole**, évêque d'Aire ; il donne de ce problème la solution qui dépend d'une équation du troisième degré.

Revenant à la quadrature du cercle, il fait connaître la construction de la *Quadratrice de* **Dinostrate**, et il en applique les propriétés aux divers problèmes de la quadrature du cercle et de la longueur de sa circonférence.

Il recherche ensuite les relations qui existent entre les segments des cordes d'un cercle ayant une origine commune, compris entre la circonférence et la *Spirale d'Archimède* ayant l'origine des cordes pour point de départ, et il établit que ces relations sont exprimées par les nombres polygones ou multangles ; à la suite de ces recherches, il donne les propositions contenues dans son Analyse des Sections angulaires.

Généralisant la question des *Lunules d'***Hippocrate** de Chio, il montre que l'on peut obtenir un grand nombre de figures curvilignes du même genre susceptibles d'une quadrature rigoureuse, et il est naturellement conduit à cette question encore si controversée à son époque, mais si oiseuse, de savoir si l'espace compris entre une droite ou un cercle qui coupent un autre cercle ou qui lui sont tangents, est un angle.

Il conclut que ce n'est pas un angle comparable à l'angle formé par l'intersection de deux droites, mais une grandeur d'une autre espèce.

Après un retour à la spirale d'Archimède et à ses propriétés, il donne les constructions très approchées, avec la règle et le compas, déjà décrites dans le *Liber singularis* pour trouver la longueur du quart de la circonférence et le côté du carré égal au cercle.

Valeur de π. *Son irrationalité.* — Enfin, après quelques observations sur la somme des termes d'une progression géométrique décroissante prolongée à l'infini, il démontre que *si* $C_1, C_2, C_3 \ldots, C_m$ *sont les côtés des polygones réguliers inscrits dans un cercle de diamètre* D. *obtenus par des bissections successives, et* A_1, A_2, $A_3 \ldots$, A_m *les apotomes ou cordes supplémentaires correspondantes,* P_1, P_2, $P_3 \ldots$, P_m *les aires des polygones, on a*

$\frac{P_1}{P_m} = \frac{A_1}{D} \cdot \frac{A_2}{D} \cdot \ldots \frac{A_n}{D}$ et appliquant ce théorème en prenant pour

http://rcin.org.pl

point de départ le carré dans le cercle dont le diamètre est 1, on trouve à la limite, P_m étant alors le cercle :

$$\pi = 2 \times \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \times \ldots$$

C'est le *premier exemple d'une quantité obtenue, par la considération de l'Infini, par le produit d'un nombre infini de termes, et qui montre que* π *est un nombre irrationnel.*

B. *Manuel pour l'usage du Canon mathématique.*

A la suite de son livre, Viète a fait imprimer le *Manuel pour l'usage du canon mathématique* que nous avons analysé en exposant ses découvertes en trigonométrie et un chapitre sur la *Réforme du calendrier grégorien* dont il a été question dans la Première Partie, consacrée à la biographie du géomètre.

Telle est, dans son ensemble, cette œuvre magnifique de l'*Art Analytique restauré* ou *Algèbre nouvelle* de Viète.

L'idée de représenter par les lettres de l'alphabet, et d'une manière générale, toutes les grandeurs qui peuvent être exprimées par des nombres, n'est donc pas, comme on l'a souvent écrit, l'unique droit de ce grand génie à la reconnaissance de la postérité : Un titre de gloire plus grand encore, c'est d'avoir, par cette conception féconde, créé tout d'une pièce une science nouvelle, imaginé des procédés d'investigation et de recherches que ceux qui sont venus après lui n'ont plus eu qu'à mettre en œuvre, en perfectionnant les notations et la nomenclature, en y introduisant quelques notions nouvelles pour amener rapidement l'algèbre au point où elle est arrivée aujourd'hui. Et parmi ces notions nouvelles, celles qui ont donné lieu aux plus grands progrès, on doit placer au premier rang la notion rejetée si longtems de quantités négatives, puis celle des racines imaginaires, l'introduction des exposants, enfin l'idée si féconde de Thomas **Harriot** de faire dans une équation le second membre égal à zéro.

Résumons maintenant, pour en faire connaître la grandeur, l'œuvre du géomètre de Fontenay :

Représentation des quantités tant inconnues que connues par les lettres majuscules de l'alphabet auxquelles plus tard Descartes substitua les lettres minuscules en désignant les inconnues non plus par les voyelles, mais par les dernières lettres de l'alphabet x, y, z.

Les quatre règles, addition, soustraction, multiplication et

http://rcin.org.pl

division et formatïon des degrés par une règle analogue à celle des exposants.

Formules de la série des lignes proportionnelles continues, des puissances du binôme (somme) et de l'apotôme (différence), de ces mêmes puissancs auxquelles sont ajoutées des puissances inférieures du binôme ou de l'apotôme, multipliées par un coefficient.

Composition des triangles rectangles en nombres et formules de sin nx et de cos nx en fonction de sinus x et de cosin x.

Problèmes déterminés sur les nombres dont on connait quelques relations, somme, différence, rectangle, somme des carrés, des cubes, etc. ; et Problèmes indéterminés du second degré dans les mêmes conditions.

Procédé général d'extraction des racines des six premières puissances pour les nombres.

Résolution numérique de divers types d'équation des six premiers degrés, pour trouver la ou les racines positives, avec une approximation quelconque en fractions décimales.

Composition des équations ou exposé et démonstration des relations qui existent entre la ou les racines positives d'une équation, les coefficients et le terme connu.

Transformation des équations, notamment par altération des racines pour les ramener à un des types que Viète a appris à résoudre.

Détermination des limites des valeurs des racines positives d'une équation.

Résolution analytique des équations du troisième et du quatrième degré ; résolution par la trigonométrie des équations du troisième degré et, notamment, du cas irréductible.

Constructions géométriques des racines des équations du second degré avec la règle et le compas sans résoudre l'équation.

Théorèmes et formules des sections angulaires ; notamment formule de la corde de l'arc multiple en fonction de l'arc simple, et réciproquement du sin mx, cos mx, tang mx.

Rapport de la circonférence au diamètre exprimé par le produit d'une suite indéfinie de rapports irrationnels.

Nous sommes obligé de restreindre notre énumération ; mais elle suffit pour montrer quels ont été les services rendus par ce grand génie, et montrer combien ils ont été méconnus jusqu'à ce jour, et établir que nombre de découvertes dont on a fait honneur à d'autres lui appartiennent en propre ; elle explique enfin l'admiration profonde qu'avaient pour lui tous ses contemporains et beaucoup d'autres géomètres venus après eux, notamment Fermat.

http://rcin.org.pl

APPENDICE BIBLIOGRAPHIQUE

Pour terminer cette Notice il ne reste plus qu'à mentionner ici par leurs titres les réimpressions et les traductions des œuvres du grand géomètre.

Il semble que Jean Mettayer en 1609 ait voulu donner une édition complète des œuvres de Viète, car nous trouvons une réimpression, même format et absolument identique à l'édition originale de 1579, sauf le titre, et sous le nouveau titre : Francisci Vietæ, Libellorum svpplicvm in regia, *Magistri insignisque Mathematici varia Opera mathematica* In quibus tractatur Canon mathematicus seu ad triangula. Item Canonion triangulorum rationalium unâ cum universalium Inspectionum ad Canonem mathematicum Libro uniquo cumque Adpendicibus et Tabulis ab eodem authore recognitis. Parisiis, apud Bartholomæun Macæum, in monte D. Hylarii, sub scuto Britanniæ. M.D.C.IX. Cum privilegio Regis. In folio — au bas de la dernière page on lit : « Excudebat Johannes Mettayer, in mathematicis Typographus regius. M.D.C.IX. Cum privilegio Regis. » Grand in-folio.

En 1615 : Les traités déjà cités « De æquationum Recognitione et Emendatione » et des Sections angulaires, publiés par **Anderson.**

En 1624 : Une réimpression identique avec l'édition originale de l'Isagoge de 1591 : « Francisci Vietæ Fontanæensis opus restitutæ mathematicæ analyseos seu Algebra nova ad inclytam Principem Melunisidam Catharinam Parthenæensem Parisiis | apud Jacobum Villery in Palatio M.D.C.XXIV » In-folio.

En1630 : L'Algèbre nouvelle de M. Viète, Me des requestes ordinaire de l'hostel du Roy traduicte en françois par A. **Vasset,** à Paris, chez Pierre Racolet en la gallerie des Prisonniers aux armes de la Ville, avec privilège du Roy 1630. In-4°.

Dans le privilège on voit que Vasset avait traduit « Les œuvres du sieur Viète, Maistre des requêtes contenant l'Isagoge, les Zététiques, les Effections géométriques, le Supplément de géométrie, la Résolution des puissances simples et affectées, l'Emendation et Recognition des équations. » Mais il n'a publié de cette traduction que celle de l'Isagoge et des cinq livres des Zetetiques. Le frontispice de ce livre est gravé par Rabel ; d'un côté Archimède, de l'autre côté François Viète, en robe de conseiller, tenant en main une bandelette sur laquelle on lit B + D.

http://rcin.org.pl

La même année : Introduction en l'Art analitic ou nouvelle Algèbre de François Viète. Œuvre dans lequel sont veus les plus miraculeux effects des sciences mathématiques, pour l'invention et solution tant des problèmes que théorèmes proposez en icelles, traduict en nostre langue et commenté et illustré d'exemples par I-L. Sieur de **Vav-Lezard,** mathématicien à Paris, chez IVLIAN IACQVIN en la cour du Palais, au bas des degrez de la Saincte Chappelle M.DC.XXX avec permission. In-8°.

Les cinq livres des Zététiques de François Viette mis en françois, commentez et augmentez des exemples de Poristique et Exégetique, parties restantes de l'Analytique, soit que l'Exegetique soit traitté en nombres ou en lignes. Par I-L de **Vav-Lezard,** mathematicien, à Paris chez IVLIAN IACQUIN, en la cour du Palais, au bas des degrez de la Saincte Chappelle M.DC.XXX. Dédié à M. de **Beaugrand** qui, d'après le traducteur, était un ami de Viète.

A la suite ou trouve : « Examen de la traduction faite par Anthoine Vasset, des cinq livres des Zététiques de M. Viette par le sieur DE **Vaulezard,** mathematicien. A Paris, M.DC.XXI. In-8°.

Ces traductions de Vaulezard sont littérales, et peut-être plus difficiles à comprendre que le texte latin; l'auteur y a ajouté des solutions géométriques.

En 1636 : Algebre de Viète d'une méthode nouvelle, claire et facile, par laquelle toute l'obscurité de l'auteur est ostée et ses termes la plupart inutiles changés es termes ordinaires des artistes, dédiée à Monseigneur Claude Bouthillier, Chevalier, Conseiller du Roy en ses conseils, Commandeur et grand Trésorier des ordres de sa Majesté et Surintendant des finances de France. Paris, chez Lucien Boulenger, rue Sainct-Jacques, à l'image Sainct Louys. M.DC.XXXVI, avec privilège du Roy. » C'est une paraphrase des œuvres de Viète et non une traduction. On y trouve les notations des puissances de Viète remplacées par des exposants en chiffres romains. Exemple : $\frac{A^{mj} \times B^{ij}}{A^{j}} = A^{iij} \times B^{ij}$

L'invention des exposants appartiendrait-elle à l'auteur de ce livre qui a signé l'épitre dédicatoire en latin IAC. **Humius,** *Theagrius Scotus*, et à la fin du livre *Jacques Humes escuyer. « Achevé d'imprimer le* 5 *juillet* 1636. »

En 1644 : L'algebre, effections géométriques et partie de l'exégétique nombreuse de l'illustre F. Viète. Traduite du latin en françois où est adjouté des notes et commentaires et quantité de problèmes de Zététiques par N. **Duret,** cosmographe ordinaire

http://rcin.org.pl

du Roy, à Paris aux dépens de l'autheur chez lequel ils se vendent et chez Gervais Alliot au Palais, près la Chapelle-Saint-Michel et chez la vefve Moreau, rue Saint-Jacques au Glôbe M.DC.XLIV, avec privilège du Roy. Petit in-24.

Ce livre constitue la traduction littérale de l'Isagoge et des Effections géométriques, un choix extrait, non littéral, des Zététiques, une paraphrase de l'Exégétique numérique. Nicolas Duret était probablement le fils du médecin Jean Duret, qui s'occupa de mathématiques et qui vit Viète pendant sa dernière maladie.

En 1646 : Les œuvres complètes publiées par Van Schooten déjà citées.

En 1636, 1643 et 1647 : Les principes de Cosmographie in-12 ; et en 1661 in-8° déjà cités.

Nous avons déjà parlé des manuscrits de l'*Harmonicum cœleste* dont il ne reste qu'un fragment informe à la Bibliothèque nationale de Paris. Les archives de l'Institut de France possédaient plusieurs manuscrits de Viète, et à ce sujet on lit dans le *Dictionnaire des pièces autographes volées aux Bibliothèques publiques de France*. Paris — Panckouke 1851 : « Au nombre des manuscrits vendus par M. Libri à lord Astiburnham se trouvent les deux articles suivants : *Francisci Vietæ opera non ulla.* Ce manuscrit d'un célèbre géomètre est autographe, 1 vol. in-f° XVI^e siècle. *Tractatus de irrationalibus* in-f° XVIe siècle. Ce manuscrit de Viète, célèbre géomètre français, est autographe. »

Jusqu'à ce jour nous n'avons pu avoir aucun renseignement sur ces pièces, dont la seconde, d'après son titre, semblerait inédite, mais qui, depuis, ont été réintégrées à la Bibliothèque Nationale.

http://rcin.org.pl

TABLE DES MATIÈRES

ESQUISSE BIOGRAPHIQUE

http://rcin.org.pl

ANALYSE DES ŒUVRES MATHÉMATIQUES

CANON MATHÉMATIQUE

I. — Tables trigonométriques.

II. — Livre singulier des inspections universelles.

ART ANALYTIQUE

I. — Isagoge.

http://rcin.org.pl

II. — Notes premières pour la logistique spécieuse.

III. — Zetetiques.

IV. — Résolution numérique des équations.

V. — Recognition des equations.

VI. — Emendation des équations.

VII. — Recensement canonique des effections géométriques

http://rcin.org.pl

http://rcin.org.pl

NOTE

La présente notice avait été rédigée en 1888 pour le *Bulletino di Bibliografia e di storia delle scienze mattematiche e fisiche*, publié à Rome par le prince Balthazar Buoncompagni, grand amateur de sciences et qui, déjà en juillet et août 1868, avait inséré dans son recueil quelques extraits de la traduction de M. Ritter.

La mort de M. Buoncompagni empêcha de donner suite à ce projet et le travail de M. Ritter était resté inédit, lorsque les colonnes de la *Revue Occidentale* (mars et mai 1895) lui ont été ouvertes par M. Pierre Laffitte, l'éminent professeur, au Collège de France, du *Cours de l'histoire générale des sciences*.

Une autre notice, moins étendue et postérieure à celle-ci, a été adressée par M. Ritter à l'Académie des sciences, en février 1890, dans le but de solliciter de la part de la savante assemblée un vœu pour la publication, aux frais de l'Etat, des œuvres de Viète et pour l'érection d'une statue à la mémoire du grand géomètre.

Plus récemment enfin, en 1892, M. Ritter a exposé l'ensemble de ses travaux au congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences, réuni à Pau, et le congrès a pris et transmis au gouvernement la délibération suivante :

« La première et la deuxième section, après avoir pris connaissance « des travaux de M. Ritter, comprenant la biographie et la traduc- « tion complète des œuvres de Viète, expriment le vœu que la publi- « cation des œuvres de Viète ait lieu en langue française avec le con- « cours des pouvoirs publics et des corps savants, afin qu'un travail « aussi considérable que celui de M. Ritter ne reste pas inutilisé. Il y « a, en effet, un intérêt national évident à ne pas laisser perdre la mé- « moire de François Viète, l'inventeur de l'algèbre moderne, un des « plus grands génies qui aient honoré la France. »

Les manuscrits de M. Ritter, mis sous les yeux du congrès, forment huit volumes in-folio de 250 pages qui, dans le format in-4° et avec les caractères de la *Théorie des nombres*, de Legendre, formeraient : la traduction avec les notes et commentaires, deux volumes de 500 pages, et la biographie, un volume de 350 pages.

M. Frédéric Ritter, entré en 1838 à l'Ecole polytechnique, en était sorti dans le corps des ponts et chaussées ; après avoir été ingénieur successivement à Fontenay-le-Comte, Mont-de-Marsan, Niort et Montpellier, il s'était, depuis sa mise à la retraite, retiré à Pau, où il est mort, en 1893, dans sa soixante-quatorzième année.

Ch. R.

Versailles. — Imp. Aubert.

http://rcin.org.pl

http://rcin.org.pl

http://rcin.org.pl

http://rcin.org.pl