



223

224

225

226

227

228

229

230

231

232

223 - 232

- |     |  |
|-----|--|
| 223 | 1. Kuhn, Euler   |
| 224 | 2. Pilgrom, Gal. lei                                       |
| 225 | 3. Gerlach, Der leere Raum                                 |
| 226 | 4. Gerlach, Frostete Himmel                                |
| 227 | 5. Schubert, Lähle u. Lahl                                 |
| 228 | 6. Lipschitz, Bendenberg der beschreib                     |
| 229 | 7. Meißner, Ueber Scherzgeometrie                          |
| 230 | 8. Heine, Nichtmeridian                                    |
| 231 | 9. Brauer, Gesetz, Theorie, Hypothese                      |
| 232 | 10. Meißner, Bekanntmachung<br>d. physikalischen Forschung |

S. DICKSTEIN

223-232

Opis: 46742

Opis: 46746

Opis: 46748

Opis: 46750

Opis: 46930

Opis: 46755

Opis: 46767

Opis: 46768

Opis: 46740

*4* *Jan* *Korb*

# LEONHARD EULER.

—••—

VORTRAG,

gehalten auf dem Rathhause in Zürich

am 6. December 1883

von

Dr. F. Rudio.

~~GABINET MATEMATYCZNY  
Towarzystwa Naukowego Warszawskiego~~

~~L. inw. 1535~~

*F. Rudio*

—••—

BENNO SCHWABE.

Schweighauserische Verlagsbuchhandlung.

Basel 1884.

LEONHARD EULER.

VORTRAG.

gehalten auf dem Hellenen in Zürich

am 8. December 1882

Dr. F. Rudlo



5535

Schweighauserische Buchdruckerei.

G. M. Y.

<http://rcin.org.pl>

Hochgeehrte Versammlung!

Vor wenigen Wochen waren es grade hundert Jahre, dass den mathematischen Wissenschaften einer ihrer hervorragendsten Vertreter entrissen wurde, ein Mann, dessen Name noch heute von keinem Mathematiker ohne das Gefühl der grössten Bewunderung genannt wird: Leonhard Euler aus Basel. Unter solchen Umständen und insbesondere an dieser Stelle bedarf es wohl keiner weiteren Rechtfertigung, wenn ich es unternehme, Ihnen in grossen Zügen ein Bild von dem Leben und Wirken dieses ausgezeichneten Mathematikers zu entwerfen.

Der menschliche Geist, hochgeehrte Anwesende, offenbart sich in den mannigfaltigsten Gestaltungen und Formen, aber trotz dieser Mannigfaltigkeit ist es doch immer nur wenigen gegeben, sich wesentlich von ihren Mitmenschen zu unterscheiden, noch weniger, bleibende Spuren ihres Daseins zu hinterlassen. Wenn wir daher einen Mann, ausgezeichnet durch hervorragende Verstandeskkräfte oder durch eine ungewöhnliche künstlerische Begabung zum Wohle und zur Freude seiner Mitmenschen wirken sehen, da werden wir ihm — auch wenn wir nicht auf allen seinen Wegen ihm zu folgen im Stande sind — schon von dem rein menschlichen Gesichtspunkte aus unsere Theilnahme entgegenbringen, weil wir in ihm einen Grad menschlicher Vollkommenheit verkörpert finden, der wir selbst — wenn auch oft genug vergebens — zustreben.

In welchem Maasse muss dann aber unser Interesse geweckt werden, wenn es sich um einen Mann handelt, dessen gewaltiger Genius das Alltägliche so weit hinter sich zurückliess, dass er einer ganzen, grossen Wissenschaft auf ein volles Jahrhundert und noch weiter hinaus den Stempel seines Geistes aufgedrückt hat.

Ein solcher Mann war Leonhard Euler.

Man hat in diesen Tagen in der Geburtsstadt Eulers eine academische Feier zu seinem Gedächtniss veranstaltet. Man hat durch diese Feier Zeugnis ablegen wollen, dass wir noch voll und ganz des grossen Vermächtnisses uns bewusst sind, welches Leonhard Euler uns hinterlassen hat. So möge auch der heutige Abend als eine Gedächtnissfeier angesehen werden, die wir in dankbarer Anerkennung und Bewunderung den Manen eines Forschers weihen, den Sie als eine der grössten Zierden Ihres schweizerischen Vaterlandes betrachten dürfen.

Leonhard Euler \*) wurde geboren am 15. April 1707 zu Basel. Sein Vater, Paul Euler, war Prediger bei St. Jacob, seine Mutter, Margarethe, stammte aus dem Geschlechte der Brucker. Die ersten Jugendjahre verlebte Euler nicht in Basel selbst, sondern in dem benachbarten Dorfe Riehen, wohin sein Vater bereits im Jahre 1708 als Prediger berufen worden war. Die einfachen ländlichen Verhältnisse, unter denen Leonhard Euler aufwuchs, mögen wohl vorzugsweise in ihm jenen schlichten, bescheidenen Sinn erzeugt haben, sowie die Unbefangenheit seiner Anschauungen, die er sich bis zu seinem hohen Alter zu be-

---

\*) Für den biographischen Theil des Vortrags benutzte ich die Gedächtnissreden von Condorcet und Fuss, die von Fuss herausgegebene Correspondance mathématique, sowie die Biographien zur Culturgeschichte der Schweiz von Prof. R. Wolf.

wahren wusste. Man erzählt sich aus seinem vierten Lebensjahre eine ergötzliche Anekdote. Bei seinem Leben auf dem Lande hatte der junge Leonhard natürlich vielfach Gelegenheit zu beobachten, wie die Hühner die Eier ausbrüten und so ihre Jungen zur Welt befördern. Dieser Naturprocess musste auf das jugendliche Gemüth des zukünftigen grossen Academikers einen nachhaltigen Eindruck gemacht haben; denn als man ihn eines Tages vermisste und längere Zeit vergeblich suchte, fand man ihn endlich in dem Hühnerstalle, über einem grossen Haufen Eier sitzend, die er sich gesammelt hatte, und auf die verwunderte Frage, was er denn da mache, antwortete er mit kindlichem Ernste, er wolle Hühner ausbrüten.

Den ersten Unterricht erhielt Leonhard von seinem Vater, der ihn bis zum Eintritt in die höheren Schulen Basels vorbereitete. Da ist es nun bemerkenswerth, dass Paul Euler sich in seiner Jugend selbst mit Vorliebe mathematischen Studien gewidmet und für einen talentvollen Schüler des grossen Basler Mathematikers Jacob Bernoulli gegolten hatte. Kein Wunder also, wenn die mathematische Seite des väterlichen Unterrichtes sich einer besonderen Pflege zu erfreuen hatte; nicht etwa, als hätte Paul Euler aus seinem Sohne einen Mathematiker machen wollen, durchaus nicht, er hielt es für ganz selbstverständlich, dass Leonhard dereinst ebenfalls Prediger und womöglich sein Nachfolger in Riehen werden würde. Die mathematischen Studien schätzte er wesentlich als eine zweckmässige Geistesübung und weil er in ihnen eine gediegene Grundlage jeder wissenschaftlichen Ausbildung erblickte.

Leonhard Euler war eine zu vielseitig angelegte Natur, um sich nicht mit einer gewissen Leichtigkeit in den Wunsch seines Vaters fügen zu können. Als er daher später die

Universität Basel bezog, liess er sich wirklich in die theologische Facultät einschreiben und widmete sich mit allem Eifer dem Studium der orientalischen Sprachen. Aber Euler besass eine so glückliche Fassungsgabe und ein so unglaubliches Gedächtniss, dass es ihm sehr wohl möglich war, neben diesen theologischen Studien sich noch den tiefsten mathematischen Speculationen zu widmen und insbesondere die Vorlesungen von Johann Bernoulli, dem Bruder Jacob Bernoulli's, zu besuchen, und zwar wusste er die Aufmerksamkeit seines Lehrers bald in so hohem Grade zu erregen, dass der damals berühmteste europäische Mathematiker es nicht verschmähte, den kaum sechszehnjährigen Jüngling seines intimeren persönlichen Verkehres zu würdigen.

Glücklicherweise gelang es um diese Zeit Leonhard, von seinem Vater endlich die Erlaubniss auszuwirken, sich ganz seinem Lieblingsstudium, der Mathematik, widmen zu dürfen. Man hatte eben Paul Euler begreiflich machen können, dass sein Sohn nicht dazu geboren sei, um als bescheidener Landprediger ein beschauliches Leben zu führen, sondern dass er berufen sei, um dereinst als würdiger Nachfolger der grossen Bernoulli's die Führung in den mathematischen Wissenschaften zu übernehmen.

Nachdem Euler sich die üblichen academischen Würden erworben hatte, bewarb er sich bereits in seinem neunzehnten Jahre um einen Preis, den die Pariser Academie für die beste Arbeit über die Bemastung der Schiffe ausgesetzt hatte. Er erhielt zwar nur den zweiten Preis, aber der junge Mathematiker, der niemals aus Basel herausgekommen war, also niemals ein grösseres Schiff gesehen hatte, hatte die Genugthuung nur von einem seit vielen Jahren in theoretischer und practischer Hinsicht als Autorität geltenden Schiffstechniker besiegt worden zu sein.

Um dieselbe Zeit, im Frühjahre 1727, bewarb sich Euler um die erledigte Professur der Physik in Basel. Damals bestand an der Basler Universität die eigenthümliche Einrichtung, dass unter den zugelassenen Bewerbern das Loos zu entscheiden hatte. Das Loos entschied zu Eulers Ungunsten und damit zugleich über seine gesammten äussern Lebensverhältnisse.

Zwei Jahre zuvor nämlich waren die beiden Brüder Daniel und Nicolaus Bernoulli, Söhne von Johann Bernoulli und Freunde von Euler, an die von Katharina der Ersten damals gegründete Petersburger Academie berufen worden. Bei ihrer Abreise von Basel hatten sie ihrem jungen Freunde versprochen, ihm, wenn irgend möglich, ebenfalls eine Anstellung an der Petersburger Academie zu verschaffen. Nunmehr erhielt Euler die Nachricht, dass sich eine passende Stelle für ihn gefunden hätte, insofern er sich nämlich entschliessen könnte statt der Mathematik Physiologie vorzutragen. „Kommen Sie so bald als möglich nach Petersburg und zeigen Sie der Academie, dass, wie viel Gutes ich auch von Ihnen erzählt, ich noch lange nicht genug gesagt habe, denn ich behaupte, dass ich durch Ihre Berufung unserer Academie einen weit grösseren Dienst erweise als Ihnen selbst.“ So schrieb Daniel Bernoulli an den damals neunzehnjährigen Euler.

Der Gedanke, an einer so grossen Academie eine Anstellung zu finden, war für Euler, der auch auf dem Gebiete der Naturwissenschaften beachtenswerthe Kenntnisse besass und bereits eine Theorie des Schalles geschrieben hatte, ein zu verlockender, um sich durch die erwähnte Bedingung abschrecken zu lassen. Nachdem er sich mit grösstem Eifer und Erfolge in die Anatomie und Physiologie eingearbeitet hatte, verliess er noch im Jahre 1727,

also erst 20 Jahre alt, sein Vaterland, welches er nie wieder betreten sollte.

In Petersburg angekommen, wurde er sofort zum Adjuncten der mathematischen Classe der Academie ernannt. Der Physiologie wurde merkwürdigerweise gar nicht mehr gedacht. Sechs Jahre lang hatte Euler das Glück, an der Seite seines Freundes Daniel Bernoulli zu wirken. Der rege Wettstreit, der sich zwischen den beiden grossen Mathematikern entspann und der bis zu dem im Jahre 1782 erfolgten Tode Daniel Bernoulli's fort dauerte, war für die Wissenschaft von hoher Bedeutung. Dabei möge noch besonders hervorgehoben werden, dass das freundschaftliche Verhältniss der Beiden niemals durch Eifersucht gestört worden ist, ein Umstand, welcher der Lectüre ihres umfangreichen, von Fuss herausgegebenen Briefwechsels einen besondern Reiz verleiht.

Im Jahre 1733 kehrte Daniel Bernoulli nach Basel zurück, da er das Petersburger Klima nicht vertragen konnte, dem bereits einige Jahre zuvor sein Bruder Nicolaus zum Opfer gefallen war. Obgleich Euler damals erst 26 Jahre alt war, so war seine wissenschaftliche Bedeutung doch bereits so allgemein anerkannt, dass man keinen Augenblick Bedenken trug, ihn zum Nachfolger Daniel Bernoulli's zu ernennen.

Mit Welch' erstaunlicher Leichtigkeit Euler selbst die schwierigsten Probleme zu lösen verstand, davon gab er im Jahre 1735 einen wahrhaft überraschenden Beweis, der leider nur zu verhängnissvoll für ihn ausfallen sollte. Die Academie war mit einer astronomischen Berechnung beauftragt worden, die in möglichst kurzer Zeit ausgeführt werden musste. Die übrigen Mathematiker der Academie verlangten für diese Arbeit mehrere Monate Zeit. Euler löste

sie in drei Tagen. Aber welches Opfer hatte er der Wissenschaft gebracht! Die, man möchte fast sagen, übermenschliche Anstrengung, der sich Euler während dieser drei Tage hingegeben hatte, zog ihm eine gefährliche Krankheit zu, die mit dem gänzlichen Verluste seines rechten Auges endigte. Für jeden Andern wäre der Verlust eines so kostbaren Organs ein mächtiger Beweggrund gewesen sich zu schonen, Eulers Arbeitsamkeit wurde durch das ihm zugestossene Unglück eher vermehrt als vermindert.

Inzwischen hatten sich die politischen Verhältnisse Russlands für jeden denkenden Menschen, und ich darf wohl hinzufügen besonders für einen Schweizer, bis zur Un-erträglichkeit gestaltet. Die Günstlingswirthschaft, die sich unter den theils unfähigen, theils despotischen Nachfolgern Peters des Grossen breit machte, ist Ihnen zu bekannt, als dass ich nöthig hätte, auf diese unglücklichen Verhältnisse näher einzutreten, die in dem Satze ihren Ausdruck fanden: „Die russische Verfassung ist despotisch, aber durch den Meuchelmord gemildert.“

Man kann sich daher denken, mit welcher Freude Euler das glänzende Anerbieten entgegennahm, welches ihm Friedrich der Grosse im Jahre 1741 machte.

Es ist bekannt, dass Friedrich der Erste, der Grossvater Friedrichs des Grossen, im Jahre 1700 die Berliner Academie der Wissenschaften in's Leben gerufen hatte, deren erster Präsident Leibnitz war. Unter seinem Nachfolger, Friedrich Wilhelm dem Ersten, dessen bekannte Vorliebe für die Soldaten ein richtiges Verständniss für wissenschaftliche Bestrebungen nicht aufkommen liess, war die Academie gänzlich zerfallen. Als nun Friedrich der Grosse im Jahre 1740 den preussischen Thron bestieg, war er von der Absicht beseelt, seinem Lande nicht nur in

politischer, sondern auch in socialer und wissenschaftlicher Hinsicht eine Achtung gebietende Stellung anzuweisen.

Zu diesem Zwecke suchte er zunächst der Berliner Academie durch Berufung der hervorragendsten europäischen Gelehrten neues Leben zu verleihen.

Es muss Sie gewiss mit Stolz erfüllen, hochgeehrte Anwesende, zu erfahren, dass unter allen damals lebenden Mathematikern der 34jährige Basler Leonhard Euler als der würdigste erschien, um die glänzende Reihe der Namen zu eröffnen, die seitdem dieses berühmte Institut geziert haben. Euler kam im Jahre 1741 nach Berlin, wo er sofort zum Director der mathematischen Classe der Academie ernannt wurde. Fünfundzwanzig Jahre lang, bis zum Jahre 1766, blieb er in dieser Stellung, neben Voltaire unstreitig der bedeutendste Vertreter des auserwählten Kreises, der sich damals um Friedrich den Grossen scharte.

Unter welchem Drucke Euler in der letzten Zeit in Petersburg gelebt haben musste, davon gibt uns die folgende Anekdote eine Vorstellung. Die Königin Mutter wunderte sich einst über die auffallende Schweigsamkeit Eulers, zu der er um so weniger Veranlassung hatte, als sie ihm stets mit der grössten Liebenswürdigkeit entgegengekommen war. Euler ermangelte nicht, die nöthige Erklärung zu geben. „Ich komme“, antwortete er, „aus einem Lande, wo man gehängt wird, wenn man spricht.“ —

Ich bin, hochgeehrte Anwesende, bei einem Lebensabschnitte Eulers angekommen, wo es vielleicht passend erscheinen wird, einen Blick auf die wissenschaftlichen Arbeiten dieses wunderbaren Mannes zu werfen.

Da werden Sie nun nicht von mir verlangen können, dass ich im Detail von den Fortschritten berichte, die sich

an den Namen Leonhard Euler knüpfen. Dies verbietet die Natur des Gegenstandes, dies verbietet aber auch die ungeheure Productivität Eulers, die vielleicht in der Geschichte aller Wissenschaften ohne Beispiel dasteht.

Wenn ich nur die Ueberschriften seiner Arbeiten rasch herunterlesen wollte, so würde ich dazu mehr Zeit brauchen, als Sie mir wohl widmen möchten, denn allein das Verzeichniss seiner Arbeiten füllt mehr als 60 Druckseiten. Dieses Verzeichniss weist über 800 wissenschaftliche Publicationen auf und unter diesen sind viele, welche dicke Bände ausfüllen. Wollte man eine Gesamtausgabe seiner Werke veranstalten, welche wir leider nicht besitzen und vielleicht auch nie besitzen werden, so würde dieselbe 40 stattliche Quartbände umfassen. Euler hat sich, als er später nach Petersburg zurückgekehrt war, mehrmals anheischig gemacht, so viele mathematische Arbeiten zu schreiben, dass dieselben noch 20 Jahre lang nach seinem Tode für die Memoiren der Academie ausreichen sollten. Und er hat mehr gehalten als er versprochen hatte. Denn seine Arbeiten haben bis zum Jahre 1823, also 40 Jahre lang nach seinem Tode, die Memoiren der Petersburger Academie geschmückt, die dann noch im Archiv zurückgebliebenen Abhandlungen wurden 1830 veröffentlicht, und als man im Jahre 1843, also 60 Jahre nach Eulers Tode, bei Gelegenheit einer Zusammenstellung seiner Arbeiten geglaubt hatte, nun endlich das Riesenvermächtniss bewältigt zu haben, da fanden sich plötzlich noch über 50 ungedruckte Abhandlungen vor, die man trotzdem übersehen hatte.

Sie erstaunen, hochgeehrte Anwesende, bereits bei dieser trockenen Aufzählung, wie würden Sie erst erstaunen, wenn es mir möglich wäre, Sie auch mit dem Inhalte der Euler'schen Schriften bekannt zu machen. Aber Sie wer-

den von mir mit Recht verlangen, dass ich Ihnen wenigstens eine allgemeine Vorstellung von dem Gebiete verschaffe, auf dem Euler so Grosses geleistet hat. Ich glaube dies am besten dadurch zu erreichen, dass ich einige einleitende Betrachtungen über das Verhältniss der Mathematik zu den Naturwissenschaften vorausschicke.

Die Aufgabe der Naturwissenschaften besteht darin, die in der Welt der Erscheinungen bestehende Gesetzmässigkeit aufzufinden d. h. die Abhängigkeit der einzelnen Erscheinungen von einander zu ergründen. Ob dieser Zusammenhang ein logisch nothwendiger d. h. nicht anders denkbarer ist, das ist eine müssige Frage. Uns genügt und muss genügen die allerdings nur empirische Gewissheit, mit der aus dem Eintreten der einen Erscheinung auf das Eintreten der anderen Erscheinung geschlossen werden kann.

In den modernen Naturwissenschaften ist man nun bestrebt, alle Erscheinungen als Bewegungserscheinungen aufzufassen: Das Wesen des Schalles besteht in den Schwingungen des tönenden Körpers und der Schall wird uns vermittelt durch die Schwingungen der uns umgebenden Luft; das Wesen des Lichtes besteht nach der von Huyghens und Euler begründeten, von Fresnel und Thomas Joung ausgebildeten Undulationstheorie in den Schwingungen jenes äusserst feinen, unwägbaren Stoffes, den man Aether nennt und der alle Körper durchdringt; das Wesen der Wärme besteht nach den Anschauungen der mechanischen Wärmetheorie in einer mehr oder weniger intensiven Bewegung der kleinsten Theile des erwärmten Körpers. Ich erwähne diese Beispiele absichtlich, weil mit allen, wie wir noch sehen werden, der Name Euler verknüpft ist.

Die Gesetze, denen die Bewegungserscheinungen unterworfen sind, werden nun in letzter Instanz durch Zahlen

ausgedrückt. Ich darf Sie bei dieser Gelegenheit wohl darauf aufmerksam machen, ein wie richtiges Gefühl bereits vor mehr als 2000 Jahren die Pythagoräer entwickelt hatten, indem sie als das Urprincip alles Seienden die Zahl hinstellten. Unser moderner Standpunkt unterscheidet sich von dem der Pythagoräer nur insofern, als wir an einer Reihe von Naturerscheinungen diesen Gedanken wirklich durchgeführt und gezeigt haben, dass in der That das Wesen derselben sich in letzter Instanz durch Zahlenverhältnisse ausdrücken lässt.

Gestatten Sie, dass ich von diesen Beispielen einige herausgreife, um an ihnen diejenigen Begriffe zu entwickeln, die man besitzen muss, um wenigstens von dem Gebiete der Euler'schen Thätigkeit sich eine Vorstellung bilden zu können.

Nehmen Sie zunächst an, Sie befänden sich auf einem hohen Thurme und liessen einen Stein herunter fallen. Die Gesetze, nach denen die Bewegung des herabfallenden Steines erfolgt, sind zuerst von Galilei aufgestellt worden und lassen sich folgendermaassen zusammenfassen. Beobachten Sie die Zeit, die der Stein braucht, um eine bestimmte Strecke zu durchfallen, so wird, wie oft Sie auch das Experiment wiederholen mögen, der Stein in derselben Zeit stets denselben Weg zurücklegen; in einer zweimal so grossen Fallzeit wird er einen 2 mal 2 oder 4 mal so grossen Weg zurücklegen, in einer 3 mal so grossen Fallzeit einen 3 mal 3 oder 9 mal so grossen Weg, in einer 10 mal so grossen Fallzeit einen 10 mal 10 oder 100 mal so grossen Weg u. s. f. Wenn Sie daher durch Beobachtung festgestellt haben, dass in einer Secunde der Stein 5 Meter zurücklegt, so sind Sie jetzt im Stande zu berechnen, welchen Weg der Stein in einer beliebigen Zeit zurücklegt, z. B. wird er

in 4 Secunden einen 4 mal 4 d. h. 16 mal grösseren Weg zurücklegen als in einer Secunde d. h. er wird 16 mal 5 Meter oder 80 Meter in 4 Secunden zurücklegen. Dabei müssen natürlich die Secunden von dem Momente an gezählt werden, in dem Sie den Stein los lassen.

Sie sehen also, dass zu jeder Fallzeit der zugehörige Weg mathematisch berechnet werden kann. Man sagt, der zurückgelegte Weg sei abhängig von der Fallzeit oder er sei eine Function der Zeit, und weil 2 mal 2 das Quadrat von 2, 3 mal 3 das Quadrat von 3, 10 mal 10 das Quadrat von 10 genannt wird, so sagt man, der Weg wachse in demselben Verhältniss wie die Quadrate der Zeiten.

Gehen wir zu einem zweiten Beispiele über, zu den Kepler'schen Gesetzen. Kepler hat gefunden, dass die Erde sich um die Sonne in einer Ellipse bewegt, deren einer Brennpunkt die Sonne ist, oder etwas populärer ausgedrückt, dass die Erde sich um die Sonne in einer kreisähnlichen Linie bewegt und dass die Sonne nahezu im Mittelpunkte dieses Kreises sich befindet. Denken Sie sich nun von der Sonne aus einen Verbindungsstrahl nach der Erde gezogen. Wir wollen diesen Verbindungsstrahl einen Radius Vector nennen. Wenn sich dann die Erde um die Sonne bewegt, so wird sich dieser Radius Vector um die Sonne drehen und wird in einer bestimmten Zeit einen Theil der kreisähnlichen Fläche durchstreichen. Man nennt einen solchen Theil einen Sector und nun sagt das zweite Kepler'sche Gesetz, dass die Erde sich um die Sonne so bewege, dass in gleichen Zeiten gleich grosse Sektoren von jenem Radius Vector durchstrichen werden. Wenn Sie daher durch Beobachtung gefunden haben, wie gross der Sector ist, der z. B. in einer Stunde von jenem Radius Vector durchstrichen wird, so wird in 2 Stunden ein 2 mal so grosser

Sector durchstrichen werden, in 3 Stunden ein 3 mal so grosser, in 10 Stunden ein 10 mal so grosser u. s. f. Wir sagen, der durchstrichene Sector sei abhängig von der Zeit oder er sei eine Function der Zeit, und zwar sagen wir, der Sector wachse in demselben Verhältniss wie die Zeit.

Gehen wir zu einem dritten Beispiele über. Stellen Sie sich einen leuchtenden Punkt vor und in irgend einer Entfernung von demselben einen Bogen weissen Papiers. Der Bogen wird dann durch den leuchtenden Punkt eine gewisse Helligkeit erhalten. Diese wird um so grösser, je näher sich der Bogen dem leuchtenden Punkte befindet und um so kleiner, je weiter er sich von demselben entfernt. Beobachten Sie nun die Helligkeit, die der Bogen in einer bestimmten Entfernung besitzt, in einer 2 mal so grossen Entfernung wird dann die Helligkeit eine 2 mal 2 oder 4 mal kleinere geworden sein, in einer 3 mal so grossen Entfernung eine 3 mal 3 oder 9 mal kleinere, in einer 10 mal so grossen Entfernung eine 10 mal 10 oder 100 mal kleinere u. s. f. Man sagt, die Helligkeit sei abhängig von der Entfernung oder sie sei eine Function der Entfernung, speciell sagt man, die Helligkeit nehme in demselben Verhältniss ab, in welchem die Quadrate der Entfernungen zunehmen.

Nach diesen Beispielen werden Sie nun verstehen, was es heisst, es sei das Bestreben der Naturwissenschaften die Abhängigkeit der einzelnen Erscheinungen von einander durch mathematische Functionen auszudrücken, insofern wir unter einer Function die durch Zahlen ausgedrückte Abhängigkeit zweier Grössen von einander verstehen. Da die Naturerscheinungen in der mannigfaltigsten Art von einander abhängen, so wird es auch unzählig viele mathematische

Functionen geben, nur müssen Sie nicht glauben, dass diese Abhängigkeiten und also auch die entsprechenden Functionen immer so einfacher Natur seien wie bei den besprochenen Beispielen. Es kommen da höchst verwickelte Fälle vor. Wir werden nun die Mathematik als diejenige Sprache bezeichnen, in welcher die Naturvorgänge auf die einfachste und zugleich auf die vollständigste Weise beschrieben werden können. So wäre es z. B. nicht möglich, die Bewegung der Erde um die Sonne auf eine einfachere und vollständigere Weise zu beschreiben, als dies durch die Kepler'schen Gesetze geschieht.

Wir sind nun bereits mitten auf dem Gebiete der Euler'schen Thätigkeit angelangt. Denn es ist grade ein Hauptverdienst Eulers, dass er die unzählig vielen Functionen, die ihm entweder direct durch die Natur dargeboten wurden, oder die sein Scharfsinn erst ersinnen musste, zum ersten Male einer umfassenden Untersuchung unterwarf, dass er ihre Eigenschaften ergründete und die Quelle angab, aus der diese Eigenschaften fliessen, dass er sie nach gemeinschaftlichen Gesichtspunkten ordnete oder auch Functionen, die man als von einander verschieden angesehen hatte, wie z. B. die sogenannten Kreisfunctionen und die Exponentialfunctionen, auf einander zurückführte. Er hat diesen Untersuchungen insbesondere zwei Hauptwerke gewidmet, seine Einleitung in die Analysis des Unendlichen und seine Anleitung zur Differential- und Integralrechnung. Diese Werke sind noch heute, nach mehr als 100 Jahren die lesenswerthesten Lehrbücher der höheren Analysis, denn so viele Werke auch seit jener Zeit über diesen Gegenstand geschrieben worden sind, sie sind doch fast alle mehr oder weniger Variationen des von Euler behandelten Thema's.

Aber ich darf die Besprechung der mathematischen Thätigkeit Eulers nicht verlassen, ohne noch eines wesentlichen Umstandes zu gedenken. Ich habe gesagt, die Mathematik sei die Sprache, in der die Naturerscheinungen auf die einfachste und vollständigste Weise beschrieben werden können. Sie werden daher verstehen, wie wichtig es ist, die mathematischen Gedanken selbst in einer möglichst knappen und anschaulichen Weise zum Ausdruck zu bringen. In dieser Richtung hat Euler epochemachend gewirkt. Wir können getrost sagen, dass die ganze Form des modernen mathematischen Denkens von Euler geschaffen worden ist. Man nehme einen Schriftsteller unmittelbar vor Euler, man hat die grösste Mühe nur der Ausdrucksweise des Autors zu folgen, weil derselbe es noch nicht verstanden hat, die Formeln durch sich selbst sprechen zu lassen. Diese Kunst hat erst Euler gelehrt.

Aber Euler war nicht nur ein grosser Mathematiker, er war auch ein grosser Physiker und Astronom. Der Theorie der Bewegung der Himmelskörper hat er mehrere grössere Werke gewidmet, er war der erste, der eine analytische Mechanik geschrieben hat, er war in seinem Jahrhundert vielleicht der einzige, der bereits eine richtige Vorstellung von dem Wesen der Wärme hatte, indem er lehrte, dass es keinen besonderen Wärmestoff gäbe, sondern dass das Wesen der Wärme in der Bewegung der kleinsten Theile des erwärmten Körpers bestehe. Er hat ferner selbst der Autorität eines Newton gegenüber an der schon von Huyghens ausgesprochenen Ansicht festgehalten, nach der das Wesen des Lichtes nicht in einem besonderen Lichtstoff, sondern in der schwingenden Bewegung des das Weltall erfüllenden Aethers besteht.

Es sei gestattet noch ein specielles Verdienst heraus-

zugreifen, welches sich Euler auf dem Gebiete der Optik erworben hat. Sie Alle haben schon die Erfahrung gemacht, dass, wenn Sie durch ein geschliffenes Glas, etwa durch ein Glasprisma oder durch eine Glaslinse hindurchschauen, die Gegenstände nicht nur in veränderter Gestalt, sondern auch mit farbigen Rändern versehen erscheinen. Diese farbigen Ränder sind durch die verschiedene Brechbarkeit der einzelnen Farben bedingt, aus denen sich das farblose Licht zusammensetzt. Bei dem Gebrauche optischer Instrumente sind aber solche farbigen Ränder in hohem Grade störend, wovon Sie sich zu jeder Zeit überzeugen können, indem Sie etwa ein schlechtes Opernglas in die Hand nehmen. Euler machte nun die Entdeckung, dass bei dem menschlichen Auge, welches doch auch ein optisches Instrument ist, jene farbigen Störungen dadurch wegfallen, dass das Licht im Innern des Auges mehrere Stoffe verschiedener Brechbarkeit durchläuft, sodass sich die verschiedenen farbigen Störungen gegenseitig aufheben. Durch diese Bemerkung veranlasst, berechnete er nun auf mathematischem Wege diejenigen Linsencombinationen, welche man anzuwenden hätte, um achromatische d. h. von jenen farbigen Störungen freie Instrumente zu erhalten. Als Euler diese Berechnungen veröffentlichte, wurde er von allen Seiten auf das heftigste angegriffen, insbesondere aber von dem englischen Physiker Dolland, der sich auf Newtons Erklärung von der Unmöglichkeit achromatischer Instrumente berief. Aber Euler war von der Richtigkeit seiner Rechnungen so sehr überzeugt, dass er nicht nachliess, bis sein Gegner Dolland selbst, im Jahre 1758, durch Combination von Flint- und Crown Glas das erste achromatische Fernrohr construirte und somit die Berechnungen Eulers auf das Glänzendste bestätigte. In den Lehrbüchern der

Physik wird allgemein Dolland als der Urheber dieser für die optischen Instrumente epochemachenden Erfindung bezeichnet, es wäre aber nur ein Act der Gerechtigkeit, wenn man neben Dolland auch Euler nennen würde, denn dieser ist in der That der intellectuelle Urheber dieser wichtigen Erfindung.

Obgleich Euler auf rein mathematischem Gebiete unstreitig die bedeutendste Erscheinung des letzten Jahrhunderts — und vielleicht aller Jahrhunderte — gewesen ist, so hat er doch noch Zeit und Musse gefunden, sich auch mit einer Reihe rein practischer Fragen in der eingehendsten Weise zu beschäftigen. Ich erwähne hier nur, dass man ihm eine umfassende Bearbeitung der Artilleriewissenschaften verdankt, in welcher er eine vollständige Theorie der Bewegung geworfener Körper entwickelt hat, und dass er ferner die Schiffsbaukunst durch eine Reihe werthvoller Werke bereichert hat, indem er die Theorie der schwimmenden Körper ausbildete und diejenigen Formen berechnete, welche die Schiffe haben müssen, um bei einer möglichst grossen Stabilität eine möglichst grosse Beweglichkeit zu besitzen. Diese Werke erregten damals das grösste Aufsehen und wurden in fast sämtliche europäische Sprachen übersetzt.

Ich komme bei dieser kurzen Besprechung der Eulerschen Verdienste schliesslich noch zu einem Gebiete, welches für Sie vielleicht von besonderem Interesse sein dürfte, ich meine seine populären Arbeiten.

Unter diesen will ich aber nur ein Werk herausgreifen, die Briefe Eulers an eine deutsche Princessin. Diese Briefe sind an eine Nichte Friedrichs des Grossen gerichtet und bilden die Fortsetzung des Unterrichtes, welchen dieselbe von Euler erhalten hatte. In 234 meist ganz kurzen

Briefen behandelt Euler die wichtigsten Gebiete der Astronomie, der mathematischen und physikalischen Geographie, der Physik und der Philosophie und zwar in einer so klaren, lichtvollen, ich möchte fast sagen liebenswürdigen Sprache, dass dieselben noch heute als Muster populärer Darstellung bezeichnet werden dürfen. Die Zeit verbietet, auf den Inhalt derselben näher einzutreten, ich muss mich darauf beschränken, Sie auf diese Briefe aufmerksam zu machen, aber ich würde mich glücklich schätzen, wenn der heutige Vortrag wenigstens den practischen Erfolg hätte, dass diese Briefe Eulers an eine deutsche Princessin auch in grösseren Leserkreisen wiederum diejenige Beachtung finden würden, die sie in so hohem Grade verdienen. —

Im Jahre 1766, also in seinem 60. Lebensjahre, verliess Euler Berlin und kehrte nach Petersburg zurück. Zu diesem Wechsel wurde er durch einige Differenzen mit der Berliner Academie, insbesondere aber durch die glänzenden Anerbietungen veranlasst, welche ihm von der Kaiserin Katharina II. gemacht wurden und welche Euler, der eine sehr zahlreiche Familie besass, nicht glaubte ausschlagen zu dürfen. Kaum in Petersburg angelangt, wurde er von einer heftigen Krankheit befallen, von der er sich zwar wieder erholte, aber nur mit gänzlichem Verluste auch seines zweiten Auges. So war denn Euler die letzten 17 Jahre seines Lebens völlig erblindet. Aber jetzt sollte es sich erst zeigen, über welch' ungewöhnliche geistige Fähigkeiten Euler zu verfügen hatte, denn nunmehr entwickelte der gänzlich erblindete Greis, der nur noch auf sein Gedächtniss und seine Einbildungskraft angewiesen war, eine fast fieberhafte Thätigkeit, beinahe die Hälfte seiner gesammten

Production fällt in die Jahre, wo er des für einen Gelehrten kostbarsten Organes beraubt war.

Kurze Zeit darauf wurde Euler von einem zweiten Unglücke heimgesucht, welches ihn unter solchen Umständen besonders empfindlich treffen musste. Sein Haus, ein Geschenk der Kaiserin, wurde bei Gelegenheit einer grossen Feuersbrunst ein Raub der Flammen. Seine Bibliothek und ein Theil seiner Manuscripte verbrannten. Er selbst wäre dem Feuertode nicht entgangen, wenn nicht ein in Petersburg lebender Basler, Namens Grimm, der die Gefahr erkannt hatte, in der sein berühmter Landsmann schwebte, mit eigener Lebensgefahr in das brennende Haus eingedrungen wäre und den blinden Greis auf seinen Schultern aus den Flammen herausgetragen hätte.

Man muss wahrlich die ausserordentliche Ruhe und Heiterkeit des Geistes bewundern, die Euler besessen haben musste, um nach so schweren Schicksalsschlägen immer und immer wieder zu seinen wissenschaftlichen Arbeiten zurückkehren zu können. Allerdings wurde er bei diesen auch unterstützt durch eine unglaubliche Vorstellungskraft und durch ein geradezu phänomenales Gedächtniss. Euler gehörte zu denjenigen Mathematikern, denen in jedem Augenblicke die Gesammtheit ihrer Wissenschaft zu Gebote stand.

Die folgenden Angaben mögen einen ungefähren Begriff von seiner Gedächtnisskraft geben. In seinem 75. Lebensjahre berechnete einst Euler in einer schlaflosen Nacht die ersten 6 Potenzen der ersten 20 Zahlen und sagte dieselben mehrere Tage lang vorwärts und rückwärts auf. Er wusste in seinem hohen Alter noch die ganze Aenaeide auswendig und zwar wusste er von jeder Seite

der von ihm in seiner Jugend benutzten Ausgabe anzugeben, mit welchem Verse dieselbe anfang und aufhörte.

Euler besass in hohem Grade, was wir heute allgemeine Bildung nennen. Er war ein gründlicher Kenner des classischen Alterthums, der Geschichte und der Litteratur, auf dem Gebiete der Medicin und der Naturwissenschaften besass er mehr als gewöhnliche Kenntnisse, wir haben ja gehört, dass er bereits mit 20 Jahren als Physiologe an die Petersburger Academie berufen worden war. Seine Mussestunden widmete er der Tonkunst, aber auch am Klavier zeigte er sich als Mathematiker: er hat sogar eine Theorie der Tonkunst geschrieben.

Euler war, was man nicht von jedem grossen Manne sagen kann, auch ein vorzüglicher Mensch. Er besass eine ungewöhnliche Herzensgüte und eine fast kindliche Frömmigkeit. Es wird Sie vielleicht noch interessiren, zu erfahren, dass Euler auch nie aufgehört hatte, ein Schweizer zu sein, denn obgleich er 25 Jahre lang in Berlin und 31 Jahre in Petersburg gelebt hat, so bediente er sich doch stets, oft zum Ergötzen seiner Umgebung, der ächtesten Basler Mundart mit allen ihren Eigenthümlichkeiten.

Eulers Ende war eines grossen Gelehrten würdig, er wurde mitten in seiner Thätigkeit vom Tode überrascht. Mit dem lebhaften Interesse, welches er jeder neuen Erfindung entgegenbrachte, hatte er sich noch am 18. September 1783 mit der Theorie der Bewegung der Luftballons beschäftigt, die damals grade aufgekommen waren, eine schwierige Berechnung war ihm gelungen, er unterhielt sich darüber mit einem seiner Freunde, da plötzlich sank er zurück, die Feder entfiel seiner Hand, Euler hatte aufgehört zu rechnen und zu leben. —

Ein Jahrhundert ist seit jener Zeit verflossen, ein Jahrhundert reich an Fortschritten auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften. Aber wie gross auch die Reihe der glänzenden Entdeckungen ist, die sich an die Namen Lagrange, Gauss, Jacobi anknüpfen, wir stehen noch heute unter dem dominirenden Einflusse dieser gigantischen Erscheinung Eulers. Wir lesen seine Werke nicht aus historischem Interesse, nicht etwa um zu erfahren, wie man über diese oder jene schwierigen Fragen in dem vergangenen Jahrhundert gedacht hat, sondern weil wir in ihm unsern Lehrer anerkennen, dessen Führung wir uns noch heute mit der ganzen Bescheidenheit und Bewunderung anvertrauen, die uns seine geistige Ueberlegenheit einflösst.

Aber noch nach einer andern Seite möchte ich diese Erinnerung an Euler abschliessen. Das Jahrhundert, welches uns von Euler trennt, es ist auch reich, ja überreich an Fortschritten auf dem Gebiete der Technik. Es ist aber eine unbestrittene Thatsache, dass diese Fortschritte im engsten Zusammenhange stehen mit der Entwicklung der mathematischen Wissenschaften, auch wenn dieser Zusammenhang nicht immer so direct nachweisbar wäre, wie dies bei Eulers Erfindung des achromatischen Fernrohrs der Fall ist. So hat denn auch Euler einen nicht zu unterschätzenden Antheil an den grossen Errungenschaften, deren sich die Menschheit heute rühmt und erfreut und darum verdient sein Name gekannt und anerkannt zu werden auch von denen, die den mathematischen Wissenschaften ferne stehen.

Auf dem Friedhofe von St. Petersburg erinnert ein mächtiger Block aus finnländischem Granit mit der Inschrift: „Leonardo Eulero Academia Petropolitana“ den

Wanderer, dass er sich an der Stelle befindet, welche die irdischen Reste des grossen Mathematikers in sich birgt. Vielleicht wird nach tausend und aber tausend Jahren der Stein durch Ereignisse irgend welcher Art von seiner Stelle entfernt sein, seine Inschrift verwittert, seine Bedeutung vergessen sein. Aber der Name Leonhard Euler wird als Symbol höchster geistiger Vollkommenheit fortleben, so lange es eine Cultur gibt, denn er selbst hat sich ein Denkmal gesetzt, grösser, erhabener und unvergänglicher als jedes Gebilde von Menschenhand, das sind seine unsterblichen Werke.

