303.

SUR LE PROBLÈME DU POLYGONE INSCRIT ET CIRCONSCRIT.

LETTRE À M. PONCELET.

[From the *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences à Paris*, tom. LV. (*Juillet—Décembre*, 1862), pp. 700, 701.]

J'OSE vous écrire par rapport aux remarques que vous faites p. 483 de l'ouvrage (*Applications d'Analyse etc.* [Paris, t. I. (1862)]) au sujet de mes recherches sur le problème du polygone inscrit et circonscrit [267 and the papers 113, 115, 116 and 128 therein referred to].

Je n'ai nullement voulu attribuer à Fuss le théorème pour les deux cercles. J'ai seulement dit, tout à fait en passant: *The case...of the two circles* (*the original case of the Porism as considered by Fuss*) et en effet Fuss a fait des recherches sur ce cas d'un polygone inscrit et circonscrit à deux cercles. Mais je n'ai jamais imaginé qu'il y eût un géomètre (algébriste ou non) qui ne connût pas tant votre ouvrage classique de 1822, que le mémoire de 1828 de Jacobi, où l'on voit précisément ce que Fuss a fait sur ce problème. Par rapport à mon dernier Mémoire (*Phil. Trans.* 1861) [267], que vous citez et qui résume quelques Notes que j'ai publiées en 1853, permettez-moi de vous mentionner la forme de ma solution: on a une fonction $a+b\xi+c\xi^2+d\xi^3$, où ξ est une quantité indéterminée, et a, b, c, d sont des fonctions données très simples des paramètres qui determinent les deux cercles (ou coniques). On développe la racine carrée de cette fonction dans la forme $A+B\xi+C\xi^2+D\xi^3+E\xi^4+\ldots$, et, cela fait, on a tout de suite l'équation entre les paramètres pour un polygone d'ordre quelconque; savoir pour le triangle, le pentagone, l'heptagone, etc., ces conditions sont

$$C=0,\quad \begin{vmatrix} C, & D \\ D, & E \end{vmatrix}=0,\quad \begin{vmatrix} C, & D, & E \\ D, & E, & F \\ E, & F, & G \end{vmatrix}=0, \text{ etc.,}$$

tandis que pour le quadrangle, l'hexagone, l'octogone, etc., ces conditions sont

$$D=0, \quad \begin{vmatrix} D, & E \\ E, & F \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} D, & E, & F \\ E, & F, & G \\ F, & G, & H \end{vmatrix} = 0, \text{ etc.,}$$

de manière que la condition est trouvée explicitement pour un polygone d'ordre quelconque *sans passer par celles qui appartiennent aux polygones d'ordre inférieur.*

Comme j'attache, je l'avoue, un peu d'importance à cette solution (laquelle selon l'explication que je viens de donner ne paraît pas mériter la critique que vous en faites) je serais bien aise si vous voulez bien communiquer cette lettre à l'Académie.

www.rcin.org.pl