XVII.

Réponse à une remarque de M. Sylvester concernant les Leçons sur la théorie des nombres de Dirichlet.

[Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris. Bd. 91, S. 154—156 (1880).]

Dans le § 47 de la *Zahlentheorie* de Dirichlet (3[e] éd., p. 110), où il s'agit de l'algorithme connu qui sert à déterminer la valeur du symbole $\left(\frac{b}{a}\right)$, on rencontre cette phrase: „Es zeigt sich nun, daß die damals notwendige Zerlegung in Primzahlfaktoren (abgesehen von dem Faktor 2) ganz überflüssig geworden.“. Ce passage a donné lieu à la remarque suivante de M. Sylvester (*Comptes rendus* du 10 mai 1880, p. 1105): „Ce qui précède ici rend évident (il me semble) que cette exclusion du nombre 2 (due probablement à quelque mésintelligence de la part des auditeurs de Dirichlet) est elle-même (*überflüssig*) superflue“. Je me permets de répondre à M. Sylvester que sa remarque, dont je n'ai eu connaissance qu'aujourd'hui, 11 juillet 1880, repose sur un malentendu de sa part, en ce qu'il prend pour synonymes les deux mots *superflu* et *évitable*. En désignant comme superflue une opération, on veut bien dire qu'elle est aussi évitable; mais la réciproque n'est pas juste; une opération évitable peut en même temps être très-utile, et dans ce cas elle n'est pas du tout superflue. Comme M. Sylvester l'a remarqué dans une Note antérieure (*Comptes rendus*, du 3 mai 1880, p. 1054), il est évident qu'on peut toujours former une chaîne réductive impaire dont les deux premiers termes sont des nombres impairs donnés. Je me permets d'ajouter que certainement cette évidence n'a pu échapper à personne et que l'algorithme de M. Sylvester coïncide à peu près avec celui que Eisenstein a publié il y a trente-six ans (*Journal de Crelle*, t. 27, p. 317); mais, en excluant les restes pairs et en évitant ainsi la décomposition relative au nombre 2, on est amené très souvent à une chaîne réductive beaucoup plus longue; sans aucun doute, l'illustre géomètre anglais se serait aperçu de cette circonstance s'il avait voulu traiter, non seulement le deuxième et le troisième, mais aussi le premier des exemples proposés à l'endroit cité de la *Zahlentheorie* (p. 110). En effet, pour calculer d'après la méthode des restes impairs la valeur du symbole $\left(\frac{365}{1847}\right)$, il faut former la chaîne réductive contenant les 21 nombres suivants:

$$\begin{array}{ccccccc} 1847, & 365, & -343, & -321, & 299, & 277, & -255, \\ -233, & 211, & 189, & -167, & -145, & 123, & 101, \\ -79, & -51, & 35, & 13, & 9, & -5, & -1, \end{array}$$

tandis que, dans la méthode des plus petits restes, il suffit de former seulement les deux chaînes

$$1847,\quad 365,\quad 22 \quad \text{et} \quad 365,\quad 11,\quad 2.$$

Je suis persuadé que tout calculateur préférera la dernière méthode, et j'en conclus que la conservation des restes pairs et de la décomposition relative au nombre 2, bien qu'elle soit évitable, n'est pas du tout superflue, comme le veut M. Sylvester. Je laisse donc au lecteur le soin de juger de quel côté se trouve la mésintelligence; sans doute, j'aurais pu éviter d'entrer dans cette discussion, provoquée par M. Sylvester, mais j'espère que ma réponse ne sera pas tout à fait superflue.