

## IX.

## SULLE FIGURE ELETTROCHIMICHE DI A. GUÉBHARD

«Atti Acc. Scienze Torino», Vol. XVIII, 1883, p. 329-336 (\*).

In un lavoro presentato all'Accademia nell'adunanza del 17 dicembre 1882 (\*\*) io esponevo una teoria delle apparenze che si hanno alla superficie di un cilindro metallico immerso in un elettrolita <sup>(1)</sup>. Alla classe dei fenomeni considerati in tale lavoro è da ascriversi, come mi ha fatto osservare il prof. ROITI, quello recentemente studiato da A. GUÉBHARD degli anelli colorati, invariabili col tempo, che si ottengono sopra una lastra, la quale costituisce il fondo d'una vaschetta piena di un miscuglio di acetato di piombo e di acetato di rame, quando si immergono in esso i reofori di una pila fino a poca distanza dal fondo.

GUÉBHARD notò per il primo, quando i reofori sono scoperti in tutta la loro lunghezza e disposti normalmente al fondo, e la vaschetta ha per contorno un cilindro, la cui direttrice è precisamente il contorno della lastra, che gli anelli colorati coincidono molto approssimativamente colle linee equipotenziali che si avrebbero sulla lastra supposta isolata ed a contatto con i reofori.

## I.

L'analogia fra i fenomeni elettrochimici considerati nel lavoro ora citato e questo di GUÉBHARD si comprende osservando che il regime stazionario delle correnti si stabilirà quando sulla lastra la componente normale della corrente di polarizzazione sarà eguale a quella della corrente principale. Però quando questa sarà abbastanza intensa, come avviene ordinariamente in tali esperienze, le forze elettromotrici di polarizzazione nei punti della lastra vicini agli elettrodi raggiungeranno il massimo: la corrente penetrerà ed escirà dalla lastra per questi punti. Volendo applicare il calcolo sono da distinguere due casi:

1° Quando si adoperano degli elettrodi perfettamente normali al fondo e scoperti per tutta la loro lunghezza.

2° Quando gli elettrodi sono coperti fino alle estremità, queste restando scoperte.

(\*) Presentata dal Socio G. FERRARIS.

(\*\*) In questo volume: VII, pp. 124-139.

(1) Il primo § della presente Nota fu presentato dapprima insieme al lavoro suddetto.

1° CASO. - Suppongasi una vaschetta V cilindrica (fig. I), il cui fondo metallico sottilissimo abbia una forma arbitraria; la vaschetta sia ripiena di un elettrolita ed in esso siano immersi un certo numero di elettrodi fili-formi  $a, b, c, \dots$ , scoperti e disposti normalmente al fondo, per i quali entri ed esca la corrente di una pila. Quando sarà raggiunto il periodo stazionario, avremo che, eccettuate delle piccole superficie  $A, B, C, \dots$ , in vicinanza delle estremità di  $a, b, c, \dots$ , in cui la forza elettromotrice di polarizzazione avrà raggiunto il massimo, e per le quali penetrerà ed uscirà la corrente nella lastra, negli altri punti di questa

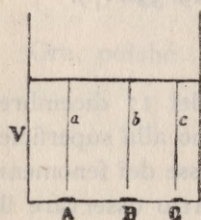


Fig. I.

la componente normale della corrente di polarizzazione eguaglierà quella della corrente principale. Se le ampiezze degli spazi  $A, B, C, \dots$ , sono trascurabili in modo che essi possano considerarsi come dei punti, come pure sono trascurabili le distanze delle estremità di  $a, b, c, \dots$ , dal fondo, potremo ritenere molto approssimativamente che il fenomeno avvenga come se  $a, b, c, \dots$ , toccassero il fondo e in tutti i punti di questo, esclusi quelli di contatto colle estremità di  $a, b, c, \dots$ , la componente normale fosse nulla. Quindi se si prende l'asse coordinato  $z$  parallelo agli elettrodi, la funzione potenziale nel liquido sarà una funzione soltanto delle due coordinate  $x$  e  $y$  che verificherà l'equazione

$$\Delta^2 U = 0$$

e che avrà dei punti d'infinito logaritmico corrispondentemente alle intersezioni di  $a, b, c, \dots$ , col piano  $xy$ . Se  $n$  è la normale al contorno della vaschetta sarà

$$\frac{\partial U}{\partial n} = 0.$$

Indicando con  $r_a, r_b, r_c, \dots$ , le distanze dei punti d'infinito dal punto  $(x, y)$ , la funzione potenziale in questo punto sarà data da

$$M_a \log r_a + M_b \log r_b + M_c \log r_c + \dots + \varphi(x, y)$$

in cui  $\varphi(x, y)$  è finita ed  $M_a, M_b, M_c, \dots$ , sono proporzionali alle quantità di elettricità che entrano nel liquido dai rispettivi elettrodi.

La funzione potenziale  $U_1$ , nei punti della lastra, sarà pure una funzione delle due variabili  $x$  ed  $y$ , che verificherà a condizioni analoghe a quelle a cui soddisfa la  $U$ ; quindi sarà essa pure della forma

$$M'_a \log r_a + M'_b \log r_b + M'_c \log r_c + \dots + \varphi_1(x, y),$$

in cui  $M'_a, M'_b, M'_c, \dots$ , sono proporzionali alle quantità di elettricità che entrano da  $A, B, C, \dots$ , e  $\varphi_1(x, y)$  è finita. Ma possiamo evidentemente assumere  $M'_a, M'_b, M'_c, \dots$ , come proporzionali ad  $M_a, M_b, M_c, \dots$ , onde risulterà

$$U = CU_1 + C_1,$$

in cui  $C$  e  $C_1$  sono costanti.

Ora, le linee in cui la forza elettromotrice di polarizzazione avrà un valore costante, nelle quali quindi si sarà depositato uno strato di grossezza

uniforme e che conseguentemente appariranno avere una stessa colorazione, sono date da

$$U - U_x = \text{cost.},$$

quindi corrisponderanno alle linee  $U_x = \text{cost.}$

Ma, se supponiamo la lastra metallica isolata e delle correnti che entrino ed escano da A, B, C, ..., in modo che le quantità di elettricità che penetrano nella lastra siano proporzionali ad  $M_a, M_b, M_c, \dots$ , la funzione potenziale sulla lastra sarà evidentemente una funzione proporzionale ad  $U_x$ , quindi è dimostrato che le linee di egual colorazione corrispondono alle linee di livello.

Questo risultato evidentemente non è che approssimativo avendo supposto trascurabili le grandezze delle superficie A, B, C, .... Si comprende facilmente che quanto più saremo lontani da questi punti tanto più gli anelli colorati si accosteranno alle linee di livello<sup>(2)</sup>. Sulla loro forma non avrà poi influenza l'altezza del liquido.

2° CASO. - Consideriamo una vaschetta, il cui fondo metallico abbia uno spessore eguale all'altezza del liquido in essa contenuto ed in vicinanza del fondo esistano dei punti  $a, b, c, \dots$ , (fig. II) di entrata e di uscita della corrente. Quando sarà raggiunto il periodo stazionario, ammettendo che le superficie A, B, C, ..., per le quali entra la corrente nel fondo metallico possano considerarsi come dei punti coincidenti con  $a, b, c, \dots$ , la funzione potenziale U nell'elettrolita soddisferà l'equazione

$$\Delta^2 U = 0,$$

avrà dei punti d'infinito del 1° ordine in  $a, b, c, \dots$ , ed in tutti gli altri punti del contorno verificherà la condizione

$$\frac{\partial U}{\partial n} = 0$$

in cui  $n$  è la normale al contorno.

Ad analoghe condizioni soddisferà la funzione potenziale  $U_x$  nei punti del fondo metallico; quindi, i due campi in cui sono definite queste funzioni essendo eguali, si otterrà con una osservazione analoga a quella fatta precedentemente, quando si prenda il piano MN di separazione dei due mezzi per piano  $xy$ , che

$$U(x, y, z) = CU_x(x, y, -z) + C_1,$$

in cui C e  $C_1$  sono costanti.

(2) Se H. MEYER («Wied. Ann. der Phys.», vol. XVIII, 1883, p. 136) trova il contrario misurando alcune lastre preparate dallo stesso GUÉBARD e confrontandole colle proprie determinazioni galvanometriche, ciò deriva probabilmente dalla circostanza che GUÉBARD adagiava il più delle volte le sue lastre sul fondo, alquanto più esteso, della vasca, e non le verniciava a tergo: e d'altra parte nella figura riferita dal MEYER le superficie corrispondenti ad A, B, C, ..., sono molto estese.

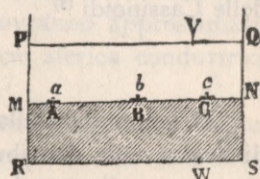


Fig. II.

Perciò sarà

$$U - U_1 = \text{cost.}$$

nei punti ove è

$$U_1 = \text{cost.}$$

In questo caso quindi gli anelli colorati dànno approssimativamente le intersezioni del piano MN colle superficie di livello nel conduttore MNRS supposto isolato, oppure (come si riconosce facilmente) nel conduttore PQRS supposto omogeneo.

Analogamente si avrebbe se i punti  $a, b, c, \dots$ , fossero soltanto punti di entrata della corrente e due punti V e W simmetrici rispetto ad MN fossero in comunicazione col suolo.

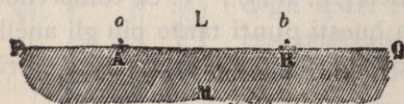


Fig. III.

Per esempio, se si suppone il liquido L indefinito e il fondo metallico M pure indefinito,  $a$  e  $b$  (fig. III) i punti di entrata della corrente, e si suppone che due punti di L e di M a distanza infinita comunichino col suolo, si otterranno sulla super-

ficie PQ gli anelli colorati che dovranno assumere la nota forma simile a delle Cassinoidi<sup>(3)</sup>.

## II.

Il fenomeno della coincidenza degli anelli di A. GUÉBHARD colle linee di livello nella distribuzione della elettricità si può presentare anche in altre circostanze diverse da quelle che per quanto io so sono state studiate finora sperimentalmente.

Ne cito alcune:

1° Sia nota in tutti i punti di un piano P (fig. IV) una funzione  $V$  che verifica l'equazione

$$\Delta^2 V = c.$$

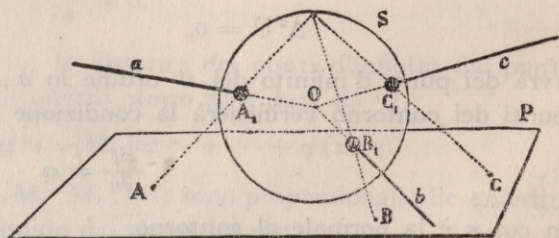


Fig. IV.

Mediante la proiezione stereografica, si rappresenti conformemente il piano sulla sfera S in modo che la  $V$  possa considerarsi come una funzione  $V_x$  dei punti della sfera. Se prendiamo un sistema di coordinate polari  $(r, \theta, \varphi)$  coll'origine nel centro della sfera avremo evidentemente, considerando la  $V_x$  come funzione di  $r, \theta, \varphi$ ,

$$\Delta^2 V_x = \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V_x}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V_x}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V_x}{\partial \varphi^2} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial r} = 0.$$

(3) Vedi il disegno in W. THOMSON und P. G. TAIT, *Handbuch der Theoretischen Physik*. Bd. I, Th. 2, 1874, s. 53.

Se  $A, B, C, \dots$ , sono punti d'infinito logaritmico di  $V$  e  $A_1, B_1, C_1, \dots$ , sono i punti corrispondenti della sfera  $S$ , la  $V_1$  sarà infinita logaritmicamente nei punti dei raggi  $OA_1, OB_1, OC_1, \dots$ .

Sia  $S$  coibente e tutto lo spazio esterno alla sfera sia conduttore. Una corrente elettrica entri ed esca per gli elettrodi  $a, b, c, \dots$ , in modo che da ogni punto di ciascuno di essi penetri nel conduttore una stessa quantità di elettricità rispettivamente proporzionale al coefficiente del termine d'infinito corrispondente ad  $A, B, C, \dots$ . Avremo che  $V_1$  sarà la funzione potenziale.

Supponiamo ora invece che la superficie della sfera coibente  $S$  sia costituita da uno strato sottilissimo metallico ed il conduttore esterno sia il noto elettrolita adoperato da A. GUÉBHARD. Gli elettrodi  $a, b, c, \dots$ , giungano fino a poca distanza dalla superficie sferica. Se la corrente sarà abbastanza intensa, allorchè sarà raggiunto il periodo stazionario, la corrente penetrerà ed escirà nello strato sferico per delle superficie  $A_1, B_1, C_1, \dots$ , prossime agli estremi di  $a, b, c, \dots$ , e in tutti gli altri punti della superficie sferica si stabilirà l'equilibrio fra la corrente principale e quella di polarizzazione, onde ripetendo il ragionamento fatto nei casi considerati precedentemente, avremo che gli anelli colorati che si presenteranno dovranno approssimativamente coincidere colle linee di livello della superficie sferica conduttrice supposta isolata ed a contatto con gli elettrodi.

Invece di una sfera se ne potrebbe considerare una porzione soltanto, purchè si limitasse corrispondentemente lo spazio occupato dall'elettrolita.

2° Un recipiente isolante, avente la forma di un solido di rivoluzione, sia diviso con un piano diametrale metallico  $ABC$  (fig. V) sottilissimo, di cui la conducibilità in ogni punto sia proporzionale alla sua distanza dall'asse  $CD$ . Una delle due parti in cui viene così diviso il recipiente contenga il noto elettrolita del GUÉBHARD e si faccia penetrare ed escire la corrente da due archi circolari  $a, b$  normali all'asse, aventi il centro su esso e di cui gli estremi siano a poca distanza dalla lamina metallica. Se la corrente sarà abbastanza intensa gli anelli colorati che si otterranno sulla lastra metallica rappresenteranno approssimativamente le linee equipotenziali della lastra stessa isolata posta a contatto con gli elettrodi  $a, b$ .

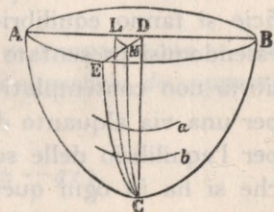


Fig. V.

Evidentemente il fenomeno dovrà avvenire egualmente se si limiterà lo spazio occupato dal liquido allo spazio  $ADEC$  mediante una superficie piana coibente  $DEC$  ed una porzione  $LMC$  di una superficie di rivoluzione avente per asse  $CD$  (4).

Credo che questi fatti si possano verificare sperimentalmente, anzi il dott. Luigi PASQUALINI vi si è già accinto.

(4) È evidente che il fenomeno di GUÉBHARD e questi analoghi corrispondono a dei casi di potenziali indipendenti da una coordinata.