ZBIÓR
ZADAŃ i PRZYKŁADÓW
ALGEBRAICZNYCH

W ZAKRESIE SZKOŁY ŚREDNIEJ
NA POWTÓRZENIE KURSU

UŁOŻYŁ
WACŁAW STEIMAN.

CENA w OPRAWIE KOP. 60.

WARSZAWA 1911.
SKŁAD GŁÓWNY w KSIĘGARNI POWSZECHNEJ
MARSZAŁKOWSKA 139.

NAKŁAD i WŁASNOŚĆ AUTORA.

1876

DRUKIEM GRAPOWA I MAZURKIEWICZA W ŁODZI.

Sz. Redakcyi „Wiadomości
Matematycznych" z prośbą
o umieszczenie kilku słów
krytyki w poczytnem
piśmie

Warszawa
od autora
27/IX 1911 r.

ZBIÓR
ZADAŃ i PRZYKŁADÓW
ALGEBRAICZNYCH

W ZAKRESIE SZKOŁY ŚREDNIEJ
NA POWTÓRZENIE KURSU

UŁOŻYŁ
WACŁAW STEIMAN.

1911.
NAKŁAD i WŁASNOŚĆ AUTORA.

WARSZAWA.

DRUKIEM GRAPOWA I MAZURKIEWICZA W ŁODZI.

PRZEDMOWA.

Niniejszy zbiór zadań obejmuje kurs algebry w zakresie szkoły średniej. Stosunkowo niewielka, lecz dostateczna liczba zadań daje możność przerobić kolejno wszystkie.

Ze względu na dość trudne tematy, spotykane w wielu zadaniach, zaleca się korzystać z podręcznika w ostatnich klasach, przy powtarzaniu kursu.

Staraliśmy się dział zadań na zestawianie równań, jako najbardziej ciekawy, odpowiednio rozwinąć; równania tworzą dział oddzielny w tym celu, ażeby zbytnio nie zawikłać treści zadań.

Zadania №№ 303—325, jako najbardziej złożone, wyczerpują wszystkie możliwe kombinacye algebraiczne, spotykane w kursie szkoły średniej.

Przy wyliczeniach logarytmicznych posiłkowaliśmy się tablicami z 5-oma dziesiętnymi znakami; często w odpowiedziach nie podajemy wartości urojonych. Zadania złożone posiadają dodatkowe odpowiedzi, zaś zadania oznaczone gwiazdką —wskazówki, załączone w końcu podręcznika.

W. St.

Warszawa, 1911 r.

CZĘŚĆ PIERWSZA.

Zadania.

Znaleźć wartość wyrazów:

1. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{1906624}+\sqrt{11-\sqrt{13+2\sqrt{22+\sqrt{3+\sqrt{8}}}}}}.$

2. $\left(\sqrt{12+2\sqrt{11}}-\sqrt{12-2\sqrt{11}}\right)^6.$

Przedstawić jak najprościej następujące wyrazy:

3. $2\cdot\sqrt{3+\sqrt{4-\sqrt{12}}}.$

4. $\dfrac{2\cdot(5+\sqrt{35})}{\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{2}}.$

5. $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}.$

Rozłożyć na czynniki:

6. a) a^2+a-72; b) $3a^2-\sqrt{2}a-4$.

7. a) $2a^3-21a^2+54a-35$; b) $2a^4-a^2-1$; c) $a^5-a^3-a+\dfrac{1}{a}\cdot$

8. $a^6+a^4b^2+ab^5+2a^3b^3+ba^5+a^2b^4+b^6$.

Znaleźć największy wspólny dzielnik wielomianów:

1) przez rozkładanie na czynniki:

9. a) a^3-7a-6; $a^2+26a-87$;

b) $2a^2+\sqrt{2}\cdot(1+\sqrt{6})\cdot a+\sqrt{6}$; $a^3-\sqrt{27}$.

10. $\begin{cases} x^2a - x^2y - xya + x^3 + xy^2 + y^2a \\ y^3x + y^2a^2 + x^3y - x^2y^2 + a^2x^2 - a^2xy. \end{cases}$

2) kolejnem dzieleniem:

11. $4a^3 - 20a^2 + 6a + 40; \quad 9a^2 - 24a - 48.$

12. $36a^3 - 24a^2 + 18a - 12; \quad 60a^2 - 28a - 8.$

13. $\begin{cases} 3ax^4 + 3a^2x^3 - 6a^3x^2 - 3a^4x - 6a^5 \\ 4ax^3 + 2a^2x^2 - 8a^3x + 8a^4. \end{cases}$

Znaleźć rzeczywistą wartość następujących ułamków:

14. $\dfrac{a^2+3a-40}{a^2-9a+20}$ jeżeli $a=5$; **15.** $\dfrac{1-\sqrt[5]{a}}{1-\sqrt[4]{a}}$ jeżeli $a=1$.

16. $\dfrac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}}{a+b}$ jeżeli $\begin{matrix} a=1 \\ b=-1. \end{matrix}$ **17.** $\dfrac{\sqrt[3]{x-a}}{\sqrt[4]{x^2-a^2}}$ jeżeli $x=a$.

18. $\dfrac{\sqrt{x^2+ax}-\sqrt{a^2+ax}}{x-a}$ jeżeli $x=a$.

19. Znaleźć wielomian, przez który należy pomnożyć dwumian $\sqrt[5]{8}-\sqrt[5]{5}$, ażeby w rezultacie otrzymać wyraz bez pierwiastka.

Wyciąganie pierwiastka kwadratowego z wielomianów.

20. Przy jakiej wartości n wielomian $n^4 - 4n^3 + 2n^2 - 5n + 55$ będzie całkowitym kwadratem?

21. Znaleźć wartość współczynników m, n i q wielomianu
$x^6 - 6x^5 + 19x^4 - 26x^3 + qx^2 + mx + n$,
aby przy jakiejkolwiek wartości x był on całkowitym kwadratem.

Równania pierwszego stopnia.

22. $\frac{x-1}{n-1}+\frac{2n^2\cdot(1-x)}{n^4-1}=\frac{2x-1}{1-n^4}-\frac{1-x}{1+n}$.

23. $\frac{5x-8}{6x-15}-\frac{2x-5}{10x-4}=\frac{19x^2-29}{(2x-5)\cdot(15x-6)}$.

24.* $\frac{m}{nx}+\frac{n}{my}=m+n;\quad \frac{n}{x}+\frac{m}{y}=m^2+n^2$.

25. $x\cdot(x+y-z)=24;\quad y\cdot(x+y-z)=42;\quad z\cdot(x+y-z)=30$.

26. $\begin{cases} \frac{a}{2x+ay}+\frac{a+1}{ax-2y}=\frac{2a+3}{5a\cdot(a-1)}. \\ \frac{a^2}{2x+ay}+\frac{a\cdot(a-1)}{ax-2y}=\frac{2a-3}{5\cdot(a+1)}. \end{cases}$

27. $ax+by+cz=d;\quad a^2x+b^2y+c^2z=d^2;\quad a^3x+b^3y+c^3z=d^3$.

28. $\begin{cases} x+y+z=0;\quad bcx+cay+abz=1; \\ (b+c)\cdot x+(c+a)\cdot y+(a+b)\cdot z=0. \end{cases}$

29. $y+z=2yz;\quad x+z=3xz;\quad x+y=4xy$.

30. $\frac{yz}{y+z}=a;\quad \frac{xz}{x+z}=b;\quad \frac{xy}{x+y}=c$.

31. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=9;\quad \frac{2}{x}+\frac{5}{y}-\frac{3}{z}=7;\quad \frac{1}{4x}+\frac{1}{3y}+\frac{1}{4z}=\frac{5}{2}$.

32.* $\begin{cases} x+\frac{y+z+w}{2}=a=37;\quad y+\frac{x+z+w}{3}=a; \\ z+\frac{x+y+w}{4}=a;\quad w+\frac{x+y+z}{5}=a. \end{cases}$

33. $\begin{cases} 3x-2y-5z=11; & 5x+3y-7u=47; \\ 11u-2t+4z=9; & 8t-5y=25; \quad 2x-13u=5. \end{cases}$

34. Znaleźć wartość ułamka $\dfrac{x}{x+y+z}$ jeżeli $x+y+z=3y=2z$.

Równania drugiego i wyższych stopni.

35. $x^2-x\cdot(4-\sqrt{2})-3\cdot(-1+\sqrt{2})=0$.

36. $\dfrac{1}{x-a}+\dfrac{1}{x-b}+\dfrac{1}{x-c}=0$.

37. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{144}{x^2}=30+2\cdot\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{6}{x}\right)$

38. $\dfrac{x}{6}\cdot(x-5)=\dfrac{3}{x}\cdot\left(5-\dfrac{18}{x}\right)$. **39.*** $\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^2+\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^2=\mathrm{n}(\mathrm{n}-1)$.

40. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{x-28+y}{60}$; $\dfrac{(x+y)^2}{175}=\dfrac{1-x-y}{2}+24$.

41. $10xy-11x+5x^2-11y+5y^2=588$; $y^3-x^2y=168$.

42. $x+y-1=xy$; $xy+3=x^2+y^2$.

43. $x+y+xy=19$; $x^2y+xy^2=84$.

44. $x+y=x^2-y^2=xy$.

45. $x^2-y^2+3\cdot(x+y)=12$; $2y^2+2xy=3+(x+y)$.

46. $2\cdot(x^2+y^2)=5xy$; $(x+y)\cdot(x-y)=3$.

47. $3\cdot(x^2-1)=4xy$; $2\cdot(2y^2+1)=3xy$.

48. $x^2+y^2+x+y=10$; $x+y+xy=4$.

49.* $x+y=\frac{3}{4}xy; \quad x^2+y^2+xy=28.$

50. $2\cdot(x+y)=3xy-22; \quad (x^2+y^2)-(x+y)=18.$

51. $$\begin{cases} \dfrac{85}{x^2+xy+y}+\dfrac{91}{y^2+xy+x}=12. \\ \dfrac{39}{y^2+xy+x}+\dfrac{34}{x^2+xy+y}=5. \end{cases}$$

52. $3xy-y^2=35; \quad 2x^2-xy=12.$

53. $x^2+y^2+1=3xy; \quad 2xy+8=3y^2.$

54. $x^2+xy+4y^2=6; \quad 3x^2+8y^2=14.$

---

55. $x^2+y^2+z^2=84; \quad x+y+z=14; \quad y^2=xz.$

56. $x^2+y^2+z^2=21; \quad xy+xz-yz=-2; \quad x+y+z=7.$

57. $xy+x=9; \quad zx+z=4; \quad yz+y=4.$

58. $x^2+y^2=z^2; \quad x+y+z=12; \quad xy=12.$

59.* $(x+y+z)\cdot(z-x-y)=7; \quad xz=y^2; \quad (x+y)^2=z\cdot(x+y)-3.$

60. $x+y+z+u=14; \quad x^2+y^2+z^2+u^2=54; \quad xy=6; \quad zu=20.$

61. $$\begin{cases} x+y=2k; \quad u+z=2s; \quad uz=xy; \\ x^2+y^2+z^2+u^2=4c^2. \end{cases}$$

62. Znaleźć całkowite i wymierne wartości niewiadomych następującego systematu równań:

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=14; \quad xz+yz-xy=5; \\ x^3+y^3-z^3=56-3xy\cdot(x+y). \end{cases}$$

---

63. $x-y=12;\quad \frac{1}{2}(x^4+y^4)=578\,xy-x^2y^2.$

64. $x^3-y^3=37;\quad xy\cdot(x-y)=12.$

65. $\frac{(x+y)^3}{x^3+y^3}=\frac{25}{7};\quad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=0{,}8(3).$

66.* $x^4-4x^3+5x^2-2x=240.$

67. $x-y=1;\quad x^5-y^5=211.$

68. $\frac{x^5+y^5}{x^3+y^3}=\frac{55}{7};\quad x+y=5.$

69. $x^5+y^5+x^2y^2\cdot(x+y)=455;\quad x+y=5.$

70.* $(x+y)\cdot(xy+1)=\frac{16}{3}xy;\quad (x^2+y^2)\cdot(x^2y^2+1)=\frac{100}{9}x^2y^2.$

71.* $x^6+y^6=72-x^3+y^3;\quad 7x^3y^3=8\cdot(x^3-y^3).$

72. $5x^2-5x^{-2}+9x^{-4}=9.$

73.* $\begin{cases} x^2+(y-z)^2=10;\quad y^2+(x-z)^2=8; \\ z^2+(x-y)^2=2. \end{cases}$

74. $x^3+x^2+\frac{x^2-1}{20}+\frac{1}{x}-20x=1.$

75.* $3x^4-20x^3+45x^2-40x+12=0.$

76. $6x^5-41x^4+97x^3-97x^2+41x-6=0.$

77. $x^7-2x^5+x^4+x^3-2x^2+1=0.$

Równania, zawierające wielkości niewiadome pod pierwiastkiem.

78. $z^2+5=8z+2\cdot\sqrt{z^2-8z+40}.$

79. $3z^2-75=31\cdot\sqrt{z^2-8z+45}+24z.$

80. $\sqrt{7+\sqrt{2z+\sqrt{3z^2-16z+17}}}=3.$

81. $\sqrt{5-z}-\sqrt{-z}=3\cdot(5-z)^{-\frac{1}{2}}.$

82. $2+\sqrt[3]{4\cdot\left(2-\sqrt{4-\frac{z}{4}}\right)}=0.$ 83.* $\sqrt[3]{z+2}-\sqrt[3]{z-2}=1.$

84. $\sqrt[3]{\frac{3z+1}{2}}-\sqrt[3]{\frac{3z-13}{2}}=1.$

85. $\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{z-3}}-\sqrt[3]{5+\sqrt[3]{z-3}}=1.$

86. $\frac{9z+3\cdot\sqrt[3]{z}}{3z-\sqrt[3]{z}}=7-\frac{6z-2\cdot\sqrt[3]{z}}{3z+\sqrt[3]{z}}.$ 87. $\frac{\sqrt[5]{z^2-1}}{a}+\frac{\sqrt[5]{z+1}}{b}=0.$

88. $\frac{\sqrt{5z+z^2}+z}{\sqrt{5z+z^2}-z}=\frac{25\cdot\left(\sqrt{5+z}-\sqrt{z}\right)}{\sqrt{5+z}+\sqrt{z}}.$

89. $\frac{\sqrt{1+z}}{1+\sqrt{1+z}}=\frac{\sqrt{1-z}}{1-\sqrt{1-z}}.$ 90. $\sqrt[\frac{m}{2}]{\frac{1+z}{1-z}}-\sqrt[m]{\frac{1+z}{1-z}}=1.$

91.* $\frac{\sqrt[5]{211+z}}{z}+\frac{\sqrt[5]{211+z}}{211}=\frac{729\cdot\sqrt[5]{z}}{13504}.$

92. $\frac{\sqrt[n]{a+x}}{a}+\frac{\sqrt[n]{a+x}}{x}=\frac{\sqrt[n]{x}}{c}$.

93.* $\sqrt[2pq]{x^{p+q}}-\frac{1}{2c}\cdot\left(\sqrt[p]{x}+\sqrt[q]{x}\right)=0$.

---

94. $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=a; \quad xy=b$.

95. $x^2+y^2=34; \quad x-y+\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}=\frac{20}{x+y}$.

96. $\sqrt{y}=\sqrt{y-x}+\sqrt{20-x}; \quad \sqrt{\frac{y-x}{20-x}}=\frac{3}{2}$.

97. $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=8; \quad \sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}+\sqrt[3]{xy}=49$.

98. $x-y=152; \quad \sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=2$.

99. $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{17}{\sqrt{xy}}; \quad \sqrt[4]{x^3y}+\sqrt[4]{xy^3}=10$.

100. $x-y=12; \quad \sqrt{6\cdot\sqrt{x}+6\cdot\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{x}}{2}=9-\frac{\sqrt{y}}{2}$.

101. $\sqrt{x+y}+2\cdot\sqrt{x-y}=\frac{2\cdot(x-1)}{\sqrt{x-y}}; \quad \frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{34}{15}$.

102. $x^2+y^2+xy=336; \quad x+y-12=\sqrt{xy}$.

103.* $x^2-y\cdot\sqrt{xy}=56; \quad x\cdot\sqrt{xy}-y^2=28$.

104. $\dfrac{\sqrt[3]{x+y}}{8y}+\dfrac{\sqrt[3]{x+y}}{8x}=\dfrac{8}{63}$; $\dfrac{\sqrt[3]{x-y}}{y}+\dfrac{\sqrt[3]{x-y}}{x}=\dfrac{32}{63}$.

105. $\sqrt{(1+x)^2+y^2}+\sqrt{(1-x)^2+y^2}=4$; $(4-x^2)^2=18-4y^2$.

106. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$; $\sqrt{x}+\sqrt{z}=\sqrt{b}$; $\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{c}$.

107. $x^2=y+z$; $z^2=x^2+y^2$; $(x+y+z)^2=2\cdot\sqrt{(1+2y)^3+90}$.

108. Znaleźć iloczyn i różnicę pierwiastków następującego systematu równań:

$$\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1-y^2}=m;\quad xy+\sqrt{1-x^2}\cdot\sqrt{1-y^2}=n.$$

109.* Znaleźć sumę pierwiastków (mianowicie: $x+y+z+u$) następującego systematu równań:

$$\frac{1}{x+y+z+u}+\frac{1}{x-z+y-u}=a;$$

$$\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}=c;\quad \sqrt{\frac{z^2+u^2}{2}}=d;\quad xy-zu=b.$$

Określić przybliżoną wartość wyrazów:

110. $\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\ldots\ldots}}}$ ad infinitum.

111. $\sqrt[3]{16\cdot\sqrt[3]{16\cdot\sqrt[3]{16\ \ldots\ldots}}}$ ad infinitum.

112. Znaleźć wartość x, jeżeli

$$\sqrt{(x+2)\cdot\sqrt{(x+2)\cdot\sqrt{(x+2)\ \ldots\ldots}}}\ \text{ad infinitum} = 5.$$

Własności pierwiastków równań.

113. Znaleźć wolny wyraz równania $x^2+6x+q=0$, jeżeli suma kwadratów pierwiastków jego $= 18$.

114. Znaleźć wolny wyraz równania $2x^2-5x+q=0$, jeżeli suma sześcianów pierwiastków jego $= \frac{215}{8}$.

115. Przypuszczając, że a i b są pierwiastkami równania $x^2+px+q=0$, zestawić równanie, którego pierwiastkami będą $\frac{1}{a}$ i $\frac{1}{b}$.

116. Przy jakiej wartości m, równanie $2x^2+8x+m=0$ będzie miało równe pierwiastki?

117. Określić m równania $2x^2+m\cdot(17-5x)=3+5x$, pierwiastki którego są w stosunku $2:3$.

118. Zbudować równanie kwadratowe, wiedząc, że pierwiastkami jego są:

1) $\frac{c+\sqrt{c^2+4ac}}{2(a+b)}$ i $\frac{c-\sqrt{c^2+4ac}}{2(a+b)}$

2) $\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ i $\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.

119. Rozwiązać równanie $2x^3+x^2-13x+6=0$, mając dany jeden pierwiastek $=2$.

120. Dwa pierwiastki równania

$$2x^4+2x^3-15x^2-3x+18=0$$

są: $\sqrt{\frac{3}{2}}$ i $-\sqrt{\frac{3}{2}}$. Znaleźć pozostałe pierwiastki.

Logarytmy.

Obliczyć:

121. $2{,}7+\sqrt[0{,}25]{\left(\frac{15{,}7123}{0{,}42}\right)^{\frac{4}{15}}}$. **122.** $\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}+\sqrt[3]{6}}$.

123. $\sqrt[0{,}2]{\sqrt[\frac{12}{7}]{\left(\frac{4{,}02565}{7{,}23}\right)^{2}}}$. **124.** $\left\{\frac{0{,}01\cdot\sqrt{\sqrt{3\cdot\sqrt{2}}}}{\sqrt[5]{3\cdot\sqrt[4]{2\cdot\sqrt[3]{6}}}}\right\}^{2}$.

125. $\frac{1}{\sqrt[7]{2{,}7945}+\sqrt[5]{31{,}27}}$.

126. Znaleźć: 1) logarytm liczby $\frac{2}{5}\sqrt{2}$ przy zasadzie 0,32; 2) zasadę logarytmów, przy której logarytm liczby $\sqrt[4]{4}$ równa się 0,1(6).

127. Znaleźć 2 liczby, wiedząc: a) że logarytm pierwszej liczby przy zasadzie $\sqrt[3]{9}$ równa się 1,5; b) logarytm drugiej przy zasadzie $\sqrt[4]{17^3}$ równa się $5\frac{1}{3}$.

128. 1) Wiadomo, że $\lg_{10}5=a$; znaleźć $\lg_{10}16$.

2) Wiadomo, że $\lg_{10}50=a$; $\lg_{10}60=b$; znaleźć $\lg_{10}3$.

Rozwiązać następujące zadania, posiłkując się tablicami logarytmów.

129. $\lg(a-2)^3+3\lg(a-5)=2{,}69897+\lg 2$.

130. $\lg(a^3+27)-\frac{1}{2}\lg(a^2+6a+9)=1{,}43136$.

131. $\sqrt[3]{0{,}26 \cdot \sqrt{\frac{2}{x}}} = 0{,}596544.$

132. $\lg \sqrt{78563 \cdot \sqrt[3]{2{,}5 \cdot \sqrt[-4]{0{,}2 \cdot x^{-1}}}} = 2{,}01326.$

133. $\lg \lg x = \lg (9 - 4 \lg x) - 0{,}69897.$

134. $\lg_{10} \lg_{10} \lg_{10} x = \bar{1}{,}67863.$

135. $\lg a - \lg b = 0{,}35218; \quad a^4 - b^4 = 6305.$

136. $\lg (8x + 2y) + \frac{x}{12} \lg 25 = 2{,}50515; \quad \sqrt[\frac{x}{2}]{8x + 2y} = 4.$

137. $\begin{cases} \lg x - \lg 2 + \lg (x + y) = 1{,}90849 - \lg y. \\ \frac{1}{2} \lg [x^6 + y^3 \cdot (2x^3 + y^3)] = 2{,}38561. \end{cases}$

138. $153^{x^2 - 98x + 1176{,}75} = \sqrt[4]{3581577}.$

139. Znaleźć x, wiedząc, że logarytm liczby 390625 przy zasadzie 5 równa się 2^x.

140. Znaleźć logarytm liczby $2 \cdot \sqrt[3]{2}$ przy zasadzie $\sqrt[7]{16384}$.

Rozwiązać następujące zadania, nie posiłkując się tablicami logarytmów.

141. $\lg 88 + \frac{1}{2} \lg (3x^2 + 4x + 5) = \lg 2 + 1 + \lg (3x^2 + 4x + 2).$

142. $x^2 + y^2 = a^2; \quad \lg_c x + \lg_c y = m.$

143. $(a^x)^x \cdot (b^y)^y = c; \quad nx = my.$ **144.** $a^{b^{c^x}} = d$, znaleźć x.

145. $M^{\frac{a-\sqrt{x}}{a+\sqrt{x}}}=N;$ znaleźć x.

146. $\lg_a \lg_a x = \lg_a \lg_a m - \lg_a n.$ 147. $\lg_a \lg_b \lg_c x = 0.$

148. $x^{y}=729;\quad \sqrt[y]{4096}=\frac{4}{3}x.$ 149. $\sqrt{z^{\lg \sqrt{z}}}=10.$

150. $\lg z^{1+\lg z}=\lg 0{,}001^{-\frac{2}{3}}.$

151. $4\lg 2=\lg(3^{10z}+141)-\frac{1}{2}\lg 576.$

152. $\frac{1}{2}\cdot\lg(5904+4^{\sqrt{4{,}5z}})=2.$

153. $\frac{1}{3}\lg 32768+4\lg 2=\lg 4+\lg 2^{2z^2-119z+1722}.$

154. $z^{3-\lg_{10}0{,}5z}=400.$ 155.* $(1\frac{1}{3}z)^{\lg_{10}(33\frac{1}{3}z)}=\left(\frac{6}{z}\right)^4.$

156. $x-y=10^{\frac{11}{7}+\lg(0{,}03\cdot\sqrt[7]{1000})};\quad \frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)=\frac{19}{36}.$

157. $$\begin{cases}\frac{1}{2}[\lg y+\lg(x+y)-\lg 7]=1-\lg 2{,}5.\\ \sqrt{\frac{5x+3y}{x}}+\sqrt{\frac{x}{5x+3y}}=3{,}(3).\end{cases}$$

158. $81-x+y=10^{1-\frac{1}{3}\lg 0{,}064.};\quad \sqrt[3]{x+61}-\sqrt[3]{y-35}=8.$

159. $x:y:z:u=5:4:3:2;\quad y-(x-2z)-u=100^{2-\lg 33,(3)}.$

160. Znaleźć całkowite pierwiastki równania:

$$\begin{cases} (x^2+y)^{2\lg^3(x^2+y)-\lg\sqrt[3]{x^2+y}}=10\cdot\sqrt[3]{100}. \\ \sqrt[x-y]{256\cdot\sqrt[x+y]{256}}-\sqrt[\frac{1}{2}(x+y)]{1024}=0. \end{cases}$$

161. $$\begin{cases} 2.3^{3y-2z}+2^{x-2}=34; \quad \dfrac{1}{4^{-\frac{x}{2}}}-\dfrac{7}{3^{\frac{2z-3y}{2}}}=43; \\ \dfrac{1}{2}\lg(x+3z+y)=\dfrac{1}{2}\lg y+\lg 5-\lg 2. \end{cases}$$

Rozwiązać następujące równania wykładnicze:

162. $2^a-5\cdot 2^{\frac{a-2}{2}}=6.$ **163.** $a^a-a^{-a}=3\cdot(1+a^{-a}).$

164. $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{a-1}\right]^2=\left(\frac{25}{9}\right)^{a-3}.$ **165.** $(2{,}4)^{2a+1}=[0{,}41(6)]^{4-3a}.$

166. $\sqrt[4]{4^{a^2-\frac{5}{4}a-\frac{1}{4}}}=\sqrt[16]{2}.$ **167.** $\left(\frac{1}{64}\right)^{2-a}=\sqrt{\frac{1}{8}}.$

168. $\sqrt{2^{\frac{a-4}{\sqrt{a}+2}}}-\sqrt[4]{2^{\sqrt{a}-2}}=2.$

169.* $(\sqrt{8})^{\sqrt{a+3}}+2^{\sqrt{a+3}}=80.$

170. $343\cdot\sqrt[4]{7}=7^{\frac{a^{-1}+a}{a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}}}.$

171. $4 \cdot 3^{a} - 9 \cdot 2^{a} = 5 \cdot 3^{\frac{a}{2}} \cdot 2^{\frac{a}{2}}$.

---

172. $\sqrt[2a-5b]{a+b} = \sqrt{3}$; $\sqrt{a+b} \cdot 3^{\frac{2a-5b}{2}} = 27$.

173. $\sqrt[a-b]{a+b} = \sqrt{14}$; $(a+b) \cdot 2^{1-a+b} = 7$.

174.* $x^{y} = y^{x}$; $x : y = a^{2}$; $5^{a^{3}-6a+\sqrt{32}} = 1$.

a — liczba dodatnia lub ujemna.

175. $x^{x+y} = y^{4a}$; $y^{x+y} = x^{a}$, wypadek poszczególny $a=3$.

176. $x^{y} = y^{x}$; $x^{a} = y^{b}$.

177. $\dfrac{\left(3^{a} \cdot 9^{b}\right)^{2}}{3^{-2}} = 27^{6}$; $\sqrt[16]{(81)^{-9} \cdot 12^{\frac{b^{2}}{2a}}} = 4^{\frac{9}{4}}$.

178. $\begin{cases} \sqrt[0,8]{(a-b)^{\sqrt{a+2}}} = 3^{\sqrt{a+3}}; \\ 1,2 \cdot (a-b) = 1,2^{\sqrt{a}} \cdot 0,4^{1-\sqrt{a}}. \end{cases}$

179. $\begin{cases} 3^{a+b-c} = \dfrac{1}{3 \cdot \sqrt{3}}; \quad abc = 39; \\ a+b-(a^{2}+b^{2}) = 2ab - c^{2} + 22\frac{1}{4}. \end{cases}$

Postępy.

a) Różnicowy.

180. Znaleźć sumę n wyrazów postępu różnicowego, w którym m-ty wyraz $= 2m - 1$.

181. Znaleźć sumę n wyrazów postępu różnicowego, w którym n-ty wyraz $= \frac{3n-1}{6}$.

182. Suma czterech wymiernych wyrazów postępu różnicowego $= 16$, a iloczyn tychże wyrazów $= 105$. Znaleźć wyrazy.

183. Suma wyrazów postępu różnicowego równa się:

$$\frac{1}{2}\cdot(m+n)\cdot(m+n-1);$$

m-ty wyraz $= n$, zaś n-ty $= m$. Znaleźć liczbę wyrazów.

184. Znaleźć liczbę wyrazów rosnącego postępu różnicowego, w którym dwa wyrazy przedzielone środkowym są $4\frac{2}{5}$ i $5\frac{3}{5}$, a wyraz przedostatni jest mniejszy o $\frac{4}{5}$ od liczby wyrazów.

185. Dowieść, że w postępie różnicowym, składającym się z nieparzystej liczby wyrazów, wyraz środkowy równa się połowie sumy wyrazów skrajnych.

186. Różnica postępu, składającego się z nieparzystej liczby wyrazów, $= -2$; iloczyn skrajnych wyrazów $= 297$, zaś wyraz środkowy $= 21$. Znaleźć pierwszy wyraz i liczbę wyrazów postępu.

187. Suma wyrazów, które zajmują parzyste miejsca w postępie różnicowym, składającym się z nieparzystej liczby wyrazów $= S$, zaś suma wyrazów, zajmujących nieparzyste miejsca $= S_1$. Znaleźć liczbę wyrazów postępu i wyraz środkowy.

188. Między liczby 4 i 40 wstawiono kilka wyrazów średnich arytmetycznych. Suma tych wyrazów, zmniejszona o 3 ostatnie wyrazy średnie, jest 4 razy większą od sumy drugiego i siódmego tych samych wyrazów średnich. Znaleźć liczbę wstawionych wyrazów i sumę ich.

189. W rosnącym postępie ilorazowym wyrazy szósty i dwunasty są liczbami dwucyfrowemi, które różnią się przestawieniem cyfr; iloczyn tych liczb $= 1855$, zaś iloczyn cyfr każdej liczby, pomnożony przez sumę drugich potęg tych samych cyfr $= 510$. Ile trzeba wziąć wyrazów, zaczynając od pierwszego, żeby suma ich była równą 615?

b) Ilorazowy.

190. Znaleźć wykładnik postępu ilorazowego, którego pierwszy wyraz $= 2$, a dwudziesty pierwszy $= 2097152$.

191. Znaleźć trzeci wyraz postępu malejącego nieskończonego:

$$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{2-\sqrt{2}} + \cdots\cdots$$

192. Znaleźć sumę postępu malejącego nieskończonego:

$$\sqrt{3} + \frac{3-2\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}{\sqrt{3}} + \cdots\cdots$$

193. Znaleźć sumę postępu malejącego nieskończonego, którego pierwszy wyraz $= \sqrt{2}$, zaś trzeci $= \frac{3\cdot\sqrt{2}-4}{2}$.

194. Znaleźć liczbę wyrazów postępu ilorazowego, którego pierwszy wyraz $= \frac{5}{243}$, przedostatni $= 23914845$ i jedenasty z końca $= 1215$.

195. Znaleźć pierwszy wyraz rosnącego postępu ilorazowego, wyrazy którego są dodatnie; liczba wyrazów $=5$, trzeci wyraz $=180$, a suma wszystkich wyrazów $=1395$.

196. Znaleźć rosnący postęp ilorazowy, w którym suma pierwszych czterech wyrazów $=15$, zaś suma drugich potęg tych samych wyrazów $=85$.

197. Znaleźć x, mniejsze niż jedność, wiedząc, że:

$$x^{-2}+1+x^{2}+\cdots\cdots \textit{ ad inf.} =\frac{81}{8}\cdot$$

198. Opierając się na tem, iż ułamek w okresie jest to suma wyrazów postępu nieskończonego malejącego, dowieść, że:

$$1)\ 0{,}08(3)=\frac{1}{12};\quad 2)\ 0{,}1(36)=\frac{3}{22}\cdot$$

---

199. Między liczby a i b wstawiono trzynaście średnich arytmetycznych i tyleż średnich geometrycznych. Ósmy wyraz pierwszego szeregu liczb jest równy siódmemu wyrazowi drugiego. W jakim stosunku są do siebie liczby a i b?

200.* Pierwszy wyraz postępu ilorazowego $=16$; wykładnik $=$ iloczynowi rzeczywistej wartości ułamka $\frac{3-\sqrt{x+8}}{x^2-1}$ jeżeli $x=1$, przez ujemny pierwiastek równania

$z-\sqrt[3]{2z^3+9z^2-40z+28}=2$; zaś suma wszystkich wyrazów równa się: $56{,}97.10^{\frac{2}{3}-\lg\left(2{,}7:\sqrt[3]{10}\right)}$.

Znaleźć liczbę wyrazów postępu.

201. Suma trzech wyrazów postępu różnicowego równa się dodatniemu pierwiastkowi równania $\frac{20^{2\lg 2}}{4^{\lg 2}\cdot x}=\frac{x}{10^{2\lg 3}\cdot 100^{\lg 5}}$. Jeżeli do tych wyrazów dodać odpowiednio liczby x, y, z (całkowite i dodatnie), to otrzymamy trzy wyrazy, tworzące postęp ilorazowy. Znaleźć wyrazy, jeśli wiadomo, że:

$$x^2+y^2+z^2=213;\; xz+zy-xy=66;\; (x+y)^2=z\cdot(x+y)-45;$$
$$z>x+y \text{ i } x<y.$$

Zestawienia.

202. Znaleźć x, jeżeli $2.\,A_{x-1}^{3}=P_5$.

203. $C_{n+8}^{4}:C_{n+6}^{2}=11$. Znaleźć n.

204. $3.\,C_{n+2}^{n-1}=7.\,C_{n+1}^{n-3}$. Znaleźć n.

205. $C_{x-1}^{x-3}=6$. Znaleźć x.

206. $7.\,C_{2n}^{n-1}=3.\,C_{2n+1}^{n}$. Znaleźć n.

207. $C_{2n}^{n-1}:C_{2(n-1)}^{n}=77:20$. Znaleźć n.

208.* Znaleźć C_{m-1}^{m-n}, opierając się na tem, że $C_m^n-C_{m-1}^n=4$.

209. $\left(\frac{P_n:P_{n+2}}{A_{n+1}^{3}:A_{n-2}^{1}}\right)\cdot C_{n^2}^{n^2-2}=\frac{2}{15}$. Znaleźć n.

210. $A_n^r:A_n^{r-1}=8$; $C_n^r:C_n^{r-1}=1{,}6$. Znaleźć n i r.

211. Wiele złożonych czynników zawiera w sobie liczba 15015?

212. Wiele można utworzyć z dwudziestu dwóch czynników $a, b, c, d, e \ldots\ldots$ takich rozmaitych co do wielkości iloczynów, żeby każdy zawierał w sobie 6 czynników, w których liczbie znajdowałyby się a, b, c i d?

213. Wiele można utworzyć z dwunastu czynników $a, b, c, d \ldots$ takich rozmaitych co do wielkości iloczynów, żeby każdy zawierał w sobie 6 czynników, w liczbie których znajdowałyby się a, b i c wszystkie razem, po dwa, i każden oddzielnie?

214. Na płaszczyźnie mamy n punktów, między którymi p leży na jednej prostej, pozostałe zaś punkty znajdują się w takiem położeniu, że niema między nimi trzech, leżących na jednej prostej. Ile prostych linii można otrzymać, łącząc punkty po dwa?

Dwumian Newtona.

215. Znaleźć 5-ty wyraz rozwinięcia $\left(1+\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^6$.

216. Znaleźć 4-ty wyraz rozwinięcia $\left(2+\frac{1}{5}\sqrt[3]{50}\right)^6$.

217. Znaleźć średni wyraz rozwinięcia $\left(x^3+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^{10}$.

218. W rozwinięciu $\left(a-\sqrt{-a}\right)^8$ znaleźć wyraz, który po uproszczeniu zawierałby a w *szóstej* potędze.

219. W rozwinięciu $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}+\sqrt[5]{x^2}\right)^7$ znaleźć wyraz, który po uproszczeniu zawierałby $x^{\frac{3}{5}}$.

220. W rozwinięciu $\left(2\cdot\sqrt[5]{\frac{1}{z^3}}+z\cdot\sqrt{z}\right)^7$ znaleźć wyraz, niezawierający w sobie z.

221. W rozwinięciu $\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[5]{\frac{1}{a}}\right)^{11}$ znaleźć wyraz, zawierający w sobie $a^{\frac{2}{5}}$.

222. W rozwinięciu $\left(\sqrt[7]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^m$ współczynniki wyrazów *3-go* i *5-go* są w stosunku $2:35$. Znaleźć wyraz, zawierający $x^{\frac{1}{2}}$.

223. W rozwinięciu $\left(x^2+\frac{x}{\sqrt[3]{x}}\right)^m$ znaleźć wyraz średni, gdy m jest liczbą parzystą.

224. W rozwinięciu $\left(x+\frac{1}{x}\right)^x$ iloczyn trzeciego wyrazu od początku przez trzeci z końca $= 225$. Znaleźć x.

225.* W rozwinięciu $\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[7]{x}\right)^{16}$ znaleźć wyrazy wymierne.

226. W rozwinięciu $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt[3]{x}\right)^{12}$ znaleźć współczynniki wyrazów wymiernych i sumę ich.

227. W rozwinięciu $\left(\sqrt[5]{a}+\sqrt[9]{b}\right)^{225}$ znaleźć miejsca porządkowe wyrazów wymiernych.

228. W rozwinięciu $\left(\sqrt[m]{a}+\sqrt[n]{a}\right)^{26}$ *21-szy* wyraz zawiera a^7, *11-ty* zaś a^{10}. Znaleźć liczby m i n.

229. Suma współczynników rozwinięcia $\frac{(a+b)^m}{(a+b)^n}$ równa się 32; zaś suma współczynników rozwinięcia $(a+b)^m \cdot (a+b)^n$ równa się 2048. Znaleźć m i n.

---

230. W rozwinięciu $\left(\frac{1}{2\cdot\sqrt[3]{a}}+\sqrt[4]{a^3}\right)^m$ suma współczynników tych wyrazów, które zajmują miejsca parzyste, równa się pierwiastkowi równania $\sqrt{2^{x-122}}+3\cdot\sqrt{2^{x-126}}=14$. Znaleźć wyraz średni.

231. Iloczyn wszystkich wyrazów postępu ilorazowego $=2^a$; wyraz trzeci $=1$, a wykładnik postępu $=$ wartości wyrazu: $(\sqrt{3}-1)\cdot\sqrt[3]{2\cdot(5+3\cdot\sqrt{3})}$. Znaleźć liczbę wyrazów postępu, jeżeli a jest wymiernym i dwucyfrowym wyrazem rozwinięcia $(1+\sqrt[4]{5})^m$, zaś m — liczbą, zadośćczyniącą równaniu $C_m^{m-2}=15$.

Nierówności.

232. Rozwiązać nierówności:

a) $\frac{3x}{2x-4}+\frac{1}{4}>\frac{x}{x-2}+\frac{3}{2}$; b) $\frac{8z+1}{3}-10z>\frac{7-6z}{2}+12$.

233. Rozwiązać następujące układy nierówności:

a) $\begin{cases} 1{,}375>\frac{1}{4}\cdot(0{,}5-x); \quad 5x-7<3\cdot(x+1); \\ x+\frac{1}{12}>\frac{1}{3}\cdot(x-1). \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3z-4<8z+6; \quad 15z+9<11z+50; \\ 2z-1>5z-4. \end{cases}$

234. Dowieść, że średnia arytmetyczna dwóch dodatnich i nierównych liczb jest większą, niż średnia geometryczna tychże liczb.

235. Dowieść, że $a^2+b^2+c^2>ab+ac+bc$ w tym wypadku, jeżeli $a>b$ i $b>c$.

236. Dowieść, że $2\cdot(ab+ac+bc)>a^2+b^2+c^2$ w tym wypadku, jeżeli każda z liczb a, b i c jest mniejszą od sumy liczb pozostałych.

237. Znaleźć ułamek na zasadzie następujących danych: jeżeli od mianownika odejmiemy 1, otrzymamy $\frac{1}{2}$, jeżeli zaś do licznika dodamy 20, otrzymamy ułamek większy od 2-ch i mniejszy od 3-ch.

238. Jaką dodatnią liczbę należy odjąć od a i dodać do b, ażeby iloczyn liczb nowoutworzonych był większy od iloczynu liczb a i b.

239. Dowieść, że $a^2+b^2+c^2+d^2>2\cdot(a-d)\cdot(b+c)$, w tym wypadku, jeżeli: 1) liczby a, b, c i d są dodatnie, 2) są wyrazami proporcyi geometrycznej i 3) liczba a jest większą od sumy liczb pozostałych.

---

240. Rozwiązać następujące nierówności:

a) $x^2-x-20>0$; b) $x^2-9x+14>0$;

c) $4x^2-20x+25<0$; d) $12x^2-x-1>0$;

e) $6x^2+11x+3>0$; f) $x^2-4x+7>0$.

Równania nieoznaczone pierwszego stopnia.

241. Rozwiązać w liczbach całkowitych równanie: $11x+41y=7$.

Rozwiązać w liczbach całkowitych i dodatnich następujące równania:

242. $y=\frac{1}{3}\cdot\left(142+\frac{1}{5}y\right)-3x$. **243.** $87x-71y=215$.

244. $3x+2z=19$; $6x+4y+5z=47$.

245. $3x+5y+7z=560$; $9x+25y+49z=2920$.

246. $\begin{cases} 4x+3y+2z+v=60; \quad 5x+y+3z+2v=64; \\ 6x+2y+z+3v=71. \end{cases}$

247. Przy jakiej najmniejszej wartości dla x ułamki

$$\frac{3x-10}{7}; \quad \frac{11x+8}{17}; \quad \frac{16x-1}{5}$$

przekształcą się w liczby całkowite?

248. Znaleźć najmniejszą ze wszystkich całkowitych i dodatnich liczb, które przy dzieleniu przez 47 i 59 dają odpowiednio w reszcie 33 i 20.

249. Znaleźć całkowitą i dodatnią liczbę mniejszą od 200, wiedząc, że jeżeli dodamy do niej 4, otrzymamy liczbę wielokrotną 2, 3 i 13; jeżeli zaś powiększymy ową liczbę 2 razy i następnie odejmiemy od niej 4, to otrzymamy liczbę wielokrotną 3, 4 i 5.

250. Znaleźć ogólną postać całkowitych i dodatnich liczb, które przy dzieleniu przez 2, 3 i 5 dają odpowiednio w reszcie 1, 2 i 4.

251. Znaleźć całkowite i dodatnie liczby, które przy dzieleniu przez 2, 3 i 7 dają odpowiednio w reszcie 1, 2 i 5.

Wielkości urojone.

252. Znaleźć wartości wyrazów:

a) i^{19n} jeżeli $a=1, 2, 3$ i 4 ; b) i^{36n-2} ; c) $\frac{1}{-i^3}$; d) $\frac{1}{i^{17}}$.

253.* Wyciągnąć pierwiastki:

a) $\sqrt[4n+3]{-i}$; b) $\sqrt[12n+1]{-i}$; c) $\sqrt[20n+1]{i}$.

Znaleźć wartość wyrazów:

254. $$\frac{\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\cdot\sqrt{-3}\right)\cdot\left(3+3\cdot\sqrt{-3}\right)}{2\cdot\sqrt{(-1)^3}-\sqrt{(-4)^3}}.$$

255. $$\frac{\left(a+b\cdot\sqrt{-1}\right)^3+\left(a-b\cdot\sqrt{-1}\right)^3}{\left(a+b\cdot\sqrt{-1}\right)^2+\left(a-b\cdot\sqrt{-1}\right)^2}.$$

256. $$\frac{2^{\sqrt{-2}\cdot\left(\sqrt{2}-\sqrt{-2}\right)}\cdot 2^{\left(1-2\cdot\sqrt{-1}\right)\cdot\left(1+2\cdot\sqrt{-1}\right)}}{4^{\sqrt{-1}}}.$$

257. Wykazać, że $\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^n+\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^n$ równa się 2, jeżeli n jest wielokrotną 3 i równa się (-1), jeżeli n nie jest wielokrotną 3.

258. Przedstawić jak najprościej następujące pierwiastki:

a) $\sqrt{1+4\cdot\sqrt{-3}}$; b) $\sqrt{-3-4\cdot\sqrt{-1}}$; c) $\sqrt{\sqrt{-1}}$.

Cechy ogólne układu liczenia.

259. Napisać liczbę 2894 według: 1) trzynastkowego i 2) siódemkowego układu liczenia.

260. Napisać liczbę, która przy jedenastkowym układzie liczenia przedstawia się w postaci $(1547)_{11}$.

261. Napisać liczbę, która przy siódemkowym układzie liczenia przedstawia się w postaci $406,(3)_7$.

262. Liczba a_{10} przy r-owym układzie liczenia przedstawia się w postaci $(303)_r$; 0,7(3) tej samej liczby a_{10} przy układzie liczenia również r-owym przedstawia się w postaci $(215)_r$. Znaleźć liczbę a_{10}.

263. Przy jakim układzie liczenia liczba 2704 przedstawi się w postaci (20304)?

264. Pewna liczba wielokrotna względem 11-stu, według dziewiątkowego układu przedstawia się w postaci czterech cyfr, z których pierwsza i druga równa się 3, a trzecia jest o 3 mniejsza od czwartej. Określić zasadę (r) innego układu liczenia, przy której ta sama niewiadoma liczba przedstawia się w postaci $(10103)_r$.

Ułamki ciągłe. (№№ 265—271).

265. Rozwiązać w postaci ogólnej równanie:

$$\frac{ax+b}{a-b}=\frac{a+b}{bx-a}, \text{ a następnie przyjąć: } \begin{array}{l} a=(3,1,6,1,6\ldots)^2 \\ b=(2,4,4\ldots)^2 \end{array}.$$

266. Znaleźć wartość ułamka $\dfrac{72x^3+15x^2+12x+1}{24x^2+5x}$ jeżeli wiadomo, że, przy rozwinięciu tegoż w ułamek ciągły, przedostatnie przybliżenie $= 3,(4)$ wówczas, gdy x jest liczbą całkowitą.

267. $\left(2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4+\ldots\ldots}}}}\right)^{\frac{z}{18}}=216.$ Znaleźć z.

268. Znaleźć całkowite i dodatnie wartości pierwiastków, zadośćczyniących równaniu:

$$\left(3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{6+\ldots\ldots}}}}\right)^{\frac{4}{7x-11y}}=12.$$

269. Znaleźć sumę postępu ilorazowego nieskończonego malejącego, w którym pierwszy wyraz równa się

$$\left(1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\ldots\ldots}}}}\right), \text{ zaś drugi } \frac{8\cdot\sqrt{3}-3\cdot\sqrt{2}}{8}.$$

270. Znaleźć liczbę, wiedząc, że różnica między nią, a sumą jedenastu wyrazów średnich arytmetycznych, wstawionych między liczby $(4,8,8,8\ldots.)^2$ i $(6,2,2,12,2,2,12\ldots.)^2$, jest równą siódmemu wyrazowi średniemu.

---

271. Ułamek $\dfrac{x+1}{x^2-7x+12}$ przedstawić w postaci sumy algebraicznej dwóch ułamków, iloczyn mianowników których równałby się mianownikowi danego ułamka.

272. Ułamek $\dfrac{6x^2-4x-6}{x^3-6x^2+11x-6}$ przedstawić w postaci sumy algebraicznej trzech ułamków, iloczyn mianowników których równałby się mianownikowi danego ułamka.

Układanie równań.

273. Znaleźć trzycyfrową liczbę, posiadającą na miejscu jednostek pierwiastek równania:

$$\left(\frac{1}{64}\right)^{2^{-0,6x}} = \sqrt[4]{0,125}.$$

Jeżeli cyfrę jednostek postawić na początku pozostałych cyfr, to otrzymamy liczbę większą od szukanej o 387.

274. Kupiec kupił za 12 rubli kilka funtów kawy niepalonej. Gdyby funt tej kawy sprzedawał o tyle procentów taniej, ile kopiejek płacił sam za $^1/_2$ funta, to poniósłby stratę, równą stracie w tym wypadku, gdy, paląc kawę i tracąc na wadze $30^0/_0$, sprzedawałby funt po cenie kosztu. Ile funtów kawy kupił kupiec, i ile kopiejek płacił za funt?

275. Pociąg, będący w ruchu $1^1/_2$ godziny, przypadkowo zatrzymano $^1/_2$ godziny w polu, poczem wyruszył on dalej z szybkością, równą $^3/_4$ poprzedniej; wskutek tego na następną stacyę przybył z opóźnieniem $1^2/_3$ godziny. Gdyby pociąg został zatrzymany (również $^1/_2$ godziny), lecz o 64 wiorsty dalej, to spóźniłby się o 1-ą godzinę. Znaleźć odległość pomiędzy stacyami i początkową szybkość pociągu.

276. Znaleźć trzycyfrową liczbę na mocy następujących danych: iloraz od dzielenia tej liczby przez liczbę napisaną w odwrotnym porządku $= \frac{24}{13}$; od dzielenia iloczynu cyfr przez sumę ich otrzymuje się iloraz 2 i reszta równa podwojonej cyfrze dziesiątków; cyfra dziesiątków jest średnią arytmetyczną pozostałych cyfr.

277. Czterech robotników wykonało robotę, pracując jeden po drugim: pierwszy 6 godzin, drugi i trzeci po 9 godzin każdy i czwarty 3 godziny. Pierwszy wspólnie z drugim może wykonać robotę w 12 godzin, pierwszy z czwartym — w $7^1/_2$ godzin, a trzeci z czwartym — w 10 godzin. W ile godzin każdy z robotników, pracując samodzielnie, zakończy robotę?

278. Na przestrzeni $1^1/_2$ wiorsty przednie koło powozu robi o 40 obrotów więcej, niż tylne. Gdyby obwód tylnego koła powiększono o 4 arszyny, a obwód przedniego zmniejszono o 8 werszków, to na jakiejkolwiek przestrzeni przednie koło zrobiłoby 2 razy więcej obrotów niż tylne. Jaki jest obwód każdego koła?

279. W ciągu 1-ej godziny i 40 minut łódka przepłynęła $3\frac{1}{2}$ wiorsty z prądem i tyleż wiorst przeciw prądowi. Ile wiorst przepłynęłaby łódka w ciągu godziny w wodzie stojącej, jeżeli woda w rzece posiada szybkość 2 wiorst na godzinę?

280. Zbiornik może być napełniony wodą za pomocą trzech rur; pierwsza rura, działając oddzielnie, napełnia zbiornik w czasie o 8 godzin dłuższym, niż druga, a druga — w $\frac{4}{5}$ tego czasu, w ciągu którego mogłaby go napełnić trzecia rura. Jeżeli otwarte będą jednocześnie wszystkie trzy rury, to zbiornik napełni się w przeciągu 5 godzin. W ile godzin każda rura, działając oddzielnie, napełni zbiornik?

281. Dwóch kupców miało razem 84 korce pszenicy; sprzedawszy ją po rozmaitej cenie, otrzymali jednakowe sumy pieniędzy. Gdyby pierwszy kupiec sprzedał tyle, ile drugi, to otrzymałby 384 rub.; gdyby drugi sprzedał tyle, ile pierwszy, to otrzymałby 216 rub. Ile korcy pszenicy miał każdy kupiec i po jakiej cenie ją sprzedawał?

282. Naprzeciw siebie wyruszają jednocześnie dwa pociągi: osobowy z miasta A i pośpieszny z miasta B. Przy spotkaniu na pośredniej stacyi okazuje się, że pośpieszny pociąg przeszedł o 30 wiorst więcej, niż osobowy. Idąc dalej w odpowiednich kierunkach, pośpieszny pociąg przychodzi do miasta A po upływie 2 godz. 24 min., a osobowy do miasta B po upływie 3 godz. 45 min., od spotkania. Jaka jest odległość między miastami A i B?

283. Za 70 pomarańczy i 120 cytryn zapłacono 6 rub. 50 kop. Ile kosztowała jedna pomarańcza i jedna cytryna, jeżeli cena dziesięciu cytryn była mniejszą od ceny dziesięciu pomarańczy o tyle procentów, ile kopiejek kosztowało dziesięć pomarańczy?

284. Kupiec sprzedawał funt kawy z zyskiem po 65 kop. Gdyby sprzedawał funt po tyle kopiejek, ile procentów zysku otrzymał przy sprzedaży kawy, to liczba procentów straty byłaby o 10 większą od liczby procentów zysku, otrzymanego w rzeczywistości. Ile kopiejek płacił kupiec za funt kawy?

285. Kapitał 6000 rubli podzielono na 2 nierówne części, które przynoszą rocznie jednakowy dochód. Gdyby pierwszą część oddać na tyle procentów, na ile była oddana część druga, i naodwrót, to stosunek arytmetyczny dochodów z obydwóch części równałby się 120 rublom, stosunek zaś geometryczny tychże dochodów $= \frac{49}{25}$. W jaki sposób podzielono kapitał i na ile procentów była oddana każda część?

286. Łódka w ciągu 10 godzin przepłynęła 21 wiorstę z prądem rzeki i tyleż wiorst przeciw prądowi; gdyby szybkość rzeki powiększyć o 1 wiorstę na godzinę, to w ciągu tego samego czasu łódka przepłynęłaby 16 wiorst z prądem i tyleż wiorst przeciw prądowi. Jakie szybkości posiadają: łódka w stojącej wodzie i prąd rzeki?

287. Beczkę, zawierającą 20 wiader, napełniono winem, którego część odlano później do innej beczki, takiej samej objętości; do tej drugiej beczki dolano znów wody i tą mieszaniną dopełniono pierwszą beczkę. Teraz okazuje się, że gdyby $6\frac{2}{3}$ wiadra mieszaniny przelano z pierwszej beczki do drugiej, to w obydwóch beczkach okazałaby się jednakowa ilość wina. Ile wina odlano z pierwszej beczki do drugiej?

288. Suma sześcianów cyfr jedności i dziesiątków liczby czterocyfrowej jest większą o 44 od sumy sześcianów pozostałych cyfr. Iloczyn skrajnych cyfr jest 6 razy większy od iloczynu cyfr średnich. Jeżeli z początku przestawić cyfry skrajne, a potem tylko średnie, to w pierwszym wypadku otrzymamy liczbę, większą od szukanej o 999, a w drugim wypadku większą — o 90. Znaleźć liczbę.

289. Z punktu A w kierunku jednej i tej samej prostej linii wyrzucono 2 kule, jedną o minutę wcześniej, niż drugą. Pierwszą wyrzucono z szybkością 33-ch metrów na minutę, a w każdą następną zwiększano szybkość o 2 metry; drugą — z szybkością 40 metrów na minutę, w każdą zaś następną zwiększano szybkość o 8 metrów. W jakiej odległości od A spotkały się kule?

290. Pewną liczbę kul jednakowej objętości ujęto w trójkąt równoboczny w ten sposób, że w każdym rzędzie znajduje się jedna kula mniej, niż w poprzednim, pierwszy zaś rząd zawiera tylko jedną kulę. Gdyby takież same kule ujęto w prostokąt, którego większy bok zawierałby tyleż kul, ile bok równobocznego trójkąta, a mniejszy o 3 kule mniej, to okazałoby się, że prostokąt zawiera o 15 kul więcej, aniżeli trójkąt. Ile kul ujęto w trójkąt?

291. W fortecy zrobiono zapas chleba na 5 tygodni. Gdyby liczbę żołnierzy zmniejszyć o tyle, ile funtów chleba otrzymywał

3*

każdy żołnierz w ciągu 6 tygodni i 3 dni, zmniejszywszy jednocześnie do połowy porcyę codzienną każdego żołnierza, wówczas chleba starczyłoby na 14 tygodni i 2 dni. Jeżeli zaś każdemu z żołnierzy pierwszego dnia dać zwykłą porcyę chleba, a każdego następnego zwiększać ją o $\frac{1}{2}$ funta, to po upływie $(2n+1)$ pozostanie 1500 funtów, zaś $(n+3)$-go dnia każdy żołnierz otrzyma 6 funtów. Ilu żołnierzy było w fortecy i ile funtów chleba otrzymywał codziennie każdy z nich?

292. Robotnik zwozi do fabryki cegłę, rozrzuconą w stosy na szosie. Odległość pomiędzy każdemi dwoma stosami równa się $\frac{1}{5}$ wiorsty, przytem każdy stos zawiera tyle cegieł, ile ich jednorazowo można ładować na wóz. Droga, którą przebył robotnik z naładowanym wozem, jest $11\frac{2}{3}$ razy większą od tej, którą przebyłby (również z naładowanym wozem), zwożąc cegłę w to miejsce, gdzie znajdował się trzeci stos. Określić liczbę stosów, jeżeli fabryka znajduje się w odległości 3-ch wiorst od ostatniego stosu.

293. Ze stacyi B wyruszył pociąg o 2 godziny później, niż pociąg z A, posiadając szybkość na godzinę o 10 wiorst mniejszą od pociągu z A. Pociągi spotkały się na stacyi C. Gdyby pociągi wyruszyły jednocześnie, przyczem pociąg z A biegłby ze zwykłą szybkością, a pociąg z B w pierwszą godzinę zmniejszyłby szybkość do połowy, zaś w każdą następną godzinę szybkość poprzednią zwiększał o jednakową liczbę wiorst, to i w tym wypadku pociągi spotkałyby się na stacyi C, na którą pociąg z B przybyłby z szybkością mniejszą od zwykłej o 5 wiorst na godzinę. Znaleźć odległość między stacyami A i B, jeżeli wiadomo, że odległość między — A i C jest o 120 wiorst większą, niż odległość między — B i C.

294. Kilkunastu mularzy może wymurować ścianę w ciągu 12 dni, jeżeli stale będą pracować wszyscy razem. Lecz oni umówili się pracować w następujący sposób: pierwszego dnia — jeden, drugiego — dwóch, trzeciego — trzech i t. d.; wskutek tego, zaledwie parę dni przed zakończeniem pracy wszyscy mularze przystąpili do roboty. Gdyby mularzy było o 5-iu więcej i przez cały czas pracowaliby wszyscy razem, wymurowaliby ścianę o 10 dni wcześniej, niż w rzeczywistości. Ilu mularzy przystępowało do pracy?

295.* Suma czterech wymiernych liczb, przedstawiających kolejne wyrazy postępu różnicowego równa się 20; suma czterech odwróconych wyrazów równa się $\frac{25}{24}$. Znaleźć liczby.

296. Z dwóch miast A i B jednocześnie wyruszają samochody naprzeciw siebie. Samochód z miasta A w pierwszą godzinę przejeżdża 40,5 wiorsty, a w każdą następną 1,5 razy mniej, niż w poprzednią; samochód z miasta B w pierwszą godzinę przejeżdża 8 wiorst, a w każdą następną 1,5 razy więcej, niż w poprzednią. Po upływie ilu godzin samochody spotkają się? Wiadomo, że do chwili spotkania samochód z miasta A przejechał ogółem o 32,5 wiorsty więcej, niż samochód z miasta B.

297. Jeśli z pewnej liczby wyciągnąć pierwiastek kwadratowy, to będzie on mniejszy od niej o

$$\frac{\left(13{,}62584\cdot\sqrt[3]{0{,}1}\cdot 1{,}53\right)}{\sqrt{0{,}001}} \text{ jedności.}$$

Liczbę tę należy podzielić na dwie części w ten sposób, ażeby logarytm liczby był równy sumie logarytmów części.

298. Na jaki procent składany powinien być oddany kapitał, ażeby w ciągu $(a+b)$ lat potroił się, jeżeli a i b związane są równaniami

$$\left(3\cdot\sqrt{3}\right)^{\frac{34}{a}}=9^{\frac{22}{b}-0,5}\quad;\qquad 4^{\frac{7a}{34}}=\sqrt[b]{128^{11}}\,.$$

299. Ktoś, żeby spłacić wypożyczoną sumę 62100 rubli, wypłaca co rok po 10000 rubli; w przeciągu ilu lat dług będzie spłacony z należnymi procentami, licząc rocznie po tyle procentów, ile jedności zawiera wykładnik dwumianu $\left(\sqrt[-3]{a}+\sqrt[6]{a}\right)$, którego piąty wyraz rozwinięcia po uproszczeniu nie zawiera a?

300. Jaką sumę trzeba wkładać rocznie do banku na 4,5% składanych, żeby po upływie $\{33,(3)-22,(2)+11,(1)-\dots$ ad inf.$\}$ lat utworzył się kapitał, wynoszący 5000 rubli?

301. Dwóch mularzy wymurowało ścianę, pracując jeden po drugim każdy w ciągu paru całkowitych roboczych dni. Pierwszy mularz pracując sam, mógłby wymurować tę ścianę w liczbę dni, równającą się $3n$; drugi mularz, również, pracując sam, mógłby wymurować tę ścianę w $9\cdot(m+1)$ dni. Ile dni pracował każdy mularz, jeżeli m i n są pierwiastkami równań: $n^3-m^3=63mn$; $n-m=12$?

302.* Trzech kupców sprzedało sukno; każdy z nich sprzedawał łokieć po tyle rubli, ile łokci sprzedał. Gdyby pierwszy kupiec sprzedał tyle łokci, ile w rzeczywistości sprzedał drugi, i brał za łokieć tyle rubli, ile—trzeci kupiec, otrzymałby 26 rubli zysku; gdyby drugi sprzedał tyle łokci, ile sprzedał pierwszy i brał za łokieć tyle rubli, ile trzeci kupiec, straciłby 8 rubli; gdyby trzeci sprzedał tyle łokci, ile sprzedał pierwszy i brał za łokieć tyle rubli, ile drugi kupiec, straciłby 25 rubli. Po ile rubli sprzedawał każdy kupiec łokieć sukna?

Zadania na powtórzenie całego kursu.

303. W polu pracowali mężczyźni i kobiety. Każdemu mężczyźnie przy obrachunku wypłacono a rubli, każdej kobiecie b rubli. $\frac{a}{b}$ jest czwarte przybliżenie ciągłego ułamka, w który zamienia się liczba $\sqrt{3}$. Ogółem wypłacono liczbę rubli, równającą się 20-emu wyrazowi rosnącego postępu różnicowego, w którym liczba wyrazów równa się 9-emu wyrazowi postępu, wyraz średni $=66$, zaś 4-y z końca jest czwartym wyrazem rozwinięcia $\left(0{,}5+2\cdot\sqrt[3]{9}\right)^8$. Ilu mężczyzn i ile kobiet pracowało w polu?

304. Ile całkowitych funtów srebra 82-ej, 66-ej i 54-ej próby trzeba wziąć, ażeby otrzymać stop 64-ej próby, ważący $\left(\frac{-n^{-1}}{9m}\cdot\sqrt{n^{0{,}5}}\right)^{-\frac{2}{3}}$ funtów, jeżeli m i n są pierwiastkami równań: $4^n-2^{m+n}=128$; $2^{m+n}-4^m=64$.

305. Trzeci wyraz postępu ilorazowego jest większy od pierwszego wyrazu o podwojony współczynnik pewnego wyrazu rozwinięcia $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}+\sqrt{a}\right)^9$, który po uproszczeniu zawiera a w pierwszej potędze. Czwarty wyraz jest większy od pierwszego o pierwiastek równania: $\frac{1+\lg_{10}3}{\lg_{10}(n+32)}=0{,}5$. W liczbie, równej sumie czterech pierwszych wyrazów postępu, na miejscu setek napisać taką cyfrę, aby utworzona liczba dzieliła się całkowicie przez pierwiastek równania: $\sqrt{3x-2}-\sqrt{2x+2}=1$.

306. Znaleźć 4 liczby, które zadośćczyniłyby następującym warunkom: trzy pierwsze liczby tworzą postęp ilorazowy rosnący, a trzy ostatnie postęp różnicowy; suma skrajnych wyrazów (1-go i 4-go)$=\lg 6561$ przy zasadzie równej dodatniemu pierwiastkowi równania: $x\cdot(x-\lg 5+\lg 2)=6\lg 2+2x$; suma średnich (2-go i 3-go) równa się wyrazowi rozwinięcia $\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt[3]{a}}\right)^7$, zawierającemu po uproszczeniu a w potędze pierwszej, jeżeli przyjąć, że $a=\frac{3}{14}$.

307. Liczbę z, zadośćczyniącą równaniu $3\cdot\left(\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\dots}}}\right)=\sqrt{z}-4$, podzielić na trzy części, przedstawiające ciągłą geometryczną proporcyę, w której pierwszy wyraz jest większy od ostatniego o pierwiastek równania, jakie otrzymamy, przypuszczając, że 19 jest największym wspólnym dzielnikiem wielomianów: $9x^3+6x^2-5x-2$ i $3x^3-14x^2+17x-6$.

308. Znaleźć 2 liczby, które zadośćczyniłyby następującym warunkom: jeżeli jedną z tych liczb podnieść do potęgi, równej logarytmowi drugiej, to otrzymamy wykładnik dwumianu $\left(a^2+\frac{4}{\sqrt[5]{a^3}}\right)$, w rozwinięciu którego trzynasty wyraz zawiera po uproszczeniu $a^{\frac{4}{5}}$. Iloczyn szukanych liczb jest równy czwartemu wyrazowi rosnącego postępu ilorazowego; w tym ostatnim różnica pomiędzy szóstym i pierwszym wyrazem $=1550$, zaś różnica pomiędzy czwartym i trzecim $=200$.

309. Kapitał, oddany na procent składany, po upływie n lat wzrósł do 127508 rubli, a po upływie t lat do 160976 rubli. Czemu się równał kapitał i na jaki procent był oddany, jeżeli n jest pierwszy, a t — drugi wyraz postępu ilorazowego rosnącego, w którym suma wyrazów pierwszego i czwartego jest równą wyrazowi rozwinięcia $\left(\sqrt[3]{u^2}+u^{-0,(8)}\right)^7$ niezawierającemu u, zaś suma wyrazów drugiego i trzeciego $=$ większemu pierwiastkowi równania: $5.2^{\frac{x}{6}}-2^{\frac{x-9}{3}}=32$.

310. Znaleźć liczby wielokrotne trzech, które, przy dzieleniu przez siódmy wyraz pewnego postępu różnicowego, dają w reszcie drugi wyraz tego samego postępu. Wiadomo, że postęp składa się z $\left(1-\sqrt{-1}\right)^8$ dodatnich i całkowitych wyrazów; iloczyn wyrazów skrajnych $=\dfrac{\sqrt[6]{8-\sqrt[5]{10}}}{0,007789}$, zaś różnica postępu jest rzeczywistem znaczeniem ułamka:

$\dfrac{3-\sqrt{9-24r}}{2r}$ jeżeli $r=0$.

311. Jeżeli dwumian $4\cdot(ab-cd)^2-(a^2+b^2-c^2-d^2)^2$ rozłożyć na czynniki i kolejno dodać je, przypuszczając, że $a=180$, $b=175$, $c=75$ i $d=6\frac{1}{2}$, to otrzymamy sumę postępu ilorazowego, którego wykładnik jest mniejszym pierwiastkiem równania: $x^{lg\frac{x}{3}-2}=\frac{1}{9}$; liczba wyrazów postępu równa się współczynnikowi takiego wyrazu rozwinięcia $\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{z}}+\sqrt[9]{\dfrac{z^2}{2}}\right)^n$, który po uproszczeniu zawiera $z^{\frac{5}{3}}$. Znaleźć skrajne wyrazy postępu, jeżeli n czyni wielomian $n^4+6n^3+11n^2+3n+31$ pełnym kwadratem.

312. Współczynnik pewnego wyrazu rozwinięcia $\left(a^2.\sqrt[9]{a^4}+\sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}}\right)^{14}$, który po uproszczeniu zawiera jednakowe potęgi liter a i b, podzielono na parę części w ten sposób, aby utworzyły one postęp ilorazowy, w którym suma wyrazów drugiego i czwartego byłaby równą wartości wyrazu $15\cdot\sqrt{1+\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{8\cdot(2-\sqrt{3})}$, zaś różnica między wyrazami szóstym i drugim — większemu pierwiastkowi równania $\lg_{10}x^2-\lg_{10}^2x=1-\lg^2 24$. W jaki sposób podzielono współczynnik?

313. Rozwiązać w całkowitych liczbach za pomocą ułamka ciągłego nieoznaczone równanie $ax+by=c$, jeżeli a jest liczbą wyrazów postępu ilorazowego, w którym pierwszy wyraz $=1$, wykładnik postępu $=\frac{1}{2}$, zaś suma wszystkich wyrazów $=2-2^{-42}$; b jest czwartym wyrazem rozwinięcia $\left(\sqrt{-1}-\frac{1}{\sqrt[-3]{1,5}}\right)^5$, wreszcie c — całkowitym pierwiastkiem równania $5(\lg_4 c)^{-1}-2\lg_4 c=0,(3)$.

314.* Czwarty wyraz postępu różnicowego równa się rzeczywistemu znaczeniu ułamka $\frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-9}$ jeżeli $x=3$; dziewiąty wyraz jest większym pierwiastkiem równania $\left(\frac{32}{11}z\right)^{\lg_{10}72,(72)z}=\left(\frac{11}{4z}\right)^4$. Ile trzeba wziąć wyrazów, zaczynając od pierwszego, żeby suma ich (liczba całkowita) zadośćczyniła równaniu: $\lg_{10}\lg_{10}(\lg_{10}a-0,60206)=\overline{1},49804$?

315. Suma dwóch całkowitych i dodatnich liczb równa się wymiernemu wyrazowi rozwinięcia $\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[-8]{3}\right)^{11}$. Pierwsza liczba dzieli się całkowicie przez 14-y wyraz rosnącego postępu ilorazowego, w którym pierwsze pięć wyrazów są wyrazami pewnego wielomianu, przez który należy pomnożyć dwumian $\sqrt[5]{2}-\sqrt[5]{8}$, aby iloczyn był liczbą wymierną. Druga liczba wielokrotna $(4,1,3,1,x,1,3,1,x\ldots.)^2$, jeżeli x jest dodatnim pierwiastkiem równania:

$$2x^2+5x-99+3\cdot\sqrt{x^2+2{,}5x-3}=12+11{,}2+10{,}4+\ldots.0.$$

Znaleźć liczby.

316.* Przedstawić za pomocą ułamka ciągłego wyraz $\sqrt{x+y+z}$, gdzie: 1) x i y są całkowite i dodatnie pierwiastki równań: $12x^2+5y^2-16xy=0$; $11x^4-50\cdot(x+y)^2-39x^2\cdot(x+y)=0$.

i 2) $z=\lg_5\left[(0{,}008)^2\cdot\sqrt[3]{0{,}0016}\right]^{-1{,}5}$.

317. Rozwiązać równanie:

$a^{\lg x}-b^{\lg x}=14{,}1(6)\cdot b^{\frac{\lg x}{2}}\cdot a^{\frac{\lg x-2}{2}}$, jeżeli b licznik i a mianownik 4-ego przybliżenia ciągłego ułamka, w który zamienia się dodatni pierwiastek równania $4z^2+16z-c=0$; c jest średnim wyrazem rozwinięcia

$$\sqrt[4]{\left(1-\sqrt[4]{\frac{1}{7}}\right)^m},$$

zaś m sumą postępu ilorazowego nieskończenie malejącego, w którym ósmy wyraz $\frac{2}{\sqrt{2}+1}$, a piąty $4\cdot(2-\sqrt{2})$.

318. Znaleźć trzycyfrową liczbę, posiadającą na miejscu jedności cyfrę, równą sumie pierwiastków równań:

$$x^3+y^3+xy(x+y)=15; \quad (x^2+y^2)\cdot x^2y^2=20.$$

Jeżeli tę cyfrę postawić na początku pozostałych cyfr, to otrzymamy liczbę, która do szukanej liczby jest w takim stosunku, jak *jedność* do sumy wyrazów nieskończonego szeregu: $1-n^{-1}+n^{-2}-n^{-3}+\ldots\ldots$ ad inf., w którym n zadośćczyni równaniu: $5\cdot C_{n+5}^{2n-1}=8\cdot C_{n+4}^{2n-3}$.

319.* Z dwóch miast A i B, między któremi odległość wynosi a wiorst, wyruszyły dwa pociągi jeden naprzeciw drugiego: towarowy z miasta A i osobowy z miasta B, przytem pociąg towarowy wyruszył o 1 godzinę 48 minut wcześniej. Pociąg towarowy przychodzi do miasta B po upływie x godzin, osobowy do miasta A po upływie y godzin od chwili spotkania. Znaleźć szybkość pociągów, jeżeli x i y są pierwiastkami równań:

$$x-\sqrt{xy}+y=6;\quad \sqrt{x}+\sqrt[4]{xy}-\sqrt{y}=2+\sqrt{2},$$

a jest liczbą trzycyfrową i całkowitą, posiadającą na miejscu setek cyfrę $=1+0{,}8(63)+0{,}(72)+\ldots.-\frac{1}{2}$;
liczba ta jest wielokrotną 3-ch i 8-iu, a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2.

320.* Jaką sumę trzeba wkładać rocznie, licząc po 6,5% na rok, w ciągu a lat, żeby, poczekawszy potem jeszcze n lat, otrzymać kapitał, wynoszący 30000 rubli? Wiadomo, że a iloczyn dodatniego pierwiastka równania:

$$\sqrt[3]{x\cdot\sqrt{2}+15}-\sqrt[3]{x\cdot\sqrt{2}-11}=2$$

przez wartość dwumianu $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^c+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^c$, jeżeli c—liczba nieparzysta; n liczba wyrazów postępu ilorazowego, w którym czwarty wyraz $=1$; wykładnik postępu $=3$, a iloczyn wszystkich wyrazów $=81$.

321. 3 kawałki srebra 90-ej, 80-ej i 72-ej próby ważą razem liczbę funtów, równą pierwiastkowi równania, jakie utworzymy przypuszczając, że 3920 jest największym wspólnym dzielnikiem wielomianów:
$12x^4-18x^3+26x^2+6x-10$ i $6x^3-3x^2+6x+15$.
Jeżeli jubiler stopi pierwsze dwa kawałki, to otrzyma srebro takiej próby, która równa się współczynnikowi pewnego wyrazu rozwinięcia $\left(\sqrt[-5]{-0,(6)\cdot z-z}\right)^8$, który po uproszczeniu zawiera z^2; gdy zaś stopi kawałki pierwszy i trzeci, to otrzyma srebro $\left(48,872\cdot\sqrt[13]{2,459^{6,3}+8,74^{2,3}}\right)$-ej próby. Znaleźć wagę każdego kawałka srebra.

322.* Rozwiązać równania:
$x^2+z^2+xz=a$; $y^2+z^2+yz=b$; $x^2+y^2+xy=c$,
jeżeli liczby a i b związane są równaniami
$\left[10.(3a+b)\right]^{\frac{7}{a}}=10$; $(3a+b)\cdot\sqrt[7]{2^a}=800$,
c równa się wykładnikowi dwumianu $\left(\frac{1}{5}m^2-\frac{1}{8}n\right)$ w rozwinięciu którego, suma potęg litery m równa się 182.

323.* Pierwszy wyraz postępu różnicowego równa się rzeczywistemu znaczeniu ułamka $\frac{a^4-11a^3+33a^2-79a+56}{3a^3-29a^2+42a-16}$, jeżeli $a=n$; różnica postępu—znaczeniu tegoż ułamka, jeżeli $a=m$. Ile trzeba wziąć wyrazów, zaczynając od pierwszego, żeby suma ich była równą 357,5? Liczbę m określa równanie $m.(x^2-3x+1)=x-2$, posiadające własność, iż suma sześcianów pierwiastków jego $=28$; n jest liczbą wyrazów następującego szeregu: $1+\frac{3}{2}+\frac{5}{4}+\frac{9}{8}+\cdots\cdot\frac{2^{n-1}+1}{2^{n-1}}$, w którym suma wszystkich wyrazów jest większą o $\frac{127}{128}$ od ich liczby.

324.* Rozwiązać równania:

$$xy=zu;\quad x+y+z+u=a_4.$$
$$x^2+y^2+z^2+u^2=a_{32};\quad x^3+y^3+z^3+u^3=a_{283},$$

jeżeli a_4, a_{32} i a_{283} są to wyrazy: czwarty, trzydziesty drugi i dwieście osiemdziesiąty trzeci takiego postępu różnicowego, w którym suma pierwszych siedmiu wyrazów jest najmniejszą z liczb wielokrotnych 2, 3 i 7, które przy dzieleniu przez 11 dają w reszcie zasadę logarytmów, zadośćczyniącą równaniu $\lg 5\sqrt{5}-1,25=\left(\lg\sqrt{5}\right)^2$. Drugi wyraz postępu jest liczbą wyrazów szeregu $1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots n^2$, suma wszystkich wyrazów którego jest $38\frac{1}{2}$ razy większą od liczby wyrazów.

325.* Znaleźć sumę n wyrazów szeregu, którego wyraz ogólny jest: an^2+bn-c, jeżeli a, liczba dodatnia, jest sumą pierwiastków równań:

$$(x+y)\cdot(x^3+y^3)=112;\quad (x+y)^3=32\cdot(x-y);$$

b — licznik czwartego wyrazu rozwinięcia dwumianu $\left(1+\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}$;

c — zasada układu liczenia, przy której liczba 1409 wyraża się w postaci $(10305)_c$.

CZĘŚĆ DRUGA.

Odpowiedzi.

1. Wartość wyrazu $=5$.

2. 64.

3. $\sqrt{6}+\sqrt{2}$.

4. $\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{2}$.

5. $\sqrt{2}$.

6. a) $(a+9)\cdot(a-8)$;

b) $(a-\sqrt{2})\cdot(3a+2\sqrt{2})$.

7. a) $(a-1)\cdot(a-7)\cdot(2a-5)$; b) $(a+1)\cdot(a-1)\cdot(2a^2+1)$;

c) $a\cdot(a+1)\cdot(a-1)\cdot(a+\frac{1}{a})\cdot(a-\frac{1}{a})$.

8. $(a+b)\cdot(a^2+b^2)\cdot(a^3+b^3)$.

9. a) $a-3$; b) $a+\sqrt{3}$.

10. x^2-xy+y^2.

11. $a-4$.

12. $2\cdot(3a-2)$.

13. $a\cdot(x+2a)$.

14. 13.

15. $\frac{4}{5}$.

16. $\frac{2}{3}$.

17. 0.

18. $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}$.

19. Iloraz przy dzieleniu $(\sqrt[5]{8^5}-\sqrt[5]{5^5})$ przez $(\sqrt[5]{8}-\sqrt[5]{5})$.

20. Jeżeli $n=6$.

21. Jeżeli $n=4$; $m=20$; $q=13$.

22. $x=\frac{3}{4}$.

23. $\frac{3}{8}$.

24. $x=\frac{1}{n}$; $y=\frac{1}{m}$.

25. $x=4$; $y=7$; $z=5$.

26. $x=a^2$; $y=\frac{a}{2}$.

27. $z=\frac{d\cdot(b-d)\cdot(a-d)}{c\cdot(b-c)\cdot(a-c)}$.

28. $x=\frac{1}{(a-b)\cdot(a-c)}$.

29. $x=\frac{2}{5}$; $y=\frac{2}{3}$; $z=2$.

30. $x=\frac{2abc}{ab+ac-bc}$.

31. $x=\frac{1}{2}$; $y=\frac{1}{3}$; $z=\frac{1}{4}$.

32. Jeżeli $a=37$, wówczas: $x=1$; $y=19$; $z=25$; $w=28$.

33. $x=9$; $y=3$; $z=2$; $u=1$; $t=5$.

34. Wartość ułamka $=\frac{1}{6}$.

35. 3 i $(1-\sqrt{2})$.

36. $\frac{a+b+c}{3}\pm\frac{1}{3}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac}$.

37. 2; 12 i $2\cdot(-3\pm\sqrt{3})$.

38. 3; 6 i $(-2\pm\sqrt{-14})$.

39. $\pm\sqrt{\frac{n}{n-2}}$ i $\pm\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}$.

40. $x=15$; $y=20$.

41. $x=5$ i 13; $y=7$ i (-1).

42. $x=2$ i 1; $y=1$ i 2.
$x=1$ i (-1); $y=(-1)$ i 1.

43. $x=4$ i 3; $y=3$ i 4.
$x=6\pm\sqrt{29}$; $y=6\mp\sqrt{29}$.

44. $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$; $y+\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$.

45. $x=2$ i $(-5\frac{1}{5})$; $y=1$ i $\frac{1}{5}$.

46. $x=2$ i (-2); $y=1$ i (-1).

47. $x=\pm3$; $y=\pm2$.

48. $x=\frac{1}{2}\cdot(3\pm\sqrt{5})$;
$y=\frac{1}{2}\cdot(3\mp\sqrt{5})$.

49. Wymiernie wartości:
$x=4$ i 2; $y=2$ i 4.

50. $x=4$ i 3; $y=3$ i 4.
$x=\frac{-7\pm\sqrt{11}}{3}$;
$y=\frac{-7\mp\sqrt{11}}{3}$.

51. $x=3$ i $(-\frac{23}{7})$; $y=2$ i $(-\frac{19}{7})$.

52. $x=\pm4$; $y=\pm5$.

53. $x=\pm1$; $y=\pm2$.

54. $x=\pm2$; $y=\pm\frac{1}{2}$.
$x=\pm\frac{1}{5}\sqrt{10}$; $y=\mp\frac{2}{5}\sqrt{10}$.

55. $x=2$ i 8; $z=8$ i 2; $y=4$.

56. $x=1$; $y=2$ i 4; $z=4$ i 2.
$x=6$; $y=\frac{1\pm\sqrt{-31}}{2}$;
$z=\frac{1\mp\sqrt{-31}}{2}$.

57. $x=3$ i (-3); $y=2$ i (-4);
$z=1$ i (-2).

58. $x=4$ i 3; $y=3$ i 4; $z=5$.

59. $x=(-9)$; (-1); 1; 9.
$y=6$; (-2); 2; (-6).
$z=(-4)$ i 4.

60. $x=3$ i 2; $y=2$ i 3; $z=5$ i 4; $u=4$ i 5.

61. $x=k+\sqrt{c^2-s^2}$;
$y=k-\sqrt{c^2-s^2}$;
$z=s-\sqrt{c^2-k^2}$;
$u=s+\sqrt{c^2-k^2}$.

62. $z=2$; $x=3$ i 1; $y=1$ i 3.

63. $x=16$ i (-4); $y=4$ i (-16).
$x=6\pm 3\cdot\sqrt{13}$;
$y=-6\pm 3\cdot\sqrt{13}$.

64. $x=4$ i (-3); $y=3$ i (-4).

65. $x=2$ i 3; $y=3$ i 2.

66. $x=5$; (-3) i $1\pm\sqrt{-15}$.

67. $x=3$ i (-2); $y=2$ i (-3).

68. Wartości całkowite:
$x=3$ i 2; $y=2$ i 3.

69. $x=2$ i 3; $y=3$ i 2.

70. $x=3$ i 1; $y=1$ i 3,
lub $x=1$ i $\frac{1}{3}$; $y=\frac{1}{3}$ i 1.

71. $x=2$ i (-1); $y=1$ i (-2),
lub $x=\frac{4}{\pm\sqrt{-3}-1}$;
$y=\frac{\pm\sqrt{-3}-1}{2}$,
lub $x=\frac{2}{\pm\sqrt{-3}+1}$;
$y=\pm\sqrt{-3}+1$.

72. ± 1; $\pm\sqrt{-1}$; $\pm\frac{3}{5}\cdot\sqrt{5}$.

73. $x=\pm 3$; $y=\pm 2$; $z=\pm 1$.

74. 4; $\frac{1}{5}$; (-5) i $(-\frac{1}{4})$.

75. 1; 2; 3 i $\frac{2}{3}$.

76. 1; 2; 3; $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$.

77. ± 1; $\frac{1}{2}\cdot(1\pm\sqrt{-3})$.

78. 9 i (-1).

79. 18 i (-10).

80. ± 1.

81. (-4).

82. (-48).

83. $\pm\sqrt{5}$.

84. 5 i (-1).

85. 30 i (-32765).

86. ± 1.

87. (-1) i $\frac{b^5-a^5}{b^5}$.

88. 4.

89. $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

90. $\frac{\left(1\pm\sqrt{5}\right)^m-2^m}{\left(1\pm\sqrt{5}\right)^m+2^m}$.

91. 32.

92. $\frac{a}{\sqrt[n+1]{\left(\frac{a}{c}\right)^n-1}}$.

93. $x=\left(c\pm\sqrt{c^2-1}\right)^{\frac{2pq}{q-p}}$.

94. $x=\pm\frac{a+1}{a-1}\cdot\sqrt{b}$.

95. $x=5;\ \ y=\pm 3$.

96. $x=16;\ \ y=25$.

97. 27 i 125.

98. $x=216$ i (-64);
$y=64$ i (-216).

99. 16 i 1.

100. $x=16;\ \ y=4$.

101. $x=5$ i 1; $y=3$ i $\frac{3}{5}$.

102. 4 i 16.

103. $x=8;\ \ y=2$.

104. $x=\pm\frac{9}{2};\ \ y=\pm\frac{7}{2}$.

105. $x=\pm 1;\ \ y=\pm\frac{3}{2}$.

106. $x=\frac{1}{4}\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)^2$.

107. 1) $x=3;\ \ y=4;\ \ z=5$.

2) $x=\sqrt{-10}; y=\left(-\frac{11}{2}\right); z=\left(-\frac{9}{2}\right)$.

108. Różnica $\pm\sqrt{2-2n-m^2}$;

iloczyn $\frac{(n-1)^2-m^2}{2\cdot(n-1)}$.

109. $am\pm\sqrt{m\cdot(a^2m-2)}$,

zaś $m=c^2-d^2+b$.

110. 6.

111. 4.

112. 3.

113. $q=9$.

114. $q=-3$.

115. $qx^2+px+1=0$.

116. $m=8$.

117. $m=3$.

118. 1) $(a+b)^2.x^2-(a+b).cx-ac=0$.

2) $5x^2-6\cdot\sqrt{5}x+7=0$.

119. $2, \frac{1}{2}$ i (-3).

120. 2 i (-3).

121. 50,3277.

122. 2,992695.

123. 0,032849.

124. 0,000116662.

125. 0,317571.

126. 1) $\frac{1}{2}$; 2) 8.

127. a) 3; b) 17^4.

128. 1) $4\cdot(1-a)$; 2) $(a+b-3)$.

129. 7.

130. 6.

131. 3.

132. 15.

133. 10.

134. 1000.

135. $a=9$; $b=4$.

136. $x=6$; $y=8$.

137. 6 i 3.

138. 84 i 14.

139. 3.

140. $\frac{2}{3}$.

141. 2 i $(-3\frac{1}{3})$.

142. $x=\dfrac{\sqrt{a^2+2c^m}\pm\sqrt{a^2-2c^m}}{2}$.

143. $x=mp$; $y=np$.

$$p=\pm\sqrt{\frac{\lg c}{m^2\cdot\lg a+n^2\cdot\lg b}}.$$

144. $x=\dfrac{\lg(\lg\lg d-\lg\lg a)-\lg\lg b}{\lg c}$

145. $\left(\dfrac{\lg M-\lg N}{\lg M+\lg N}\right)^2\cdot a^2$.

146. $x=\sqrt[n]{m}$.

147. $x=c^b$.

148. $x=3$; $y=6$.

149. 100 i $\frac{1}{100}$.

150. 10 i $\frac{1}{100}$.

151. $\frac{1}{2}$.

152. 8.

153. 35 i $\frac{49}{2}$.

154. 20 i 100.

155. 3 i $\frac{3}{4000000}$.

156. $x=9$ i (-6); $y=6$ i (-9).

157. $x=6$; $y=8$.

158. $x=64$ i (-34);
$y=8$ i (-90).

159. $x=15$; $y=12$; $z=9$; $u=6$.

160. $x=3$; $y=1$.

161. $x=6$; $y=4$; $z=5$.

162. 4.

163. 2 i (-1).

164. 2.

165. 5.

166. $\frac{3}{2}$ i $(-\frac{1}{4})$.

167. $\frac{15}{8}$.

168. 36.

169. 13.

170. ± 8 i $\pm\frac{1}{8}$.

171. 4.

172. $a=7$; $b=2$.

173. $a=8$; $b=6$.

174. $x=4$ i $8\cdot\sqrt[7]{8}$; $y=2$ i $\sqrt[7]{8}$.

175. $x=4$ i 9; $y=2$ i (-3).

176. $x=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a-b}}$; $y=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}}$.

177. $a=2$ i 32; $b=3$ i (-12).

178. $a=4$; $b=1$.

179. $c=6{,}5$; $a=3$ i 2; $b=2$ i 3.

180. n^2.

181. $\frac{(3n+1)\cdot n}{12}$.

182. 1, 3, 5 i 7.

183. $m+n$ albo $m+n-1$.

184. 7.

186. Pierwszy wyraz $=33$; liczba wyrazów $=13$.

187. Wyraz środkowy $=S_1-S$; liczba wyrazów $=\frac{S_1+S}{S_1-S}$.

188. Liczba wyraz. średnich $=11$; suma ich $=242$.

189. 15.

190. 2.

191. $\frac{1}{2}$.

192. $\frac{3}{2}$.

193. 2.

194. 21.

195. 45.

196. 1, 2, 4 i 8.

197. $\pm\frac{1}{3}$ i $\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

199. 1 lub $\frac{16}{9}$.

200. 5.

201. 6, 10 i 14.

202. 6.

203. 4.

204. 5.

205. 5.

206. 3.

207. 11.

208. 4.

209. 4.

210. $n=12$; $r=5$.

211. 25.

212. 153.

213. 840.

214. $\frac{n\cdot(n-1)}{2}-\frac{p\cdot(p-1)}{2}+1$.

215. 5.

216. 64.

217. $\frac{63}{8}x^{12,5}$.

218. $70a^6$.

219. $35x^{\frac{3}{5}}$.

220. 672.

221. $165a^{\frac{2}{5}}$.

222. $680x^{\frac{1}{2}}$.

223. $C_m^{\frac{m}{2}}\cdot x^{\frac{4m}{3}}$.

224. 6.

225. Wymierny jedynie wyraz ósmy:

$$T_8=C_{16}^7x^4.$$

226. Suma $=926$.

227. Wymierne wyrazy: *1-szy*, *46-ty*, *91-szy*, *136-ty*, *181-szy* i *226-ty*.

228. $n=5$; $m=2$.

229. $n=3$; $m=8$.

230. $\frac{35}{8}a^{\frac{5}{3}}$.

231. 15 wyrazów.

232. a) $2<x<\frac{10}{3}$;

b) $z<-3\frac{1}{2}$.

233. a) $-\frac{5}{8}<x<5$;

b) $z<-2$.

237. $\frac{4}{9}$ lub $\frac{5}{11}$.

238. Szukana liczba jest mniejszą od różnicy $(a-b)$, jeżeli $a>b$.

240. a) $-4>x>5$;

b) $2>x>7$; c) niemożliwe.

d) $-\frac{1}{4}>x>\frac{1}{3}$;

e) $-\frac{3}{2}>x>-\frac{1}{3}$;

f) jakakolwiek wielkość, byle nie urojona.

241. $x=23-41t$; $y=11t-6$. (t liczba całkowita, dodatnia lub ujemna).

242. $x=8$; $y=25$.

243. $x=9$, 80, 151... i t. d.; $y=8$, 95, 182... i t. d.;

244. $x=3$; $y=1$; $z=5$.

245. $x=15$ i 50; $y=82$ i 40; $z=15$ i 30.

246. Jedna z odpowiedzi: $x=7$; $y=6$; $z=5$; $v=4$.

247. 211.

248. 315.

249. 152.

250. $30t-1$. ($t=1, 2, 3\ldots$ i t. d.)

251. 47, 89, 131, 173... i t. d.

252. b) -1; c) $-i$; d) $-i$.

253. a) i; b) $-i$; c) i.

254. $\frac{i}{2}$.

255. $\frac{a^3-3ab^2}{a^2-b^2}$.

256. 128.

258. a) $2+\sqrt{3}\,i$; b) $1-2\,i$; c) $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$.

259. $(1418)_{13}$; $(11303)_7$.

260. 1987.

261. 202,5.

262. 150.

263. 6.

264. 7.

265. (-1) i $\frac{a^2+ab-b^2}{ab}=\frac{11}{3}$.

266. $\frac{100}{29}$.

267. 108.

268. $x=5, 16, 27\ldots$ i t. d.; $y=3, 10, 17\ldots$ i t. d.

269. $4\cdot\sqrt{2}$.

270. 350.

271. $\frac{5}{x-4}+\frac{(-4)}{x-3}$.

272. $\frac{18}{x-3}+\frac{(-2)}{x-1}+\frac{(-10)}{x-2}$.

273. 125.

274. 20 funtów; 60 kop.

275. Odległość 160 wiorst; szybkość pociągu 32 wiorsty.

276. 432.

277. Pierwszy 20 godz., drugi 30 godz., trzeci 60 godz., czwarty 12 godz.

278. Przedniego 5 arsz. 10 wersz., tylnego 6 arsz. 4 werszki; lub: przedniego 25 arsz., tylnego 45 arsz.

279. 5.

280. 20, 12 i 15 godzin.

281. 36 korcy po 8 rub. i 48 korcy po 6 rub.

282. 270.

283. 25 i 50.

284. 50.

285. 3500 rub. na 5%,
2500 rub. na 7%.

286. Łódka 5 wiorst,
prąd rzeki 2 wiorsty.

287. 10.

288. 3124.

289. 144 metr.

290. 55.

291. 300.

292. 6.

293. 360 wiorst.

294. 15.

295. 2, 4, 6 i 8.

296. 4.

297. $162+72\cdot\sqrt{5}$ i $162-72\cdot\sqrt{5}$.

298. 4%.

299. 8.

300. 152,41 rub.

301. Pierwszy 32 lub 16 dni,
drugi 15 lub 30 dni.

302. Pierwszy 4 rub., drugi 6 rub.,
trzeci 7 rub.

303. Mężczyzn 10, 6 i 2;
kobiet 4, 11 i 18.

304. 82-ej próby 3 lub 6 funt.,
66-ej — 8 lub 1 funt.,
54-ej — 7 lub 11 funt.

305. 2.

306. 2, 3, $4\frac{1}{2}$ i 6.

307. 16, 12 i 9.

308. 4 i 100.

309. 79994; 6%.

310. $3\cdot(8-17t)$; $t=0,(-1)$ i t. d.

311. 7 i 567.

312. 6 części: 1, 3, 9, 27, 81 i 243.

313. $x=11-15t$; $y=-31+43t$.
(t-liczba całkowita).

314. 64.

315. 92 i 128.

316. $5+\frac{1}{(1,\ 2,\ 1,\ 10)\ldots}$.

317. $x=100$.

318. 243.

319. 24 i 60 wiorst na godzinę.

320. 979,82 rub.

321. 10 funt. 90-ej próby,
15 funt. 80-ej i 20 funt. 72-ej.

322. $x=\pm 1$; $y=\pm 3$; $z=\pm 4$.

323. 11 wyrazów.

324. Jedna z odpowiedzi: $x=1$;
$y=10$; $z=2$; $u=5$.

325. $\frac{n}{6}\cdot(8n^2+27n-17)$.

Odpowiedzi dodatkowe.

200. Wartość ułamka $=\left(-\frac{1}{12}\right)$; $z=(-18)$; $S_{\text{postępu}}=211$.

201. $x=1$; $y=4$; $z=14$. Pierwiastek równania $=30$.

230. $x=128$. $m=8$.

231. $m=6$; wartość wyrazu $=2$; $a=75$.

303. $a=7$; $b=4$; wyraz rozwinięcia $=126$.

304. $m=3$; $n=4$; liczba funtów $=18$.

305. Podwojony współczynnik $=168$; $n=868$; $x=17$.
Suma 4-ch wyrazów $=1092$.

306. $x=3$.

307. $z=37$; wspólny dzielnik $=3x-2$.

308. Wykładnik dwumianu $=16$.

309. Wyraz rozwinięcia $=35$; pierwiastki równania: 18 i 30;
$n=8$; $t=12$.

310. Liczba wyrazów postępu $=16$,
iloczyn wyrazów skrajnych $=175$, różnica postępu $=2$.

311. Suma postępu $=2\cdot(a+b+c-d)$; liczba wyrazów postępu $=5$;
$n=10$; pierwiastki równania: 3 i 100.

312. Wartość wyrazu $=30$; pierwiastek równania $=240$;
współczynnik $=364$.

313. $a=43$; $b=15$; $c=8$.

314. Wartość ułamka $=\frac{1}{8}$; $z=\frac{11}{8}$; $a=464$.

315. Pierwsza liczba wielokrotna 64-ch; druga — 23-ch; $x=8$.

316. $x=10$; $y=12$; $z=11$.

317. $a=11$; $b=6$; $c=10$; $m=32$; ułamek ciągły $=(1,1,4,1,1,4..)$.

318. $n=3$; suma wyrazów szeregu $=\frac{3}{4}$.

319. $a=312$; $x=8$; $y=2$.

320. Pierwiastek równania $=\sqrt{72}$; wartość dwumianu $\pm\sqrt{2}$; $n=8$.

321. Pierwiastek równania $=45$; współczynnik wyrazu rozwinięcia $=84$; wartość wyrazu złożonego $=78$.

322. $a=21$; $b=37$; $c=13$.

323. $n=8$; $m=1$. Wartość ułamka $\frac{5}{2}$, jeżeli $a=8$; lub 6, jeżeli $a=1$.

324. $S_7=126$; zasada logaryt. $=5$; $a_2=10$.

325. $a=4$; $b=5$; $c=6$.

Wskazówki.

24. Pierwsze równanie mnożymy przez $\frac{n^2}{m}$, następnie otrzymane równanie odejmujemy od drugiego.

32. Jeżeli $x+y+z+w=S$, wówczas $x=2a-S$; $y=\frac{3a-S}{2}$ i t. d.

Dodajemy $x+y+\ldots$ i t. d. $=(2a-S)+\left(\frac{3a-S}{2}\right)+\ldots$ i t. d.

39. Do pierwszej części równania dodajemy i odejmujemy:

$$\left(\frac{2x}{x+1}\right)\cdot\frac{x}{x-1}.$$

49. Pierwsze równanie mnożymy przez $\frac{4}{3}$, następnie otrzymane równanie dodajemy do drugiego.

59. W równaniu trzeciem przyjmujemy $(x+y)$ jako wielkość niewiadomą, zaś (z) — jako wiadomą.

66. $5x^2=4x^2+x^2$.

70. Pierwsze równanie podnosimy do kwadratu.

71. Drugie równanie mnożymy przez $\left(-\frac{2}{7}\right)$; patrz zad. № 49.

73. Od pierwszego równania odejmujemy drugie.

75. Ugrupowanie wyrazów i sposób rozwiązania, jak w zadaniu poprzedniem.

83. Przypuśćmy, że $\sqrt[3]{z+2}=a$, wówczas $\sqrt[3]{z-2}=\sqrt[3]{a^3-4}$.

91. Wynosimy za nawiasy $\sqrt[5]{211+z}$; wyrazy pozostałe w nawiasach sprowadzamy do wspólnego mianownika.

93. Przypuśćmy, że $x^{\frac{1}{p}}=y^2\cdot x^{\frac{1}{q}}$, czyli $x^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}}=y^2$, wówczas znajdziemy: $y=c\pm\sqrt{c^2-1}$. W równaniu — pierwiastki zamieniamy przez potęgi ułamkowe.

103. Rozłożyć na czynniki: $x^2 = x\cdot\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}$; $y^2 = y\cdot\sqrt{y}\cdot\sqrt{y}$.

109. Równanie pierwsze przedstawiamy w postaci:

$\frac{2\cdot(x+y)}{(x+y)^2-(z+u)^2}=a$, następnie dwumiany w mianowniku podnosimy do kwadratu.

155. Jeżeli przypuścimy, że $\frac{z}{3}=x$, otrzymamy równanie:

$(4x)^{\lg 100x} = \left(\frac{2}{x}\right)^4$, lub prościej:

$$\lg^2 x + 2\lg 2 \lg x + 6\lg x = 0.$$

169. Przypuśćmy, że $2^{\frac{\sqrt{a+3}}{2}} = z$;

wówczas $z^3+z^2-80 = z^3-4z^2+5z^2-80=0$.

174. $a^3-6a+\sqrt{32} = a^3-8a+2a+\sqrt{32} = a^3-2a-4a+\sqrt{32}$.

200. Ażeby znaleźć rzeczywistą wartość ułamka, należy znieść niewymierność w liczniku. Jeżeli w równaniu 3-ego stopnia suma wszystkich współczynników łącznie z wolnym wyrazem $=0$, równaniu temu zadośćczyni pierwiastek $=1$.

208. Można wykazać, że: $C^n_m = C^n_{m-1} + C^{n-1}_{m-1}$.

225. $T_{n+1} = C^n_{16}\cdot x^{\frac{112-4n}{21}}$. Powiedzmy, że $\frac{112-4n}{21}=z$, zaś z jest liczbą całkowitą. Wówczas: $4n+21z=112$. Równanie ostatnie jest nieoznaczonem, — wartości dla niewiadomych: $z=4t$; $n=28-21t$. (t — liczba całkowita). W danem rozwinięciu n musi zadośćczynić warunkom: $n>-1$ i $n<17$.

Więc: $-21t+28>-1$; $-21t+28<17$

$t<1\frac{8}{21}$ i $t>\frac{11}{21}$. Wartość t (całkowita) $=1$.

253. $\sqrt[4n+3]{-i}=x$; $x^{4n+3}=-i$, czyli $x^{4n}\cdot x^3=-i$.

Jeżeli $n=0, 1, 2, 3\ldots$ i t. d., a x jest wielkością urojoną, to oczywiście $x^{4n}=1$; więc $x^3=-i$, czyli $x=i$.

295. Szukane wyrazy przedstawiamy w postaci: $x-3y$; $x-y$; $x+y$ i $x+3y$.

302. $x^2-yz=-26$; $y^2-xz=8$; $z^2-xy=25$. Do pierwszego równania dodajemy i odejmujemy $x\cdot(y+z)$, do drugiego $y\cdot(x+z)$ i do trzeciego $z\cdot(x+y)$. Następnie podstawiamy:

$$x+y+z=t,\quad xy+xz+yz=u.$$

Poprzedni systemat równań przedstawi się wówczas tak: $xt-u=-26\ldots.(1)$; $yt-u=8\ldots.(2)$; $zt-u=25\ldots.(3)$. Dodajemy równania $(1+2+3)$: $t^2-3u=7$.

Mnożymy kolejno równania: (1×2), (1×3) i (2×3). Trzy utworzone równania dodajemy: $(1\times2)+(1\times3)+(2\times3)$, wówczas $t^2u-3u^2=658$. Zadanie polega jedynie na rozwiązaniu systematu równań: $t^2u-3u^2=658$ i $t^2-3u=7$.

314. Rozwiązując równanie przypuszczamy, że $\frac{8z}{11}=u$.

316. Pierwsze równanie dzielimy przez xy, drugie—przez $x^2(x+y)$.

319. $\sqrt{x}=m$; $\sqrt{y}=n$. Sposób rozwiązania: patrz. zadanie № 102.

320. Oznaczymy $c=2n+1$, jeżeli n jest liczbą całkowitą, dodatnią, parzystą lub nieparzystą i równą 0. Podnosząc wyrazy do potęgi *drugiej*, następnie do potęgi n-tej i t. d. otrzymamy wyraz następujący: $\frac{i^n\cdot(1+i)+(-1)^n\cdot(1-i)}{\sqrt{2}}$.

1) n—liczba nieparzysta, wówczas wyraz $=\sqrt{2}\cdot i^{n+1}=\pm\sqrt{2}$.

2) n—liczba parzysta, wówczas wyraz $=\sqrt{2}\cdot i^n=\pm\sqrt{2}$.

322. Do każdego równania dodajemy i jednocześnie odejmujemy sumę: $xy+xz+yz$. Po ugrupowaniu wyrazów, otrzymamy równania symetryczne:

$$(x+z)\cdot(x+y+z)-(xy+xz+yz)=a.$$
$$(y+z)\cdot(x+y+z)-(xy+xz+yz)=b.$$
$$(x+y)\cdot(x+y+z)-(xy+xz+yz)=c.$$

Powiedzmy, że $x+y+z=t$; $xy+xz+yz=u$, wówczas $(x+z)\cdot t-u=a$; $(y+z)\cdot t-u=b$; $(x+y)\cdot t-u=c$.

Dodając ostatnie równania, otrzymujemy:

$$2t^2=3u+(a+b+c).$$

Następnie dwa równania dodajemy i od sumy odejmujemy trzecie:

$$2zt=u+(a+b-c)\,\ldots\ldots\,(1)$$
$$2xt=u+(a+c-b)\,\ldots\ldots\,(2)$$
$$2yt=u+(b+c-a)\,\ldots\ldots\,(3)$$

Równania utworzone mnożymy tak: (1×2), (1×3) i (2×3). Następnie dodajemy: $(1\times 2)+(1\times 3)+(2\times 3)$. Otrzymamy drugie równanie, zawierające niewiadome wielkości u i t, mianowicie $At^2u=Bu^2+Cu+D$.

323. Szereg przedstawiamy w postaci:

$$1+\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(1+\frac{1}{4}\right)+\cdots\left(1+\frac{1}{2^{n-1}}\right).$$

324. Sumując wyrazy szeregu, opieramy się na tożsamości: $n^3-(n-1)^3=3n^2-3n+1$ i podstawiamy $n=1, 2, 3 \ldots n$.

$n=1$; $\quad 1^3-0^3=3.1^2-3.1+1$

$n=2$; $\quad 2^3-1^3=3.2^2-3.2+1$

$n=3$; $\quad 3^3-2^3=3.3^2-3.3+1$

. . . .

. . . .

$n-1$; $\quad (n-1)^3-(n-2)^3=3\cdot(n-1)^2-3\cdot(n-1)+1$

n; $\quad n^3-(n-1)^3=3n^2-3n+1.$

Dodając tożsamości, mamy:

$$n^3=3\cdot(1^2+2^2+3^2\ldots\ldots+n^2)-3\cdot(1+2+3\ldots\ldots+n)+n.$$

325. Równanie drugie podnosimy do kwadratu; otrzymany rezultat dzielimy przez pierwsze równanie; wówczas:

$$\frac{(x+y)^4}{(x-y)^2\cdot(x^2-xy+y^2)}=\frac{64}{7}\cdot \quad \text{Podstawiamy } x=yt.$$

Zamieniając odpowiednio x i skracając równanie przez y^4, otrzymamy ostatecznie równanie wzajemne:

$$57t^4-220t^3+214t^2-220t+57=0.$$

Sumę wyrazów szeregu znajdujemy, korzystając z rezultatu zadania poprzedniego; odnajdywanie kolejnych wyrazów szeregu: patrz zadanie № 180.

Sprostowania.

Str. 29 zad. 252 i 253: jeżeli $n=1, 2, 3$ i 4.
„ 36 „ 291 — po upływie $(2n+1)$ dni.
„ 38 „ 300 — trzeci wyraz szeregu $=14\frac{22}{27}\cdot$
„ 48 odpowiedź zad. 49. Wymierne wartości.

[illegible]