

XVII.

REPLICA AD UNA NOTA DEL PROF. PEANO (*)

« Rend. Acc. Lincei », ser. 5^a, vol. V, 1896, pp. 4-7.

Illustre signor Presidente,

Torino, 1^o gennaio 1895.

Mi permetta di comunicare alla S. V. una breve replica alla Nota del prof. PEANO inserita nel fascicolo 11^o (2^o sem. 1895) dei Rendiconti dell'Accademia.

Relativamente a quanto trovasi detto in principio di quella Nota, mi sembra che non valga la pena di spendere alcuna parola, giacché nessuno può mettere in dubbio la priorità mia tanto rispetto al trattare la questione, quanto riguardo alla idea fondamentale che ne forma il punto di partenza; né alcun dubbio può nascere circa la originalità di quella idea che a me nacque, come esposi nelle mie lezioni dell'anno scorso, cercando un esempio atto ad illustrare il concetto emesso da HERTZ di sostituire, nell'esame di un fenomeno naturale, alla considerazione delle forze, quella dei moti nascosti; e non occorre valermi della questione del gatto, cui accenna il PEANO, questione del resto sulla quale egli si limitò a scrivere pel suo giornale una semplice e modesta recensione di lavori altrui. Non è corretto trovare, come dice il PEANO, identità fra due problemi di meccanica essenzialmente diversi, e trattati con metodi diversi per la sola ragione che è comune ad ambedue l'impiego di principî fondamentali di questa scienza; se ciò potesse pensarsi, si potrebbe sempre ricondurre due problemi meccanici qualunque ad un solo, perché ambedue debbono necessariamente farsi dipendere dagli stessi principî. Non vale la pena di spendervi alcuna parola anche perché l'articolo del PEANO è quasi totalmente la riproduzione di quanto egli aveva già esposto in una Nota presentata all'Accademia di Torino nella seduta del 19 maggio u. s. e che il prof. PEANO ritirò, dopo avermi comunicato per iscritto che egli stesso riconosceva il proprio errore. Ed infatti basta una elementare conoscenza delle funzioni ellittiche per accorgersi che, avendo io ottenuta la soluzione del problema mediante queste trascendenti, era impossibile che il PEANO pervenisse alla soluzione della stessa questione senza ricorrere ad integrazioni. Il calcolo del PEANO presentato a Torino il 5 maggio è applicabile solo ad un caso particolare della questione (quello in cui gli assi d'inerzia siano eguali) che io avevo già trattato nella Memoria presentata il 1^o febbraio

(*) Lettera al Presidente L. BRIOSCHI.

alle «Astronomische Nachrichten» di Kiel (*). Ma è da osservare precipuamente che qualsiasi calcolo applicato alla terra e fondato su questo caso particolare, come ha fatto il PEANO, deve condurre di necessità a risultati del tutto inattendibili, come vedrà chi legge le conclusioni della detta Nota del PEANO, giacché la eccentricità terrestre che viene trascurata, è il fattore principale nell'andamento del fenomeno, tantoché non si può giustificare in alcun modo il procedimento del PEANO, nemmeno ritenendolo limitato alle deduzioni più sommarie. È inutile pure, mi sembra, il rispondere agli appunti mossi dal PEANO riguardo all'aver io introdotto nei miei calcoli delle derivazioni, secondo lui non necessarie, ed infatti esse sono indispensabili per eliminare mediante le formole del POISSON i coseni degli angoli che gli assi d'inerzia formano con quelli fissi; e i cultori della meccanica analitica ravviseranno immediatamente nel procedimento che ho tenuto, il classico metodo usato da LAGRANGE e da tutti i suoi continuatori, il quale porta di necessità le derivazioni che ho eseguite.

Osserverò che io non ho mai detto che i moti interni terrestri non possono produrre nella ipotesi della rigidità altro che piccole oscillazioni del polo. Anzi, nella Memoria delle «Astr. Nachr.» ho mostrato che in un sistema simmetrico, scelto ad arbitrio il moto del polo, si possono sempre trovare i moti interni capaci di produrlo. Di qui discende evidentemente per continuità che, scelta una conveniente traiettoria del polo la quale si avvicini abbastanza a quelle circolari che il polo descrive quando i moti interni sono nulli, essa potrà corrispondere a moti interni tanto piccoli quanto si vuole, ed è pure evidente che una simile traiettoria potrà in infiniti modi condursi a passare per un punto qualunque. L'aver enunciato questa conclusione immediata ed evidente delle mie considerazioni senza citarmi, solo vestendola del linguaggio dei vettori, valse al PEANO la censura contenuta nella Nota che presentai all'Accademia nello scorso settembre. Io non debbo quindi convenire in alcuno dei risultati del PEANO.

Nella mia Nota sui moti periodici del polo terrestre io non avevo bisogno di trattare il caso generale, avendolo già svolto completamente nella Parte III della mia Memoria dello scorso febbraio inserita nelle «Astr. Nachr.» in cui, fra le altre cose, integravi l'equazioni differenziali mediante successive approssimazioni, ottenendo serie convergenti. Per ben comprendere quella Nota, conviene tener presenti i risultati stabiliti nella suddetta Memoria, cioè che nel caso di un corpo in cui sussistono moti interni si può sempre scegliere ad arbitrio il moto del polo e quindi determinare i corrispondenti moti interni. Ora nella Nota sui moti periodici (come dissi in maniera esplicita) ho voluto trattare espressamente il caso del moto di un corpo simmetrico, in cui i moti del polo fossero *per dato* decomponibili in piccoli moti armonici, vale a dire partendo dalla ipotesi che, durante il tempo in cui si studia il moto, fossero avvertibili solo piccoli moti armonici del polo. Né il partire da esso dato può ingenerare il dubbio, nemmeno in chi si limiti

(*) In questo vol.: V, pp. 87-107. [N. d. R.].

a leggere quella sola Nota, che io abbia voluto escludere la possibilità che per certi moti interni, anche piccolissimi, il polo avrebbe potuto avere moti progressivi; dirò anzi che esso, oltre tutte le altre ⁽¹⁾, è una nuova conferma che io ammettevo il contrario, perché se io avessi ritenuto che piccoli moti interni, qualunque essi fossero, non potessero produrre altro che piccoli moti periodici del polo, non avrei avuto bisogno di stabilire a priori *come dato* che i moti del polo che io volevo considerare fossero piccoli moti armonici, ma mi sarebbe bastato di porre la sola ipotesi di piccoli moti interni, e i piccoli moti armonici del polo avrebbero dovuto venire come conseguenza. È evidente ora che, una volta partito *come dato* dalla ipotesi di un solido simmetrico il cui polo ha un moto decomponibile in piccoli moti armonici, nessun artificio di calcolo poteva condurre a vedere fra quei moti armonici un moto progressivo, cioè un risultato in contraddizione coi dati. Cadono dunque in maniera evidente tutti gli appunti fatti dal PEANO riguardo all'annullarsi della quantità $\lambda_n - \omega$. Oltre a ciò, in una Nota avente il titolo, *Osservazioni sulla mia Nota: Sui moti periodici del polo terrestre* (*) stampata fin dallo scorso giugno, tornai ancora una volta sulla stessa questione.

Il modo di operare nella detta Nota è dunque perfettamente legittimo; esso anzi era necessario volendo applicare i risultati al moto terrestre, onde confrontare (come era mio esplicito scopo) i calcoli colle conclusioni a cui era giunto CHANDLER. Tutto ciò mi sembra che fosse spiegato chiaramente; sebbene l'articolo sui moti periodici io lo abbia presentato all'Accademia di Torino, seduta stante, nell'adunanza del 5 maggio u. s. allorché il PEANO lesse la sua prima Nota, e ciò io feci per mostrare che già da tempo io avevo eseguito i calcoli numerici sulla questione, oltre all'aver ottenuto già i risultati teorici contenuti nelle mie prime quattro Note sull'argomento e nella Memoria del febbraio delle «Astr. Nachr.», tutto questo assai prima che il PEANO pensasse nemmeno a simile questione (Ved. Proc. Verb. delle sedute dell'Accademia di Torino).

Dimostrato così esser vano ed insussistente qualsiasi appunto o critica fattami dal prof. PEANO, e non originali né esatte le sue asserzioni, avendole egli stesso già riconosciute tali, ritengo, per parte mia, definitivamente chiusa questa polemica.

(1) Fra le altre cose dico che la possibilità di lenti moti progressivi non è esclusa nemmeno ammettendo delle perturbazioni prodotte dalla plasticità, sebbene la natura e le condizioni dei moti progressivi verrebbero essenzialmente cambiate.

(*) In questo vol.: XI, pp. 152-154. [N. d. R.].