

VI.

FERMAT A MERSENNE.

< MARDI 15 JUILLET 1636 > (1)

(Va, p. 145.)

MON RÉVÉREND PÈRE,

1. Puisque j'ai été assez heureux pour vous ôter l'opinion que vous aviez eue, que j'eusse suivi en ma *Proposition* (2) le même raisonnement que M. de Beaugrand, j'espère qu'avec la même facilité je vous ôterai tous les autres scrupules.

2. Vous avez cru que ma proposition étoit la même que celle de M. de Beaugrand, et ce, par deux raisons : l'une, que je l'avois écrit lorsque je l'envoyai à M. de Carcavi; l'autre, qu'elle semble conclure la même chose.

Pour la première, je vous réponds que, lorsque j'envoyai la dite proposition, je n'avois pas vu encore le livre de M. de Beaugrand et n'avois su si ce n'est qu'il écrivoit du divers poids des graves *secundum varia a terræ centro intervalla*, si bien que là-dessus j'imaginai la proposition que vous avez vue, et crus que peut-être ce seroit la même que celle de M. de Beaugrand, et l'écrivis ainsi à mondit sieur de Carcavi. Mais depuis, ayant vu le Livre de M. de Beaugrand, j'ai trouvé que son opinion est différente de la mienne en ce qu'il suppose que le grave en soi se rend ou plus pesant ou plus léger selon l'éloignement ou l'approche du centre.

3. Et moi je soutiens (en quoi je répondrai à votre seconde raison)

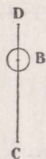
(1) Nous avons réuni à une fin de lettre, datée, des manuscrits A, B, une lettre très courte, non datée, des *Varia*, évidemment écrite sur le vu de la réponse de Mersenne à la Lettre IV.

(2) Voir la Pièce II.

qu'en soi il ne change point de poids, mais qu'il est tiré avec plus ou moins de force, ce qui est bien différent du reste.

Soit le centre de la Terre C (*fig. 13*), le grave B au point B et le point D dans la superficie. M. de Beaugrand tient que, si on pèse le

Fig. 13.



grave B dans le point B, on le trouvera plus léger que si on le pèse au point D. Et moi je dis que, si on pèse le grave B dans le point B, on le trouvera de même poids que s'il étoit pesé au point D, et qu'en tout cas, quand bien cela ne seroit pas (car ma proposition ne dépend nullement de la sienne), que le grave B sera soutenu plus aisément par une puissance qui sera au point D que par une autre puissance qui en sera plus proche, et en la proportion que j'ai assignée.

4. Vous ne devez pas douter que ma démonstration ne conclue parfaitement, bien qu'il semble que M. de Roberval ne l'a pas trouvée précise.

Je vous puis donc assurer que toutes les propositions que j'ai mises dans mon écrit ⁽¹⁾ sont parfaitement vraies, et de cela je n'en veux pas être cru que lorsque j'aurai mis par écrit toutes les démonstrations sur cette matière. Je suis si peu ambitieux que, si j'avois trouvé erreur en ce que je vous ai écrit, je ne ferois nulle difficulté de l'avouer.

(A f^o 32, B f^{os} 25^{vo}-26^{vo}.)

5. Pour les lieux plans ⁽²⁾ et la proposition des nombres ⁽³⁾, je vous les enverrai, si M. de Beaugrand ne vous les baille pas.

⁽¹⁾ C'est-à-dire la Pièce V.

⁽²⁾ Voir Lettre I, 10.

⁽³⁾ Voir Lettre IV, 3.

6. Je n'ai pas encore pu examiner les propositions ⁽¹⁾ de la trisection de l'angle, ni de l'invention des deux moyennes proportionnelles. Ce sera au plus tôt.

7. A la question numérique ⁽²⁾, je réponds qu'elle reçoit infinies solutions, et même plusieurs manières différentes de la résoudre. Voici la meilleure et la plus aisée que j'ai imaginée :

Soient trouvés deux carrés desquels la somme soit carrée, comme 9 et 16; ce que je n'enseigne pas, pour être trop trivial. Soit chacun d'eux multiplié par un même nombre composé de trois carrés seulement, comme 11. Ces deux produits seront 99 et 176 qui satisferont à la question, car chacun d'eux et leur somme sont composés de trois carrés seulement ⁽³⁾.

Et ainsi, par la même voie, vous en trouverez infinis, car, au lieu de 9 et 16, vous pouvez prendre tels autres deux carrés que vous voudrez, desquels la somme soit carrée, et au lieu de 11, tel autre nombre que vous voudrez composé de trois carrés seulement.

Si vous prenez, au lieu de 11, un nombre composé de quatre carrés

⁽¹⁾ On ne retrouve plus trace, dans la Correspondance de Fermat, de ces propositions. On peut croire qu'il s'agit des constructions données par Descartes dans sa *Géométrie* (éd. Hermann, p. 75-76) pour les deux célèbres problèmes de la Géométrie antique. Mersenne, à qui elles avaient été communiquées avant la publication, les aura envoyées à Fermat sans démonstration et sans révéler le nom de leur auteur.

⁽²⁾ C'est la quatrième des cinq questions numériques proposées par Sainte-Croix (André Jumeau, prieur de) à Descartes en avril 1638 (*voir* Lettres de Descartes, éd. Clerselier, III, 74). Elle était ainsi conçue (pour Descartes) :

« Trouver deux nombres, chacun desquels, comme aussi la somme de leur agrégat, ne conste que de trois tétragones. J'ai donné 3, 11, 14. J'attends que quelqu'un y satisfasse par d'autres nombres ou qu'il montre que la chose est impossible. »

La première solution donnée par cet énoncé ne paraît avoir été indiquée à Fermat que dans la réponse de Mersenne à la Lettre VI. *Voir* Lettre X, 2.

⁽³⁾ B ajoute en marge les décompositions suivantes :

					1
1	49	49	9	144	1
1	49	25	9	16	1
9	1	25	81	16	4
11	99	99	99	176	7

seulement, comme 7, chacun des deux produits, ensemble leur somme, seront composés de quatre carrés seulement.

Que si vous voulez non seulement deux nombres, mais trois ou tel nombre que vous voudrez, desquels un chacun, ensemble la somme de tous, soient composés de trois ou de quatre carrés seulement, il ne faudra que trouver autant de carrés que vous voudrez de nombres, desquels la somme soit carrée, et les multiplier, chacun d'eux *ut supra*.

J'ajouterois la démonstration, mais le temps ne me le permet pas. En tout cas, vous pourrez faire l'essai sur la construction que je vous envoie.

8. Et vous dirai que j'ai trouvé de fort belles propositions sur ce sujet, comme :

Si, de deux plans semblables (1), l'un est composé de trois carrés seulement, l'autre le sera aussi;

et plusieurs autres.

9. Je désirerois que M. de Roberval travaillât aux questions que je vous ai proposées (2).

10. J'ai achevé tout le Traité *De locis planis* (3), où il y a trente ou quarante propositions toutes très belles.

Je suis, mon Révérend Père, votre très affectionné serviteur,

FERMAT.

A Toulouse, ce 15 juillet 1636.

(1) Nombres qui sont entre eux dans le rapport de deux carrés.

(2) Voir la Lettre I, 12.

(3) Voir la Lettre I, 10.