

bras IB avec son poids vers D (ce qui semble ne se pouvoir nier), alors, encore que tant G que B sortent de la circonférence, on conclura une absurdité manifeste contre votre position.

19. Enfin, Monsieur, pour ce que l'expérience de tout ce que dessus ne se peut faire des poids naturels, si vous voulez prendre la peine de la faire avec des artificiels, supposant [pour levier] un petit cercle artificiel, au lieu du grand cercle naturel, et des puissances qui agissent [ou aspirent] vers le centre du petit cercle, au lieu des poids qui agiroient vers le centre du grand, vous trouverez que l'expérience est du tout contraire à votre raisonnement.

Si nous eussions eu du temps davantage, nous vous aurions envoyé ce que nous avons établi sur ce sujet et les démonstrations, mais ce sera au premier ordinaire.

20. Si vous avez agréables les communications sur le sujet de la Géométrie, en laquelle nous savons que vous excellez entre tous ceux du temps, nous vous ferons voir de notre part des choses que peut-être vous ne mépriserez pas. Or ce que nous vous proposerons ne sera point par forme de questions, mais nous vous enverrons les démonstrations en même temps pour en avoir votre jugement.

[Vous nous obligerez aussi de nous faire de vos pensées. Nous sommes, etc.]

---

IX.

FERMAT A ÉTIENNE PASCAL ET ROBERVAL.

SAMEDI 23 AOUT 1636 <sup>(1)</sup>.

(Va, p. 130-132.)

MESSIEURS,

1. J'ai lu avec grand soin le jugement qu'il vous a plu me donner des propositions que j'avois envoyées à M. de Carcavi et, comme j'ai

<sup>(1)</sup> Première réplique à la Lettre VIII; voir particulièrement 10 et 11.

reconnu la fermeté de votre raisonnement jointe avec une grande et profonde connoissance de cette matière, j'ai aussi cru que vous ne trouveriez pas mauvaise ma réplique que je ferai en peu de mots, et que peut-être je tirerai à ce coup de vous le consentement que vous n'avez pas voulu m'accorder d'abord. Et je ne pense pas avoir besoin de m'excuser des erreurs qu'il vous a semblé que j'avois commises, à quoi, quand je ne répondrais que par la hâte que j'eus d'écrire à M. de Roberval <sup>(1)</sup>, lequel j'avois prié de suppléer ce qui ne seroit pas expliqué assez au long, j'aurois peut-être suffisamment satisfait.

2. Mais pourtant je vous déclare que je n'ai jamais cru parler que du levier moindre que le demi-cercle et, si j'ai omis de l'écrire, ma figure, qui n'en représentoit que celui-là, réparoit assez ce manquement, puisque je n'avois pas seulement eu le temps d'écrire la démonstration de ma proposition sur ma dite figure. Que si le levier est plus grand que le demi-cercle, j'ajouterai à la fin de ce discours la proportion qu'il doit garder; il me semble que j'en ai assez dit pour répondre à la plus forte des objections que vous faites contre mon second levier.

3. L'autre qui combat mon second principe a été prévue par moi, et je vous avouerai que, quoique ce second principe soit manifestement faux et qu'il choque mon sentiment sur le fait du premier levier, je l'avois pourtant industrieusement et à dessein mis dans ma Lettre, afin de vous faire accorder qu'un grave pèse moins, plus il approche du centre de la Terre, ou, en me niant cette vérité, vous obliger d'accorder celle de mon second levier. M. de Carcavi, à qui je l'avois écrit quelque temps auparavant que de recevoir vos Lettres, vous le témoignera sans doute, et j'en ai tiré du moins le profit que vous m'avez accordé qu'un grave pèse moins, plus il approche du centre, quoiqu'il soit malaisé de déterminer la proportion de la différence de ces poids.

4. Je me contente d'avoir dit ce peu de mots par avance et viens à la démonstration de mon second levier, après vous avoir assuré que

(1) Voir Lettre VII.

jamais homme du monde ne se portera avec plus de bonne foi et d'ingénuité que moi à avouer les vérités que j'aurai reconnues, et que je crois ma proposition tellement vraie que, l'ayant souvent considérée de divers biais et à diverses reprises, je n'ai jamais pu en douter.

Voici les vrais principes de ma démonstration :

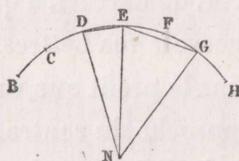
AXIOMA I. — *Si grave quiescens ab aliquo puncto suspendatur, gravitabit super lineam rectam punctum suspensionis et centrum terræ conjungentem. — Patet axiomatis veritas quia aliter grave non quiesceret.*

AXIOMA II. — *In vecte circulari, cujus dimidium punctum suspensionis, si ex utraque parte in punctis æqualium sectionum gravia æqualia collocentur, corpus ex omnibus illis gravibus compositum et a medio illo puncto suspensum quiescet.*

AXIOMA III. — *In vecte circulari semicirculo minori, cujus centrum est centrum terræ (hoc enim in nostro vecte semper intelligendum), si punctum suspensionis inæqualiter vectem dividat et ex utraque parte in punctis æqualium sectionum gravia æqualia collocentur, non manebit corpus ex omnibus illis gravibus compositum, sed inclinabitur vectis ex parte majoris portionis. — Hoc patet etiam ex vestris positionibus : quum enim totus vectis sit semicirculo minor, sinus minoris portionis erit minor sinu majoris portionis, ideoque non negabitur inclinationem fieri ex parte majoris portionis.*

His suppositis, exponatur figura continens vectem DEG (fig. 3o) et per-

Fig. 3o.

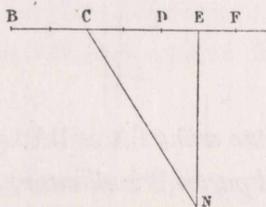


ficiantur reliqua juxta præparationem Archimeaeam. Grave in D, dispositum per partes æquales in portiones BC, CD, DE, EF, gravitat super rectam DN : nam, suspensum a puncto D, per secundum axioma quiescit ; ergo, per primum, gravitat super DN. Igitur, sive totum sit in D, sive dis-

positum per partes æquales in portiones BC, CD, DE, EF, semper super eandem rectam DN gravitat. Similiter grave in G, sive totum sit in G, sive per partes æquales FG, GH disponatur, semper super eandem rectam GN gravitabit. Quum autem gravia per partes æquales BC, CD, DE, EF, FG, GH disposita sint æqualia, gravitabit aggregatum totius gravis super rectam EN : ergo patet conclusio aut, per deductionem ad absurdum, inde facillime derivatur ope tertii axiomatis.

Eadem certe erat Archimedis <sup>(1)</sup> ratiocinatio : nam rectæ BD (fig. 31) centrum gravitatis, verbi gratia, in C constituit, ut probet gravia æqualia

Fig. 31.



in punctis B, D super rectam CN gravitare, quod ille supponit, quum in libra tantum DEF hoc verum sit, quæ ad rectam EN est perpendicularis, in reliquis falsum, quia ad angulos inæquales a rectis à centro terræ secantur. In nostro autem vecte hæc difficultas non occurrit, quum semper et in quocumque puncto rectæ a centro terræ eum normaliter secent.

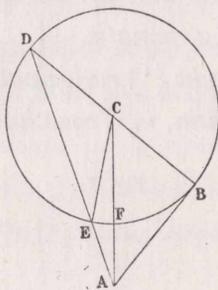
Sit libra DCB (fig. 32), centrum terræ A, centrum libræ C; compleatur circulus centro C, intervallo CB descriptus et DEA, BA, CFA jungantur. Jungatur et CE; ponantur in punctis B et D pondera æqualia et sit angulus ACD major angulo ACB : Aio libram a puncto C suspensam ad partes B inclinari, idque per supposita ab Archimede.

Pondus a puncto D ad punctum E transferatur; ex Archimede, idem est ac si pondus esset in puncto D, quia ponitur in recta punctum D et centrum terræ conjungente : si igitur intelligatur recta CE pondus in E retinere, manebunt, ex Archimede, brachia CE et CB, quum ponantur manere CB et CD. Igitur anguli ECF, FCB erunt æquales : triangulum enim æqui-

(<sup>1</sup> Cp. ARCHIMÈDE, *De planorum æquilibriis*, I, 6.

crure, in cujus extremis æqualia pondera collocantur, movetur semper donec perpendicularis horizonti, hoc est recta verticem et centrum terre conjungens, angulum ad verticem bisecet, quod experientia testatur. Angulus autem ECB duplus est anguli ad D : ergo angulus FCB angulo D

Fig. 32.

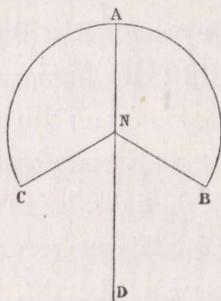


est æqualis. Parallelae igitur erunt CA et DA, quod est absurdum : non ergo quiescit libra, sed ad partes B inclinatur, quia angulus BCF major est angulo ECF, ut patet.

Voilà, en peu de mots, ma réplique pour le second levier, laquelle j'eusse plus étendue si le temps me le permettoit.

5. Que si le levier est plus grand que le demi-cercle comme CAB (fig. 33) duquel le point de suspension est A, les extrémités C, B,

Fig. 33.

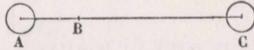


alors le levier ne soutiendra plus, mais sera pressé en haut par ces deux poids, de sorte qu'il faut prendre la proportion réciproque des

deux angles  $CND$ ,  $DNB$ , après avoir prolongé la ligne  $AN$ . La démonstration en est aussi aisée que celle du premier cas.

6. Pour le premier levier, soit le centre de la terre  $B$  (fig. 34), les poids égaux  $A$  et  $C$ , et la ligne  $BC$  plus grande que  $BA$ . Si vous m'accordez que ce poids en  $C$  pèse plus qu'en  $A$  (quoique vous estimiez

Fig. 34.



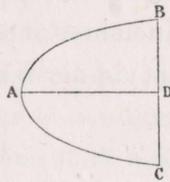
qu'il soit malaisé d'en déterminer la proportion), mes affaires sont faites : car il descendra donc, et la même raison ayant toujours lieu jusques à ce que la ligne  $CB$  soit égale à  $BA$ , il ne s'arrêtera pas plus tôt.

Et que cela se fasse par attraction ou autrement, la chose est indifférente. Toutefois je vous puis assurer que je puis prouver cette même proposition par des expériences que vous ne sauriez contester et que je vous enverrai au long, dès que la commodité me le permettra.

7. Cependant voici une de mes propositions géométriques, puisqu'il semble que vous ayez désiré d'en voir :

*Sit parabole  $AB$  (fig. 35), cujus vertex  $A$ , et circa rectam  $DA$  stabilem figura  $DAB$  circumvertatur, describetur conoides parabolicum Archime-*

Fig. 35.



*deum, cujus proportio ad conum ejusdem basis et verticis erit sesquialtera. Quod si circa stabilem  $DB$  figura  $DAB$  circumvertatur, fiet novum conoides cujus proportio ad conum ejusdem basis et verticis quærebat.*

*Eam nos esse ut 8 ad 5 demonstravimus, nec res vacabat difficultate. Imo et centrum gravitatis ejusdem conoidis invenimus.*

8. J'ai trouvé beaucoup d'autres propositions géométriques, comme la restitution de toutes les propositions *de locis planis* (1) et autres; mais ce que j'estime plus que tout le reste est une méthode pour déterminer toutes sortes de problèmes plans ou solides, par le moyen de laquelle je trouve l'invention (2) *maximæ et minimæ in omnibus omnino problematibus*, et ce, par une équation aussi simple et aisée que celles de l'Analyse ordinaire.

9. Il y a infinies questions que je n'aurois jamais pu résoudre sans cela, comme les deux suivantes, que vous pouvez essayer si vous voulez (3) :

*Data sphaeræ inscribere conum omnium inscribendorum ambitu maximum.*

*Data sphaeræ inscribere cylindrum omnium inscribendorum ambitu maximum.*

J'entends par *ambitum*, non seulement *superficies conicas et cylindricas*, mais le circuit entier composé, au cône, du cercle de la base et de la superficie conique, et au cylindre, des deux cercles des bases et de la superficie cylindrique.

Il semble que ces deux questions sont nécessaires pour une plus grande connoissance des figures isopérimètres (4).

10. Cette méthode ne sert pas seulement à ces questions, mais à beaucoup d'autres et pour les nombres et pour les quantités.

Vous m'obligerez infiniment de me faire part des productions de votre esprit et de me croire etc.

(1) Voir Lettres I, 10 et VI, 10.

(2) Voir Tome I, p. 133.

(3) Voir Lettres I, 12, et VI, 9.

(4) Sujet dont s'occupait Roberval. Voir Lettre XIV, 11.