

13. De triangulis rectangulis (1) propositio non satis perspicue, ut opinor, in tua epistola est concepta : solvetur a me fortasse, si clarius proposueris.

Addictissimus tibi,

FERMAT.

XIII.

FERMAT A ROBERVAL.

LUNDI 22 SEPTEMBRE 1636.

(*Va.*, p. 136-137.)

MONSIEUR,

1. Je surseoirai avec votre permission à vous écrire sur le sujet des propositions de Mécanique, jusques à ce que vous m'aurez fait la faveur de m'envoyer la démonstration des vôtres, ce que j'attends au plus tôt sur la promesse que vous m'en faites (2).

2. Sur le sujet de la méthode (3) *de maximis et minimis*, vous savez que, puisque vous avez vu celle que M. Despagnet vous a donnée, vous avez vu la mienne que je lui baillai, il y a environ sept ans, étant à Bordeaux.

Et en ce temps-là je me ressouviens que M. Philon ayant reçu une de vos lettres, dans laquelle vous lui proposiez de *trouver le plus grand cône de tous ceux qui auront la superficie conique égale à un cercle donné*, il me l'envoya et j'en donnai la solution à M. Prades pour vous la rendre. Si vous rappelez votre mémoire, vous vous en souviendrez peut-être, et que vous proposiez cette question comme difficile et ne

(1) Aucune autre allusion, dans la Correspondance qui nous reste de Fermat, n'est faite à cette proposition. Peut-être s'agit-il de la question I de Sainte-Croix à Descartes (*voir* plus haut pages 63-64, note), dont l'énoncé énigmatique prêtait facilement à confusion.

(2) Dans une réponse perdue à la lettre XI, Roberval annonçait sa lettre suivante, XIV.

(3) *Voir* Lettre IX, 8.

l'ayant pas encore trouvée. Si je rencontre parmi mes papiers votre lettre, que je gardai pour lors, je vous l'envoierai.

3. Si M. Despagnet ne vous a proposé ma méthode (1) que comme je la lui baillai pour lors, vous n'avez pas vu ses plus beaux usages; car je la fais servir, en diversifiant un peu :

1° Pour l'invention des propositions pareilles à celles du conoïde que je vous envoyai par ma dernière (2);

2° Pour l'invention des tangentes des lignes courbes, sur lequel sujet je vous propose ce problème : *Ad datum punctum in conchoïde Nicomedis invenire tangentem* (3);

3° Pour l'invention des centres de gravité de toute sorte de figures, aux figures même différentes des ordinaires, comme en mon conoïde et autres infinies, de quoi je ferai voir des exemples quand vous voudrez (4).

4° Aux problèmes numériques auxquels il est question de parties aliquotes (5) et qui sont tous très difficiles.

4. C'est par ce moyen que je trouvai 672 duquel les parties sont doubles aussi bien que celles de 120 le sont de 120.

C'est aussi par là que j'ai trouvé des nombres infinis qui font la même chose que 220 et 284, c'est-à-dire que les parties du premier égalent le second et celles du second le premier. De quoi si vous voulez voir un exemple pour tâter la question, ces deux y satisfont :

17296 et 18416.

Je m'assure que vous m'avouerez que cette question et celles de sa sorte sont très malaisées; j'en envoyai il y a quelque temps la solution à M. de Beaugrand.

(1) Fermat paraît ici entendre, par sa méthode, le procédé de substituer $A + E$ à A dans une relation en A .

(2) Voir Lettre IX, 7, et plus loin XIII, 6.

(3) Voir Tome I, p. 161.

(4) Voir Tome I, p. 136, note 3.

(5) Voir Lettre IV, 3, et Pièces IV_A, IV_B.

J'ai aussi trouvé des nombres en proportion donnée ou qui surpassent d'un nombre donné leurs parties aliquotes; et plusieurs autres.

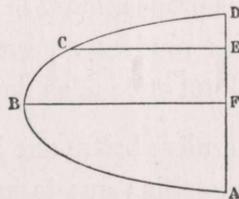
5. Voilà quatre sortes de propositions que ma méthode embrasse et que peut-être vous n'avez pas sues.

Sur le sujet du 1^o, j'ai quarré infinies figures comprises de lignes courbes (¹); comme, par exemple, si vous imaginez une figure comme la parabole, en telle sorte que les cubes des appliquées soient en proportion des lignes qu'elles coupent du diamètre. Cette figure approchera de la parabole et ne diffère qu'en ce qu'au lieu qu'en la parabole on prend la proportion des quarrés, je prends en celle-ci celle des cubes; et c'est pour cela que M. de Beaugrand, à qui j'en fis la proposition, l'appelle *parabole solide*.

Or j'ai démontré que cette figure est au triangle de même base et hauteur en proportion sesquialtère. Vous trouverez, en la sondant, qu'il m'a fallu suivre une autre voie que celle d'Archimède en la quadrature de la parabole et que je n'y fusse jamais venu par là.

6. Puisque vous avez trouvé ma proposition du conoïde excellente, la voici plus générale (*fig. 38*) :

Fig. 38.



Si circa rectam DA parabole, cujus vertex B et axis BF et applicata AF, circumducatur, fiet conoides novæ speciei, quo secto bifariam, plano ad axem recto, dimidium ipsius ad conum ejusdem basis et altitudinis est ut 8 ad 5.

(¹) Voir Tome I, pages 255 à 266.

Si verò plano secetur ad axem recto inæqualiter, puta per punctum E, segmentum conoidis ABCE ad conum ejusdem basis et altitudinis est

ut quintuplum quadrati ED unà cum rectangulo AED bis
et rectangulo sub DF in AE

ad quadrati ED quintuplum,

et vicissim segmentum conoidis DCE est ad conum ejusdem basis et altitudinis

ut quintuplum quadrati AE unà cum rectangulo AED bis
et rectangulo sub DF in DE

ad quadrati AE quintuplum.

Pour la démonstration, outre les aides que j'ai tirées de ma méthode, je me suis servi des cylindres inscrits et circonscrits.

7. J'avois omis le principal usage de ma méthode qui est pour l'invention des lieux plans et solides; elle m'a servi particulièrement à trouver ce lieu plan que j'avois auparavant trouvé si difficile (1) :

Si a quotcumque datis punctis ad punctum unum inflectantur rectæ et sint species quæ ab omnibus fiunt dato spatio æquales, punctum continget positione datam circumferentiam.

Tout ce que je viens de vous dire ne sont qu'exemples, car je vous puis assurer que, sur chacun des points précédents, j'ai trouvé un très grand nombre de très belles propositions. Je vous enverrai la démonstration de celles que vous voudrez : permettez-moi néanmoins de vous prier de les essayer plutôt et de m'en donner votre jugement.

8. Au reste, depuis la dernière Lettre que je vous écrivis, j'ai trouvé la démonstration de la proposition que je vous faisais (2). Elle m'a donné grandissime peine et ne se présente pas d'abord.

Je vous conjure de me faire part de quelqu'une de vos pensées et de me croire, etc.

(1) Voir Tome I, page 37 (*Lieux plans d'Apollonius*, II, 5).

(2) Voir Lettre XI, 7.