cune qui soit nombre quarré que la dernière, car les quarrés ne peuvent souffrir les finales qu'elles ont, si ce n'est 499 944 qui néanmoins n'est pas quarré.

Pour savoir maintenant les nombres qui composent 2 027 651 281, j'ôte le nombre que j'ai premièrement ajouté, savoir 90 061, du dernier ajouté 90 081. Il reste 20, à la moitié duquel plus 2, savoir à 12, j'ajoute la racine premièrement trouvée 45 029. La somme est 45 041, auquel nombre ajoutant et ôtant 1020, racine de la dernière somme 1 040 400, on aura 46 061 et 44 021, qui sont les deux nombres plus prochains qui composent 2 027 651 281. Ce sont aussi les seuls, pource que l'un et l'autre sont premiers.

Si l'on alloit par la voie ordinaire, pour trouver la composition d'un tel nombre, au lieu de onze additions, il eût fallu diviser par tous les nombres depuis 7 jusqu'à 44 021.

Plusieurs abrégés se peuvent trouver, comme lorsqu'on ne fait qu'une addition au lieu de dix, aux endroits où les sommes ont leurs finales quarrées, quand les compositeurs sont beaucoup éloignés l'un de l'autre.

LVIII.

FERMAT A < SAINT-MARTIN > [1].

DIMANCHE 31 MAI 1643.

(B, f° 9 v°.)

1. *Donner le sixième triangle qui a l'unité pour différence de ses deux petits côtés.*

[1] Fragment inédit d'une lettre perdue. Il porte comme titre, dans le manuscrit : « *Extraict d'une lre du* 31 *may* 1643 *à M. DF.* », ce qui indiquerait Frenicle comme le destinataire. Mais, si l'on compare la Lettre L de Frenicle à Fermat, il est très improbable que le premier ait proposé au second deux questions dont il lui avait auparavant donné une solution. Il est établi d'autre part, par les lettres suivantes (LIX et LX), que les questions énoncées par Fermat dans la présente (**3**) étaient proposées à S^t-Martin et à Frenicle. Le destinataire effectif fut donc plutôt S^t-Martin et la confusion s'explique d'ailleurs facilement.

Donner le second triangle qui a pour différence de ses deux petits côtés 7.

Pour la première question, le premier triangle qui a pour différence de ses deux côtés l'unité, lequel est : 3, 4, 5, donne aisément tous les autres par ordre, et voici comme je procède :

Du double de la somme de tous les trois côtés, ôtez-en séparément les deux petits côtés, et ajoutez-y le plus grand côté, vous aurez le second triangle, lequel par la même règle donnera le troisième, celui-là le quatrième, etc. à l'infini.

Pour avoir donc le second, prenez le double de la somme des trois côtés du premier, qui est 24; ôtez-en séparément les deux petits côtés, restera 20 et 21, et ajoutez à 24 le grand côté, viendra 29. Nous aurons donc pour le second triangle : 20, 21, 29; le troisième sera : 119, 120, 169, et le sixième : 23660, 23661, 33461.

2. La seconde question a la pareille solution : il y a deux triangles fondamentaux qui ont 7 pour différence de leurs petits côtés, savoir 5, 12, 13, et 8, 15, 17. De chacun de ceux-là se forment tous les autres à l'infini par la méthode précédente.

Par exemple, le double de 5, 12, 13 est 60; ôtez-en séparément les deux petits côtés, 5 et 12, restera 48 et 55; ajoutez à 60 le plus grand côté, viendra 73. Donc nous aurons pour le premier triangle : 48, 55, 73.

De même 8, 15, 17 donnera 65, 72, 97. Etc. à l'infini.

Je sais bien qu'on pourroit réduire ces questions à trouver combien de fois et l'unité et 7 sont la différence d'un quarré et d'un double quarré; mais il faudroit en ce cas deux opérations, et il me semble plus commode d'en user d'une seule.

3. Je vous propose (¹) :

1° *Trouver un triangle rectangle duquel le plus grand côte soit un quarré et la somme des deux ou trois autres soit quarrée.*

(¹) *Voir* pour ces questions : 1° l'Observation XLIV sur Diophante; 2° l'Observation XXIII; 3° les Lettres LIX, 2, et LX, 2.

2° *Trouver quatre triangles de même aire.*

3° *Un triangle duquel l'aire, ajoutée au quarré de la somme des deux petits côtés, fasse un quarré.*

LIX.

FERMAT A MERSENNE (¹).

< AOUT 1643 >

(A, f^os 37-38; B, f^os 22^bis r°.)

MON RÉVÉREND PÈRE,

1. Vous m'écrivez que la proposition de mes questions impossibles (²) a fâché et refroidi MM. de Saint-Martin et Frenicle, et que ç'a été le sujet qui m'a rompu leur communication. J'ai pourtant à leur représenter que tout ce qui paroît impossible d'abord ne l'est pas pourtant, et qu'il y a beaucoup de problèmes desquels, comme a dit autrefois Archimède, οὐκ εὐμέθοδα τῷ πρώτῳ φανέντα χρόνῳ τὴν ἐξεργασίαν λαμβάνοντι (³).

Vous vous étonnerez bien davantage si je vous dis de plus que toutes les questions que je leur ai proposées sont possibles, et que j'ai découvert leur solution. Ce n'est pas qu'elles ne soient très malaisées et que, pour les soudre, il ne faille faire quelque démarche au delà du Diophante et des Anciens et Modernes. Mais, comme toutes les inventions n'arrivent pas et ne se produisent pas en même temps, celle-ci est du nombre de celles dont la méthode n'est pas dans les Livres et que je puis attribuer au bonheur de ma recherche.

2. Et, afin que je ne vous tienne pas plus longuement en suspens,

(¹) Lettre inédite, dont la date approximative est indiquée par celle de la suivante.

(²) Les questions de la Lettre LVIII, 3.

(³) Préambule du Traité *De lineis spiralibus.* Fermat a cité de mémoire; dans le texte d'Archimède, au lieu de τῷ πρώτῳ, on lit ἐν ἀρχᾷ.