ANNÉE 1650.

LXVIII.

FERMAT A CARCAVI (1).

SAMEDI 20 AOUT 1650.

(Bibl. nat., lat. 11196, f^os 54-55.)

MONSIEUR,

1. Ma lettre par malheur fut envoyée trop tard la semaine dernière au messager d'Aurillac; vous la recevrez seulement par celui-ci avec la pénitence que je me suis enjoint à moi-même pour payer ce retardement, c'est-à-dire que je n'ai point voulu différer à vous envoyer ma méthode générale pour le débrouillement des *asymmétries* (2). Les fêtes m'ont tout à propos donné le loisir nécessaire pour y vaquer; je vous envoye mon original par pure paresse et vous prie me le renvoyer au plus tôt ou bien un autre à votre choix. Vous ménagerez mes intérêts comme vous l'entendez; ils consistent seulement à me laisser la satisfaction (j'use à dessein d'un mot adouci) d'avoir dévoilé une matière qui n'étoit pas connue, ce que diverses questions, que je vous ai proposées à diverses fois et dont pas une solution n'a jamais été donnée, prouvent assez suffisamment.

2. Mais, si vous voulez avoir le plaisir tout entier, proposez hardiment à trouver la tangente d'une courbe dont, par exemple, la pro-

(1) Publiée par M. Charles Henry (*Recherches*, p. 193).
(2) C'est la méthode d'élimination des radicaux, exposée tome I, p. 181-188.

priété soit, en prenant A pour l'appliquée et E pour la portion du diamètre qui lui correspond :

Latus cub. (Z*q*. in A — A*c*.) + *lat. quad. quad.* (B*pl. pl.* — D*q*. in B in A + A*qq*.) + *lat. quad.* (B in A — A*q*.) + *lat. quad. cub.* (A*qc*. — B*qq*. in A).

Hæc omnia quatuor homogenea, quæ, in hoc casu, sunt rectæ, æquentur

B + A — E.

Quæritur tangens ad punctum datum in curva cujus superior æqualitas proprietatem specificam repræsentat.

Que fera en ce rencontre la méthode de M. Descartes que vous savez être infiniment plus embarrassée que la mienne? mais que fera encore la mienne, si les asymmétries ne sont ôtées?

Pour les ôter, la méthode que je vous envoye en vient à bout sans nulle difficulté, car, en donnant à chacune des lignes irrationelles le nom d'une seconde racine, tierce, quarte et cæt., on vient toujours à des doubles égalités lesquelles se réitèrent jusques à ce que l'application (ou la division) ôte la dernière de ces racines, puis la pénultième, et ainsi en rétrogradant jusques à ce que toutes les nouvelles racines inconnues que vous aurez prises à discrétion aient entièrement disparu, et pour lors il vous restera une équation sans asymmétrie en laquelle il n'y aura de racines inconnues que les deux premières A et E, qui n'auront que changé de degré à cause des multiplications fréquentes et nécessaires à chaque opération, et cette équation exempte d'asymmétrie représentera la propriété spécifique de la courbe.

Or, quand nous avons la propriété spécifique de la courbe sans asymmétrie, ma méthode *de tangentibus* donne la tangente très simplement et par la seule application à tous les cas généralement, soit que la propriété spécifique aie relation à des lignes droites seulement, soit qu'elle l'aie aussi à des courbes. Et partant, en joignant les deux méthodes, la tangente de la question proposée se trouve par l'application simple, ce qui semble merveilleux.

Je n'ajoute pas l'opération entière, pource que la longueur du travail me lasseroit, mais, en un mot, il suffit que vous voyez très clairement le progrès et la fin de l'ouvrage; ce que je crois avoir été inconnu jusques à présent, puisque M. Descartes, que je nomme avec tout le respect qui est dû à la mémoire d'un si merveilleux homme, proposoit comme une difficulté insurmontable la question suivante :

Étant donnés quatre points et une courbe, en laquelle prenant un point à discrétion, les droites menées de ce point aux quatre donnés fassent une somme donnée, trouver une tangente à quelconque point donné de cette courbe.

ainsi que je puis faire voir par une de ses lettres (1). Pourtant, mes méthodes jointes ensemble en donnent la solution simple, et l'opération < se fait > en se jouant.

Vous comprenez par là que le principal et plus considérable effet de cette méthode paroît aux tangentes de toutes sortes de lignes courbes à l'infini, puisque les tangentes s'y trouvent toujours par application simple, et après cela aux questions que j'appelle *abondantes,* qui se résolvent aussi par la seule division, sans aucune extraction de racines et cæt.

3. En voilà trop pour une seconde lettre, mais je suis d'humeur à vous faire paroître ce que peut notre ancienne amitié. Peut-être que ces petits éclaircissements serviront à ce qu'il y aura de trop concis dans mon écrit latin, quoique je ne doute point qu'après que vous et messieurs à qui vous le communiquerez y auront un peu rêvé, ils n'en trouvent l'intelligence et la pratique aisée.

Je n'ai qu'à vous avertir que l'ordre des pages de mon petit Traité est marqué par chiffres, et qu'il y a un endroit, en la page septième, qui semble défectueux, qui pourtant ne l'est pas, et il faut tout écrire comme un sens continu, ainsi que vous comprendrez d'abord.

(1) Cette lettre n'a pas été conservée.

Je vous réitère encore que je vous renvoierai vos écrits de mes Traités au plus tôt avec le Livre de M. Gaignières [1], sinon que vous en trouviez à Paris un autre exemplaire, auquel cas vous m'obligerez de le bailler à mondit S[r] Gaignières, et j'en rembourserai le prix au messager qui vous porte mes lettres.

Je suis, Monsieur, votre du tout acquis serviteur,

FERMAT.

A Castres, ce 20 août 1650.

[1] La suite de la phrase montre qu'il s'agit d'un ouvrage prêté par Gaignières. Celui-ci n'est pas Roger de Gaignières dont les collections ont enrichi la Bibliothèque du roi, puisque ce célèbre collectionneur est né vers 1644, mais sans doute son père Aimé de Gaignières, secrétaire du duc de Bellegarde, gouverneur de Bourgogne. (Léopold Delisle, *Le cabinet des manuscrits*, Tome I, p. 335.)