

LXXXVI.

FERMAT A DE LA CHAMBRE.

AOÛT 1657.

(D. III, 50).

A Toulouse, le mois d'août 1657.

MONSIEUR,

1. Je n'avois garde de vous obéir lorsque vous m'ordonniez de recevoir votre Livre (1) sans le lire. Le présent que vous m'en avez fait est une marque trop précieuse de l'amitié dont vous m'honorez; mais sa lecture m'a fait concevoir l'idée de cette amitié comme un bien qui mérite d'être conservé avec soin, avec respect et avec estime. Et pour vous le faire voir, je ne vous parlerai point de vos autres spéculations de Physique, quoiqu'elles soient pleines d'un raisonnement très solide et très subtil; il me suffira de vous entretenir un peu sur la matière de la réflexion et de la réfraction, quand ce ne seroit que pour réparer par cette lettre la perte d'un Discours que je vous avois adressé, il y a déjà quelques années, sur ce même sujet et que j'ai su n'être point venu en vos mains. Ce qui m'y confirme est que j'entre par là dans quelque société d'opinion avec vous, et j'ose même vous assurer par avance que, si vous souffrez que je joigne un peu de ma géométrie à votre physique, nous ferons un travail à frais communs qui nous mettra d'abord en défense contre M. Descartes et tous ses amis.

2. Je reconnois premièrement avec vous la vérité de ce principe, que la nature agit toujours par les voies les plus courtes. Vous en déduisez très bien l'égalité des angles de réflexion et d'incidence, et l'objection de ceux qui disent que les deux lignes qui conduisent la

(1) La Lumière à Monseigneur l'Éminentissime Cardinal Mazarin par le sieur De La Chambre, conseiller du Roy en ses Conseils et son Médecin ordinaire. A Paris, chez P. Rocolet, Imp. et Lib. ord. du Roy; au Palais, en la galerie des Prisonniers, aux Armes du Roy et de la Ville. MDCLVII, avec Privilège du Roy (446 pages in-4°).

vue ou la lumière dans le miroir concave sont très souvent les plus longues, n'est point considérable, si vous supposez seulement, comme un autre principe indisputable, que tout ce qui appuie ou qui fait ferme sur une ligne courbe, de quelque nature qu'elle soit, est censé appuyer ou faire ferme sur une droite qui touche la courbe au point où la rencontre se fait : ce qui peut être prouvé par une raison de physique aidée d'une autre de géométrie.

Le principe de Physique est que la nature fait ses mouvements par les voies les plus simples. Or, la ligne droite étant plus simple que la circulaire ni que pas une autre courbe, il faut croire que le mouvement du rayon qui tombe sur la courbe se rapporte plutôt à la droite qui touche la courbe qu'à la courbe même.

Premièrement, parce que cette droite de l'attouchement est plus simple que la courbe ; secondement (et c'est ce qui s'emprunte de la Géométrie), parce que aucune droite ne peut tomber entre la courbe et la touchante, par un principe d'Euclide. De sorte que le mouvement est justement le même sur la droite qui touche que sur la courbe qui est touchée.

Et, cela supposé, on ne peut jamais dire que les deux droites qui conduisent la lumière ou le rayon soient quelquefois les plus longues aux miroirs concaves, parce qu'en ce cas même elles se trouvent les plus courtes de toutes celles qui peuvent se réfléchir sur la droite qui touche la courbe. Et, par conséquent, il ne faut ni supposer que la nature agisse par contrainte en ce cas, ni conclure qu'elle suive une autre manière de mouvement que celle qu'elle pratique aux miroirs plans et en toute autre espèce de miroirs. De sorte que voilà votre principe pleinement établi pour la réflexion.

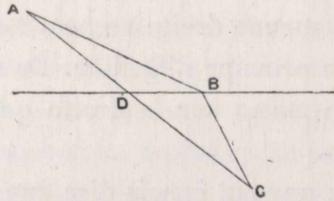
3. Mais, puisqu'il a servi à la réflexion, pourrons-nous en tirer quelqu'usage pour la réfraction ? Il me semble que la chose est aisée et qu'un peu de géométrie nous pourra tirer d'affaire.

Je ne m'étendrai point sur la réfutation de la démonstration de M. Descartes. Je la lui ai autrefois contestée, à lui, dis-je, *viventi*

*atque sentienti*, comme disoit Martial (1), mais il ne me satisfit jamais. L'usage de ces mouvements composés est une matière bien délicate et qui ne doit être traitée et employée qu'avec une très-grande précaution. Je les compare à quelques-uns de vos remèdes, qui servent de poison s'ils ne sont bien et dûment préparés. Il me suffit donc de dire en cet endroit que M. Descartes n'a rien prouvé, et que je suis de votre sentiment en ce que vous rejetez le sien.

Mais il faut passer plus outre et trouver la raison de la réfraction dans notre principe commun, qui est que la nature agit toujours par les voies les plus courtes et les plus aisées. Il semble d'abord que la chose ne peut point réussir et que vous vous êtes fait vous-même une objection qui paroît invincible. Car (*fig. 87*) puisque, dans la page 315

Fig. 87.



de votre Livre, les deux lignes CB, BA qui contiennent l'angle d'incidence et celui de réfraction, sont plus longues que la droite ADC qui leur sert de base dans le triangle ABC, le rayon de C en A, qui contient un chemin plus court que celui des deux lignes CB, BA, devroit, au sens de notre principe, être la seule et véritable route de la nature, ce qui pourtant est contraire à l'expérience. Mais on peut se défaire aisément de cette difficulté en supposant, avec vous et avec tous ceux qui ont traité de cette matière, que la résistance des milieux est différente, et qu'il y a toujours une raison ou proportion certaine entre ces deux résistances, lorsque les deux milieux sont d'une consistance certaine et qu'ils sont uniformes entre eux.

Ne vous étonnez pas de ce que je parle de résistance, après que vous

(1) MARTIAL, *Épigr.*, I, II, 5. — Voir les Lettres XXII et XXIV.

avez décidé que le mouvement de la lumière se fait en un instant et que la réfraction n'est causée que par l'antipathie naturelle qui est entre la lumière et la matière. Car, soit que vous m'accordiez que le mouvement de la lumière sans aucune succession peut être contesté et que votre preuve n'est pas entièrement démonstrative, soit qu'il faille passer par votre décision, à savoir que la lumière fuit l'abondance de la matière qui lui est ennemie, je trouve, même en ce dernier cas, que, puisque la lumière fuit la matière et qu'on ne fuit que ce qui fait peine et qui résiste, on peut, sans s'éloigner de votre sentiment, établir de la résistance où vous établissez de la fuite et de l'aversion.

Soit donc, par exemple, en votre figure le rayon CB qui change de milieu au point B, où il se rompt pour se rendre au point A. Si ces deux milieux étoient les mêmes, la résistance au passage du rayon par la ligne CB seroit à la résistance au passage du rayon par la ligne BA comme la ligne CB à la ligne BA. Car, les milieux étant les mêmes, la résistance au passage seroit la même en chacun d'eux et, par conséquent, elle garderoit la raison des espaces parcourus. D'où il suit que, les milieux étant différents et la résistance par conséquent différente, on ne peut plus dire que la résistance au passage du rayon par la ligne CB soit à la résistance au passage du rayon par la ligne BA comme la ligne CB à la ligne BA; mais en ce cas la résistance par la ligne CB sera à la résistance par la ligne BA comme CB à une autre ligne dont la raison à la ligne BA exprimera celle des deux résistances différentes.

Comme : si la résistance par le milieu A est double de la résistance par le milieu C, la résistance par CB sera à la résistance par BA comme la ligne CB au double de la ligne BA; et si la résistance par le milieu C est double de la résistance par le milieu A, la résistance par CB sera à la résistance par BA comme la ligne CB à la moitié de la ligne BA. De sorte qu'en ces deux cas, les deux résistances par CB et par BA, étant jointes, pourront être exprimées : ou par la ligne CB jointe à la moitié de la ligne BA, ou par la ligne CB jointe au double de BA.

Vous voyez déjà sans doute la conclusion de ce raisonnement : car,

soient donnés, par exemple, les deux points C et A en deux milieux différents séparés par la ligne BD et qui soient de telle nature que la résistance de l'un soit double de celle de l'autre; il faut chercher le point B auquel le rayon, qui va de C en A ou d'A en C, soit coupé ou rompu.

Si nous supposons que la chose est déjà faite, et que la nature agit toujours par les voies les plus courtes et les plus aisées, la résistance par CB, jointe à la résistance par BA, contiendra la somme des deux résistances, et cette somme, pour satisfaire au principe, doit être la moindre de toutes celles qui se peuvent rencontrer en quelqu'autre point que ce soit de la ligne DB. Or ces deux résistances jointes sont en ce cas, comme nous avons prouvé, représentées : ou par la ligne CB jointe à la moitié de BA, ou par la même ligne CB jointe au double de BA.

La question se réduit donc à ce problème de Géométrie :

*Étant donnés les deux points C et A et la droite DB, trouver un point dans la droite DB auquel si vous conduisez les droites CB et BA, la somme de CB et de la moitié de BA contienne la moindre de toutes les sommes pareillement prises, ou bien que la somme de CB et du double de BA contienne la moindre de toutes les sommes pareillement prises;*

et le point B qui sera trouvé par la construction de ce problème sera le point où se fera la réfraction.

Vous voyez par là qu'il faut que le rayon se coupe et se rompe lorsque les milieux sont différents. Car, bien que la somme des deux lignes CB et BA soit toujours plus grande que la somme des deux lignes CD et DA ou que la toute CA, néanmoins la ligne CB, jointe à la moitié ou au double de BA, peut être plus courte que la ligne CD jointe à la moitié ou au double de DA.

Je vous avoue que ce problème n'est pas des plus aisés; mais, puisque la nature le fait en toutes les réfractions pour ne se départir pas de sa façon d'agir ordinaire, pourquoi ne pourrions-nous pas l'entreprendre?

Je vous garantis par avance que j'en ferai la solution quand il vous plaira et que j'en tirerai même des conséquences qui établiront solidement la vérité de notre opinion. J'en déduirai d'abord : que le rayon perpendiculaire ne se rompt point; que la lumière se rompt dès la première surface sans plus changer le biais qu'elle a pris; que le rayon rompu s'approche quelquefois de la perpendiculaire, et qu'il s'en éloigne quelque autre fois, à mesure qu'il passe d'un milieu rare dans un plus dense ou au contraire; et en un mot, que cette opinion s'accorde exactement avec toutes les apparences. De sorte que, si elle n'est pas vraie, on peut dire ce que disoit Galilée en un sujet différent, que la nature semble nous l'avoir inspirée *per pigliarsi gioco di nostri ghiribizzi* (1).

Mais j'ai tort de ne songer pas que le sujet de cette lettre ne devoit être qu'un remerciement. Je vous conjure, Monsieur, d'excuser sa longueur, quand ce ne seroit que par l'intérêt que vous y avez, et de la recevoir en tout cas comme un témoignage de l'estime que j'ai pour votre savoir et du respect avec lequel je suis, Monsieur,

Votre très humble et très affectionné serviteur,

FERMAT.

---

LXXXVII.

DIGBY A FERMAT.

MERCREDI 5 DÉCEMBRE 1657.

(Va., p. 196-197.)

MONSIEUR,

Je me donnai l'honneur de vous écrire le 19 du mois passé. Depuis ce temps-là, j'ai été en Normandie et à mon retour j'ai trouvé la Lettre

(1) Nous n'avons pu retrouver le texte auquel est empruntée cette citation.