à me tirer d'erreur, et que je ne cherche qu'un honnête prétexte à me rendre? Je serois même ravi d'établir l'honneur de M. Descartes aux dépens du mien, et je voudrois, s'il m'étoit possible, en reconnoissant la vérité de sa preuve, ajouter avant que de finir :

Se clara videndam
Obtulit et pura per noctem in luce refulsit (¹).

Il en sera pourtant ce que M. le chevalier Digby et vous, Monsieur, trouverez bon. Je vous soumets à tous deux ma logique et ma mathématique, et je consens à ce que vous en fassiez un sacrifice à la mémoire de cet illustre, qui n'est plus en état de se défendre; mais, jusques à ce que vous ayez prononcé, je prétends que la véritable raison ou proportion des réfractions est encore inconnue et que Θεῶν ἐν γούνασι κεῖται (²), en compagnie de tant d'autres vérités que l'avenir découvrira peut-être mieux que n'a pu faire le passé.

Excusez ma longueur et faites moi l'honneur de me croire, Monsieur, Votre très humble et très affectionné serviteur,

FERMAT.

XCI.

FERMAT A DIGBY.

DIMANCHE 7 AVRIL 1658.

(*Comm. ep.*, 37.)

MONSIEUR,

1. J'ai reçu les nouvelles solutions de la proposition (³) de Monsieur Wallisius, que Monsieur Frenicle a ajoutées aux premières. Je

(¹) Virgile, *Énéide*, II, 589-590.
(²) Homère, *Iliade*, XVII, 514.
(³) « Trouver deux nombres entiers carrés tels que les sommes formées par chacun d'eux et par ses parties aliquotes soient égales. »
Cette question avait été proposée par Wallis dans sa Lettre à Digby du 21 novembre 1657 (*Comm.* 16). Les solutions de Frenicle sont dans sa Lettre à Digby (*Comm.* 31) que Brouncker reçut le 5 avril 1658.

suis ravi, aussi bien que vous, de l'abondance et fertilité de son esprit et de la grande facilité qu'il s'est acquise en ces matières. Je m'étois contenté de donner deux solutions en nombres premiers entre eux, et avois seulement indiqué qu'on pouvoit, par ma méthode, étendre la question à trois, quatre, cinq et plusieurs nombres de même nature. Mais, puisque Monsieur Frenicle m'a si avantageusement préoccupé, je n'ajoute plus rien à son travail, et je consens que ma petite et maigre solution demeure en vos mains.

2. Après avoir reçu la lettre de Monsieur Wallisius (¹), je suis toujours surpris de quoi il méprise constamment tout ce qu'il ne sait pas. Les questions en nombres entiers ne sont point de son goût. Il s'imagine que je ne sais point les centres de gravité des hyperboles infinies, et il semble promettre sur la fin la quadrature de l'hyperbole, c'est-à-dire de celle d'Apollonius : car, pour toutes les autres, ni lui ni moi ne l'ignorons pas.

Je lui réponds succinctement :

3. Premièrement à ce qu'il dit que je fais grand cas des propositions négatives, comme qu'il n'y a que le seul quarré 25 qui, ajouté à 2, fasse un cube en nombres entiers; et encore qu'il n'y a que les deux quarrés 4 et 121 qui, ajoutés à 4, fassent des cubes, aussi en entiers (²). Il dit que ce sont des propositions ordinaires et *neque majus quid aut grandius insinuant quam si dicerem cubicubum nullum in integris esse vel etiam quadratum qui, numero* 62 *junctus, efficiat quadratum, ... vel etiam nullos in integris cubos esse qui ab invicem distent numero vicenario nec, prœter* 8 *et* 27, *qui distent numero* 19, *etc.; ...*, *cujusmodi innumeras determinationes negativas in promptu esset comminisci.*

Je réponds que je ne fais point cas de toute sorte de propositions négatives; par exemple, celles qu'il rapporte et infinies de telle nature ne sont que des amusements d'un arithméticien de trois jours, et leur

(¹) Lettre 16 du *Commercium epistolicum*. (*Voir* la note qui précède.)
(²) *Voir* Lettre LXXXIV, 5.

raison est d'abord connue *etiam lippis et tonsoribus* [1]. De sorte que d'en inférer de là qu'il faut faire peu de compte de toutes sortes de propositions négatives, voyez, Monsieur, quelle logique! Mais je ne veux point d'autre preuve que celles que je vous ai proposées sont du haut étage et dignes d'être recherchées, c'est que ni lui, qui s'estime tant, ne les a pas encore démontrées, ni Monsieur Frenicle même, que je mets au-dessus de lui, sans lui faire tort; et ce dernier, qui connoît merveilleusement les mystères les plus cachés des nombres, ne les a pas méprisées.

4. Mais, parce que les nombres entiers ne plaisent pas à Monsieur Wallisius, en voici une autre, à laquelle il pourra s'occuper et en laquelle je n'exclus point les fractions [2] :

Il n'y a aucun triangle rectangle en nombres dont l'aire soit quarrée.

5. Et, pour lui faire voir que le défaut de connoissance de cette sorte de questions lui fera quelquefois concevoir plus grande opinion de ses forces qu'il n'en doit raisonnablement avoir, il dit qu'il ne doute point que le Mylord Brouncker ne résolve les deux questions [3] :

Datum numerum cubum in duos cubos rationales dividere,

et

Datum numerum ex duobus cubis compositum in duos alios cubos rationales dividere;

je lui réponds qu'il pourra, par aventure, ne se mécompter pas en la seconde, quoiqu'elle soit assez difficile, mais que, pour la première, c'est une de mes propositions négatives que ni lui ni le Seigneur Brouncker ne démontreront peut-être pas si aisément. Car je soutiens qu'*il n'y a aucun cube en nombres qui puisse être divisé en deux cubes rationaux.*

(1) Horace, *Sat.* I, VI, 3.
(2) Problème impossible. — Observation XLV sur Diophante.
(3) *Voir* Lettre LXXXIV, 4 et 8. — Observations II et IX sur Diophante.

Pour la seconde question, elle n'est pas d'une extrême difficulté et, pour lui témoigner que je veux même la lui proposer en cas des plus aisés en prenant un petit nombre, je me contente que lui ou Mylord Brouncker divisent le nombre 9, qui est composé des deux cubes 8 et 1, en deux autres cubes rationaux. S'il rejette cette proposition, qui n'est pas des plus difficiles, je n'oserai plus leur en proposer ni en entiers ni en fractions.

6. Pour son canon *ad inveniendos quadratos qui, ducti in datum numerum non quadratum, adscita unitate, conficiant quadratum,* je ne sais pas pourquoi il doute que cette invention nous paroisse malaisée, puisqu'il n'est point d'algébriste novice qui ne trouve sa règle d'abord. Mais ma question *en entiers* est si fort au dessus de ces petites règles *de trivio,* que M. Frenicle l'a jugée digne de l'occuper, et c'est tout dire. Il a si exactement répondu à tout le reste qui regarde les questions numériques que j'aurois tort d'ajouter quelque chose du mien à ses réponses (1).

7. Pour ce qui regarde les centres de gravité des hyperboles infinies et la règle pour distinguer celles qui en ont de celles qui n'en ont pas < je répondrai > que je l'avois résolu pleinement et envoyé tant à Torricelli qu'aux géomètres de Paris dix ans avant l'impression du livre *Arithmetica infinitorum* (2). S'il ne m'en veut pas croire, les Roberval et les Pascal, qui ont toutes mes propositions sur ce sujet depuis plusieurs années, le pourront désabuser.

8. La promesse qu'il fait sur la quadrature de l'hyperbole s'exécutera sans doute comme celle du cercle : la voie qu'il tient en se servant de certaines progressions, *inter quorum terminos interpolationem quærit,* est de ces méthodes qui aboutissent à trouver une chose aussi difficile que celle qu'on a pour but de chercher. *Obscurum autem*

(1) Digby avait tout d'abord communiqué à Frenicle la lettre de Wallis du 21 novembre 1657 et Frenicle avait rédigé en réponse une épître latine à Digby, datée du 3 février 1658 (*Comm. ep.,* 22).

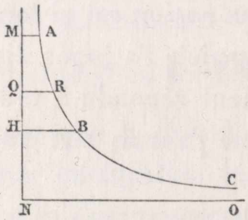
(2) *Voir* Lettre LXXXII, 2.

explicare per obscurius, matæotechnia est, comme a très bien dit notre Viète ([1]).

Mais pour lui faire voir que je ne manque pas de théorèmes effectifs et très beaux en la véritable hyperbole d'Apollonius, voici un problème dont je puis donner la construction.

Soit (*fig.* 88) l'hyperbole d'Apollonius ABC, ses asymptotes MNO; soient tirées les deux parallèles à NO, les droites MA, HB. Je propose la figure AMHB contenue sous l'hyperbole et sous les droites AM, MH, HB. Il la faut diviser < par > une parallèle aux bases comme QR, en sorte que le segment RQHB soit au restant AMQR en raison donnée.

Fig. 88.



Ce problème sera construit par moi bien plus tôt que M. Wallisius ne donnera la quadrature de l'hyperbole d'Apollonius.

En voilà de reste pour ce coup. Ce n'est pas pour faire un démêlé formel avec M. Wallisius, mais c'est seulement pour me justifier à vous, consentant que vous ne lui envoyiez que ce qu'il vous plaira du contenu en cette lettre. Je ne réponds pas aux dernières réponses, parce que ce n'est pas moi qui lui avois fait les objections auxquelles il répond.

Je suis, Monsieur, Votre très humble et très obéissant serviteur,

FERMAT.

A Toulouse, le 7 avril 1658.

([1]) VIÈTE, *Ad Adriani Romani problema responsum*, Cap. V. — Édition Elzevir; Leyde, 1646, p. 309. — Le mot *autem* a été ajouté par Fermat.