10. Voilà sommairement le compte de mes rêveries sur le sujet des nombres. Je ne l'ai écrit que parce que j'appréhende que le loisir d'étendre et de mettre au long toutes ces démonstrations et ces méthodes me manquera; en tout cas, cette indication servira aux savans pour trouver d'eux-mêmes ce que je n'étends point, principalement si MM. de Carcavi et Frenicle leur font part de quelques démonstrations *par la descente* que je leur ai envoyées sur le sujet de quelques propositions négatives. Et peut-être la postérité me saura gré de lui avoir fait connoître que les Anciens n'ont pas tout su, et cette relation pourra passer dans l'esprit de ceux qui viendront après moi pour *traditio lampadis ad filios,* comme parle le grand Chancelier d'Angleterre (¹), suivant le sentiment et la devise duquel j'ajouterai (²) :

Multi pertransibunt et augebitur scientia.

CII.

FERMAT A BILLY (³).

26 aout 1659.

(Bibliothèque nationale, latin 8600, fol. 13, autographe.)

Mon Reverend Pere,

Je suis bien aise que mes solutions vous ayent pleu et je vous remercie des eloges que vous me donnés, bien que je recognoisse de bonne foi que vous en usés avec un peu trop de profusion. Peustestre serés vous plus surpris de ce que vous allés lire sur le subject de vostre nouvelle question que vous enoncés en ces termes :

Treuver trois nombres dont le solide estant osté de chacun d'eux et de

(¹) Bacon, *De dignitate et augmentis scientiarum*, L. VI, cap. 2.
(²) *Voir* page 35, note 2.
(³) Publiée pour la première fois par Libri (*Journal des Savants*, 1839, p. 548).

chacune de leur difference, et du produict du second par le premier ou par le dernier, ou du quarré du milieu, il se fasse tousjours un quarré.

Ces trois nombres sont $\frac{3}{8}$, 1, $\frac{5}{8}$.

Vous adjoustés ensuitte, aprés avoir estendu vostre methode, que vous ne croyés pas qu'il y aist au monde trois autres nombres qui satisfassent à la question, et vous desirés estre esclairci par moi si vous vous trompés en cette creance.

Je vous respons, mon Pere, que cette question reçoit infinies solutions et que la double esgalité à laquelle vous la reduisez :

$$1AA - A + 1 \quad \text{et} \quad 1AA - 3A + 1,$$

chacun desquels termes doit estre faict egal à un quarré, peut estre resolue en infinies manieres.

Je vous advoue que la methode dont je me sers pour cela n'est pas dans les livres, et que c'est une de mes inventions qui a quelquesfois estonné les plus grands maistres et particulierement Monsieur Frenicle, que j'estime trés profond dans la cognoissance des nombres. Mais, puisqu'il semble que Diophante, Viete, Bachet et touts les autres autheurs dont les ouvrages sont venus jusques à moi, n'ont sçu qu'une seule solution en cette nature de questions, je ne suis point surpris que vous, mon Pere, quoyque d'ailleurs tres habille par l'adveu de touts les sçavants, n'ayés point tenté d'estendre vostre cognoissance au dessus de celle que donnent les livres.

Vous changerés sans doute d'advis par mon indication, et vous ne croirés pas cette nouvelle descouverte indigne de vostre recherche, principallement lors que je vous asseurerai, comme je fais à l'advance, que ma methode est generalle et qu'elle sert à resoudre un nombre infini de questions qui ont esté jusqu'ici entierement abandonnées.

Voici trois nombres differents des vostres qui satisfont à vostre question et qui peust-estre vous donneront l'accés aux solutions infinies.

Le premier de ces trois nombres est $\frac{10416}{51865}$, le second est 1, le troisieme est $\frac{41449}{51865}$.

Je suis de tout mon cœur, Mon Reverend Pere, vostre trés humble et trés acquis serviteur,

FERMAT.

A Tolose, le 26 A[t] 1659.

(Adresse) : *Au reverend pere, le pere Billy, de la compagnie de Jesus, à Dijon.*

CIII.

FERMAT A CARCAVI [1].

< AOUT 1659. >

(*Correspondance Huygens*, n° 699.)
(Bibl. Nat. fr. 13040, f° 139.)

... Si la ligne spirale n'est pas égale à la parabolique, elle sera ou plus grande ou plus petite.

Soit premièrement plus grande, s'il est possible, et que l'excès de la spirale sur la parabole soit égal à X, dont la moitié soit Z.

Soient inscrites et circonscrites à la parabole et à la spirale des figures comme en la précédente [2], en sorte que la différence entre les inscrites soit moindre que Z, et que la différence entre les circonscrites soit aussi moindre que Z; nous aurons cinq quantités qui vont toujours

(1) Publiée pour la première fois par M. Charles Henry (*Recherches*, p. 174-176). — Ce fragment, envoyé par Carcavi à Huygens dans une lettre datée du 13 septembre 1659, est le développement du dernier théorème de l'*Egalité entre les lignes spirale et parabolique démontrée à la manière des anciens*, laquelle fait partie des *Lettres de A. Dettonville* (Œuvres de Pascal, V, pp. 421 à 453). La démonstration de Pascal, beaucoup plus brève, est faite également par l'absurde, mais sans hypothèse sur le sens de l'inégalité entre la spirale et la parabole.

(2) Fig. 38 des *Lettres de Dettonville*; voir ci-après fig. 93.