Le premier de ces trois nombres est $\frac{10416}{51865}$, le second est 1, le troisieme est $\frac{41449}{51865}$.

Je suis de tout mon cœur, Mon Reverend Pere, vostre trés humble et trés acquis serviteur,

FERMAT.

A Tolose, le 26 A[t] 1659.

(Adresse) : *Au reverend pere, le pere Billy, de la compagnie de Jesus, à Dijon.*

CIII.

FERMAT A CARCAVI (1).

< AOUT 1659. >

(*Correspondance Huygens*, n° 699.)

(Bibl. Nat. fr. 13040, f° 139.)

... Si la ligne spirale n'est pas égale à la parabolique, elle sera ou plus grande ou plus petite.

Soit premièrement plus grande, s'il est possible, et que l'excès de la spirale sur la parabole soit égal à X, dont la moitié soit Z.

Soient inscrites et circonscrites à la parabole et à la spirale des figures comme en la précédente (2), en sorte que la différence entre les inscrites soit moindre que Z, et que la différence entre les circonscrites soit aussi moindre que Z; nous aurons cinq quantités qui vont toujours

(1) Publiée pour la première fois par M. Charles Henry (*Recherches*, p. 174-176). — Ce fragment, envoyé par Carcavi à Huygens dans une lettre datée du 13 septembre 1659, est le développement du dernier théorème de l'*Egalité entre les lignes spirale et parabolique démontrée à la manière des anciens,* laquelle fait partie des *Lettres de A. Dettonville* (Œuvres de Pascal, V, pp. 421 à 453). La démonstration de Pascal, beaucoup plus brève, est faite également par l'absurde, mais sans hypothèse sur le sens de l'inégalité entre la spirale et la parabole.

(2) Fig. 38 des *Lettres de Dettonville;* voir ci-après fig. 93.

en augmentant, savoir : l'inscrite en la parabole, la parabole, la circonscrite à la parabole, la spirale, et la circonscrite à la spirale.

Car il appert que la seconde, qui est la parabole, surpasse son inscrite et que la circonscrite à la parabole surpasse la parabole.

Or il paroît que la quatrième quantité, qui est la spirale, surpasse aussi la circonscrite à la parabole : car, puisque (¹) l'inscrite en la parabole diffère de la circonscrite à la même parabole d'une ligne moindre que Z (ainsi que M. Dettonville l'a démontré), *a fortiori* la parabole même diffère de la circonscrite de moins que Z. Or, par la supposition, la parabole est moindre que la spirale et la différence est 2Z. Donc, puisque la différence entre la parabole et sa circonscrite est moindre que la différence entre la même parabole et la spirale, la circonscrite à la parabole sera moindre que la spirale.

Laquelle spirale étant aussi moindre que sa circonscrite, il paroît que ces cinq quantités, à commencer par l'inscrite en la parabole, vont toujours en augmentant.

Mais puisque l'inscrite en la parabole diffère de la circonscrite d'une ligne moindre que Z, et que, par la construction, la circonscrite susdite à la parabole diffère aussi de la circonscrite à la spirale d'une ligne moindre que Z, donc l'inscrite en la parabole diffère de la circonscrite à la spirale d'une ligne moindre que 2Z.

Nous avons donc la première et la cinquième de ces cinq quantités, qui sont la plus petite et la plus grande, qui diffèrent entre elles de moins que de 2Z. Donc, *a fortiori*, la seconde et la quatrième, qui sont la parabole et la spirale, diffèrent d'une ligne moindre que 2Z et par conséquent moindre que X; ce qui est contre la supposition.

Donc la spirale n'est pas plus grande que la parabole.

Qu'elle soit, s'il est possible, moindre que la parabole, et que l'excès soit X ou 2Z. Il faut faire les inscriptions et circonscriptions comme en la précédente partie de la démonstration. Nous trouverons ici cinq quantités qui vont toujours en diminuant : la circonscrite à la para-

(¹) D'après le corollaire qui, dans les *Lettres de Dettonville,* précède immédiatement le théorème repris par Fermat.

bole, la parabole, l'inscrite en la parabole, la spirale, et l'inscrite en la spirale.

La première paroît évidemment plus grande que la seconde et la seconde que la troisième.

Or on voit aussi que la troisième, qui est l'inscrite en la parabole, surpasse la spirale : car, puisque, par la démonstration de M. Dettonville, l'excès de la circonscrite à la parabole sur l'inscrite en la parabole est moindre que Z, *a fortiori* l'excès de la parabole sur son inscrite est moindre que Z.

Or, la parabole étant plus grande que la spirale, et son excès sur la dite spirale étant, par la supposition, 2Z, la parabole surpasse la spirale d'une plus grande quantité que celle dont elle surpasse l'inscrite en la parabole, et, partant, l'inscrite en la parabole est plus grande que la spirale.

Nous avons donc cinq quantités qui vont toujours en diminuant, savoir : la circonscrite à la parabole, la parabole, l'inscrite en la parabole, la spirale, et l'inscrite en la spirale. Or la circonscrite à la parabole diffère de son inscrite de moins que Z, et l'inscrite en la dite parabole diffère aussi, par la construction, de l'inscrite en la spirale de moins que Z. Donc la circonscrite à la parabole, qui est la première des cinq quantités et la plus grande, diffère de la dernière des dites quantités, qui est la plus petite, d'une ligne moindre que 2Z. Donc, *a fortiori*, la seconde quantité diffère de la quatrième, c'est-à-dire la parabole de la spirale, de moins que de 2Z, c'est-à-dire de moins que de X : ce qui est contre la supposition.

D'où il résulte que la spirale n'est pas plus petite que la parabole ; et partant, puisqu'elle n'est ni plus petite, ni plus grande, elle est égale, ce qu'il etc.