

ce petit Écrit parmi vos papiers inutiles, j'y consens et tout m'est indifférent.

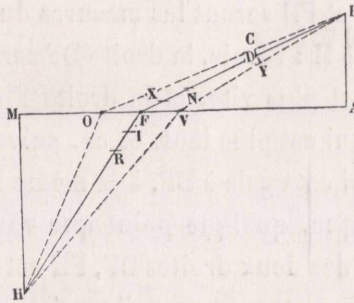
Mais il n'en est pas de même de la très humble prière que je vous fais de me croire, etc.

CXVII.

Démonstration dont il est parlé dans la lettre précédente.

Soit la droite AFM (*fig. 105*), qui représente la séparation de deux différents milieux; que l'air soit du côté de B et l'eau du côté de H. Le

Fig. 105.



rayon de lumière, qui doit aller du point B, qui est en l'air, vers le point F, où commence le milieu de l'eau, se rompt et va vers H, s'approchant de la perpendiculaire, suivant les expériences connues et vulgaires.

M. Descartes détermine ce point H en telle sorte, qu'en tirant une perpendiculaire du point B sur la ligne AFM, qui soit BA, il fait que la ligne AF est à la ligne FM comme la résistance d'un des milieux à celle de l'autre, bien qu'il entende, contre mon sens, que la résistance est plus grande dans l'air qu'elle ne l'est dans l'eau.

Soit donc la plus grande résistance représentée par la ligne AF et la moindre par celle de FM, et par conséquent la ligne AF plus grande que FM. Soit élevée, du point M, la perpendiculaire MH qui soit cou-

pée en H par le cercle dont le centre est F et le rayon FB, si bien que les droites BF et FH seront égales : Je dis que le rayon BF, venant à se rompre par la rencontre de l'eau, ira vers H.

Car, puisque, par mon principe, la nature agit toujours par les voies les plus courtes, si je prouve qu'en passant par les deux droites BF et FH, elle y emploie moins de temps qu'en passant par aucun autre point de la droite AM, j'aurai prouvé la vérité de la proposition.

Or, puisque je présuppose que le mouvement dans l'air est plus aisé et par conséquent plus vite, le mouvement de B en F se fera en moins de temps que celui de F à H et, pour régler la véritable proportion, il faut faire

comme AF à FM (qui sont les mesures des résistances), ainsi BF à FD,

et les deux droites DF et FH seront les mesures du temps qui sera employé de B à F et de F à H : savoir, la droite DF sera la mesure du mouvement par BF, qui est plus vite, et la droite FH sera la mesure du mouvement par FH, qui est plus lent, et ce, suivant la proportion de BF à FD, ou de HF, qui est égale à BF, à la même FD.

Si je prouve donc que, quelque point que vous preniez des deux côtés de DF, la somme des deux droites DF, FH est toujours plus petite que deux droites prises au même sens, j'aurai ce que je cherchois.

Soit donc premièrement du côté vers M le point O. En joignant les droites BO et OH, et faisant

comme BF à DF, ainsi BO à CO,

je dois prouver que la somme des deux droites CO et OH est plus grande que celle de DF et FH; et en prenant de même quelqu'autre point, comme V, de l'autre côté vers A, je dois aussi prouver qu'en joignant les deux droites BV et VH, et faisant

comme BF à DF, ainsi BV à YV,

la somme des deux droites YV et VH est plus grande que celle des deux droites DF et FH.

Pour y parvenir, je fais

comme BF à AF, ainsi FO à FR,

et

comme la même BF à FM, ainsi FO à FI.

Puisque BF est plus grande que AF, donc FO est plus grande que FR et, puisque AF est plus grande que FM, FR est aussi plus grande que FI, et il paraît même que

FR est à FI comme AF à FM;

car, puisque, par la construction,

comme AF est à FB, ainsi FR à FO,

et

comme FB à FM, ainsi FO à FI,

donc, *ex æquo*,

comme AF à FM, ainsi FR est à FI.

Je dis donc que les deux droites CO et OH sont plus grandes que les deux droites DF et FH. Car, par Euclide, au triangle amblygone FHO, la somme des deux carrés HF et FO est égale à la somme du carré HO et du rectangle MFO pris deux fois; or, puisque nous avons fait

comme BF ou FH à FM, ainsi FO à FI,

donc le rectangle sous les extrêmes HFI est égal au rectangle sous les moyennes MFO, et le rectangle HFI pris deux fois est égal au rectangle MFO pris deux fois : nous avons donc la somme des deux carrés HF et FO égale à la somme du carré HO et du rectangle HFI pris deux fois. Mais le rectangle HFI pris deux fois est égal au rectangle HIF pris deux fois et au double carré de IF; et le carré HF, par le même Euclide, est égal au rectangle HIF pris deux fois et aux deux carrés HI et IF : nous avons donc, d'un côté, le carré HI, le carré IF, le rectangle HIF deux fois pris et le carré FO égaux au carré HO, au rectangle HIF deux fois pris et au carré FI pris deux fois. Otez de part et d'autre le rectangle HIF deux fois et le carré FI : reste, d'un côté, le carré HI avec le carré FO égaux aux deux quar-

rés HO et IF. Mais le carré FO est plus grand que le carré FI, puisque, par la construction, FO est plus grande que FI : donc le carré HO est plus grand que le carré HI, et partant la droite HO est plus grande que la droite HI.

Si je prouve ensuite que la droite CO est plus grande que les deux droites DF et FI, il restera prouvé que les deux CO et OH sont plus grandes que les trois DF, FI et IH, ou que les deux DF et FH : je prouve donc le requis.

Dans le triangle amblygone BFO, par Euclide, le carré BO est égal à la somme des carrés BF et FO et au double rectangle AFO ; mais, puisque nous avons fait, par la construction,

comme BF à FA, ainsi FO à FR,

donc le rectangle sous BF et FR est égal au rectangle AFO, et par conséquent le carré BO est égal aux carrés BF et FO et au rectangle sous BF, FR deux fois pris. Mais le carré FO est plus grand que celui de FR, puisque la ligne FO a été prouvée plus grande que la ligne FR : donc, si vous substituez le carré de FR au lieu de celui de FO, le carré BO sera plus grand que les deux carrés BF, FR et le rectangle BFR deux fois pris. Mais ces dernières sommes sont égales, par Euclide, au carré des deux droites BF et FR prises comme une seule : donc la droite BO est plus grande que la somme des deux droites BF et FR. Mais nous avons prouvé que

RF est à IF comme AF à FM, c'est à dire comme BF à FD,

qui est la mesure de la diversité des mouvements : donc,

comme la somme des deux antécédents BF et FR
est à la somme des deux conséquents DF et FI,
ainsi BF à FD.

Or

BO est à OC comme BF à FD :

done

comme BO est à OC,
ainsi la somme des deux droites BF et FR
est à la somme des deux droites DF et FI.

Mais nous avons prouvé que la droite BO est plus grande que la somme des deux droites BF et FR : il est donc vrai que la droite CO est plus grande que la somme des deux droites DF et FI, ce qu'il falloit prouver en second lieu.

Il n'y a donc aucun point du côté de M par où le rayon puisse passer sans y employer plus de temps que par le point F. Il reste à prouver la même chose au point V.

Si l'on fait, comme ci-dessus,

comme BF à FA, ainsi FV à FN,

et

comme la même BF à FM, ainsi FV à FX,

NF sera à XF comme AF à FM, c'est à dire comme BF à FD,

par la preuve précédente, et chacune de ces deux droites NF et XF sera plus petite que VF, par ce qui a précédé.

Il faut prouver que la somme des deux droites YV et VH est plus grande que la somme des deux droites DF et FH.

Je considère premièrement que, par Euclide, dans le triangle amblygone VFH, la somme des quarrés HF et FV et du rectangle MFV pris deux fois est égale au quarré VH; mais, puisque, par la construction, il a été fait

comme BF à FM, ainsi FV à FX,

donc le rectangle BFX ou le rectangle HFX (puisque BF et FH sont égales) est égal au rectangle MFV : nous avons donc, d'un côté, la somme des quarrés HF et FV et du rectangle HFX pris deux fois égale au quarré HV. Mais le quarré FX est moindre que le quarré FV : donc la somme des quarrés HF, FX et du rectangle HFX pris deux fois est moindre que le quarré HV. Or cette somme est égale au quarré fait des deux droites HF et FX comme d'une seule, par Euclide : donc la somme des deux droites HF et FX est moindre que HV, et HV est plus grande que ces deux droites HF et FX.

Si je prouve donc que la droite YV est plus grande que la droite DX, il restera prouvé que la somme des deux YV et HV est plus grande que la somme des trois DX, XF, FH, c'est à dire que des deux DF, FH.

Pour faire cette dernière preuve, je considère le triangle amblygone BVF auquel, par Euclide, les deux quarrés BF et FV sont égaux au quarré BV et au rectangle AFV pris deux fois; or, puisque, par la construction, nous avons fait

comme BF à FA, ainsi VF à FN,

donc le rectangle BFN est égal au rectangle AFV, et partant la somme des deux quarrés BF et FV est égale à la somme du quarré BV et du rectangle BFN pris deux fois. Or le rectangle BFN pris deux fois est égal au rectangle BNF pris deux fois et à deux fois le quarré FN : donc la somme des deux quarrés BF et FV est égale à la somme du quarré BV, du rectangle BNF pris deux fois et du quarré de FN pris deux fois. Or le quarré BF est, par Euclide, égal au quarré BN, au quarré NF et au rectangle BNF pris deux fois : nous avons donc la somme des quarrés BN, NF, FV et du rectangle BNF pris deux fois égale à la somme du quarré BV, du rectangle BNF pris deux fois et du quarré de FN pris deux fois. Otez de chaque côté le rectangle BNF pris deux fois et le quarré NF : il restera donc que le quarré de BN et le quarré FV seront égaux aux quarrés BV et FN. Or le quarré FV est plus grand que le quarré de FN, par la construction : donc le quarré BV est plus grand que celui de BN, et partant la droite BV est plus grande que la droite BN.

Mais nous avons prouvé que

comme la droite BF est à FD, ainsi NF est à FX :

donc

comme la droite BF est à FN, ainsi sera DF à FX,

et, par la conversion des raisons,

comme BF à BN, ainsi sera DF à DX,

et

comme BF à DF, ainsi BN à DX.

Mais nous avons fait

comme BF à DF, ainsi BV à YV :

donc

comme BV à YV, ainsi sera BN à DX.

Mais nous avons prouvé que BV est plus grande que BN : donc YV le sera plus que DX .

Or il a été déjà prouvé que VH est plus grande que les deux droites HF et FX : donc il est pleinement prouvé que les deux droites YV et VH sont plus grandes que les trois DX , XF et FH , ou que les deux DF et FH , et ainsi la démonstration est complète.

Il suit de là qu'en posant mon principe, que la nature agit toujours par les voies les plus courtes, la supposition de M. Descartes est fausse, lorsqu'il dit que le mouvement de la lumière se fait plus aisément dans l'eau et les autres corps denses que dans l'air et les autres corps rares.

Car, si cette supposition de M. Descartes étoit vraie et que vous imaginiez qu'en ma figure l'air est du côté de H et l'eau du côté de B , il s'ensuivroit, en transposant la démonstration, que le rayon qui partiroit du point H et rencontreroit l'eau au point F , se romproit vers B , parce que, le mouvement par l'air étant plus lent selon la supposition de M. Descartes, il seroit mesuré par la droite HF , et celui qui se fait dans l'eau seroit mesuré par la droite FD , comme étant plus vite, de sorte que, les deux droites HF , FD étant les plus petites, la réfraction se feroit vers B , c'est-à-dire que le rayon s'écarteroit de la perpendiculaire, ce qui est absurde et contre l'expérience.

Si la situation des deux points B et H change dans les deux lignes BF et FH prolongées de part et d'autre autant que vous voudrez, la démonstration aura lieu et vous le verrez de vous-même.

Je n'ajoute point l'analyse, car, outre qu'elle est longue et embarrassée, il vous doit suffire que le retour que vous venez de lire est court et purement géométrique.

Il suit de tout cela que, lorsque les deux points B et F sont donnés, ou bien H et F , on peut trouver aisément le problème par les plans ; mais, lorsqu'on donne deux points, comme B et H , et qu'on veut chercher par eux le point de réfraction dans la ligne ou plan qui sépare les deux milieux, en ce cas le problème est solide, et ne se peut construire qu'en y employant des paraboles, des hyperboles ou des ellipses. Mais,

comme cette invention n'est guère malaisée à un géomètre médiocre, en demeurant d'accord du fondement et de la proportion sur laquelle il doit travailler et que je vous ai déjà expliquée, je n'ai garde de douter que vous la trouviez d'abord, vous, Monsieur, qui êtes si fort au-dessus du commun.

Outre que, ne s'agissant proprement, dans la question que vous me faites, que d'apprendre quelles sont les voies de la nature, j'y ai déjà satisfait, et que cette grande ouvrière n'a pas besoin de nos instrumens et de nos machines pour faire ses opérations.

 CXVIII.

SAPORTA A FERMAT (1).

A MONSIEVR | FERMAT | CONSEILLER DV | ROY AV PARLEMENT |
DE TOLOSE. |

MONSIEVR,

Je vous rends ce qui est vostre : cette traduction que ie vous presente du Traicté de Torricelli du mouvement des eaux est à vous, parce que vous m'avés fait l'honneur de m'exhorter à y travailler, et que vous m'avez fait cognoistre, qu'elle ne pouvoit mieux paroistre en public, qu'en suite du Traicté de la mesure des eaux courantes de Castelli, qu'il reconnoist pour son Maistre, et sur les demonstrations duquel il appuye presque toutes ses propositions. Mais elle vous appartient, MONSIEVR, à un plus iuste tiltre, puisque cét ouvrage, qui

(1) Dédicace de l'ouvrage intitulé :

Traicté du | mouvement des | eaux d'Evangeliste | Torricelli Mathema | ticien du Grand
Due | de Toscane. | Tiré du Traicté du mesme Autheur, | du mouvement des corps
pesans qui descendent | naturellement, et qui sont jettez. A Castres, | Par Bernard Bar-
couda, Imprimeur | du Roy, de la Chambre de l'Edict, de la dite | Ville et Diocese. 1664.

Cè Traité est joint à celui de Benedetto Castelli dans le volume publié par Saporta (voir Tome I, p. 362) ; la dédicace adressée à Fermat occupe les pages 59 à 61 du dit volume.