VIII.

EXPOSÉ PAR BEAUGRAND

DE

LA MÉTHODE DE FERMAT

POUR TRACER LES TANGENTES.

(Tomes I, p. 84-87 ; II, p. 4, 5, 14, 105, 111.)

(Londres, British Museum, Harleian Mss. 6796, art. 18, f[os] 155 recto-161 verso. — Copie dressée de la main de Thomas Hobbes (¹). — L'écrit a été publié dans le *Bulletin des Sciences Mathématiques*, s. II, t. XLII, 1918, p. 169-177.)

Les rapports de Fermat avec Beaugrand, l'ancien ami de Viète, remontent à une époque incertaine, avant l'année 1635. Beaugrand était le dépositaire à Paris des manuscrits de Fermat et nous avons vu (p. 85) que Fermat lui envoya en 1635 sa méthode pour la détermination des centres de gravité, application de sa méthode *de maximis et minimis*. La même année Beaugrand était en possession de l'écrit de Fermat sur la construction d'une parabole donnée par quatre de ses points, dont on trouve une copie dans les deux recueils manuscrits de Groningue et de Florence (*voir* l'Introduction, p. XVI-XVII) et qui a été publié

(¹) Beaugrand avait fait la connaissance personnelle du philosophe anglais en 1634, lorsque celui-ci fit quelque séjour à Paris (*Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. III, 1899, p. 342) et elle fut renouvelée pendant un autre séjour de Hobbes à Paris pendant huit mois, d'où il retournait en Angleterre au printemps de 1637. En raison des troubles qui agitaient l'Angleterre, le philosophe se fixa à Paris en novembre 1640; mais alors Beaugrand s'était déjà alité, pour succomber vers le Noël de 1640. Ce n'est qu'après un séjour de dix années que Hobbes quitta définitivement la France.

www.rcin.org.pl

Tome I, 1891, p. 84-87. C'est ce qui résulte du fait que Beaugrand communiquait ce problème pendant son voyage en Italie durant l'automne de 1635, à Cavalieri (¹). D'ailleurs l'écrit imprimé (t. I, p. 87-89) sous le titre supposé de *Loci ad tres lineas demonstratio*, d'après une copie envoyée à Carcavi, porte dans nos deux recueils (où il fait suite immédiate au problème de la parabole) le titre de *Altera propositio missa ad D. B.*, c'est-à-dire à Beaugrand (*voir* les *Variantes* au Document VI), étant tirée sans doute de cet original, dont Fermat écrivait dans une lettre du 20 avril 1637 qu'il l'avait envoyé à Beaugrand « *il y a longtemps* » (t. II, p. 105). L'estime de Fermat pour Beaugrand ressort de diverses lettres du géomètre de Toulouse à Mersenne de l'année 1636 (t. II, 1894, p. 4-5, 14 et 111). On ne peut guère douter que la méthode de Fermat pour le tracé des tangentes aux courbes planes était connue aussi de son ami intime, avant de parvenir à la connaissance des autres mathématiciens de Paris. Néanmoins il y a toute apparence que Beaugrand a gardé cette méthode par devers lui.

Son Ouvrage sur la question de géostatique, qui avait paru en 1636, étant vivement critiqué par divers géomètres dans des lettres particulières (*voir* ci-avant, p. 33-34) et dans un livre imprimé, à l'exhortation de Desargues, par Guy de la Brosse; Beaugrand trouva bientôt l'occasion de mettre, lui aussi, la critique de son côté.

Au printemps de 1637 les feuilles du *Discours* de Descartes, imprimées en Hollande, arrivèrent à Paris entre les mains de Mersenne pour obtenir un privilège français. On sait que Beaugrand avait coutume de signer de tels privilèges en sa qualité de secrétaire du roi (²). Il eut connaissance des feuilles qui traitaient de la *Dioptrique* et les envoya,

(¹) *Le Opere di Galileo Galilei*, ed. naz., vol. XVI, 1905, p. 345 et 366. Plus tard Cavalieri a inséré sa propre solution du problème dans ses *Exercitationes geometricæ* (Bononiæ, 1647), p. 496-498.

(²) Par exemple pour l'Ouvrage de Mersenne, publié en 1634, et cité ci-avant p. 32, note 2; les lettres patentes pour Fermat en date du 30 décembre 1637, t. IV, 1912, p. 22, note 1, paragraphe 2; *Les nouvelles pensées de Galilée*, etc., publiées par Mersenne en 1639.

www.rcin.org.pl

contrairement aux intentions de l'auteur et sans doute à l'insu de Mersenne (1), à Fermat qui envoya ses remarques sur la déduction de la loi des sinus dès le mois d'avril ou de mai 1637 à Mersenne, qui les envoya à son tour à Descartes à la fin de septembre. Lorsque l'Ouvrage entier du philosophe fut distribué entre les mains des mathématiciens de Paris vers la fin de l'année 1637, c'était surtout la méthode des tangentes de Descartes qui attirait l'attention. Celle-ci, qui regardait la tangente comme limite de la sécante, ne pouvait être appliquée qu'aux courbes algébriques seules, tandis que celle de Fermat, se fondant sur sa théorie des *maxima* et *minima*, s'appliquait à toutes sortes de courbes. Nous avons déjà vu que Carcavi remit à la fin de l'année 1637 à Mersenne le plus ancien exposé que nous connaissons de la méthode de Fermat pour le tracé des tangentes (t. I, 1891, p. 134-136) pour l'envoyer à Descartes. Quant à Beaugrand, il promit vers la même époque aux mathématiciens de Paris « *qu'il donnerait dans une préface des moyens pour trouver les tangentes de toutes les lignes courbes, qui seraient meilleurs que ceux émis dans cet ouvrage* » (*Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. I, 1897, p. 478 et 479).

Après que Roberval et Etienne Pascal eurent engagé, au commencement de l'année 1638, une polémique avec Descartes sur la méthode de Fermat, il apparaît que Beaugrand continua de s'occuper d'autres critiques encore sur la publication du philosophe. Ceci résulte en particulier d'une lettre de Descartes à Mersenne de mars 1638 (*Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. II, 1898, p. 82) et de la lettre de Desargues à Mersenne du 4 avril 1638, déjà citée (p. 73, note 1). On connaît d'ailleurs quatre critiques de Beaugrand regardant la partie algébrique du travail de Descartes : une longue lettre à Mersenne, dont la date doit être fixée vers le mois d'avril 1638 (*Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. V, 1903, p. 503-512) et trois pamphlets anonymes, répandus à Paris sous formes manuscrites, dont le premier date probablement

(1) *Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. I, 1897, p. 355 et 390-391 ; t. II, 1898, p. 25, 85 et 272.

www.rcin.org.pl

d'avant le mois de juin 1638 (¹). Nous faisons suivre ci-dessous une autre critique, qui regarde en effet le problème de la construction des tangentes. On voit par le texte même (page 111 ci-après) que l'auteur, dont l'écrit ne porte pas de nom, n'est autre que Beaugrand. Quant à la date, qui n'y figure pas plus qu'aux autres écrits volants du même auteur, nous croyons pouvoir la fixer à l'automne de 1638. C'est ce qui semble résulter de la mention dans cet écrit de la première courbe à laquelle Debeaune appliqua le problème *inverse* des tangentes (ci-après, p. 109, 110), problème qui était connu de Fermat au milieu de juin 1638 (t. II, 1894, p. 162).

Pour cette première courbe, Beaugrand fit parvenir la solution à Debeaune, qui en parlait dans sa lettre à Mersenne du 25 septembre 1638 (*Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. V, 1903, p. 515) (²).

On peut supposer que notre écrit répond à celui qui fut demandé par Debeaune dans une lettre à Roberval du 10 octobre 1638, lorsqu'il le pria « *de m'envoyer au plus tost, par nostre messager, la méthode de Mr Fermat, que vous m'avés promis, avec l'analyse de ma première ligne pour m'en servir d'exemple* » (*Œuvres de Descartes*, t. V, 1903, p. 518). En effet, l'écrit suivant n'est qu'une exposition de la méthode de Fermat.

A l'égard des exemples donnés par Beaugrand, nous remarquons que Fermat n'avait envoyé à Paris, avant cette époque, que l'application de sa méthode aux sections coniques (le premier écrit *de Tangentibus linearum curvarum* de 1637 et celui donné ci-avant, p. 74 et suiv., et au galand ou nœud de ruban, qu'on a appelé plus tard le *folium* de Descartes, dans un écrit daté de juin 1638 (t. II, 1894, p. 154-162). Sous ces rapports, l'exposé de Beaugrand, divulgué

(¹) P. Tannery, *La correspondance de Descartes dans les Inédits du fonds Libri* (Paris, 1893), p. 41-55.

(²) Il est parlé des solutions du problème inverse des tangentes à l'égard de la première courbe de Debeaune, trouvées par Roberval et Beaugrand, aussi dans la lettre de Descartes à Mersenne du 15 novembre 1638 (*Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. II, 1898, p. 434-435, *voir* aussi p. 444). Mais voir pour une discussion plus complète notre article dans le *Bulletin des Sciences math.*, s. II, t. XLII, 1918, p. 164-167.

www.rcin.org.pl

parmi les mathématiciens de Paris, peut avoir contribué hautement à faire mieux comprendre la méthode du géomètre de Toulouse.

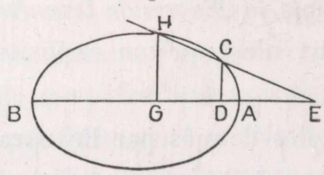
DE LA MANIÈRE DE TROUVER LES TANGENTES DES LIGNES COURBES PAR L'ALGÈBRE ET DES IMPERFECTIONS DE CELLE DU S. DES C.

C[her] A[mi],

Pour te mieux faire connoistre les deffauts de la façon du S. des Cartes pour trouuer des lignes droites qui coupent les courbes données à angles droicts, je veux te monstrer l'artifice dont il est vraysemblable que Apollonius s'est seruy pour trouuer les tangentes des sections coniques, qui est general et qui peut estre employé à toutes sortes de lignes courbes sans aucune exception.

Soit vne *Ellipse* ACH (*fig.* 25) et qu'il faille tirer vne ligne

Fig. 25.



droite qui la touche au poinct C. Tracez l'axe, ou vn autre diametre, comme AB, et la ligne droite HCE, supposant seulement que le poinct H soit dans l'Ellipse avec les ordonnées CD, HG. D'autant que les lignes BD, DC, DA sont données, nous nommerons la premiere b, la seconde h et la troisiesme d. Et la ligne DE estant celle dont nous voulons chercher la mesure pour sçauoir par quel poinct du diametre BA doit passer la droicte qui touche l'Ellipse au poinct C, nous l'appellerons a, et la ligne DG o, pour la rayson que je toucheray ci-apres.

De là il s'ensuit que le rectangle BDA est bd, le rec-

www.rcin.org.pl

tangle BGA $bd - do + ob - oo$. Et y ayant mesme proportion de DE à DC que de EG à GH, GH sera $\frac{oh + ah}{a}$. D'ailleurs y ayant aussy mesme proportion du rectangle BDA au rectangle BGA que du quarré de DC au quarré de HG par la 21 *proposition*, 1 d'Apollonius, le quarré de HG sera

$$\frac{\left.\begin{matrix} bd \\ - do \\ + bo \\ - oo \end{matrix}\right\} hh}{bd}$$

et par conséquent

$$\frac{\left.\begin{matrix} bd \\ - do \\ + bo \\ - oo \end{matrix}\right\} hh}{bd}$$

sera esgal au quarré de $\frac{oh + ah}{a}$.

Multipliant, diuisant et ostant les quantitez qui s'effacent mutuellement en cette equation, $bdo + 2bda$ sera esgal à

$$- dda + aab - oaa.$$

Or si la ligne HCE touche l'ellipse au poinct C, il est nécessaire que la ligne GD soit o, c'est a dire nulle, auquel cas il est très euident que toutes les quantitez qu'elle aura multipliées sont nulles, et que, si uous les ostez de la precedente equation, soit qu'elles soient marquées de l'un ou l'autre signe, $+ 2bda$ demeurera esgal à $- dda + aab$, d'où uous connoistrez que $\frac{2bd}{-d + b}$ est la valeur de a, et que, si

BD moins DA est à DA comme 2 BD à DE,

www.rcin.org.pl

ou bien si

BD est à DA comme BE à AE,

la droicte ECH touchera l'Ellipse en C, ainsi que demonstre Apollonius 34^{me} *proposition*, I.

Si la ligne ACH est vne *hyperbole* on conclura auec la mesme facilité que $\frac{2bd}{+d+b}$ est la valeur d'a, et que si

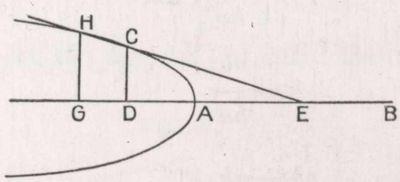
BD plus DA est à DA comme 2 BD à DE,

ou bien si

BD est à DA comme BE à AE,

la ligne HCE touchera l'hyperbole au poinct C, comme prouve Apollonius en la mesme proposition.

Fig. 26.



Mais, si au lieu d'vne Ellipse ou d'vne hyperbole, vous conceuez que ACH soit vne ligne courbe, dont la nature soit telle *que les lignes* DC, HG, S, T, X, Z, etc. *y estant continuellement proportionnelles*,

le rectangle BDA *soit au rectangle* BGA *comme* DC *a* T
ou comme DC *a* X *ou bien comme* DC *a* Z,

si vous faictes la ligne DE de telle mesure que

BD soit à DA comme BD plus DE, ou comme BD plus 2 DE,
ou bien comme BD plus 3 DE, etc. y est à AE,

la ligne droite HEC touchera chacune de ces courbes. Et si on suppose que ACH soit vne *parabole*, on conclura par le

www.rcin.org.pl

mesme raisonnement que si

DB est à DA comme DE à AE,

la ligne HCE touchera la parabolc au poinct C, qui est vne proposition qui n'est point dans Apollonius, et qui se peut aussy demonstrer facilement par la 2me *proposition* de ma *Parabolométrie* (1).

Si tu prens la peine de chercher les tangentes des mesmes lignes par l'inuention que le Sr des Cartes s'attribüe et qu'il dit n'estre pas vne des moindres de sa methode (2), il te sera facile de juger combien celle-cy est plus simple, facile et generale, et particulièrement si tu suppose que les ordonnées ne rencontrent pas leur diametre à angles droicts, comme il est necessaire en sa methode, si on ne veut s'embarasser dans vn labyrinte dont l'issüe seroit extraordinairement difficile. C'est ce qui l'a obligé luy mesme, lorsqu'il a voulu pratiquer sa reigle en la ligne courbe, qu'il nomme *seconde parabole* (3), de conceuoir cette ligne comme engendrée par le mouuement d'vne parabole sur son axe et non sur vn diametre, qui est coupé obliquement par ses ordonnées.

Au lieu que par la methode precedente, vous trouuerez vn theoreme général suiuant lequel il vous sera facile de tirer vne ligne droite qui touche cette seconde parabole à vn poinct

(1) Cet Ouvrage de Beaugrand, resté manuscrit, semble avoir traité des paraboles de degré supérieur, dont le concept était dû aussi à Fermat. Dans une lettre à Roberval, du 22 septembre 1636, Fermat fait mention spécialement de la parabole cubique en rappelant « que M. de Beaugrand, à qui j'en fis la proposition, l'appelle *parabole solide* » (t. II, p. 73).

(2) *Géométrie*, éd. de 1637, p. 351.

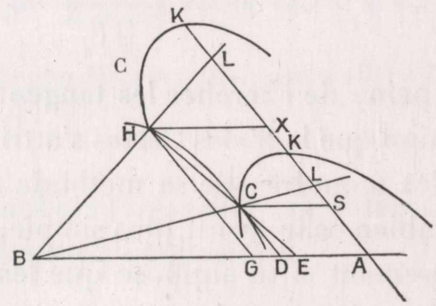
(3) *Ibid.*, p. 337 et suiv., 343-344, 405 et suiv., et 412. — Les réflexions de Descartes sur cette courbe étaient déjà discutées sous d'autres rapports par Roberval au printemps de 1638 (*Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. II, 1898, p. 114 et 156-158). On y revenait encore en 1649 (*Ibid.*, t. V, 1903, p. 374, 397 et suiv., et 417 et suiv.).

www.rcin.org.pl

donné, en quelque façon qu'on se l'imagine auoir esté produite.

Soient les deux lignes droites AB, AX (*fig.* 27). *Si la parabole* KCH *se meut tellement sur* AX *que celuy de ses diamètres, qui est coupé par ses ordonnées à angles de mesme grandeur que*

Fig. 27



l'angle BAX, *ne s'en separe en façon quelconque, et si la ligne droite* BL *se meut circulairement à l'entour du poinct* B, *en sorte que le point* L *soit tousiours esgalement distant du poinct* K, *qui est le sommet de la parabole, la courbe, qui sera descrite par l'intersection de la ligne droite* BL *et de la parabolique* KCH, *sera celle que le S. des Cartes nomme assez peu bien seconde parabole*, pour ce que par la mesme raison il faudroit nommer l'hyperbole, c'est a dire vne ligne courbe, vne *seconde ligne droite*, attendu que si HCK estoit vne ligne droitte et non vne parabole, vous descririez par ce mouuement vne hyperbole.

Ne laissons pas de trouuer une ligne droite qui la touche au poinct C, pris où il plaira.

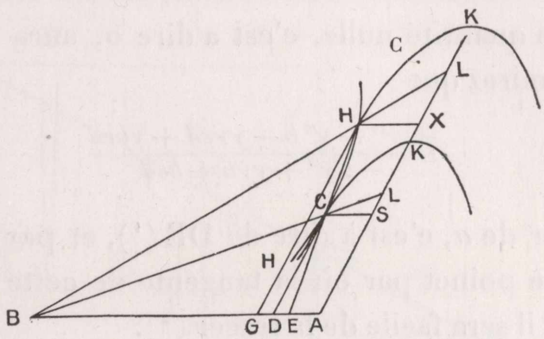
Du poinct C (*fig.* 27 et 28) et du poinct H, qu'il faut imaginer estre en la courbe HC, tirez parallelement à AX les droites HG, CD. Et nommez BA, b; AD, y; DC, x; KL, c; le costé droit (¹) de la parabole KCH, d; DE, a. D'autant que les quatre

(¹) Double paramètre ou l dans l'équation $y^2 = lx$ (Apollonius, *Coniques* I, prop. 11).

www.rcin.org.pl

lignes BD, CD, CS, LS sont proportionnelles, LS sera $\frac{xy}{b-y}$, SK $c + \frac{xy}{b-y}$, et le quarré de CS $cd + \frac{xyd}{b-y}$, d'où il s'ensuit

Fig. 28.



que yy sera esgal à $cd + \frac{xyd}{b-y}$. Et par conséquent x, c'est à dire DC, sera

$$\frac{-yyy + yyb + ycd - cdb}{yd}.$$

Par le mesme raisonnement, on monstre que HG est φ, et pour ce que

DE est à DC comme EG à GH,

GH sera aussi x (¹). Donc

$$\varphi : \frac{\begin{array}{l} -yyy - 3vyo - 3yoo - ooo \\ +yyb + 2yob + oob \\ +ycd + ocd - cdb \end{array}}{yd + od} \quad \text{égal à} \quad x : \frac{\left.\begin{array}{r} -yyy \\ +byy \\ +cdy \\ -bcd \end{array}\right| a \left\{\begin{array}{r} -yyy \\ +byy \\ +cdy \\ -bcd \end{array}\right\} o}{dya}.$$

Multipliant et diuisant les termes de l'Equation qui résulte de ces deux valeurs de la ligne HG, et ostant les quantitez qui

(¹) En effet GH $= x\,\frac{a+o}{a}$, d'où l'on tire la valeur de x en passant par la limite. La valeur de φ qui suit, se trouve en remplaçant dans l'expression trouvée pour DC la valeur de y par $y + o$.

www.rcin.org.pl

s'effacent mutuellement,

$$\left.\begin{array}{r}+2y'''a+3yyao+yaoo\\ -yyab\ -yabo\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\text{sera}\\ \text{egal à}\end{array}\ \left\{\begin{array}{r}+y^{\text{IV}}-y'''b-yycd+ybcd+bcda\\ +y'''o-yybo-ycdo+bcdo.\end{array}\right.$$

Après cette réduction et non deuant, effacez toutes les grandeurs que la quantité nulle, c'est a dire o, aura multipliée et vous apprendrez que

$$\frac{+y^{\text{IV}}-y'''b-yycd+ybcd}{-2y'''+yyb+bcd}$$

est la valeur de a, c'est à dire de DE [1], et par consequent, ayant l'autre poinct par où la tangente de cette ligne courbe doit passer, il sera facile de la tracer [2].

Tu voy que ie n'ay point supposé que l'angle BAX fust droict comme le S. des Cartes et que la construction, qui se tire de cette analyse, a lieu lorsqu'il est oblique tout ainsy que quand il est droit. Je ne me suis point seruy non plus pour trouuer la valeur de la ligne DE d'autres equations que de la principale qui n'a pas monté iusques au sixiesme degré comme la sienne.

Mais ce n'est pas tout. Bien que l'on suppose que le diametre coupe ses ordonnées à angles droicts, le procédé de sa reigle ne laisse pas d'estre assez souuent si long et si penible, qu'il a faict perdre l'escrime au S^r de Beaulne, qui s'en vouloit seruir pour trouuer la tangente de la ligne courbe qui se descrit ainsy :

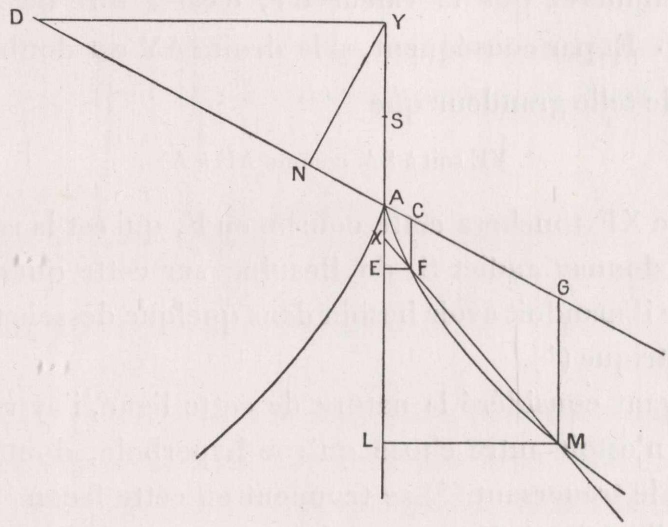
(1) Ayant posé o nulle, les deux positions de la parabole génératrice s'approchent à distance infiniment petite et la corde HC devient tangente.

(2) Ce qui précède forme la première détermination que l'on connaisse, de la tangente à la parabole de Descartes par voie analytique. Entre les années 1637 et 1640, elle fut construite aussi par Roberval, au moyen de sa célèbre méthode mécanique; il écrivit à Fermat, le 4 août 1640, qu'il avait construit par ce moyen les tangentes « de toutes les courbes qui ont pu venir à ma connoissance ». On trouve exécutée sa construction dans l'exposé des *Observations* qui est imprimé dans les *Divers ouvrages de mathématique, etc.* (Paris, 1693), p. 110-111.

www.rcin.org.pl

Prenez la ligne droite SAX (*fig*. 29) *pour son axe, le poinct* A *pour son sommet, et dans la dicte ligne tel poinct qu'il vous plaira comme* E; *et ayant esleué la perpendiculaire* EF, *si vous la faictes esgale à la troisiesme proportionnelle aux lignes* SE,

Fig. 29.



AE, *le poinct* F *sera dans la courbe. De mesme, si* LM *est perpendiculaire à* AE *et troisiesme proportionnelle aux lignes* SL, AL, *le poinct* M *sera dans cette courbe, et ainsy vous trouuerez tous ses autres poincts*.

Si vous desirez auoir vne ligne qui la touche au poinct F, tirez la ligne droite XFM, supposant que le poinct M soit en cette courbe, et nommez AE, d; SA, b; EL, o; EX, e.

D'autant que par la construction de cette courbe SE, AE, EF sont en proportion continue, EF sera $\frac{dd}{+d+b}$, et pour la mesme raison LM sera $\frac{dd+2do+oo}{d+b+o}$. Et les quatre lignes XE, XL, EF, LM estant proportionnelles,

$$\frac{dde+ddo}{d+b} \text{ sera esgal à } \frac{dde+2doe+ooe}{d+b+o}.$$

www.rcin.org.pl

Multipliant, diuisant et ostant toutes quantitez qui s'effacent mutuellement

$$dde + deo + 2dbe + obe \quad \text{sera esgal à} \quad ddd + bdd + odd.$$

Ostant tous les termes que la quantité nulle a multipliés, vous trouuerez que la valeur d'e, c'est à dire de XE, sera $\frac{dd + db}{d + 2b}$. Et par conséquent, si la droite AY est double de AS et XE de telle grandeur que

YE soit à SA comme AE à AX,

la droite XF touchera cette courbe en F, qui est la résolution que ie donnay audict S. de Beaulne sur cette question, de laquelle il mandoit avoir besoin dans quelque dessein touchant la Dioptrique (1).

Et ayant considéré la nature de cette ligne, i'ay remarqué que ce n'estoit autre chose qu'vne hyperbole, dont le costé droit et le trauersant (2) se trouuent en cette façon : Tirez la perpendiculaire à YA et esgale à 2AY et tirez DAC et la droite YN perpendiculaire sur DA, AN sera le costé droit et AD le traversant; et les ordonnées, comme FC, MG, seront toutes parallèles à AL (3).

Or afin que tu puisse pleinement considérer l'usage de la

(1) *Voir* sur le manuscrit de la *Dioptrique* de Debeaune la Préface de l'Ouvrage de Van Schooten *De organica conicarum sectionum descriptione* (1646) et deux lettres de Collins dans la *Correspondence of scientific men.* éd. Rigaud, vol. I (Oxford, 1841), p. 148, 162.

(2) Distance des deux points où le diamètre rencontre les deux branches de l'hyperbole (Apollonius, *Coniques*, I, prop. 12).

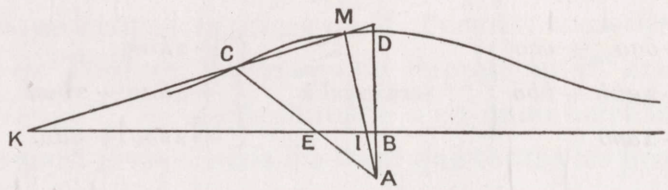
(3) Avant l'envoi de Beaugrand en septembre 1638 (*voir* ci-avant p. 101) et de Descartes au 11 octobre 1638, Debeaune n'avait pas reconnu la courbe comme une hyperbole; de même aussi, Roberval ne l'avait fait (*Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. II, p. 420, 424, 434-35, 444; t. V, p. 517, 528). Depuis, le géomètre de Blois détermina la courbe et y appliqua le problème *direct* des tangentes dans ses *Notes brieves sur la méthode algebraïque de Mr Des Cartes*, dont on trouve une copie de fol. 267 à 290 du manuscrit cité de Hobbes, mais qui n'étaient connues jusqu'ici que dans la traduction latine, dressée par Van Schooten depuis 1639 et publiée en 1649 et 1659 (*voir* les pages 131, 146 ou 119, 131 de ces éditions).

www.rcin.org.pl

quantité nulle que j'introduits en la recherche des tangentes, je ueux t'en donner encor vn exemple en la premiere conchoïde de Nicomède, puisque le S. des Cartes aduoüe (¹) luy mesme que si on uouloit trouuer la tangente de cette ligne par la méthode qu'il a expliquée, on s'engageroit dans vn calcul autant ou plus long que aucun de ceux qu'il a faicts auparavant.

Que les deux lignes BE, AD (*fig.* 30) *s'entrecoupent à angles droits, et prenez en l'une des deux les poincts* A, D, *dont l'vn sera*

Fig. 30.



le Pole et l'autre le sommet de la courbe. Et tirant du poinct A *tant de droictes que l'on voudra, comme* AEC, AIM, *si vous faictes* CE, IM *esgales à* BD, *les poincts* C, M *seront dans la courbe.*

Pour trouuer suivant quelles loix sa tangente, au poinct C par exemple, doit estre descrite, tirez KCM en sorte que le poinct K soit en la droite EB et le poinct M en la courbe, qu'il faut conceuoir au commencement estre différent du poinct C.

Nommons AE, b; EC, d; BE, k; KE, a; EI, o. Le quarré de IA sera $bb - 2ko + oo$. Et d'autant que la raison de IK à KE est composée de la raison de IM à MA et de la raison de AC à CE, comme Ptolemée et Theon ont demonstré, et moy en la 2[me] *proposition* de la *Geostatique* (²), et que les

(¹) *Géométrie*, éd. de 1637, p. 351-352.

(²) Ioannis de Beaugrand *Regi Franciæ domui regnoque ac ærario sanctiori a consiliis secretisque Geostatice seu de vario pondere gravium secundum varia a terræ (centro) intervalla Dissertatio mathematica.* Parisiis apud Tussanum du Bray, viâ Iacobæa sub Spicis maturis MDCXXXVI. In-fol., 27 pages.

www.rcin.org.pl

lignes IM, CE sont esgales, il y aura mesme proportion

de IK à KE que de AC à MA,

d'où il s'ensuit que MA sera $\frac{ab+ad}{a+o}$ et IA $\frac{ba-do}{a+o}$. Et par consequent

$$+bb-2ko+oo \quad \text{sera esgal au quarré de} \quad \frac{ba-do}{a+o}.$$

Multipliant, diuisant et ostant de cette équation les quantitez qui s'effacent mutuellement

$$\left.\begin{matrix} +oaa \ +ooo \\ +2abb+bbo \\ +2aoo \end{matrix}\right\} \text{sera esgal à} \left\{\begin{matrix} +2kaa \\ +4kao-2bad \\ +2koo+ddo. \end{matrix}\right.$$

Et d'autant que, si la droicte KCM touche cette conchoïde, il est nécessaire que EI soit nulle, ostez toutes les quantitez où o se rencontre, et puis vous connoistrez que la valeur de a est $\frac{bb+bd}{k}$. Et par conséquent, si

EB est à AC comme AE à KE,

la droicte KC touchera la conchoïde DMC.

Où tu dois remarquer que la définition de tangente que donne Euclide au 3me *liure* des *Elemens* (1), ne peut conuenir à la tangente de la conchoïde dont il s'agist, pour ce qu'il n'y a que celle qui la touche au sommet, qui estant prolongée nela touche point; toutes les autres la coupent ailleurs apres l'auoir touchée. Et je m'estonne que Ramus dans ces *Escholes mathematiques* (2) où il examine assez rigoureusement toutes les

(1) Euclide, *Éléments*, III, déf. 2 (*Ed.* de Clavius, Coloniæ 1591, p. 119).
(2) P. Rami *Scholarum mathematicarum libri unus et triginta*. Basileæ, par Euseb. Episcopium et Nicolai fratris hæredes. Anno MDLXIX, in-4°, réimprimées Basileæ, 1578; Francofurti, 1579 et *Ibid.*, 1627.

www.rcin.org.pl

definitions et les autres propositions des *Elemens*, n'ait dict aucune chose sur celle cy, pour ce que pour estre rendüe generale, il est besoin de la reformer en y adioustant quelque chose (1).

J'adiousterois les tangentes de la *seconde conchoïde* de Nicomede (2), la *cissoide* de Diocle et de plusieurs autres, mais c'est assez d'Algèbre pour vne fois. Au lieu de cela je te communiqueray la demonstration de la tangente de l'*helice* d'Archimede, *sine jnclinatione ad locum solidum*, que ie fis il y a quelque temps à la priere de M. Fermat, conseiller au parlement de Tholoze. Tu sçay que Pappus au 4me *Liure* de ses *Collections* (3), accuse Archimède d'en auoir faict la solution *ex jmproprio genere*, mais d'autant que toutes les propositions du liure περὶ ἑλικῶν sont en forme de theorèmes, ie ne iuge pas que Pappus ait eu entièrement raison de le reprendre, non plus que Apollonius (4).

Je te prie de m'en dire ton aduis et de me croire tousjours, C[her] A[mi],

Ton tres humble seruiteur

On s'étonne de ne pas voir figurer dans l'exposé précédent le nom

(1) On a vu ci-avant (p. 44) que la construction de la tangente à la conchoïde de Nicomède fut proposée par Fermat à Roberval dans une lettre du 22 septembre 1636 et donna lieu, dans deux lettres ultérieures, à l'étude des points d'inflexion, qui ne semblent pas avoir été considérés par Beaugrand. Fermat qui avait donné dans sa lettre à Roberval du 4 novembre 1636 seulement le résultat de sa construction, n'en donna la solution complète que vers l'année 1640 (t. I, 1891, p. 161-162). Mais c'est plutôt à la critique de Beaugrand dans le passage précédent qu'à cette construction de Fermat, que se rapportent les reproches de Descartes dans sa lettre à Mersenne du 11 juin 1640 (*Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. III, 1899, p. 86-89).

(2) Pour cette courbe, le problème fut proposé à Fermat par Roberval dans sa lettre du 16 décembre 1636 (t. II, p. 94).

(3) Pappi *Mathematicæ collectiones ed. Commandinus* (Pisauri, 1588), p. 61.

(4) *Voir* sur cette question l'article de P. Tannery : *Sur une critique ancienne d'une démonstration d'Archimède* dans les *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, s. II, t. V, 1883, p. 49-61, ou *Mémoires scientifiques*, éd. Heiberg et Zeuthen, t. I, 1912, p. 300-316.

www.rcin.org.pl

de Fermat comme celui de l'inventeur de la méthode et de ne trouver mentionné son nom qu'à un seul endroit comme celui d'un géomètre quelconque qui aurait proposé une application spéciale de la méthode. Une telle conduite a été reprochée à Beaugrand par Desargues, devenu son ennemi depuis l'affaire de la question géostatique en 1636 (ci-avant, p. 34). Dans un passage, qui se trouve dans un Ouvrage, publié à Paris au mois d'août 1640 et qui vise Beaugrand sans le nommer expressément (¹), Desargues avertit son lecteur aussi que l'« *on void escrite à la main une belle manière de trouuer les touchantes aux courbes, ensuitte des plus grands et plus petits, laquelle est avérée de Monsieur de Fermat, très digne conseiller de parlement de Tholoze* ». C'était sans doute après la lecture de l'Ouvrage de Desargues que Fermat lui-même aussi laissa échapper des paroles d'aigreur à cet égard dans une lettre à Frenicle d'octobre 1640 (t. II, p. 207). Enfin Beaugrand étant décédé vers la Noël de 1640, Blaise Pascal répétait l'accusation publiquement et sans suppression du nom de l'auteur, en faisant imprimer, en 1658, qu'« *en* 1638, *feu Mʳ de Beaugrand, ayant ramassé les solutions du plan de la Roulette, dont il y avoit plusieurs copies, avec une excellente méthode* de maximis et de minimis *de Mʳ de Fermat, il envoya l'une et l'autre à Galilée, sans en nommer les autheurs* » (²). Toutefois ce prétendu envoi reste encore à prouver puisqu'on n'a connaissance que d'un écrit de Beaugrand, dressé dans l'automne de 1640 et envoyé par Cavalieri à Galilée, qui y était loué par l'auteur (³).

(¹) *Brouillon projet d'exemple*, etc. [*Œuvres de Desargues réunies et analysées par M. Poudra*, t. I (Paris, 1864), p. 354-355].

(²) *Histoire de la Roulette*, 1658 [*Œuvres de Blaise Pascal*, éd. Brunschvicg, Boutroux et Gazier, t. VIII (Paris, 1914), p. 197-199].

(³) *Voir* ci-après, p. 144.

www.rcin.org.pl