ANNÉE 1642.

IX.

PROPRIÉTÉ DE L'ELLIPSE

MANUSCRIT CONTEMPORAIN DE FERMAT.

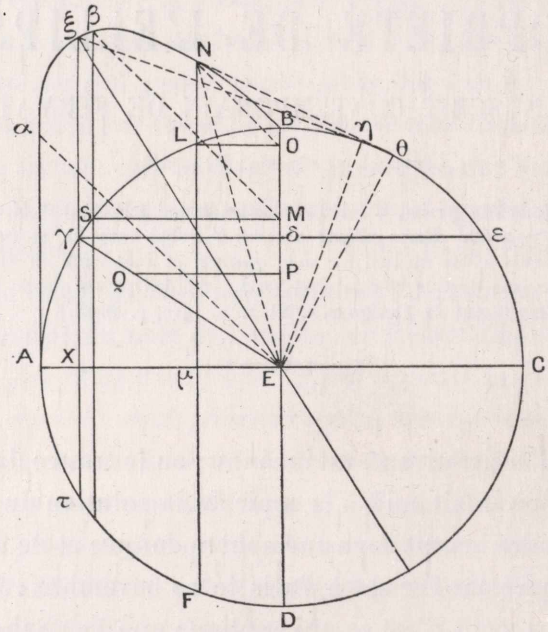
(Tomes I, p. 167-169; II, p. 243.)

[Groningue, Bibl. de l'Université, Ms. 110 (collection de van Schooten) f^{os} 21 verso-22 recto. — En haut : *Propriété d'une ellipse comme il m'est venu en mains.* — Dans le texte suivant nous avons restitué les mots *quarré* et *rectangle* au lieu des petites figures géométriques dont le copiste s'est servi. — L'écrit a été publié dans les *Mémoires de l'Académie de Toulouse*, s. XI, t. V, 1917, p. 86-88.]

L'auteur de l'écrit suivant, est inconnu; on le trouve dans le recueil Van Schooten, où il fait suite à la copie de la solution du problème de trouver le cylindre inscrit dans une sphère donnée et de surface totale maximum, envoyé par Fermat à Paris le 10 novembre 1642 (*voir* l'Introduction p. XVI-XVII). C'est ce qui explique que Van Schooten dans sa copie pouvait se servir des mots « *par la propriété précédente* » (ci-après, p. 118) qui ne devaient pas figurer sur la pièce originale. Ainsi la mention du nom de Fermat dans le présent écrit ne peut pas être regardée comme une preuve absolue contre la thèse que cet écrit est de lui; au contraire on pourrait conclure que les deux écrits ont un même auteur. Sauf une seule exception, ce sont seulement des écrits de lui ou des lettres qui lui sont adressées que Van Schooten a insérés dans son recueil. En tout cas l'auteur doit avoir eu connaissance de la démonstration de Fermat, comme en avait eu, par exemple, Roberval, qui en a parlé dans sa propre démonstration, telle quelle est exposée dans la partie inédite de ses *Observations sur la composition des mouvements*. Quant à la date, le présent écrit doit être presque contemporain de l'écrit cité de Fermat, le recueil de Van Schooten ayant été dressé dans l'hiver de 1642-1643.

Ayant tiré dans un cercle des diamètres AEC et BED (*fig.* 31)

Fig. 31.



à angles droits, l'on tire plusieurs paralleles comme LO, SM, etc., avec le diamètre AC. Après l'on prend LN esgale à LO et Sβ esgale à SM, etc. et parallèles avec le diametre BD. Ie dis que *les points trouvéz* N, β, α, *etc.*, *sont dans la circonférence d'une Ellipse, dont le diametre sera* BD.

DÉMONSTRATION.

Soient tirées les lignes NO, βM, αE, alors les triangles LNO, SβM, AαE, etc., seront semblables. Donc

comme LO à SM ainsy NO à Mβ,

et

le quarré LO au quarré SM comme le quarré NO au quarré Mβ.

Mais le quarré LO est esgal au rectangle BOD et le quarré SM esgal au rectangle BMD, donc

comme le quarré NO au quarré Mβ,

ainsy le rectangle BOD au rectangle BMD.

Or les lignes NO, βM, etc. sont parallèles. Il est manifeste par la (*sic*) proposition d'Apollonius que la ligne courbe $\alpha\beta$NB est une Ellipse, dont le diamètre est BD et les ordonnées à iceluy diamètre les lignes NO, βM, αE, etc. Ce qu'il falloit démonstrer.

Pour trouuer l'axe de cet Ellipse, soit diuisée BE en la plus grande et extrême raison en P, dont le plus grand segment soit BP. Après, ayant tirée PQ esgale à PB, à angles droits sur BD, tiréz la ligne EQγ; puis du point γ la ligne $\gamma\delta\varepsilon$ parallèle à AC. Après soit fait $\gamma\xi$ esgale a $\delta\gamma$ et parallèle avec BD, ie dis que *la ligne tirée par les points* ξ, E, *sera l'axe de cet Ellipse*.

Pour démonstrer cela, soyent tirées les tangentes au cercle $\xi\eta$, Nθ, puis les lignes ηE et θE. Or le point E estant le centre de l'Ellipse, il est à prouuer que ξE soit la plus grande de toutes les lignes tirées du centre E à la circonférence de l'Ellipse, et qu'elle soit plus grande que NE. Car par la construction

$$\text{EP est à PQ comme } E\delta \text{ à } \delta\gamma,$$

donc $E\delta$ à $\delta\gamma$ est en la raison susdite et, par la propriété précédente du cylindre inscrit de Mons[r] Fermat (1),

$$\text{le rectangle } \varepsilon\gamma T + \text{le quarré } \gamma\delta \textit{ bis}$$

est le plus grand de tous les semblables, pourquoy la moitié, qui est

$$\text{le rectangle } \delta\gamma T + \text{le quarré } \gamma\delta$$

sera aussy plus grand que le rectangle OLF + le quarré LO, c'est à dire

$$\text{le rectangle } \xi\gamma T + \text{le quarré } \xi\gamma \text{ sera plus grand que}$$
$$\text{le rectangle NLF} + \text{le quarré LN},$$

ou

$$\text{le rectangle } \gamma\xi T \text{ sera plus grand que le rectangle LNF.}$$

C'est pourquoy aussy

$$\text{le quarré } \xi\eta \text{ sera plus grand que le quarré } N\theta$$

(estans esgaux auxdits rectangles) et

$$\text{la ligne } \xi\eta \text{ plus grande que la ligne } N\theta.$$

Or, dans les triangles rectangles $E\xi\eta$ et $EN\theta$, le costé $E\eta$ du triangle $E\xi\eta$ estant esgal au costé $E\theta$ du triangle $EN\theta$, mais le costé $\xi\eta$ de celuy-cy plus grand que le costé $N\theta$ de celuy-là,

(1) *Voir*, tome I, 1891, p. 167-169 et les prolégomènes du présent document. Fermat avait proposé ce problème avec celui du cône inscrit en surface maximum aux géomètres de Paris, en 1636. Roberval en trouva la solution par sa méthode de la composition des mouvements; on en fit grand cas à Paris, comme il apparaît d'une lettre de Carcavi à Fermat (t. II, 1894, p. 243). C'est ce qui détermina Fermat à envoyer sa propre solution à Paris le 10 novembre 1642.

comme nous auons demonstré, l'hypothenuse ξE sera aussy plus grande que l'hypothenuse NE.

De mesme nous prouuerons que ξE sera plus grande que toute autre ligne tirée du centre E vers la circonference de la dicte ellipse. Donc il est manifeste que la ligne ξE, ainsy trouuée, en sera l'axe. Ce qu'il estoit à prouuer.