TRAITÉ
SPÉCIAL
DE COUPE DES PIERRES.

CHAPITRE Ier.

Définitions et Problêmes de Géométrie.

DÉFINITIONS.

1. On appelle *corps* tout ce qui réunit les trois dimensions de l'étendue : *longueur, largeur* et *hauteur* ou *épaisseur*.

2. Ce qui termine les corps s'appelle *surface*.

Les surfaces n'ont que deux dimensions : *longueur* et *largeur*.

3. Ce qui termine les surfaces s'appelle *ligne*. Les lignes n'ont qu'une seule dimension : *longueur*.

4. Les lignes sont droites ou courbes.

Il n'y a qu'une seule espèce de ligne droite : c'*est le plus court chemin d'un point à un autre*.

Quant aux lignes courbes, il y en a une infinité d'espèces différentes.

5. Une ligne est *courbe*, toutes les fois qu'elle n'est ni *droite*, ni *composée de lignes droites*.

6. On appelle *point* le lieu où deux lignes quelconques se rencontrent. Les extrémités d'une ligne sont aussi des points. Le point n'a aucune dimension.

7. Les surfaces sont *planes* ou *courbes*.

Il n'y a qu'une seule espèce de surface plane ; mais il y en a une infinité de courbes différentes.

8. Une surface plane ou un plan est une surface dans laquelle on peut appliquer une ligne droite dans toutes les directions imaginables, c'est-à-dire, qu'en prenant deux points, à volonté, dans cette surface, et en joi-

www.rcin.org.pl

gnant ces deux points par une droite, cette droite est toute entière dans la surface.

Il faudra bien se garder de donner au mot *plan* la même signification qu'en architecture : les architectes appellent *plan, la trace d'un édifice quelconque sur le sol;* tandis que pour nous, du moins, jusqu'à ce qu'il soit fait mention du contraire, un plan sera *une surface plane indéfiniment prolongée dans tous les sens, et ayant, dans l'espace, la position qu'il nous conviendra de lui supposer.*

9. Les surfaces courbes ne sont ni planes, ni composées de surfaces planes.

10. Deux points sont nécessaires et suffisans pour déterminer une ligne droite.

11. Si deux droites AB, AC (fig. 1), se rencontrent en un point A, leur écartement, quant à leur position, s'appelle *angle.* Le point A, où ces deux droites se rencontrent, est le *sommet* de l'angle ; les droites AB, AC ellesmêmes en sont *les côtés.*

Pour désigner un angle, on se sert de trois lettres A, B et C, dont l'une A est placée près du sommet, et les autres B et C le long des côtés. Quand on *écrit*, ou que l'on exprime ces lettres pour désigner un angle, on a soin d'écrire ou d'exprimer la lettre du sommet entre les deux autres : ainsi pour l'angle de la fig. 1, on écrira et l'on dira, l'angle BAC ou CAB, et jamais l'angle ABC, ni CBA.

Quand un même point ne sert de sommet qu'à un seul angle, on se contente de désigner cet angle par la lettre du sommet.

12. Si deux lignes droites AB, DC (fig. 2), se rencontrent de manière à former deux angles adjacens ACD, DCB, égaux, chacun d'eux s'appelle *angle droit*, et les deux droites AB, CD sont dites *perpendiculaires.*

Ce que nous appelons ici angle droit, les ouvriers l'appellent angle *d'équerre,* ou simplement *équerre.*

13. Toute ligne droite aplomb, est ce qu'on appelle une *verticale;* et toute droite de niveau, se nomme *horizontale.* Une verticale et une horizontale sont deux droites perpendiculaires; mais deux droites perpendiculaires ne sont pas pour cela, l'une verticale et l'autre horizontale; c'est-à-dire que deux droites perpendiculaires peuvent avoir d'ailleurs une position quelconque dans l'espace.

14. Tout angle comme ACE (fig. 3), plus grand qu'un angle droit ACD, est dit *obtus*, et tout angle comme ECB plus petit est aigu.

www.rcin.org.pl

15. Quand deux droites AB, CE se rencontrent de manière que les deux angles qu'elles forment sont, l'un obtus et l'autre aigu, ces deux droites prennent le nom *d'obliques*, l'une relativement à l'autre.

16. Deux droites AB, CD (fig. 4), situées dans le même plan, sont dites *parallèles*, lorsqu'elles ne peuvent se rencontrer, quelque loin qu'on les prolonge.

17. On appelle *figure plane*, une surface plane terminée de toutes parts par des lignes. Si ces lignes sont droites, la figure prend le nom de *polygone*.

Les droites qui terminent un polygone s'appellent *les côtés*, et leur ensemble forme le *contour* ou le *périmètre* du polygone.

18. Les polygones sont *réguliers* ou *irréguliers*.

Ils sont réguliers, lorsqu'ils ont les côtés et les angles égaux.

Ils sont irréguliers dans toute autre circonstance.

19. Les polygones se distinguent encore par le nombre de leurs côtés. Le plus simple de tous s'appelle *trilatère* parce qu'il a trois côtés, ou *triangle* parce qu'il a trois angles. Celui qui a quatre côtés s'appelle *quadrilatère*, ou *tétragone*, celui qui en a cinq, *pentagone*; six, *exagone*; sept, *eptagone*; huit, *octogone*; neuf, *ennéagone*; dix, *décagone*; onze, *ondécagone*; douze, *duodécagone*, etc.; ou bien on se contente d'énoncer le nombre des côtés du polygone que l'on veut désigner.

20. Les triangles qui ont les trois côtés inégaux, s'appellent *scalènes*; ceux qui ont deux côtés égaux, *isoscèles*, et ceux qui ont les trois côtés égaux s'appellent *équilatéraux*. La figure 5 est un triangle scalène, la figure 6, un triangle isoscèle, et la figure 7, un triangle équilatéral.

Un triangle est *rectangle* quand il a un angle droit, *obtus angle* quand il a un angle obtus, et *acutangle* quand il a ses angles aigus. Le côté opposé à l'angle droit d'un triangle rectangle s'appelle *l'hypoténuse*; les autres côtés sont les côtés de l'angle droit. La figure 8 est un triangle rectangle.

21. Parmi les quadrilatères on distingue le *carré*, qui a ses quatre côtés égaux et ses angles droits; le *rectangle*, qui a ses angles droits sans avoir les côtés égaux; le *losange*, qui a ses côtés égaux sans avoir les angles droits; le *trapèze*, dont deux côtés seulement sont parallèles, le *parallélogramme*, dont les côtés sont parallèles deux à deux. La figure 9 est un carré, la figure 10, un rectangle, la figure 11, un losange, la figure 12, un trapèze, et la figure 13, un parallélogramme.

22. On appelle *diagonale* une droite AB (fig. 13) qui joint deux sommets, non adjacens, dans un polygone quelconque.

www.rcin.org.pl

23. Le *cercle* est une surface plane terminée de toute part par une *ligne*, qu'on appelle *circonférence*, dont tous les points sont à égales distances d'un point intérieur que l'on nomme le *centre*. Ainsi la figure ABCD (fig. 14) est un cercle, si la ligne ABDC, qui la termine, a tous ses points à égales distances du point O.

24. Toute droite comme AO qui va du centre à la circonférence est *un rayon*. Tous les rayons du cercle sont égaux entre eux.

25. Toute droite comme BC, qui passe par le centre O et qui se termine de part et d'autre à la circonférence, s'appelle *diamètre*. Tous les diamètres du cercle sont égaux entre eux.

26. Tout diamètre partage le cercle et la circonférence en deux parties égales.

27. On appelle *arc de cercle* toute portion de la circonférence. La droite DE, qui joint les extrémités D et E d'un arc quelconque DE, s'appelle *corde* ou *soutendante*.

28. Un *segment* de cercle est la surface comprise entre un arc et sa corde.

29. Une droite comme AF qui n'a qu'un point A de commun avec la circonférence du cercle, est une *tangente*.

30. On divise la circonférence d'un cercle, quelque soit son rayon, en 360 parties égales que l'on appelle *degrés;* chaque degré en 60 parties égales qu'on appelle *minutes*, chaque minute en 60 parties égales qu'on appelle *secondes*, et ainsi de suite.

Les degrés, minutes, secondes, etc., servent à mesurer les angles. On se sert pour cet objet, d'un instrument représenté par la figure 15, auquel on donne le nom de rapporteur. Il est, ou en corne, ou en cuivre; j'aime mieux les rapporteurs en corne, à cause que, la corne étant transparente, en appliquant l'instrument sur le papier, on a l'avantage de voir les lignes au travers et de pouvoir, en conséquence, mesurer les angles sans compas.

Les lignes *courbes* sont *planes* ou à *double courbure*.

Les courbes planes sont celles qui ont tous leurs points situés dans un même plan.

Les courbes à double courbure, au contraire, ne peuvent êtres tracées que dans l'espace ou sur des surfaces courbes.

Problêmes sur la Ligne droite et le Cercle.

31. *Sur le milieu d'une droite AB* (fig. 16), *on demande d'élever une perpendiculaire DC.*

Solution. Par les extrémités A et B, de la droite donnée AB, comme

www.rcin.org.pl

centres, et avec une même ouverture de compas, prise à volonté plus grande que la moitié de la droite donnée AB, on décrira des arcs de cercle qui se couperont aux points C et D, par lesquels on menera la droite CD, qui sera la perpendiculaire demandée.

32. *Par un point donné D* (fig. 17) *sur une droite AB, on demande d'élever une perpendiculaire CD à la droite donnée AB.*

Solution. On prendra sur la droite AB les points E et F à égales distances du point donné D; par ces points E, F comme centres, et avec la même ouverture de compas, prise à volonté plus grande que la moitié ED de EF, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont en un point C, par lequel et le point donné D on menera la droite CD qui sera la perpendiculaire demandée.

33. *Par un point donné D* (fig. 18) *hors d'une droite AB, on demande d'abaisser une perpendiculaire CD à cette droite AB.*

Solution. Par le point donné D, comme centre, on décrira un arc de cercle EF qui coupe en deux points E et F la droite donnée AB; par ces deux points E et F, comme centres, et avec un rayon plus grand que la moitié de EF, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont en un point C, par lequel et le point donné D on menera la droite DC, qui sera la perpendiculaire demandée.

34. *Par un point donné B à l'extrémité d'une droite AB* (fig. 19), *on demande d'élever une perpendiculaire BE à la droite AB.*

Solution. Par un point C, quelconque, pris hors de la droite donnée AB, comme centre, et avec une ouverture de compas égale à la distance CB du point C au point donné B, on décrira un arc de cercle plus grand qu'une demi-circonférence, qui coupera la droite donnée AB en un point D, par lequel et le centre C on menera le diamètre DCE, et par l'extrémité E, de ce diamètre et le point donné B, on menera la droite BE, qui sera la perpendiculaire demandée.

35. *Par un point donné D* (fig. 20) *hors d'une droite AB, et vers son extrémité, on demande d'abaisser une perpendiculaire DE à la droite donnée AB.*

Solution. Par un point quelconque C de la droite donnée AB, comme centre, et avec une ouverture de compas égale à la distance de ce point C au point donné D, on décrira un arc de cercle en E; par un autre point quelconque F, de la droite donnée AB, comme centre, et avec une ouverture de compas égale à la distance de ce point F au point donné D, on décrira un autre arc de cercle en E qui coupera le premier en un point E,

www.rcin.org.pl

par lequel est le point donné D, on menera une droite DE, qui sera la perpendiculaire demandée.

36. *Un angle étant donné, on demande de trouver le nombre de degrés de cet angle.*

Solution. On posera le rapporteur de corne sur cet angle, de manière que le centre de l'instrument soit au sommet de l'angle, et qu'un côté de ce dernier coïncide avec le diamètre du rapporteur; le nombre de degrés demandé sera celui auquel l'autre côté de l'angle répondra sous l'instrument.

37. *On demande un angle BAC* (fig. 21), *égal à un angle donné* b a c.

Solution. Soit AB la droite sur laquelle on veut construire l'angle demandé, et soit le point A de cette droite, le point où l'on veut que le sommet de cet angle soit placé; par ce point comme centre, et avec un rayon arbitraire, on décrira un arc de cercle indéfini BC; par le sommet *a* de l'angle donné *b a c,* comme centre, et avec le même rayon, on décrira un arc de cercle *bc* entre les côtés de cet angle *b a c;* on prendra la grandeur de cet arc *bc* que l'on portera de B en C sur l'arc *BC, et par le point C* et le point A on menera la droite AC *qui* fera, avec la droite AB, un angle BAC qui sera l'*angle demandé.*

Remarque. S'il s'agissait de faire un angle d'un nombre de degrés déterminé, on conçoit facilement comment, au moyen du rapporteur, on résoudrait la question.

38. *Diviser un angle donné BAC* (fig. 22) *en deux parties égales par une droite AD.*

Solution. Par le sommet A de l'angle donné, comme centre, et avec un rayon arbitraire, on décrira un arc de cercle BC entre les côtés de cet angle; par les points B et C où l'arc rencontre les côtés de l'angle, comme centres, et avec le même rayon, plus grand que la moitié de BC, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont au point D, par lequel est le sommet A, on menera la droite AD qui divisera l'angle donné BAD, en deux autres BAD, CAD qui seront égaux entre eux.

39. *Par un point donné D* (fig. 23) *mener une droite DC parallèlement à une droite donnée AB.*

Solution. Par le point donné D, comme centre, et avec un rayon arbitraire, on décrira un arc indéfini BC; par le point B où cet arc coupera la droite donnée AB, comme centre, et avec le même rayon BD, on décrira un arc DA; on fera l'arc BC égal à AD, et par le point C et le point D on menera la droite DC qui sera la parallèle demandée.

www.rcin.org.pl

Remarque. Tous les appareilleurs savent qu'au moyen d'un T que l'on fait glisser contre les bords de la planche à dessiner, ou au moyen d'une équerre que l'on fait glisser le long d'une règle convenablement placée, on parvient, avec une grande facilité, à mener tant de droites parallèles que l'on puisse avoir besoin, avec plus de précision que par le moyen que nous venons de donner, qui a d'ailleurs l'inconvénient d'être fort long.

40. *On donne trois points ABC* (fig. 24) *non situés en ligne droite, et on demande de faire passer une circonférence de cercle par ces trois points.*

Solution. On joindra les trois points donnés par les droites AB, BC, au milieu de chacune desquelles on menera une perpendiculaire (n°. 32) FD, ED; et le point D, où ces deux perpendiculaires se rencontreront, sera le centre du cercle demandé, dont le rayon sera DA, ou DB ou DC.

Remarque. S'il s'agissait de trouver le centre d'un cercle donné, on prendrait trois points à volonté sur la circonférence de ce cercle, et on opérerait ensuite comme dans le problême que nous venons de résoudre.

41. *Par trois points donnés non en ligne droite, on demande de faire passer un arc du cercle sans se servir du centre.*

Solution. Soient (fig. 25) A, *B*, *C*, les trois points donnés; on les joindra d'abord par des droites, de manière à former le triangle ABC; ensuite par les sommets A et B, comme centres, et avec le même rayon arbitraire, on décrira les arcs ER et GP; on divisera les portions d'arc EF et GH compris entre les droites AB, AC et AB, BC, en un certain nombre de parties égales, en trois parties, par exemple, aux points I et K pour l'arc EF, et aux points M et N pour l'arc GH. Si le point C est à égales distances des points A et B, les arcs EF, GH seront égaux, et s'ils sont divisés en un même nombre de parties égales chacun, les parties de l'un seront égales aux parties de l'autre. En général il faudra porter de H en P, sur le prolongement HP de l'arc GH, autant de parties de l'arc EF qu'il y en a dans cet arc moins une; dans notre exemple, il faudra donc en porter deux, ce qui donnera les points O et P. De même on portera sur le prolongement FR de l'arc EF, et de F en R, autant de parties de l'arc GH, qu'il y en a dans cet arc moins une; dans notre exemple il faudra donc en porter deux, ce qui nous donnera les points Q et R. Cela fait, par les points I, K, Q et R de l'arc ER et par le point A, on menera les droites AI, AK, AQ et AR, que l'on prolongera indéfiniment, et par les points M, N, O et P de l'arc GP, et par le point B, on menera les droites BM, BN, BO et BP, qui rencontreront les premières aux points S, T, U et V, dans l'ordre qu'on voit dans la figure 25, lesquels points seront sur l'arc demandé; de sorte que, si l'on

www.rcin.org.pl

dessine à la main une courbe qui passe par tous ces points, cette courbe sera l'arc de cercle demandé.

42. *Par un point donné A* (fig. 26) *sur l'extrémité d'un arc de cercle AC, on veut mener une droite AE dont la direction passe par le centre de l'arc; mais on ne peut pas se servir de ce centre.*

SOLUTION. A partir du point donné A, prenez sur l'arc de cercle deux points B et C à distances égales; par les points A et C, comme centres, et avec un rayon arbitraire, décrivez deux arcs de cercles qui se couperont en un point D; par le point B comme centre, et avec le même rayon AD, décrivez un arc de cercle en E; prenez la grandeur BD comme rayon, et du point A comme centre, décrivez un autre arc en E qui coupera le premier en un point E, par lequel et le point donné A, vous menerez une droite EA qui sera la droite demandée.

43. *Par un point donné A* (fig. 27) *sur la circonférence d'un cercle, mener une tangente AB à cette circonférence.*

SOLUTION. On menera un rayon IA au point donné A, qu'on appelle le point de contact, et à l'extrémité A de ce rayon, on menera une perpendiculaire AB (par le moyen du nº 34) qui sera la tangente demandée.

44. *Par un point donné D* (fig. 28) *hors de la circonférence d'un cercle, on veut mener une tangente à ce cercle.*

SOLUTION. On joindra le point donné D et le centre O du cercle, par une droite DO, sur laquelle, comme diamètre, on décrira une circonférence de cercle DBOA qui coupera la circonférence donnée en deux points A et B, par l'un desquels et le point donné D on menera une droite DA ou DB qui sera la tangente demandée.

Remarque. Dans ce problême on voit qu'il y a deux solutions, c'est-à-dire deux tangentes qui satisfont à la question. Les circonstances indiquent toujours laquelle des deux on doit choisir.

45. *On veut mener une tangente FG* (fig. 29) *à un cercle, parallèlement à une droite donnée AB.*

SOLUTION. Par le centre C du cercle donné, on menera une perpendiculaire CD à la droite donnée AB; par l'un des points E où cette perpendiculaire rencontrera la circonférence du cercle, on menera une parallèle GF à la droite donnée AB, et cette droite GF sera la tangente demandée.

Remarque. On voit encore ici qu'il y a deux tangentes qui satisfont à la question.

46. *Mener une tangente DE à la circonférence d'un cercle, perpendiculairement à une droite donnée AB* (fig. 30).

www.rcin.org.pl

Solution. Par le centre du cercle donné, on menera une parallèle CE à la droite donnée AB, et par le point E où cette parallèle CE rencontrera la circonférence donnée, on abaissera une perpendiculaire ED à la droite donnée AB, qui sera la tangente demandée.

Remarque. Il y a encore ici deux tangentes qui satisfont à la question.

47. *Inscrire un polygone régulier dans un cercle.*

Solution. Les géomètres donnent des moyens directs pour inscrire des polygones réguliers dans le cercle, mais seulement pour quelques cas particuliers. Ces moyens géométriques sont très-rigoureux, théoriquement parlant, mais dans la pratique ils n'ont aucun avantage sur le moyen par tâtonnement. Le moyen par tâtonnement consiste à diviser la circonférence du cercle donné en autant de parties égales que le polygone doit avoir de côtés, et de joindre ensuite les points de division par des droites qui sont les côtés du polygone. On réussit d'autant plus promptement à trouver une ouverture de compas convenable au cas où l'on se trouve, que l'on a une plus grande habitude de ces sortes d'opérations.

CHAPITRE II.

Moyens de décrire les Courbes, de leur mener des Tangentes et des Normales dans tous les cas.

DE L'ELLIPSE.

48. Si deux droites AB, CD (fig. 31) sont mutuellement perpendiculaires l'une au milieu de l'autre, de sorte que IA égale IB, et ID égale IC, ces deux droites pourront être regardées comme étant les deux *axes* d'une ellipse. Le point *I où les deux axes se coupent est le centre* de l'ellipse. Les deux axes d'une ellipse sont toujours inégaux; s'ils étaient égaux, l'*ellipse* serait changée en un *cercle*. Supposons que AB soit plus grand que DC; si par l'extrémité D du petit axe comme centre, et avec un rayon égal au demi grand axe AI, on décrit un arc de cercle FF′ qui coupe le grand axe AB en deux points F et F′, ces deux points seront ce qu'on appelle les *foyers* de l'ellipse. Ainsi quand on aura les deux axes d'une ellipse, on en aura facilement les foyers.

www.rcin.org.pl