Solution. Par le centre du cercle donné, on menera une parallèle CE à la droite donnée AB, et par le point E où cette parallèle CE rencontrera la circonférence donnée, on abaissera une perpendiculaire ED à la droite donnée AB, qui sera la tangente demandée.

Remarque. Il y a encore ici deux tangentes qui satisfont à la question.

47. *Inscrire un polygone régulier dans un cercle.*

Solution. Les géomètres donnent des moyens directs pour inscrire des polygones réguliers dans le cercle, mais seulement pour quelques cas particuliers. Ces moyens géométriques sont très-rigoureux, théoriquement parlant, mais dans la pratique ils n'ont aucun avantage sur le moyen par tâtonnement. Le moyen par tâtonnement consiste à diviser la circonférence du cercle donné en autant de parties égales que le polygone doit avoir de côtés, et de joindre ensuite les points de division par des droites qui sont les côtés du polygone. On réussit d'autant plus promptement à trouver une ouverture de compas convenable au cas où l'on se trouve, que l'on a une plus grande habitude de ces sortes d'opérations.

CHAPITRE II.

Moyens de décrire les Courbes, de leur mener des Tangentes et des Normales dans tous les cas.

DE L'ELLIPSE.

48. Si deux droites AB, CD (fig. 31) sont mutuellement perpendiculaires l'une au milieu de l'autre, de sorte que IA égale IB, et ID égale IC, ces deux droites pourront être regardées comme étant les deux *axes* d'une ellipse. Le point *I où les deux axes se coupent est le centre* de l'ellipse. Les deux axes d'une ellipse sont toujours inégaux; s'ils étaient égaux, l'*ellipse* serait changée en un *cercle.* Supposons que AB soit plus grand que DC; si par l'extrémité D du petit axe comme centre, et avec un rayon égal au demi grand axe AI, on décrit un arc de cercle FF′ qui coupe le grand axe AB en deux points F et F′, ces deux points seront ce qu'on appelle les *foyers* de l'ellipse. Ainsi quand on aura les deux axes d'une ellipse, on en aura facilement les foyers.

49. *On donne les deux axes AB, DC d'une ellipse* (fig. 31) *et on demande de décrire cette courbe.*

SOLUTION 1re. On cherchera d'abord les deux foyers F, F' comme on vient de le dire dans l'article précédent, et ensuite, ayant pris un point a quelconque, sur le grand axe, entre le centre I et un foyer F', on décrira de chaque foyer comme centre, et avec la distance B a, comme rayon, des arcs de cercle en m, m' et m'', m'''; avec la distance aA, égale à ce qui reste du grand axe AB après avoir retranché B a, et toujours des foyers comme centres, on décrira de nouveaux arcs de cercle qui couperont les premiers aux points m'', m''' et m, m' qui appartiendront à l'ellipse. Si au lieu d'avoir pris le point a, on avait pris le point b, sur le grand axe, entre le centre I et le foyer F, en opérant de la même manière que pour le point a, on aurait obtenu les quatre points M, M', M'' et M''', au lieu des quatre points m, m', m'' et m''', lesquels seraient encore sur l'ellipse. Ainsi, en opérant de la même manière pour autant de points qu'on voudra a, b, c..... pris sur le grand axe, entre le centre I et le foyer F', on obtiendra une suite de points de cette courbe, aussi rapprochés les uns des autres qu'on voudra : si donc on fait passer une courbe à la main par tous ces points et les extrémités A, B, C, D des axes, cette courbe sera l'ellipse demandée.

Remarque. Si, par un point M quelconque de l'ellipse, on mène une droite à chaque foyer F', F, ces deux droites FM, $F'M$, prendront le nom de *rayons vecteurs*. On voit que *la somme de deux rayons vecteurs quelconques est égale au grand axe.*

La méthode que nous venons d'employer pour décrire l'ellipse, sera appelée *méthode des rayons vecteurs.* Elle est la plus simple et la plus exacte.

50. SOLUTION 2me. Du centre I de l'ellipse, on décrira deux circonférences de cercle; la première avec un rayon égal au demi grand axe AI (fig. 32), et la seconde avec un rayon égal au demi petit axe ID. Ensuite, par le centre I, on menera autant de droites IE, IF, IG, IH, IJ, IK, IL, IM, etc., qu'on voudra; par les points E, F, G, H, J, K, L et M où ces droites rencontreront la circonférence décrite sur le grand axe AB, on menera des parallèles au petit axe DC, et par les points e, f, g, h, i, k, l, m, où ces mêmes droites rencontrent la circonférence décrite sur le petit axe, on menera des parallèles au grand axe AB, et les points N, O, P, Q, R, S, T, V où ces dernières parallèles rencontreront les premières, appartiendront à l'ellipse : on n'aura donc plus qu'à faire passer une courbe à la main par tous ces points et les extrémités des axes, pour avoir l'ellipse demandée.

51. SOLUTION 3me. Soient AB, DC (fig. 33 et 34), les axes de l'ellipse en

question; par l'extrémité A, de l'axe AB, on menera une droite AB′, dans une direction quelconque, que l'on fera égale à l'autre axe CD; sur cette droite AB′ comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle AD′B′; puis on prendra à volonté sur le diamètre AB′, les points Q, Q′, Q″......., q, q′, q″........; et par tous ces points on menera des perpendiculaires QR, Q′R′, Q″R″..... qr, q′r′, q″r″...... à ce diamètre AB′, et les droites QP, Q′P′, Q″P″.... qp, q′p′, q″p″....... parallèlement à la droite BB′; par les points où ces dernières droites rencontreront l'axe AB, on menera les droites MN, M′N′, M″N″....... mn, m′n′, m″n″...... parallèlement au second axe CD. Enfin, on fera les droites PM et PN, P′M′ et P′N′, P″M″, et P″N″...... pm et pn, p′m′ et p′n′, p″m″ et p″n″..... respectivement égales aux ordonnées QR, Q′R′, Q″R″....... qr, q′r′, q″r″....... de la demi-circonférence de cercle AD′B′, et les points M et N, M′ et N′, M″ et N″.... m et n, m′ et n′, m″ et n″...... appartiendront à l'ellipse. En faisant donc passer une courbe à la main par tous ces points et les extrémités des axes, on aura l'ellipse demandée.

52. *Remarque* 1. Si les deux droites AB, CD (fig. 35), n'étaient pas perpendiculaires, pourvu qu'elles se divisassent mutuellement en deux parties égales, en opérant sur ces deux droites comme dans le problème précédent, ainsi qu'on le voit indiqué par les mêmes lettres et les mêmes constructions dans la figure 35, on aurait encore une courbe ADBC qui serait une ellipse; mais alors les droites AB, CD seraient ce qu'on appelle deux *diamètres conjugués*. Ainsi l'on voit qu'une ellipse peut tout aussi bien être décrite étant donnée par deux diamètres conjugués que par ses deux axes.

Pour que deux droites qui passent par le centre de l'ellipse soient des diamètres conjugués, il faut que l'un d'eux divise en deux parties égales les parallèles menées à l'autre, et terminées de part et d'autre à la courbe, et réciproquement.

Remarque 2. Le procédé d'après lequel nous venons de décrire l'ellipse en dernier lieu, sera ce que nous appelerons la *méthode des coordonnées*. Les droites IP, IP′, etc..... (fig. 33, 34 et 35) sont les *abscisses*, et les droites PM, P′M′....... sont les *ordonnées*. Les abscisses sont toujours comptées sur l'un des axes, ou l'un des diamètres conjugués, et les ordonnées sont toujours parallèles à l'autre.

Nous pourrions donner encore plusieurs moyens de décrire l'ellipse, mais nous nous en tiendrons aux précédens, parce qu'ils suffisent et qu'ils sont les plus commodes et les plus exacts; passons à d'autres problêmes sur cette courbe.

53. *Une ellipse étant décrite, on demande le centre et les axes de cette courbe* (fig. 36).

Solution. On menera deux droites quelconques MN, mn', parallèles entre elles, qu'on divisera en deux parties égales aux points P, P' par une droite EF dont le milieu I sera le centre de l'ellipse.

Pour avoir les deux axes AB, CD, par le point I comme centre, on décrira un arc de cercle GHK qui coupera l'ellipse en trois points G, H et K; on joindra ces trois points deux à deux par les droites GH, HK, auxquelles, par le centre I on menera les parallèles CD, AB, qui seront les axes demandés.

54. *Une ellipse étant décrite, on demande deux diamètres conjugués dont un soit parallèle à la droite donnée LO* (fig. 36).

Solution. Si le centre n'est pas donné, on menera une droite Qn parallèle à LO, et on divisera les droites LO et Qn en deux parties égales par la droite SR dont le milieu I sera le centre de l'ellipse, et qui sera un des diamètres demandés. Pour avoir le second EF, on n'aura qu'à mener par le centre I une parallèle EF à la droite donnée LO, qui sera le deuxième diamètre demandé.

55. *Une ellipse étant décrite, trouver deux diamètres conjugués, dont un soit perpendiculaire à une droite donnée.*

Solution. On menera dans l'ellipse une droite LO perpendiculaire à la droite donnée (fig. 36), et on opérera ensuite comme dans l'article précédent.

56. *Une ellipse étant décrite, on demande deux diamètres conjugués qui fassent entre eux un angle donné.*

Solution. Ce problême n'est pas toujours possible : si l'angle donné est obtus, il faudra qu'il soit plus petit que l'angle ACB formé par deux droites AC, BC, menées par les extrémités du grand axe à la même extrémité C du petit (fig. 37); et si l'angle donné est aigu, il faudra qu'il soit plus grand que l'angle DAC formé par deux droites DA, CA menées par les extrémités du petit axe à la même extrémité A du grand.

Supposons donc que l'angle donné se trouve entre les limites que nous venons d'établir, et donnons le moyen de résoudre le problême.

1°. Si l'angle donné est obtus, par l'une des extrémités B du grand axe, ou du plus grand diamètre, si l'ellipse est rapportée à deux diamètres conjugués, on menera une droite EF, de manière que l'angle IBE formé par cette droite EF et le grand axe ou le grand diamètre AB soit égal à l'angle donné; par le point B, on menera une perpendiculaire BO à la droite EF qui ira rencontrer en un point O le petit axe DC, ou la perpendiculaire ID menée par le centre au grand diamètre, si l'ellipse est rapportée à deux diamètres conjugués. Par ce point O, comme centre, on décrira une circonférence de cercle, avec un rayon égal à OB, qui coupera l'ellipse en deux points G et G'; par l'un G desquels et les extrémités A, B du grand axe ou du grand diamètre, on menera les droites AG, BG, qu'on appelle *cordes supplémentaires,* auxquelles, par le centre, on menera les parallèles respectives HK et LM, qui seront les diamètres demandés.

2°. Si l'angle donné est aigu, on pourra prendre son supplément, et opérer sur ce supplément, qui sera obtus, comme on vient de l'expliquer.

57. *Par un point donné M sur une ellipse, il faut mener une tangente MT à cette courbe* (fig. 38).

Solution 1. Si l'on ne connaissait pas les axes, on les chercherait par le moyen donné au n°. 53, ainsi que les foyers F, F' (n°. 48). Cela fait, on menera au point donné M, les rayons vecteurs FM, F'M; on prolongera l'un F'M de ces rayons d'une quantité MQ égale à l'autre FM; on joindra le foyer F et le point Q par la droite FQ, à laquelle et par le point donné M on abaissera une perpendiculaire MT, qui sera la tangente demandée.

Solution 2. Après avoir trouvé les axes et les foyers, comme ci-dessus, et après avoir mené les rayons vecteurs FM, F'M, au point donné M, l'un d'eux, F'M, étant prolongé indéfiniment vers Q, on divisera l'angle FMQ en deux parties égales par une droite MT, qui sera la tangente demandée.

58. *Par un point* m *donné hors de l'ellipse, mener une tangente* mT *à cette courbe* (fig. 38).

Solution. Par le point donné m comme centre, et avec un rayon mF égal à la distance du point m à un foyer F, on décrira un arc de cercle FQ; par l'autre foyer F' comme centre, et avec un rayon égal au grand axe AB, on décrira un autre arc de cercle qui coupera le premier FQ en un point Q, par lequel et le foyer F' on menera la droite F'Q qui coupera l'ellipse en un point M, par lequel et le point donné m on menera une droite mM qui sera la tangente demandée.

Remarque. Si l'on opérait d'une manière inverse par rapport aux foyers, on trouverait une seconde tangente mT' qui satisferait à la question.

59. *Mener une tangente à l'ellipse parallèlement à une droite donnée* (fig. 39).

Solution. Que l'ellipse soit rapportée à ses axes ou à deux diamètres conjugués quelconques, par l'extrémité A de l'un des axes ou des diamètres conjugués, on menera une corde AG parallèlement à la droite donnée EF; on menera ensuite la corde BG, à laquelle et par le centre I, on menera un diamètre KM dont les extrémités K et M sont les points de contact des deux tangentes KO, MN, qui satisfont également à la question, et que l'on obtiendra en menant par les points K et M, les parallèles KO et MN, à la droite donnée EF, ou à la corde AG.

60. *Mener une tangente à l'ellipse perpendiculairement à une droite donnée* (fig. 39).

Solution. Que l'ellipse soit rapportée à ses axes ou à deux diamètres conjugués quelconques, par l'extrémité de l'un des axes ou des diamètres conjugués, on menera une droite BQ perpendiculaire à la droite donnée EF; on menera ensuite la droite AQ, à laquelle et par le centre I on menera un diamètre SV, dont les extrémités S et V, seront les points de contact des deux tangentes ST, UV, qui satisferont également à la question, et qu'on obtiendra en menant par les points S et V des perpendiculaires ST, VU à la droite EF, ou des parallèles à la droite BQ.

61. *Par un point donné sur une ellipse, mener une normale à cette courbe* (fig. 38).

Solution. On menera les rayons vecteurs FM, F′M, au point donné M, et on divisera l'angle FMF′, de ces rayons vecteurs, en deux parties égales, par une droite MR qui sera la normale demandée.

62. *Par un point donné* a *hors de l'ellipse, mener une normale* ad *à cette courbe* (fig. 38).

Solution. Par le point donné a, comme centre, on décrira un arc de cercle bc, qui coupera l'ellipse en deux points b et c (assez près l'un de l'autre), par ces points b et c, comme centres, et avec un même rayon arbitraire, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont en un point d, par lequel et le point donné a, on menera une droite ab, qui sera la normale demandée.

63. *Mener une normale à l'ellipse, perpendiculairement à une droite donnée* (fig. 39).

Solution. Que l'ellipse soit rapportée à ses axes, ou à deux diamètres conjugués quelconques, pour avoir les points K et M où les deux normales KR, MR′, qui satisferont à la question, rencontrent la courbe, on opérera comme on l'a fait pour trouver les points de contact des tangentes parallèles à la même droite.

64. *Mener une normale à l'ellipse parallèlement à une droite donnée* (fig. 39).

Solution. Pour avoir les points S et V ou les normales SR'', VR''', qui satisfont à la question, rencontrent l'ellipse, on opérera de la même manière que pour avoir les points de contact des tangentes perpendiculaires à la droite donnée.

DE LA PARABOLE.

65. La parabole est une courbe M''Am'' qui ne se ferme jamais, quelque loin qu'on la prolonge (fig. 40).

Elle a un axe AR, c'est-à-dire, qu'une droite AR peut diviser perpendiculairement en deux parties égales, un certain système de parallèles Mm, M'm'...... terminées de part et d'autre à la courbe.

Le point A où l'axe rencontre la courbe se nomme le *sommet*.

66. Si par un point m'' quelconque de la courbe, on abaisse une perpendiculaire m''P'', si l'on joint le sommet A et le point m'' par une droite Am'' et qu'on élève une perpendiculaire KI au milieu de cette droite; si par le point I où la droite KI rencontre l'axe, comme centre, et avec un rayon égal à AI on décrit une demi-circonférence de cercle Am''R, la distance P''R sera ce qu'on appelle le *paramètre* de la parabole.

67. On appelle *foyer* de la parabole un point F, situé sur l'axe et dans la courbe, à une distance AF, du sommet, égale au quart du paramètre.

68. Si sur le prolongement de l'axe on fait AD égal à AF ou au quart du paramètre, et qu'au point D on élève la droite GE perpendiculairement à l'axe, la droite GE prend le nom de *directrice* de la parabole.

69. Proposons-nous maintenant *de décrire la parabole dans le cas où l'on connaît la longueur du paramètre, la direction de l'axe et le sommet.*

Premier moyen. On portera sur l'axe le quart du paramètre donné au-dessus et au-dessous du sommet, ce qui donnera le pied D de la directrice, et le foyer F (fig. 40), et ensuite on menera arbitrairement des perpendiculaires Mm, M'm', M''m''..... à l'axe, et toujours du foyer comme centre, et 1°. avec le rayon DP on décrira un arc de cercle qui coupera la droite Mm en deux points M, m; 2° avec le rayon DP' on décrira un second arc de cercle qui coupera en deux points M' et m', la seconde droite M'm'; 3°. avec le rayon DP'' on décrira un troisième arc de cercle qui coupera en deux points M'' et m'', la troisième droite M''m'', et ainsi de suite pour autant de perpendiculaires telles que Mm, M'm'..... qu'on voudra; les points M, M', M''..... m, m', m''..... qu'on obtiendra de cette manière appartiendront tous à la parabole; de sorte que, si à la main, on fait passer une courbe par tous ces points, cette courbe sera la parabole.

SECOND MOYEN. Soient AP'' la direction de l'axe et A le sommet de la parabole en question (fig. 41); sur le prolongement AS de l'axe on portera AS égal au paramètre donné; puis, sur les distances arbitraires SP, SP', SP''....... toutes plus grandes que AS, comme diamètres, on décrira des circonférences de cercle qui couperont chacune en deux points la droite $q'''Q'''$ menée par le sommet A perpendiculairement à l'axe; par ces points d'intersection Q et q, Q' et q', Q'' et q''...... on menera les droites QM et qm, $Q'M'$ et $q'm'$....... parallèlement à l'axe AP''', lesquelles rencontreront respectivement les perpendiculaires Mm, $M'm'$, $M''m''$...... élevées sur l'axe AP'' par les points P, P', P''..... en des points M et m, M' et m', M'' et m''...... qui seront à la parabole; de sorte qu'en faisant passer à la main une courbe par tous ces points, on aura la même parabole que par le premier moyen, si le paramètre est le même.

70. *Remarque.* Quand on a décrit une parabole par l'un ou l'autre des moyens que nous venons de donner, en la considérant d'abord rapportée à son axe, on pourrait obliquer les ordonnées de cette courbe en les faisant tourner sur leur milieu P, P', P''...... (fig. 42), de la quantité qu'on voudrait, pourvu qu'elles restassent parallèles entre elles comme le sont les ordonnées Nn, $N'n'$, $N''n''$...... en faisant passer une courbe par leurs extrémités, on aurait encore une parabole $n'''Am'''$. Mais alors la droite AP''' cesserait d'être l'axe de la courbe, et deviendrait un diamètre; et le paramètre AC (fig. 43) serait dit *relatif à ce diamètre.*

Je dis maintenant que si l'on donnait la position du diamètre AP'' (fig. 43) l'extrémité A de ce diamètre, l'inclinaison des ordonnées par rapport à ce diamètre, et le paramètre qui lui est relatif, on pourrait encore décrire la parabole par le second moyen donné ci-dessus, avec cette différence pourtant, qu'au lieu de mener immédiatement des parallèles au diamètre AP'' par les points Q et q, Q' et q', Q'' et q''...... où les cercles décrits, comme il a été dit, rencontrent la perpendiculaire Q''' q'' élevée sur le diamètre AP'' par le sommet A de ce diamètre, il faudrait faire successivement les ordonnées PM et Pm, $P'M'$ et $P'm'$, $P''M''$ et $P''m''$...... respectivement égales à AQ, AQ', AQ''...... Il suffit d'ailleurs d'examiner la figure pour voir ce que la construction, dans ce cas, a de semblable et de différent avec celle du second moyen donné ci-dessus.

71. Proposons-nous maintenant *de décrire la même courbe dans le cas où l'on connaîtrait une double ordonnée AB* (fig. 44 et 45), *et l'abscisse CD, D étant le sommet de l'axe* (fig. 44) *ou l'extrémité du diamètre* (fig. 45).

Solution. On divisera chaque ordonnée CB, CA et l'abscisse CD, dans les deux fig., en un même nombre de parties égales, en 3, par exemple; par les points de division de la double ordonnée AB, on menera, à la droite CD, les parallèles 2-M, 1-M', 1-m', 2-m, et 1°. par le point A et les points de division de DC, on menera les droites AM, AM' qui iront rencontrer les droites 2-M, 1-M', en des points M, M', qui seront à la parabole; 2°. par le point B et les points de division de DC, on menera les droites Bm, Bm', qui iront rencontrer les droites 2-m, 1-m' en des points m, m', qui seront encore à la parabole; ainsi donc en dessinant à la main une courbe ADB, par les points A, m, m', D, M', M et B, on aura la parabole demandée.

72. Si l'on voulait prolonger la parabole au-delà des points A et B, on porterait sur le prolongement de l'axe ou du diamètre DC, et à partir du point C, un certain nombre des divisions de DC, et sur le prolongement de CA et de CB, on porterait le même nombre des divisions de CA ou de CB, à partir des points A et B, et on opérerait ensuite comme il vient d'être enseigné, et comme on le voit dans les figures 44 et 45 pour les points N et N'.

D'après les mêmes données, on pourrait encore décrire la parabole par plusieurs moyens, mais comme ils ne sont pas nécessaires, nous nous dispenserons de les donner afin d'abréger. On pourrait aussi décrire la même courbe d'après un grand nombre d'autres conditions, mais notre sujet n'exige pas que nous entrions dans tous ces détails.

73. *Supposons une parabole décrite, et proposons-nous de trouver la direction de ses diamètres.*

Solution. Pour cela, on menera deux droites quelconques ab, cd (fig. 46) parallèles entre elles, que l'on divisera chacune en deux parties égales aux points P et P'; on menera par ces points une droite AB qui sera un diamètre de la parabole donnée.

74. *Une parabole étant décrite, on demande l'axe de cette courbe.*

Solution. Après avoir trouvé, comme ci-dessus, un diamètre quelconque AB (fig. 46), on menera à ce diamètre une perpendiculaire ef, que l'on divisera en deux parties égales au point Q, par lequel on menera une parallèle A'B' au diamètre AB, qui sera l'axe demandé.

75. *Une parabole étant donnée, trouver le diamètre qui fait, avec les ordonnées qui lui sont relatives, un angle donné.*

Solution. On cherchera d'abord un diamètre quelconque AB (fig. 46), comme il a été dit plus haut, et ensuite, on menera une droite gh, de manière qu'elle fasse avec le diamètre AB un angle égal à l'angle donné; on divisera cette droite gh en deux parties égales au point I, par lequel on menera une parallèle $A''B''$ au diamètre AB, qui sera le diamètre demandé.

76. *Par un point M donné sur la parabole* (fig. 47), *mener une tangente à cette courbe, que nous supposons rapportée à son axe ou à un diamètre quelconque.*

Solution. Par le point donné M, on abaissera l'ordonnée PM; on fera AT égal à AP, et par les points M et T, on menera la droite MT qui sera la tangente demandée.

77. *Une parabole étant donnée ainsi que l'un de ses diamètres, trouver la direction des ordonnées à ce diamètre* (fig. 47).

Solution. On commencera par chercher l'axe de la parabole comme il a été dit à l'article 74, et ensuite on menera une tangente MT par l'origine M de ce diamètre donné, en s'y prenant comme dans le problême précédent; et cette tangente sera la direction demandée. Ainsi toutes les ordonnées à un diamètre sont parallèles à la tangente menée à l'extrémité de ce diamètre.

78. *Par un point* m *donné hors d'une parabole, mener une tangente à cette courbe* (fig. 47).

Solution. Si la *courbe* est donnée sans ses diamètres, ou avec l'un quelconque de ses diamètres, on cherchera d'abord son axe, et ensuite le paramètre à cet axe, comme il a été enseigné à l'article 66, pour avoir la directrice et le foyer que l'on obtiendra en faisant AF et AD égaux au quart du paramètre, et en élevant par le point D une perpendiculaire GE à l'axe.

Cela fait, par le point donné m, comme centre, et avec un rayon égal à la distance mF, du point donné au foyer, on décrira un arc de cercle FQ qui coupera la directrice en un point Q, par lequel on menera une parallèle QM à l'axe, qui rencontrera la courbe en un point M, qui sera le point de contact; de sorte que, si par les points m et M on mène la droite Mm, cette droite Mm sera la tangente demandée.

79. *Une parabole étant donnée et rapportée à un diamètre quelconque AB* (fig. 48), *il faut mener une tangente MT à cette courbe, parallèlement à une droite donnée EF.*

Solution. Par l'origine A du diamètre AB, menez une parallèle AC à la droite donnée EF; divisez la droite AC en deux parties égales au point D; par ce point D, menez une parallèle DM au diamètre AB, et le point M, où la droite DM rencontre la courbe, sera le point de contact, par lequel vous menerez une parallèle MT à la droite donnée EF, qui sera la tangente demandée.

80. *Une parabole donnée étant rapportée à un diamètre quelconque* AB (fig. 48), *il faut mener une tangente M'T' à cette courbe perpendiculairement à une droite donnée EF.*

Solution. Par l'origine A du diamètre AB, menez une droite AC', perpendiculaire à la droite donnée EF ; divisez cette droite AC' en deux parties égales au point D' par une droite M'D' parallèle au diamètre AB, et par le point M où la droite D'M' rencontre la courbe, menez une parallèle M'T' à la droite AC', qui sera la tangente demandée.

81. *Une parabole étant donnée et rapportée à un diamètre quelconque AB* (fig. 47), *on demande de mener une normale MR par un point donné M sur cette courbe.*

Solution. Par le point donné M, vous menerez une tangente MT par le moyen donné à l'article 76, et ensuite par le point M donné, vous menerez une perpendiculaire MR à cette tangente, qui sera la normale demandée.

Si la parabole était rapportée à son axe, et qu'on eût le paramètre, il serait plus simple d'abaisser l'ordonnée PM du point donné M, de faire PR égal à la moitié du paramètre et de mener par les points M et R la droite MR, qui serait la normale demandée.

82. *Une parabole étant donnée et rapportée à un diamètre quelconque AB* (fig. 48), *mener une normale M'R' parallèle à une droite donnée.*

Solution. Par l'extrémité A du diamètre AB, menez une perpendiculaire AC' à la droite donnée EF ; divisez la droite AC' en deux parties égales par une droite D'M' parallèle au diamètre AB, et par le point M' où la droite D'M' rencontre la courbe, menez une parallèle M'R' à la droite donnée EF, qui sera la normale demandée.

83. *Une parabole étant donnée et rapportée à un diamètre quelconque AB* (fig. 48), *mener une normale MR perpendiculaire à une droite donnée EF.*

Solution. Par l'extrémité A du diamètre AB, menez une parallèle AC à la droite donnée EF ; divisez la droite AC en deux parties égales, par une droite DM parallèle au diamètre AB, et par le point M où la droite DM rencontre la courbe, menez une perpendiculaire MR à la droite donnée EF, qui sera la normale demandée.

84. *Par un point donné* d *hors de la parabole, mener une normale à cette courbe* (fig. 47).

Solution. Par le point donné d comme centre, on décrira un arc de cercle ab, avec un rayon tel que cet arc ab coupe la parabole en deux points a et b, assez près l'un de l'autre; par les points a et b comme centres et avec le même rayon, on décrira deux arcs de cercle qui se couperont en un point c, par lequel, et le point donné d, on menera une droite dc, qui sera à peu près la normale demandée.

DE L'HYPERBOLE.

85. *L'hyperbole* est une courbe qui a deux branches M″Bm″ et N″An″ (fig. 49) séparées l'une de l'autre, qui s'étendent indéfiniment, l'une à droite et l'autre à gauche, sans jamais se fermer.

86. La plus courte distance AB comprise entre les deux branches de l'hyperbole est *la grandeur de l'axe de cette courbe;* le milieu I de cet axe est le *centre*.

87. Sur l'axe AB prolongé à droite et à gauche, se trouvent deux points F et F′ à égales distances du centre, que l'on appelle les *foyers*.

88. Les foyers jouissent de la propriété que si d'un point M″ de l'une des branches de l'hyperbole on mène les droites M″F, M″F′ aux foyers, la différence de ces droites sera toujours égale à l'axe AB. On appelle rayons vecteurs, ces mêmes droites FM″, F′M″.

89. La droite CD, perpendiculaire *sur le milieu* de l'axe AB, est le second axe de l'hyperbole; la *grandeur* CD de ce second axe s'obtient en décrivant du point B comme centre, et d'un rayon égal à la distance IF′ du centre à un foyer, un arc de cercle qui coupe en C et D cet axe DC.

Réciproquement, si l'on connaissait les deux axes AB et CD et qu'on voulût avoir la distance du centre à un foyer, on prendrait la longueur BC qui est égale à IF′.

90. L'hyperbole a une propriété très-singulière, qui consiste à s'approcher sans cesse de deux droites GH, KL (fig. 50), sans jamais pouvoir les rencontrer quelque loin qu'on prolonge les deux branches de la courbe.

Ces deux droites s'appellent *asymptotes;* pour les obtenir, il faut élever une perpendiculaire EF à l'axe AB, par l'extrémité B de cet axe, faire les distances BE et BF égales à la moitié de l'axe CD, et par le centre I et les points E et F, mener les droites IE et IF qui sont les asymptotes demandées.

91. *Supposons maintenant que l'on ait l'axe AB et les foyers F, F′, d'une hyperbole* (fig. 49) *et que l'on veuille décrire cette courbe.*

Solution. On prendra un point a arbitrairement sur le prolongement de l'axe et au-delà du foyer F; par le foyer F′ comme centre, et avec le rayon Ba on décrira des arcs de cercle en N et n, et de l'autre foyer F comme centre, et avec le même rayon, on décrira des arcs de cercle en M et n; avec un rayon égal à Aa, et du foyer F′, comme centre, on décrira des arcs en M et m qui couperont ceux décrits du foyer F en des points M et m qui seront à l'hyperbole ; avec le même rayon Aa et du foyer F comme centre, on décrira des arcs en N et n qui couperont ceux décrits du foyer F′ en des points N et n qui seront aussi à l'hyperbole. En opérant de la même manière sur autant de points b, c...... qu'on voudra, pris sur le prolongement de l'axe, à des distances du centre de plus en plus grandes, on obtiendra autant de points de la courbe qu'on le jugera nécessaire.

92. *Si l'on donnait les deux asymptotes GH et KL et un point M de la courbe* (fig. 50), *on pourrait décrire l'hyperbole de la manière suivante :*

Par le point donné M, on menerait des droites ac, df,.... dirigées comme on voudrait, et terminées de part et d'autre aux asymptotes, puis, on ferait cb égal à Ma, fe égal à Md, et ainsi de suite ; les points b, e......., seraient à l'hyperbole.

Pour ne pas fatiguer le point M donné, après avoir trouvé quelques autres points, on opérerait sur un ou plusieurs de ces points, comme nous venons de l'expliquer sur le point M, pour trouver de nouveaux points de la courbe. Ainsi, par exemple, par le point e on pourrait mener des droites gk, etc., et faire ensuite kh égal a g e, etc.

Non-seulement ce procédé donnerait la branche dont le point M donné fait partie, mais encore l'autre branche. Pour cela, par le point donné M on menerait une droite Mn, et on ferait Mn égal à lM, ce qui donnerait le point n de l'hyperbole. On conçoit qu'ensuite on pourrait opérer sur le point n comme sur le point M.

93. *Les deux branches d'une hyperbole étant décrites, trouver le centre I et les axes AB, PQ* (fig. 51).

Solution. On menera deux droites quelconques ab, dF parallèles entre elles, que l'on divisera en deux parties égales par une droite GH ; on divisera la partie CD, de cette droite GH, en deux parties égales au point I qui sera le centre de la courbe ; par le point I comme centre, et sur CD comme diamètre, on décrira une demi-circonférence CeD qui coupera une branche en un point e, par lequel et les points D et C on menera les droites eD et eC auxquelles et par le centre I on menera les parallèles respectives AB et PQ, dont la première sera l'axe principal et dont la seconde sera la direction du second axe. Pour avoir la grandeur de ce dernier, on menera à l'axe AB une parallèle quelconque EK, terminée de part et d'autre aux branches de la courbe ; sur cette droite EK comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle EMLK ; on menera la droite ML parallèle à EK, et à une distance égale au demi-axe IA; par le point L où cette droite ML rencontre la demi-circonférence EMLK, on abaissera une perpendiculaire LN sur EK; par le point N et le centre I on menera la droite NI qui sera une asymptote, et par le sommet B de l'axe AB on élèvera une perpendiculaire BO, et BO sera la longueur du demi-axe IP ou IQ. Pour avoir les foyers f et f' on ferait If et If' égaux à BP ou BQ.

94. *Par un point donné sur l'une des branches de l'hyperbole, mener une tangente à cette courbe.*

Si l'on ne connaissait pas les axes et les foyers, on les trouverait comme il vient d'être dit.

Solution. 1re. Soit M'' le point donné (fig. 49); on menera à ce point les deux rayons vecteurs FM'', F'M''; on portera le plus petit M''F' de M'' en f, et on joindra le foyer F' et le point f par une droite F'f à laquelle et par le point donné M'' on abaissera une perpendiculaire M''T, qui sera la tangente demandée.

Solution 2e. Après avoir mené les deux rayons vecteurs FM'', F'M'' au point donné M'', on divisera l'angle FM''F' de ces rayons en deux parties égales par une droite M''T, qui sera la tangente demandée.

95. *Par un point donné* e (fig. 49), *hors d'une branche d'hyperbole, mener une tangente à cette courbe.*

Solution. Par le point donné e comme centre, et avec le rayon eF', on décrira un arc indéfini F'f; par le foyer F comme centre, et avec un rayon égal à l'axe AB, on décrira un autre arc de cercle qui coupera le premier F'f en un point f, par lequel et le foyer F on menera la droite Ff, qui rencontrera la courbe en un point M'' par lequel et le point donné e on menera la droite eT, qui sera la tangente demandée.

96. *Par un point donné M''* (fig. 49), *sur une branche d'hyperbole, mener une normale à cette courbe.*

Solution. Par le point donné M'', on menera les deux rayons vecteurs FM'', F'M'', dont le plus grand FM'' sera prolongé indéfiniment, et on divisera l'angle PM''F' de ces deux rayons en deux parties égales par une droite M''R, qui sera la normale demandée.

97. *Par un point donné hors de l'hyperbole mener une normale à cette courbe.*

Le procédé est le même que pour la parabole et l'ellipse (nos. 62 et 84).

98. *Mener une tangente à l'hyperbole parallèlement à une droite donnée* cd (fig. 52).

Solution. Par une extrémité B de l'axe ou d'un diamètre quelconque AB, on menera à la droite donnée ab, une parallèle BL qui ira rencontrer l'hyperbole (prolongée s'il est nécessaire) en un point L, par lequel et l'autre extrémité A de l'axe ou du diamètre AB, on menera la droite AL, à laquelle et par le centre I on menera un diamètre DC dont les extrémités C et D seront les points de contact des tangentes EF, HG, qui satisfont également à la question.

99. *Mener une normale à l'hyperbole perpendiculairement à une droite donnée* ab (fig. 52).

Solution. Pour trouver les points C, D où les normales KM, NO, qui satisfont également à la question, rencontrent la courbe, on fera la même opération que pour trouver les points de contact des tangentes EF, HG parallèles à la droite donnée ab.

100. *Mener une tangente à l'hyperbole perpendiculairement à une droite donnée* cd (fig. 52).

Solution. Par une extrémité B de l'axe ou d'un diamètre quelconque AB, on menera, à la droite donnée cd, une perpendiculaire BL qui ira rencontrer la courbe (prolongée s'il est nécessaire) en un point L, par lequel et l'autre extrémité A de l'axe ou diamètre AB, on menera une droite AL, à laquelle et par le centre I on menera une parallèle DC dont les extrémités D et C seront les points de contact des deux tangentes GH, EF qui satisfont également à la question.

101. *Mener une normale à l'hyperbole parallèlement à une droite donnée* cd (fig. 52).

Solution. Pour trouver les points D et C où les normales NO, MK, qui satisfont également à la question, rencontrent la courbe, on opérera comme on vient de le faire pour obtenir les points de contact D et C des tangentes GH et EF menées parallèlement à la même droite donnée cd.

DE LA CYCLOÏDE.

102. *Si l'on suppose une circonférence de cercle roulant sur une ligne droite* AB (fig. 53), *de manière à faire une révolution entière en partant du point* A, *le point de la circonférence qui touchera la droite* AB *au point* A, *décrira une courbe* AMDB, *à laquelle on donne le nom de cycloïde.*

On voit, d'après cette définition, que la droite AB est égale à la circonférence du cercle générateur. On voit aussi que la droite DC, perpendiculaire au milieu de AB, est égale au diamètre du même cercle.

Le diamètre AB et la flèche DC ne sont point des quantités arbitraires :

elles dépendent du cercle générateur, ce qui restreint beaucoup l'usage de cette courbe.

103. *Le cercle générateur d'une cycloïde étant donné, on demande de décrire cette courbe* (fig. 53).

Solution. Après avoir mené les droites AB, et CD perpendiculaires l'une à l'autre, on fera DC égal au diamètre du cercle générateur, et on décrira ce cercle; on divisera ce diamètre DC en sept parties égales; on portera onze de ces parties de C en A et de C en B, ce qui donnera la grandeur du diamètre AB égale à vingt-deux parties, c'est-à-dire à la circonférence du cercle générateur. On divisera la circonférence de ce cercle en vingt-deux parties égales, lesquelles seront égales aux parties du diamètre, et on commencera la division à partir du point C; par les points de division de cette circonférence, on menera les droites aa', bb'; cc', dd', ee',.... parallèlement au diamètre AB; cela fait, on prendra sur le diamètre AB, la distance C-10 que l'on portera du point 1 (de la circonférence) au point a et du point $1'$ au point a', et les points a et a' seront à la courbe. On fera 2-b et $2'$-b' égales à la distance C-9, et les points b et b' seront à la courbe; on fera 3-c et $3'$-c' égales à C-8, et les points C et C' seront à la courbe; on fera 4-d et $4'$-d' égales à C-7, et les points d et d' seront encore à la courbe, et on opérera de même pour les autres points e et e', f et f', M et M', g et g', h et h', et i et i'; c'est-à-dire que pour avoir respectivement ces points, on prendra les distances C-6, C-5, C-4, C-3, C-2 et C-1, que l'on portera comme il vient d'être dit : on fera ensuite passer une courbe par les points A, a, b, c, d, e, f, M...... B, qui sera la cycloïde demandée.

Remarque. Si l'on connaissait le diamètre AB, on le diviserait en vingt-deux parties égales, on prendrait sept de ces parties pour la flèche DC ou le diamètre du cercle générateur, et on opérerait comme il vient d'être dit.

104. *Par un point M donné sur la cycloïde* (fig. 53), *on demande de mener une tangente à cette courbe.*

Solution. Par le point M donné, on menera la droite ME parallèle au diamètre AB; par le point E où la droite ME rencontrera la circonférence du cercle générateur, et le sommet D, on menera la droite ED à laquelle et par le point donné M on menera une parallèle GF, qui sera la tangente demandée.

105. *Par un point M donné sur la cycloïde* (fig. 53), *on propose de mener une normale à cette courbe.*

Solution. Par le point M donné, on menera la droite ME parallèle au diamètre AB; par le point E où la droite ME rencontrera la circonférence du cercle générateur, et le point C, on menera la droite EC à laquelle et par le point M donné on menera une parallèle HK, qui sera la normale demandée.

Je ne pousserai pas plus loin ce que je pourrais dire sur la cycloïde, parce que cette courbe est de peu d'usage en architecture.

DE LA CASSINOÏDE.

106. La *cassinoïde* est une espèce d'ellipse, mais qui jouit de propriétés toutes différentes. Comme l'ellipse, elle a deux foyers f, f′ (fig. 54.); mais dans l'ellipse la somme de deux rayons vecteurs, qui aboutissent à un même point de la courbe, est égale au grand axe, tandis que dans la cassinoïde le produit de deux rayons vecteurs est égal à celui des deux segmens du grand axe déterminés par un foyer.

107. *Soient AB le grand axe et DC le demi-petit axe de la cassinoïde; et proposons-nous de trouver les foyers* f *et* f′ *de cette courbe* (fig. 54).

Solution. Sur le demi-grand axe AC, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence AEC; on fera AE égal au demi-petit axe DC; on menera la droite EC par le point E et le centre C; sur la droite EC, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence EGC; par le centre F de cette demi-circonférence, on élevera la perpendiculaire FG sur le diamètre EC; on fera les distances Cf et Cf′ égales à CG, et les points f et f′ seront les foyers demandés.

108. *On donne l'axe AB et le demi-petit axe CD d'une cassinoïde, et on demande de décrire cette courbe.*

Solution. On cherchera d'abord les deux foyers, comme il vient d'être dit, et ensuite, par l'extrémité B du grand axe, on élevera, à cet axe, la perpendiculaire BH, que l'on fera égale à la distance Bf de l'extrémité B de l'axe AB au foyer f qui est de l'autre côté du centre par rapport au point B; par l'autre foyer f′ et le point H, on menera la droite f′H; on prendra les points a, b, c..... arbitrairement sur le grand axe, entre le foyer f′ et le centre de la courbe, par lesquels et le point H on menera les droites aH, bH, cH, etc., auxquelles et par le foyer f′ on menera respectivement les parallèles f′d, f′e, f′g...... ensuite, par chaque foyer comme centre, et avec un rayon égal à la distance Ba, on décrira deux arcs de cercle, un en m et l'autre en M; toujours par les foyers comme centres, et avec un autre rayon égal à la distance Bd, on décrira deux nouveaux arcs de cercle qui couperont les premiers respectivement aux points m et M, qui appartiendront à la cassinoïde. En opérant de la même manière avec les distances Bb et Be, Bc et Bg......

et sur les foyers comme centres, on aura autant de points m' et M', M'' et m''... qu'on voudra, lesquels appartiendront tous à la cassinoïde : en faisant donc passer une courbe par tous ces points et les extrémités des axes, on aura la demi-cassinoïde $AMM'M''Dm''m'mB$.

Remarque. Quand le petit axe de la cassinoïde est moindre que les 0, 57 ou à peu près les $\frac{4}{7}$ du grand axe, il en résulte une inflexion aux extrémités du petit axe, qui ne convient presque jamais en architecture, ce qui fait que cette courbe ne peut être employée que quand le petit axe est au-dessus de la limite que nous venons de dire.

109. *Par un point donné M sur la cassinoïde, on demande de mener une tangente à cette courbe* (fig. 54).

Solution. On menera deux rayons vecteurs fM, f'M au point donné M; on portera le petit Mf sur le grand, de M en I; par le point I on menera la parallèle IK à l'axe AB; à partir du point M, on portera la distance MK sur le prolongement ML de f'M; on menera la droite fL par le foyer f et le point L, à laquelle et par le point donné M on menera la perpendiculaire MT, qui sera la tangente demandée.

110. *Par un point M donné sur la cassinoïde, on veut mener une normale à cette courbe.*

Solution. On fera la même construction que pour le problème précédent, et ensuite, par le point donné M, on menera la parallèle NO, à la droite fL, qui sera la normale demandée.

Je n'insisterai pas davantage sur la cassinoïde, parce que cette courbe n'est pas d'une grande importance en architecture.

DE LA CHAINETTE.

111. Si l'on suppose une petite chaîne dont les anneaux soient bien égaux et parfaitement polis, en suspendant cette chaîne par ses deux bouts, elle s'infléchira suivant une courbe que l'on appelle la *chaînette*. Quand on emploie cette courbe comme ceintre, dans les voûtes, elle procure à ces dernières une grande solidité, et permet de leur donner une épaisseur moindre que lorsqu'on emploie une toute autre courbe. Rondelet rapporte, dans son ouvrage sur l'art de bâtir, qu'il a arrangé des boules sur une dalle de pierre, de manière que leurs points de contact se trouvaient sur la chaînette, et qu'en redressant cette dalle verticalement, il est parvenu, après plusieurs essais, à faire tenir ces boules en contact, en empêchant les deux premières de se déranger. On voit, par cette expérience, pourquoi cette courbe donne plus de solidité aux voûtes que toute autre.

112. *Supposons une chaînette ADB qui ait son sommet au-dessus de l'horizontale AB, et proposons-nous de décrire cette courbe, dans le cas où l'on donnerait le diamètre AB et la flèche CD, cette flèche CD étant perpendiculaire au milieu de AB* (fig. 55).

SOLUTION. On portera CB de C en E sur la flèche CD; par le point E, comme centre, et avec le rayon EC, on décrira l'arc CF; par le point D on menera la parallèle DI, au diamètre AB, on fera DO égal à DF, et par le point O, on menera la parallèle GH à AB. Cela fait, on divisera chaque moitié CA, CB du diamètre AB en un nombre pair de parties égales, en quatre, par exemple; par ces points de division, on menera des parallèles à la flèche CD, qui iront rencontrer la droite GH aux points G, l, m, n, N, M, L et H; par le point O comme centre, et avec le rayon OC, on décrira l'arc CI, qui ira rencontrer la droite DI en un point I, par lequel, comme centre, et avec le rayon ID, on décrira l'arc DK, qui rencontrera la droite IO en un point K, et on opérera ensuite, comme ci-après :

Après avoir mené les droites ab, cd (fig 56), perpendiculaires entre elles, on fera cf de la fig. 56, égal à DO de la fig. 55, et ce de la fig. 56 égal à OK de la fig. 55; sur fe (fig. 56) comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle fge, qui rencontrera en g la droite cd; on fera ch égal à cg, et cd égal à cf; on joindra les points h et d par une droite hd, au milieu de laquelle on menera une perpendiculaire po, qui rencontrera la droite ab en un point o; on prendra la distance oh que l'on portera (fig. 55) de M en M' et de m en m', et les points M' et m' appartiendront à la courbe. On fera (fig. 56) ck égal à cg, et sur ke, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle kte, qui rencontrera la droite cd en un point t; on fera cl égal à ct, et on joindra les points l et d par une droite ld, au milieu de laquelle on menera une perpendiculaire rq, qui ira rencontrer la droite ab en un point q; on prendra la distance ql que l'on portera (fig. 55) de L en L', et de l en l', et les points L' et l' seront à la chaînette. On fera (fig. 56) ch égal à cg, et sur fh, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle fih, qui coupera la droite cd au point i; on fera cb égal à ci, et l'on joindra les points b et d par une droite bd, au milieu de laquelle on menera une perpendiculaire nm, qui ira rencontrer la droite ab en un point m; on prendra la distance mb, que l'on portera (fig. 55) de N en N', et de n en n', et les points N' et n' seront à la chaînette : en faisant passer, à la main, une courbe par les points A, l', m', n', D.....B, on aura la chaînette demandée.

J'engage le lecteur à décrire plusieurs fois cette courbe, qui est un peu difficile, et d'avoir soin de varier le nombre des parties dans lesquelles AB doit être divisé, en se rappelant que chaque moitié AC et CB de ce diamètre doit toujours être divisée en un nombre *pair* de parties.

113. *Par un point* m′ *donné sur la chaînette, on demande de mener une normale à cette courbe* (fig. 55).

Solution. On prendra, sur la courbe, deux points Q et P à égales distances du point donné m′, et pas très-éloignés de ce point; par chacun des points Q et P, comme centre, et avec le même rayon arbitraire, on décrira des arcs de cercle qui se couperont en un point R, par lequel et le point donné m′, on menera une droite Rm′, qui sera la normale demandée, sinon rigoureusement, du moins d'une manière assez précise pour la pratique.

114. *Par un point donné* m′ *sur la chaînette, on demande de mener une tangente à cette courbe.*

Solution. On commencera par mener une normale Rm′ par le point donné, à laquelle et par ce point m′ on menera une perpendiculaire ST, qui sera la tangente demandée.

DE LA DÉVELOPPÉE DU CERCLE.

115. Soit EF (*fig. 57*) un arc de cercle quelconque; si l'on suppose un fil inextensible FA attaché par une de ses extrémités en un point F de cet arc, en faisant mouvoir l'autre extrémité A du fil, et en tenant toujours ce fil bien tendu, l'extrémité A décrira une courbe, pendant qu'une partie du fil s'enveloppera sur l'arc de cercle, à laquelle on donne le nom de la *développée du cercle*.

Supposons maintenant que les droites AB et CD soient perpendiculaires entre elles, que EF soit un quart de cercle tangent à la fois à ces deux droites AB et CD; que E et F soient les points de contact, et G le centre du quart de cercle; F le point où le fil est attaché à l'arc, et FA la longueur du fil: en faisant mouvoir l'extrémité A du fil, comme il vient d'être dit, le fil prendra les positions successives FA, 1-K, 2-L, 3-M, 4-N, 5-O et 6-D et le point A décrira l'arc AKLMNOD de la *développée du cercle; en répétant* un pareil arc BTSRQPD de l'autre côté de la droite DC, il en résulterait une espèce de demi-ellipse ADB, très-propre à servir de ceintre pour les voûtes.

116. *On donne le diamètre AB et la flèche CD, et l'on demande de décrire la courbe ADB, composée de deux arcs AD, DB de la développée du cercle.*

Solution. On cherchera d'abord le rayon du quart de cercle EF, de la manière suivante (fig. 57):

Par le sommet D on menera la droite DI quelconque; on portera, sur cette droite, et à partir du point D, sept parties égales entre elles, de grandeur arbitraire ; on portera trois des mêmes parties sur la droite DC, à partir du point D ; on portera CA de C en b, et par le point b on menera une parallèle bc à la droite 3-7 menée par le point 3 de la droite DC, et par le point 7 de la droite DI ; la distance Dc sera le rayon demandé. Cela fait, on cherchera le centre G du quart de cercle EF, en faisant les distances CE et CF égales à Dc, et en menant par les points E et F des parallèles aux droites AB et CD.

Ayant décrit le quart de cercle EF, on le divisera en un certain nombre de parties égales, en six, par exemple, et par chaque point de division 1, 2, 3, 4 et 5, on menera une tangente 1-K, 2-L, 3-M, 4-N, 5-O ; on portera sur le diamètre AB, et à partir du point F, les six divisions de l'arc FE ; on fera les tangentes 1-K, 2-L, 3-M, 4-N et 5-O, respectivement égales aux distances A-1, A-2, A-3, A-4, A-5 et A-6 qui sera égale à ED ; la courbe menée par les points A,K,L,M,N,O,D sera la moitié de la demandée : on décrira l'autre moitié DRB de la même manière.

117. *Par un point L donné sur la courbe dont il vient d'être question, on demande de mener une normale à cette courbe* (fig. 57).

Solution. Par le point donné L, on menera une *tangente* L-2 au quart de cercle EF, comme il a été dit au n°. 44, et cette droite L-2 sera la normale demandée.

118. *Par un point L donné sur la même courbe, on demande de mener une tangente à cette courbe* (fig. 57).

Solution. Par le point donné L on menera une normale L-2 comme il vient d'être dit, et ensuite, par le point donné, on menera une perpendiculaire VX à cette normale L-2, qui sera la tangente demandée.

DES ANSES-DE-PANIER.

119. On appelle *anse-de-panier* une espèce de demi-ellipse ACB (fig. 58), formée par trois arcs de cercle AO, OM et MB, dont deux AO et MB sont égaux. Ces trois arcs se rencontrent de manière à ne former aucun pli.

Pour tracer cette courbe, dans le cas où l'on donne le diamètre AB et la flèche IC, on prend arbitrairement sur le diamètre AB, les points E et L à égales distances du point I, milieu de AB ; on fait CF égal à BE : on mène la droite EF, par les points E et F, au milieu de laquelle on mène une perpendiculaire GH, qui va rencontrer la droite CI, prolongée en un point H, par lequel et les points E et L on mène les droites HE, HL, indéfinies ; par les points E et L comme centres, et avec le même rayon égal à EB, on décrit les arcs BM et AO; et enfin, par le point H comme centre, et avec le rayon HO, on décrit l'arc OM qui s'accorde avec les deux premiers, ce qui termine l'anse-de-panier.

Remarque. En répétant une pareille courbe ADB au-dessous de la première, on formerait une espèce d'ellipse que quelques personnes appellent *ovale*. On peut faire des anses-de-paniers ou des ovales différens, sur les mêmes axes AB et CD, puisque le point E peut être pris arbitrairement, pourvu que la distance BE soit plus petite que le demi-petit axe IC.

120. S'il s'agissait de mener une tangente ou une normale par un point donné sur une anse-de-panier, il suffirait de considérer l'arc de cercle sur lequel le point donné serait situé, et d'opérer ensuite comme pour le cercle.

DES ARCS-RAMPANS.

121. Soient AE et BF (fig. 59) deux droites verticales, et AB une oblique à l'horizon : la courbe ADB, qui prend naissance aux points A et B de manière à être tangente aux deux verticales AE, BF, est ce qu'on appelle *arc-rampant*. Cette courbe peut être une *demi-ellipse*, *rapportée* à ses diamètres conjugués, ou *composée* d'arcs de cercle. Le point D doit être le point de contact d'une tangente à cette courbe, menée parallèlement à la droite AB, qui est la *ligne de rampe*, et la droite DC, menée parallèlement aux verticales AE, BF, doit être à égales distances de ces dernières.

Nous avons appris à décrire l'ellipse dans le cas où elle est rapportée à ses diamètres conjugués, ce qui nous dispense d'expliquer les arcs-rampans elliptiques. Quant aux arcs-rampans formés d'arcs de cercle, nous nous bornerons à un seul exemple.

122. *Soient les verticales AE, BF* (fig. 59), *et la ligne de rampe AB; et proposons-nous de décrire un arc-rampant par deux arcs de cercle.*

Solution. On divisera la ligne de rampe AB en deux parties égales au point C, par lequel on menera la droite CD parallèle à la verticale AE; on fera CD égal à AC; on joindra les points B et D par une droite BD, au milieu de laquelle on menera une perpendiculaire HG, qui ira rencontrer, en un point G, la droite BG menée par le point B perpendiculairement à la droite BF; par les points D et G on menera la droite DG qui ira rencontrer au point I la droite AI menée par le point A perpendiculairement à la droite AE; par le point G, comme centre, et avec le rayon GB on décrira l'arc de cercle BD, et par le point I et avec le rayon ID, on décrira l'arc DA, ce qui terminera l'arc-rampant demandé.