

CHAPITRE IX.

Des Voûtes coniques.

331. Nous appellerons *voûtes coniques* toutes celles dont l'intrados sera une surface conique quelconque. La directrice de l'intrados d'une voûte conique peut être une courbe fermée, ou une courbe ouverte. Dans le cas où elle est une courbe ouverte, la surface prend le nom de surface conique ouverte; et dans celui où cette directrice est une courbe fermée, on peut ne considérer que la moitié, ou qu'une portion moindre que la moitié de cette directrice; de sorte que, la surface conique n'étant plus entière, elle se présente comme une surface conique ouverte, et puisse, en conséquence, être rangée dans cette dernière classe. Les voûtes, dont l'intrados, concave en dessous, est une surface conique ouverte, ne peuvent être pratiquées qu'au travers des murs, comme les berceaux, ou dans l'encoignure formée par la rencontre de deux murs droits ou en talus. Dans le premier cas, l'intrados ne se prolonge jamais jusqu'au sommet de la surface conique, et la voûte prend le nom de *porte* ou *arcade conique*, et quelquefois de *soupirail* ou d'*abat-jour coniques*. Dans le second cas, elles s'appellent *trompes*, et l'intrados va jusqu'au sommet de la surface.

Quand l'intrados de la voûte est une surface conique fermée, et qu'elle est pratiquée au travers d'un mur, on lui donne les noms d'O, de *soupirail* ou d'*abat-jour conique en œil de bœuf*, et l'intrados ne se prolonge pas jusqu'au sommet de la surface. Les voûtes à surface conique fermée peuvent servir à couvrir les salles cylindriques, et alors, si le sommet est très-élevé, on leur donne le nom de *flèches coniques*; si, au contraire, le sommet de la surface est très-peu élevé, elles donnent lieu à des espèces de plafonds coniques susceptibles de produire un bon effet, tant sous le rapport de la décoration que sous celui de la solidité. Dans ce chapitre, nous ne traiterons que des portes et des œils de bœufs coniques, et nous renverrons les trompes au chapitre suivant, et les plafonds coniques au chapitre treizième.

DES PORTES CONIQUES EN GÉNÉRAL.

Dans toutes les portes coniques, il faut entendre que les génératrices de naissance sont situées dans un même plan horizontal, et que la directrice

de la surface d'intrados est une courbe plane située dans un plan vertical. Cette directrice sera, le plus souvent, une demi-circonférence de cercle, quelquefois une demi-ellipse, une anse de panier, ou un arc de cercle moindre qu'une demi-circonférence, rarement une parabole, et à plus forte raison une hyperbole, une cycloïde, une cassinoïde, etc. Ainsi, la généralité de nos raisonnemens ne sera presque pas diminuée, en supposant un axe à la surface d'intrados des portes coniques. Quant au genre d'appareil qui convient à cette espèce de voutes, il est absolument le même que pour les portes cylindriques ou en berceau. Cela posé, donnons les moyens de tracer les épures des portes coniques pratiquées dans les murs droits, dans les murs en talus, dans les murs gauches, dans les murs cylindriques droits, dans les murs cylindriques obliques, dans les murs coniques droits, et dans les murs coniques obliques, comme nous l'avons fait pour les plates-bandes et pour les berceaux.

DES PORTES CONIQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS DROITS.

Nous distinguerons deux cas dans les portes coniques pratiquées dans les murs droits; 1°. le cas où l'axe de l'intrados est perpendiculaire aux faces du mur; 2°. celui où cet axe est quelconque. Dans le premier cas la porte sera dite *conique droite*, et dans le second *conique oblique*.

DES PORTES CONIQUES DROITES.

332. Supposons que les droites AB, CD (fig. 220) soient les traces horizontales des faces du mur droit au travers duquel on veut pratiquer une porte conique droite; que la droite EF soit la projection horizontale de l'axe de l'intrados de la porte, et le point F celle du sommet de la même surface; enfin, supposons que la courbe IMN soit la projection verticale de la directrice de cette même surface, cette directrice étant une demi-circonférence de cercle située sur la face verticale du mur dont la droite AB est la trace horizontale. Cela posé, on observera que la projection horizontale EF de l'axe de la surface d'intrados est perpendiculaire aux traces horizontales AB, CD des faces du mur; que la ligne de terre IN est parallèle aux mêmes traces, et que, par conséquent, le centre H de la demi-circonférence de cercle IMN est la projection verticale du sommet de la surface. Ensuite, pour avoir l'épure de la porte en question, on opérera de la manière suivante :

D'abord on divisera la demi-circonférence de cercle IMN en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs, comme pour les berceaux;

puis, par les points de division, on abaissera les perpendiculaires IA, KK', LL', etc., à la ligne de terre IN, lesquelles iront rencontrer la trace horizontale AB de la face du mur qui contient la directrice ou base IMN de l'intrados de la voûte, aux points A, K', L', etc., qui appartiendront aux projections horizontales des arrêtes des douëlles de la porte. Pour avoir ces projections, par les points A, K', L',....., et B, et la projection horizontale F du sommet de la surface d'intrados, on menera les droites AC, K'K², L'Q',.....,BD, qui seront les projections horizontales demandées. On aura ensuite la projection verticale ORS, de l'intersection de la surface conique avec la seconde face du mur, en élevant, par les points C et D où les projections horizontales AC, BD, des génératrices de naissance, vont rencontrer la trace horizontale CD de cette seconde face du mur, les perpendiculaires CO, DS, à la ligne de terre IN, et les pieds O et S, de ces perpendiculaires, seront les extrémités du diamètre OS, de la demi-circonférence de cercle ORS, qui est la projection demandée. Pour avoir à la fois les projections verticales des arrêtes des douëlles et celles des coupes de la porte conique en question, par les points K, L, etc., et la projection verticale H du sommet de l'intrados, on menera les droites TP, UQ, etc., qui seront les projections demandées. Cela fait, on disposera les états de charge comme à l'ordinaire, et ensuite, par les extrémités T, U, etc., des projections verticales des coupes, on abaissera les droites TT⁴, UK², etc., perpendiculaires à la ligne de terre IN, et les parties AT⁴, U'K², etc., de ces droites, comprises entre les traces horizontales des faces du mur, seront les projections horizontales des arrêtes des extrémités des coupes, et l'épure sera terminée.

Si l'on veut avoir le développement des panneaux des douëlles et des coupes, on supposera, pour un moment, que l'intrados se prolonge jusqu'au sommet de la surface conique, et on observera que cette surface étant droite, toutes ses génératrices seront égales entre elles; en conséquence, par un point a quelconque (fig. 221), on décrira un arc de cercle indéfini bg, avec un rayon égal à la longueur FA (fig. 220) de la génératrice de naissance; par ce point a (fig. 221) et un point b pris arbitrairement sur l'arc de cercle bg, on menera la droite ab; puis, on prendra la largeur IK d'une douëlle du côté de la grande base (fig. 220), que l'on portera (fig. 221) de b en c, de c en d, de d en e, de e en f et de f en g, et, par les points c, d, e, f et g, et le point a, on menera les droites ac, ad, ae, af et ag; ensuite, par le point a, comme centre, et avec un rayon égal à FC (fig. 220), on décrira l'arc de cercle hn (fig. 221) et les fig. hbci, icdk, kdel, etc.,

seront les panneaux de douëlles demandés, lesquels sont, dans ce cas, tous égaux entre eux.

Pour avoir les panneaux des coupes, par le centre H (fig. 220), on décrira les arcs de cercles TT' , UU^4 , etc., qui passeront par les points T, U, etc., et qui viendront rencontrer la ligne de terre IN aux points T' , U^4 , etc., par lesquels on abaissera les droites $T'T^3$, U^4U^3 , etc., perpendiculaires à la ligne de terre U^4N ; puis, pour avoir le panneau de la coupe PT, on prendra un rayon égal à FT^2 , et par le point a (fig. 221) on décrira un arc de cercle en o; on prendra un rayon égal à KT (fig. 220) et par le point c (fig. 221), on décrira un second arc en o, qui coupera le premier au point o, par lequel et le point c on menera la droite co qui sera le bord du panneau qui se trouve sur la face du mur qui contient la grande base de la surface conique. Pour avoir l'autre bord, on prendra un rayon égal à FT^3 (fig. 220), et par le centre a (fig. 221) on décrira un arc de cercle en p; on prendra un autre rayon égal à PT (fig. 220), et par le centre i (fig. 221) on décrira un second arc en p, qui coupera le premier au point p, par lequel et le point i on menera la droite ip, et par les points o et p, on menera la droite op, et le quadrilatère cipo sera le panneau demandé. On obtiendrait les autres d'une manière semblable.

Les développemens de panneaux que nous venons d'expliquer sont inutiles pour tracer les voussoirs des portes coniques, et même ce serait une mauvaise méthode de tracer, que de les employer. Voici un moyen beaucoup plus sûr et plus expéditif :

Supposons qu'il s'agisse d'un premier voussoir; on levera le panneau de tête $X'OPTV$ (fig. 220) et on équarrira, à ce panneau, une pierre qui ait une longueur égale à l'épaisseur du mur, comme s'il s'agissait d'un berceau, et cette pierre prendra la forme abcdefghik (fig. 222). Cela fait, on prendra la distance PK, ou son égale OI (fig. 220) que l'on portera sur la pierre (fig. 222) de b en m et de c en l; ensuite, on joindra les points m et i, l et h, par les droites mi, lh, et on joindra les points m et l par une cerce levée sur la demi-circonférence de cercle IMN, et il ne restera plus qu'à tailler la douëlle mihl, pour avoir terminé le voussoir.

333. On pourrait encore tracer les voussoirs des portes coniques par la méthode suivante :

Supposons toujours qu'il s'agisse d'un premier voussoir; on commencera par lever un panneau de projection horizontale $K^2K'XY$, au moyen duquel on équarrira une pierre qui ait la hauteur IT, et cette pierre aura la forme anopqefk (fig. 222). Cela fait, on fera, sur la pierre, les hauteurs nl, oh,

respectivement égales aux hauteurs K^3K , $P'P$ (fig. 220), et on joindra les points l et h par la droite lh (fig. 222); ensuite, on fera les distances nm , oi , respectivement égales aux saillies de douëlle AK' , CK^2 (fig. 220); on joindra les points m et i par la droite mi , et les points m et l , i et h , respectivement par des cerces levées sur les demi-circonférences IMN , ORS , et la douëlle sera tracée. Pour tracer la coupe, on fera les distances qd , pg (fig. 222) respectivement égales aux distances AK' , T^4K^2 (fig. 220); et on joindra les points l et d , d et g , g et h par les droites ld , dg et gh , et la pierre sera terminée.

Si la directrice IMN (fig. 220) était une demi-ellipse, ou toute autre courbe régulière, la manière de tracer l'épure et les voussoirs serait la même que pour le cas des portes coniques obliques, que nous allons expliquer.

DES PORTES CONIQUES OBLIQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS DROITS.

334. Supposons (fig. 223) 1°. que les droites AB , CD soient les traces horizontales des faces du mur droit au travers duquel on veut pratiquer une porte conique oblique; 2°. que la droite EF soit la projection horizontale de l'axe de la surface d'intrados, et le point F celle du sommet de la même surface; et 3°. que la droite GI , perpendiculaire à la droite EF , soit la ligne de terre du plan de projection verticale. Cela posé, supposons qu'on ait décrit la projection verticale GHI de la grande base de la surface d'intrados, qui est située sur la face du mur dont la trace horizontale est la droite CD , et que cette base soit une courbe régulière quelconque. Pour avoir l'épure de la porte dont il s'agit, on divisera la courbe GHI en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; et par les points de division K , L , M et N , et les points G et I , on abaissera, à la ligne de terre GI , les perpendiculaires Gg , Kk , Ll , Mm , Nn et Ii , lesquelles iront rencontrer la trace horizontale CD , de la face du mur qui contient la grande base de la surface, aux points g , k , l , m , n et i , lesquels appartiendront respectivement aux projections horizontales des arrêtes des douëlles, que l'on obtiendra en menant, par les points g , k , l , m , n et i , et par la projection horizontale F du sommet de la surface d'intrados, les droites gs , kv , lx , my , nz et iu , qui seront les projections demandées. Pour avoir les projections verticales RV , QX , PY et OZ des mêmes arrêtes, ainsi que des coupes, par la projection verticale F' du sommet de la surface d'intrados, et les points K , L , M et N , on menera les droites RV , QX , PY et OZ , qui seront les projections demandées, menées indéfiniment.

Quelle que soit la courbe GHI , pour avoir la projection verticale STU

de l'intersection de la surface d'intrados avec la face du mur, dont la trace horizontale est la droite AB, par les points s, v, x, y, z et u , où les projections horizontales des arrêtes des douëlles vont rencontrer la trace horizontale AB, on élèvera les perpendiculaires sS, vV, xX, yY, zZ et uU , à la ligne de terre GI, lesquelles iront respectivement rencontrer les projections verticales des mêmes arrêtes, aux points S, V, X, Y, Z et U , par lesquels on fera passer la courbe SVXTYZU, qui sera la projection demandée. Si l'on veut avoir les projections horizontales gv', qx', pz et iy' des arrêtes supérieures et horizontales des coupes, par les points R, Q, P et O, on abaissera, à la ligne de terre, les perpendiculaires Rg, Qq, Pp et Oi, et les parties gv', qx', pz , et iy' , de ces perpendiculaires, seront les projections demandées, et l'épure sera terminée.

Tout inutile que soit le développement des panneaux des douëlles et des coupes, si on veut l'obtenir, on s'y prendra de la manière suivante :

D'abord on observera que comme la surface conique est oblique, ses génératrices sont inégales entre elles, et que, par conséquent, il faut commencer par avoir leurs véritables longueurs. Pour cela, par la projection horizontale F du sommet de la surface, comme centre, et avec les rayons respectifs Fk, Fl, FE, Fm, Fn et Fi, on décrira les arcs de cercle kk', ll', Ee, mm', nn' et in' , lesquels iront rencontrer la génératrice de naissance Fg, respectivement aux points k', l', e, m', n' , par lesquels on élèvera, à la droite Fg, les perpendiculaires $k'k^2, l'l^2, ee', m'm^2$ et $n'n^2$; on fera les distances $k'k^2, l'l^2, ee', m'm^2, n'n^2$, respectivement égales aux ordonnées $K'K, L'L, F'H, M'M$, et $N'N$, de la grande base de la surface, et par les points $g, k^2, l^2, e', m^2, n^2$ et n' , on fera passer une courbe $gk^2l^2e'm^2n^2n'$, qui n'a d'autre objet que celui de réunir les points $g, k^2, l^2, e', m^2, n^2$ et n' , afin d'en bien montrer la correspondance avec les points G, K, L, etc. Cela fait, par le point F et les points k^2, l^2, e', m^2, n^2 , on menera les droites k^2v^5, l^2x^5 , etc.; et ensuite, par le point F comme centre, et avec les rayons Fv, Fx, FE', Fy, Fz et Fu, on décrira les arcs de cercle vv^4, xx^4 , etc., qui iront rencontrer la génératrice Fg de naissance aux points v^4, x^4 , etc., par lesquels on élèvera les perpendiculaires v^4v^5, x^4x^5 , etc., lesquelles iront rencontrer respectivement les droites k^2v^5, l^2x^5 , etc., aux points v^5, x^5 , etc., par lesquels, et les points s et u' , on fera passer une courbe $sv^5x^5\dots\dots u'$, et les distances Fg, Fk², Fl², Fe', etc., seront les longueurs des génératrices entières de la surface, et les longueurs Fs, Fv⁵, Fx⁵, etc., seront celles qu'il faut respectivement retrancher des premières, pour avoir les longueurs gs, k^2v^5, l^2x^5 , etc., des arrêtes des douëlles. Pour

avoir les longueurs nécessaires pour construire les panneaux des coupes, par le point F comme centre, et avec les rayons Fv' , Fq et Fx' , Fp et Fz , Fi et Fy' , on décrira les arcs de cercle v/v^2 , qq' et x/x^2 , pn' et y/u' , etc., lesquels iront rencontrer la génératrice de naissance Fg aux points v^2 , q' et x^2 , n' , etc., par lesquels, et le point g , on élèvera les perpendiculaires gg' et v^2v^3 , q/q^2 et x^2x^3 , etc., que l'on fera respectivement (deux à deux) égales aux hauteurs GR , Q/Q ; par les points k^2 et g' , l^2 et q^2 , etc., on menera les droites k^2g' , l^2q^2 , etc.; et par les points v^5 et v^3 , x^5 et x^3 , etc., on menera les droites v^3v^5 , x^3x^5 , etc. Maintenant on procédera au développement des panneaux de la manière suivante :

On commencera par déterminer le ceintre de face yE'/i de la face dont la trace horizontale est la droite CD , en s'y prenant comme s'il s'agissait d'un berceau ordinaire, et ensuite on menera une droite quelconque ab (fig. 224), que l'on fera égale à Fi (fig. 223); par le point a , comme centre (fig. 224), on décrira un arc de cercle en c , avec le rayon Fn^2 (fig. 223); par le point b , comme centre (fig. 224), on décrira un second arc de cercle en c , avec un rayon égal à yk^3 (fig. 223), et par le point c (fig. 224), où ces deux arcs se couperont, on menera la droite ca . Par le point a , comme centre, et avec le rayon Fm^2 (fig. 223), on décrira un arc de cercle en d (fig. 224); par le point c et avec un rayon égal à k^3l^3 (fig. 223), on décrira un second arc en d (fig. 224), qui coupera le premier au point d , par lequel et le point a , on menera la droite da , et ainsi de suite pour déterminer les points f , g et h de ce développement; par les points b , c , d , e , f , g et h , on fera passer la courbe beh , qui sera le bord du développement des panneaux des douëlles, du côté de la grande base de l'intrados. Pour avoir le bord $iklmnop$, du côté de la petite base, on fera les longueurs ap , ao , an , am , etc., respectivement égales aux distances Fs , Fv^5 , Fx^5 , etc. (fig. 223); et par les points i , k , l , m , etc. (fig. 224), on fera passer la courbe $iklmnop$, qui sera le second bord du développement.

Quant aux panneaux de coupe $ckrq$, $dlts$, etc., on s'y prendra comme il a été dit au n°. 332, en observant de prendre les longueurs Fg' , Fq^2 , Fp^2 , etc., et Fv^3 , Fx^3 , etc. (fig. 223), pour décrire (fig. 224) les arcs en v , u , etc., et en x , q^2 , etc., du point a , comme centre. Quant aux distances gv , fu , etc., on les fera respectivement égales aux longueurs de coupe k^3k^4 , l^3l^4 , etc. (fig. 223); et ensuite on fera les distances vx , uq^2 , etc. (fig. 224), toutes égales à la droite yv' (fig. 223), en décrivant des arcs de cercle en x , q^2 , etc. (fig. 224), par les points v , u , etc.

Pour tracer les voussoirs, on se servira des moyens donnés aux n°. 332 et 333.

*

335. La figure 225 est l'épure de l'assemblage de deux voûtes coniques obliques, réunies par un berceau entre deux. Cet assemblage de trois voûtes a lieu dans l'épaisseur d'un mur droit dont les droites AB , GH sont les traces horizontales des faces. Les droites AC , BD sont les projections horizontales des génératrices de naissance de la première voûte conique; les droites CE , DF sont celles des génératrices de naissance du berceau, et les droites EG , FH , sont celles des génératrices de naissance de la seconde voûte conique. Toutes ces génératrices de naissance sont sur un même plan horizontal. Les droites CD , EF , qui sont les projections horizontales des intersections des deux surfaces coniques avec la surface cylindrique, sont ou ne sont pas parallèles entre elles et aux traces AB , GH des faces du mur; la courbe $A'NB'$ est la projection verticale de l'intersection de la première surface conique avec la face du mur dont la droite AB est la trace horizontale, et peut être prise arbitrairement, mais celle OPQ de la seconde face du mur dont la droite GH est la trace horizontale, ainsi que celle TUV de la section droite du berceau, dépendent de la première, et on les obtiendra de la manière suivante :

Après avoir divisé la courbe arbitraire $A'NB'$ en autant de parties égales qu'on veut avoir de voussoirs, par les points de division a , b , c , d , on abaissera les perpendiculaires aa' , bb' , cc' et dd' , à la ligne de terre $A'B'$; par la projection horizontale X du sommet de la surface conique, et par les pieds a' , b' , c' , d' , de ces perpendiculaires, on mènera les droites $a'e'$, $b'f'$, $c'g'$, $d'h'$, lesquelles seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la première voûte conique. Par les points C , e' , f' , g' , h' et D , où ces droites rencontreront la projection horizontale CD de l'intersection de la première voûte conique avec le berceau, on élèvera les perpendiculaires CT , $e'e$, ff , $g'g$, $h'h$, DV , à la ligne de terre $A'B'$; par les points a , b , c , d , et la projection verticale R du sommet de la première surface conique, on mènera les droites ae , bf , cg , dh , qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles de la première voûte conique, et qui iront respectivement rencontrer les droites $e'e$, ff , $g'g$, $h'h$, aux points e , f , g , h , par lesquels et les points T et V on fera passer la courbe TUV , qui sera la projection verticale de l'intersection de la première voûte conique avec le berceau, et en même temps la section droite du berceau, si les génératrices de ce dernier sont perpendiculaires au plan de projection verticale, ainsi que nous les supposons ici. En conséquence de cette dernière supposition, on prolongera les droites TC , ee' , ff' , gg' , hh' , VD , qui sont perpendiculaires à la ligne de terre $A'B'$, jusqu'à leur rencontre E , e^2 , f^2 , g^2 , h^2 , F , avec la projection

horizontale de l'intersection du berceau avec la seconde surface conique; par les points E , e^2 , f^2 , g^2 , h^2 , F , et la projection horizontale Y du sommet de la seconde surface conique, on mènera les droites EG , e^2i' , f^2k' , g^2l' , h^2m' , FH , qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la seconde voûte conique. Par les points G , i' , k' , l' , m' , H , où ces projections rencontrent la trace horizontale GH de la seconde face du mur, on élèvera, à la ligne de terre $A'B'$, les perpendiculaires GO , $i'i$, $k'k$, ll , $m'm$, HQ ; par les points i , k , l , m , et les points O et Q on fera passer la courbe OPQ qui sera la projection verticale de l'intersection de la seconde surface conique avec la face du mur dont la trace horizontale est la droite GH .

Les lignes de construction indiquent assez clairement comment on devra opérer pour avoir les projections horizontales et verticales des arrêtes des coupes, qui doivent terminer l'épure.

Pour tracer les voussoir de ce système de voûtes, on les équarrira d'abord comme s'il s'agissait d'un berceau biais, dont le ceintre principal serait la courbe TUV (voyez au n°. 304, la manière de tracer ces voussoirs), et ensuite, on opérera de la manière suivante :

Supposons qu'il s'agisse d'un premier voussoir, de celui dont le panneau de tête est la figure $STeA^2M$; on le taillera d'abord comme il vient d'être dit, et il aura la forme $gadfhk'a'lk$ (fig. 226), et ensuite on fera les longueurs dc et lo (fig. 226) respectivement égales aux distances $T'C$, e^3e' (fig. 225); les longueurs db , lp (fig. 226) respectivement égales aux distances $T'E$, e^3e^2 (fig. 225), et l'on décrira les courbes co , bp (fig. 226) dans la douëlle $aa'ld$, de manière qu'elles soient respectivement dans les plans menés, le premier par la droite cc' et le point o , et le second par la droite bb' et le point p . Les droites cc' , bb' forment, avec l'arrête ad du voussoir, les mêmes angles que les droites CD , EF (fig. 225) avec la projection horizontale des arrêtes des douëlles de la partie cylindrique de la voûte en question. Cela fait, on fera les distances dm , ln (fig. 226), respectivement égales aux distances TA' , ea (fig. 225); on joindra les points m et c , n et o par les droites mc , no ; on joindra, de plus, les points m , n par une cerce levée sur le ceintre de face situé sur la face du mur dont la droite AB est la trace horizontale, ceintre de face qu'on obtiendra comme s'il s'agissait d'un berceau biais dans un mur droit (n°. 302). On fera ensuite les distances ar , $a'q$ (fig. 226) respectivement égales aux distances TO , ei (fig. 225), et on joindra les points r et b , q et p par les droites rb , qp (fig. 226), et les points r , q par une cerce levée sur le ceintre de face de

la face du mur dont la droite GH (fig. 225) est la trace horizontale, et la pierre sera tracée, sauf le joint qui doit s'accorder avec les carreaux du mur, qu'on tracera comme les fig. 225 et 226 l'indiquent. Quand on taillera les douëlles coniques cmno, rqp̄b, on aura soin de faire glisser la règle sur les courbes co, mn, et bp, rq, de manière qu'elle soit toujours dans la direction des génératrices des surfaces coniques dont ces douëlles font partie.

Pour tracer le second voussoir dont le panneau de tête est la fig. ZA^2efZ^2Z' , après avoir mis le voussoir sous la forme abcdefghiklm (fig. 227), on fera les distances dy, dz (fig. 227), respectivement égales aux distances e^3e^2 , e^3e' (fig. 225); les distances cx, cv (fig. 227), respectivement égales aux distances f^3f^2 , f^3f' (fig. 225), et les distances bx', bv' (fig. 227) respectivement égales aux distances e^3e^2 , e^3e' (fig. 225), prises sur la projection horizontale de l'extrémité Z^2 de la coupe, et ensuite on joindra les points v et v', x et x', par les droites vv', xx', et les points v et z, xy par les courbes vz, xy, de manière qu'elles soient dans les plans menés, le premier par la droite vv' et le point z, et le second par la droite xx' et le point y, puis on tracera les douëlles coniques d'c'vz, y'k'x, comme on l'a fait pour le premier voussoir; et on tracera tous les autres de la même manière.

Le système de voûtes que nous venons de traiter s'emploie assez souvent dans les murs de fortification, pour les embrasures par lesquelles on tire le canon.

DES PORTES CONIQUES QUELCONQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS EN TALUS.

336. Supposons (fig. 228) 1°. que les droites AB, CD, soient les traces horizontales des faces du mur en talus, au travers duquel on veut pratiquer une porte conique, la trace AB étant celle de la face en talus; 2°. que la droite EF, quelconque, soit la projection horizontale de l'axe de la surface d'intrados, le point F étant celle du sommet de la même surface; 3°. que la courbe régulière quelconque HIK soit la projection verticale de la directrice de la surface conique, dans un plan perpendiculaire à la droite EF, cette directrice étant située dans un plan vertical élevé sur la droite AB; 4°. que la droite F^2L soit la projection verticale de l'axe de la surface en question, dans un plan perpendiculaire à la direction du mur; 5°. que la droite Lf soit l'intersection du plan en talus avec le plan de projection verticale. Cela posé, on opérera de la manière suivante pour dessiner l'épure de la porte conique en question :

On divisera la directrice HIK en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs, et par les points de division a, b, c et d, on menera

les droites a^6a^{10} , b^7b^6 , c^6c^8 , et d^6d^{10} , au point F' qui est la projection verticale du sommet de la surface d'intrados de la porte, qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles; par les mêmes points de division, on abaissera, à la ligne de terre HK , les perpendiculaires HA , aa^2 , bb^2 , cc^2 , dd^2 , KB , lesquelles iront rencontrer la trace horizontale AB de la face en talus du mur, aux points A , a^2 , b^2 , c^2 , d^2 , B , par lesquels, et la projection horizontale F du sommet de la surface conique, on mènera les droites AC , a^2a^9 , b^2b^5 , c^2c^4 , d^2d^4 , BD , qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte conique. Cela fait, on fera les distances LN , LO , LP , respectivement égales aux ordonnées $a'a$, b^4b , $c'c$, $d'd$, et par les points N , O , P , et la projection verticale F^2 du sommet de l'intrados de la voûte conique, on mènera les droites NX , OV , PU , qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles de la voûte. Par les points e , h et i , où ces droites rencontrent la ligne de talus Lf , on abaissera les perpendiculaires ed^3 , hc^3 , iE' , à la ligne de terre F^2L , lesquelles iront rencontrer les projections horizontales des arrêtes des douëlles, respectivement aux points a^3 et d^3 , b^3 et c^3 , et E' , par lesquels, et les points A et B , on fera passer la courbe Aa^3b^3E'/c^3d^3B , qui sera la projection horizontale de l'intersection de l'intrados de la voûte avec le plan en talus.

Pour avoir la projection verticale $HI'K$ de l'intersection de l'intrados de la voûte conique avec la face en talus, par les points a^3 , b^3 , c^3 , d^3 , on élèvera les droites a^3a^5 , b^3b^5 , c^3c^5 , d^3d^5 , perpendiculaires à la ligne de terre HK , lesquelles iront rencontrer les projections verticales aa^{10} , bb^6 , cc^8 , dd^{10} , des arrêtes des douëlles, respectivement aux points a^5 , b^5 , c^5 , d^5 , par lesquels, et les points H et K , on fera passer la courbe $HI'K$, qui sera la projection demandée. On aura la projection verticale $C'I^2D'$, de l'intersection de l'intrados de la voûte avec la face verticale du mur; dont la trace horizontale est la droite DC , comme dans le cas d'une porte conique oblique dans un mur droit.

Pour avoir les projections des intersections des plans des coupes de la porte conique dont il s'agit avec la face en talus du mur, on commencera par avoir les projections horizontales Aa^8 , b^4C , c^7D , d^7d^8 , comme si la porte conique était pratiquée dans un mur droit; puis, parallèlement à la droite ML , on mènera les droites QT , RS , aux distances LQ , LR respectivement égales aux hauteurs Ha^6 , $C'b^7$, des assises du mur, lesquelles droites QT , RS , seront les projections verticales des arrêtes supérieures des coupes, et rencontreront la ligne de talus Lf , aux points k et f , par lesquels on abaissera les perpendiculaires kd^7 , fc^7 , à la ligne de terre ML ,

lesquelles iront rencontrer respectivement les projections horizontales Aa^8 et d^7d^8 , b^4C et c^7D , aux points a^4 et d^7 , b^4 et c^7 , qui seront les projections horizontales des points où les arrêtes supérieures des coupes vont rencontrer la face en talus; de sorte qu'en joignant, par les droites a^3a^4 , b^3b^4 , c^3c^7 , d^3d^7 , le point a^3 au point a^4 , le point b^3 au point b^4 , le point c^3 au point c^7 , le point d^3 au point d^7 , ces droites seront les projections horizontales des intersections des plans des coupes avec le plan en talus.

Si l'on veut avoir le développement des panneaux des douëlles, on commencera par supposer la porte conique pratiquée dans un mur droit, et par obtenir le développement behpmi (fig. 229), comme nous l'avons expliqué au n°. 334, en observant de rabattre la moitié des projections horizontales des arrêtes des douëlles, sur chaque génératrice de naissance, pour avoir les véritables longueurs de ces mêmes arrêtes, ainsi qu'on le voit dans l'épure, où les courbes $Am'n'$, $Bs'v'x'$ sont celles qui réunissent les extrémités des arrêtes des douëlles, qui sont supposées sur le plan vertical élevé sur la droite AB ; où les courbes $Ct'o'$, $Dr'q'p'$ sont celles qui réunissent les autres extrémités des mêmes arrêtes, et où la courbe HIK est celle sur laquelle on prendra les distances Ha , ab , etc., pour les porter de b en c , de c en d , etc., de la manière que nous avons expliquée au n°. 334, que nous venons de citer. Ensuite, par la projection horizontale F du sommet de la surface conique, comme centre, et avec les rayons Fa^3 , Fb^3 , on décrira les arcs de cercle a^3n , b^3l , qui rencontreront la génératrice de naissance FA aux points n et l , par lesquels on élèvera les perpendiculaires na^7 , ll' , à la droite FA , lesquelles iront rencontrer respectivement les droites $t'm'$, $o'n'$ aux points a^7 et l' , par lesquels, et le point A , on fera passer la courbe Aa^7l' . Par le même point F , comme centre, et avec les rayons Fd^3 , Fc^3 , FE' , on décrira les arcs d^3u , c^3y , $E'z$, qui iront rencontrer la génératrice de naissance FB aux points u , y , z , par lesquels on élèvera les perpendiculaires uu' , yy' , zz' , à la droite FB , lesquelles iront rencontrer les droites $r's'$, $q'v'$, $p'x'$, respectivement aux points u' , y' , z' , par lesquels, et le point B , on fera passer la courbe $Bu'y'z'$. Cela fait, on fera les distances aq , ar , as , at , au (fig. 229), respectivement égales aux distances Fu' , Fy' , Fz' , Fl' , Fa^7 (fig. 227); et, par les points b , q , r , s , t , u , h , (fig. 229), on fera passer la courbe $bqrstuh$, qui sera le bord du développement des panneaux des douëlles du côté de la face en talus du mur. On aurait les panneaux des coupes par un moyen semblable.

Quant aux voussoirs, on les tracera par le moyen des panneaux de projection horizontale, comme nous l'avons expliqué pour les voûtes coniques

dans les murs droits, en ayant soin, dès que la pierre sera équaree sur le panneau de projection horizontale, de faire le talus comme s'il s'agissait d'un carreau du mur, avant de faire la douëlle et les coupes.

DES PORTES CONIQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS GAUCHES.

337. Supposons 1°. que la droite MN (fig. 230) soit la trace horizontale de la face plane et verticale du mur; 2°. que la droite PO soit celle de la face gauche de ce mur; 3°. que les droites ee^2 , NO soient les projections horizontales des directrices de la surface gauche, et que les droites Re^3 , Ri' soient les projections verticales des mêmes directrices; 4°. que la génération de la surface gauche soit la même que celle que nous avons supposée dans les plates-bandes et les berceaux; 5°. que les courbes ACB, EFG, semblables entre elles, soient les intersections de la surface conique avec les plans verticaux élevés sur les droites PO, MN, supposées parallèles entre elles et à la ligne de terre AB; 6°. enfin supposons que la ligne de terre RS soit perpendiculaire à la trace horizontale PO de la surface gauche. Cela posé, voici comment il faudra opérer pour tracer l'épure de la porte en question :

On divisera les deux courbes semblables ACB, EFG, chacune en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs; on joindra les points correspondans de division par les droites aa^3 , bb^3 , CF, etc., qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles. Pour avoir les projections horizontales des mêmes arrêtes, par les points A, a, b, C,, B, et les points E, a^3 , b^3 , F,, G, on abaissera, à la ligne de terre AB, les perpendiculaires AH, aa' , bb' , CD' ,, BI, et EK, a^3a^2 , b^3b^2 , FQ' ,, GL, lesquelles iront rencontrer les traces horizontales PO, MN, respectivement aux points H, a' , b' , D' ,, I et K, a^2 , b^2 , Q',, L, que l'on joindra par les droites HK, $a'a^2$, $b'b^2$, $D'Q'$,, IL, qui seront les projections demandées. Enfin, on obtiendra les projections verticales et horizontales des arrêtes des coupes, comme dans le cas des portes coniques obliques dans les murs droits. Puis, on cherchera les projections verticales Rf' , Rg^2 , Rh^2 , etc., des intersections, avec la surface gauche, d'une suite de plans verticaux élevés sur les projections horizontales des arrêtes des douëlles, de la même manière que nous l'avons expliqué au n°. 325, au sujet des berceaux en descente dans les murs gauches. Ensuite, comme pour les portes coniques dans les murs en talus, on déterminera les projections verticales a^6a^7 , b^6b^7 , C^3C^2 , des arrêtes des douëlles, dans le plan dont la ligne de terre est la droite RS, lesquelles iront rencontrer celles des intersections des plans

verticaux élevés sur les projections horizontales des arrêtes des douilles, respectivement aux points a^9, b^8, D^3 , etc., par lesquels on abaissera, à la ligne de terre RS , les perpendiculaires a^9a^5, b^8b^5, D^3D^2 ; etc., lesquelles iront respectivement rencontrer les projections horizontales a^4a^2, b^4b^2, D^4Q' , etc., aux points a^5, b^5, D^2 , etc., par lesquels, et les points H et I , on fera passer la courbe $Ha^5b^5D^2\dots\dots I$, qui sera la projection horizontale de l'intersection, avec la surface gauche, de l'intrados de la porte conique.

Comme les plans d'état de charge sont horizontaux, ces plans rencontreront la surface gauche suivant des lignes droites, qui seront des génératrices de cette surface gauche; en conséquence, pour avoir les projections horizontales des intersections des états de charge, avec la face gauche, il suffira de mener les droites lk, mn , parallèles à RS , et à des distances égales aux hauteurs $d/d, c/c$, des états de charge, lesquelles droites lk, mn , rencontreront les projections verticales Re^3, Ri' , des directrices de la surface gauche, respectivement aux points e^4 et e^3, i^2 et i' , par lesquels on abaissera les perpendiculaires e^4e et e^3e', i^2i^3 et $i'i$, à la ligne de terre RS , lesquelles iront rencontrer les projections horizontales ee^2, ON des directrices de la surface gauche aux points e et e', i et i' , que l'on joindra, deux à deux, par les droites $ei^3, e'i$, qui seront les projections demandées, lesquelles iront rencontrer les projections horizontales des arrêtes supérieures des coupes aux points d^3, c^3 , etc., par lesquels, et les points a^5, b^5 , etc., on fera passer les courbes a^5d^3, b^5c^3 , etc., qui seront les projections horizontales des intersections des plans des coupes avec la surface gauche. Pour avoir au moins un point intermédiaire entre les extrémités de ces projections, on fera passer des plans horizontaux qui rencontreront les coupes ad, bc , entre les extrémités a et d, b et c , et on opérera sur ces plans comme nous venons de le faire sur ceux d'état de charge.

Maintenant, pour avoir la projection verticale $Aa^4b^4C'\dots\dots B$ de l'intersection de l'intrados de la porte conique avec la face gauche du mur, par les points a^5, b^5, D^2 , etc., on élèvera, à la ligne de terre AB , les perpendiculaires a^5a^4, b^5b^4, D^2C' , etc., qui rencontreront les droites aa^3, bb^3, CF , etc., aux points a^4, b^4, C' , etc., par lesquels et les points A et B , on fera passer la courbe $Aa^4b^4C'\dots\dots B$, qui sera la projection demandée. On opérera de la même manière pour avoir les projections verticales a^4d^6, b^4c^5 , etc., des intersections des plans des coupes avec la même face gauche, en ayant égard aux points intermédiaires, et l'épure sera achevée. Il aurait mieux valu, comme dans les exemples précédents, prendre la projection verticale ACB , dans un plan vertical dont la ligne de terre AB aurait

été perpendiculaire à la projection horizontale DQ' de l'axe de la surface d'intrados, parce qu'alors on pourrait plus facilement tracer les voussoirs par panneaux de tête, ce qui permet souvent d'économiser la pierre.

On obtiendrait le développement des panneaux des douëlles et des coupes, comme pour les portes coniques en talus, en cherchant le sommet de la surface d'intrados.

Pour tracer les pierres, on suivra ici la méthode par équarrissement, en se servant de panneaux de projection horizontale, et en faisant la tête gauche du voussoir, avant de faire la douëlle et les coupes.

DES PORTES CONIQUES PRATIQUÉES DANS LES MURS CYLINDRIQUES DROITS.

338. Supposons que les courbes quelconques $PBKO$, $MILN$ (fig. 231) soient les traces horizontales des faces du mur cylindrique droit au travers duquel on veut pratiquer la porte conique; que la projection horizontale $C'V$ de l'axe de l'intrados de la porte conique soit normale à la trace horizontale $PBKO$ de la face extérieure du mur; que celle du sommet de la surface conique soit le centre V de la même trace $PBKO$; que les droites BI , KL , soient les projections horizontales des génératrices de naissance de l'intrados de la porte, et que la courbe régulière quelconque ADB^2 , soit la projection verticale (dans un plan perpendiculaire à l'axe $C'V$) de l'intersection de la voûte avec un plan vertical élevé sur la droite BK menée par les sommets des piédroits.

Cela posé, on divisera la courbe ADB^2 , en autant de parties égales que l'on voudra avoir de voussoirs; par les points de division a , b , etc., et par la projection verticale C du sommet de la surface conique, on mènera les droites ca^4 , cb^4 , etc., indéfiniment, qui seront les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles; par les mêmes points a , b , etc., on abaissera, à la ligne de terre AB^2 , les perpendiculaires aa' , bb^2 , etc., qui rencontreront la droite BK aux points a' , b^2 , etc., par lesquels et la projection horizontale V du sommet de la surface conique, on mènera les droites a^2a^8 , b^3b^5 , etc., qui seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles. Maintenant, par les points C' et C^2 , on élèvera les droites $C'B'$, C^2C^4 , toutes les deux perpendiculaires à l'axe VC' ; on fera C^5B égale à CD , et, par le point B et le point V , on mènera la droite VB prolongée jusqu'en B' ; on fera l'ordonnée CD' égale à $C'B'$, et l'ordonnée CE égale à C^2C^4 : le point D' appartiendra à la projection verticale de l'intersection de l'intrados de la porte avec la face du mur dont la courbe PBC/KO est la trace horizontale, et le point E à celle de l'intersection du même

intrados avec la seconde face du mur. Ensuite, par les points a^8 , b^5 , etc., on élèvera les perpendiculaires a^8a^9 , b^5b^6 , etc., à la ligne de terre AB^2 , lesquelles rencontreront les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles aux points a^9 , b^6 , etc., par lesquels, et les points A , D' et B^2 , on fera passer la courbe $Aa^9b^6D'.....B^2$, qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados de la porte avec la face du mur qui répond à l'arc BK . Par les points I , a^2 , b^3 , etc., on élèvera, à la ligne de terre AB^2 , les perpendiculaires IF , a^2a^4 , b^3b^4 , etc., qui rencontreront la ligne de terre AB^2 , et les projections verticales ca^4 , eb^4 , etc., des arrêtes des douëlles, respectivement aux points F , a^4 , b^4 ,..... G , par lesquels on fera passer la courbe $Fa^4b^4E.....G$, qui sera la projection verticale de l'intersection de l'intrados de la voûte avec la seconde face du mur, et l'épure sera terminée.

Si l'on voulait y ajouter une seconde projection verticale, dans un plan parallèle au plan projetant de l'axe de la surface conique, on prendrait une ligne de terre TU , quelconque, parallèle à l'axe $C'V$; on déterminerait la projection verticale U du sommet de la surface conique; par les points B , a^8 , b^5 , C' , on élèverait les perpendiculaires BQ , a^8a^6 , b^5b^7 , $C'U'$, à la ligne de terre UT ; on ferait les ordonnées a^7a^6 , b^8b^7 et TU' respectivement égales à $a^{10}a^9$, b/b^6 et CD' ; par les points Q , a^6 , b^7 et U' on ferait passer la courbe Qa^6b^7U' , et on menerait les droites a^6a^5 , b^7b^9 et $U'C^3$, qui seraient les projections verticales indéfinies des arrêtes des douëlles. Ensuite, par les points I , a^2 , b^3 et C^2 , on élèverait, à la ligne de terre TU , les perpendiculaires IR , a^2a^5 , b^3b^9 et C^2C^3 , lesquelles rencontreraient les projections verticales des arrêtes des douëlles aux points R , a^5 , b^9 et C^3 , par lesquels on ferait passer la courbe $Ra^5b^9C^3$, et la projection verticale de l'intrados de la porte conique serait terminée.

Quant aux projections verticales des intersections des plans des coupes avec les faces du mur, les lignes de construction indiquent assez dans l'épure comment il faudrait opérer pour les obtenir. Cette seconde projection verticale est inutile pour tracer les voussoirs de notre porte conique.

Je laisse au lecteur le plaisir de faire lui-même les épures des portes coniques pratiquées dans les murs cylindriques obliques, dans les murs coniques droits et dans les murs coniques obliques.

Les voûtes coniques en œil de bœuf n'offrent pas plus de difficultés que celles que nous venons de traiter, et les épures se tracent de la même manière. Je laisse aussi au lecteur le plaisir de faire toutes ces épures.

