SUR L'ORIGINE DES RADIATIONS ET L'INERTIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE.

I. Je me propose de montrer ici comment l'étude de la perturbation électromagnétique produite dans l'éther, supposé immobile d'après M. Lorentz, par un mouvement donné quelconque de charges électriques ou électrons, permet de pénétrer dans le détail des phénomènes de radiation et d'inertie, d'analyser le mécanisme de la connexion qu'établissent les électrons entre la matière qui les contient et l'éther électromagnétique, dans le sens indiqué par M. Larmor (1).

Les résultats qui vont suivre ont été exposés au Collège de France il y a deux ans; j'en ai depuis retrouvé une partie dans les publications de M. Liénard et de M. Schwartzschild (2), mais je crois nécessaire de les reprendre complètement pour appeler l'attention sur leur importance et pour rendre plus clair le point de vue nouveau auquel je me suis placé.

Il semble en effet bien établi aujourd'hui que, sans parler des phénomènes purement électromagnétiques, les propriétés fondamentales de la matière, l'inertie et le pouvoir d'émettre et d'absorber les radiations, sont liées à la présence de particules électrisées en mouvement, d'électrons, dont le déplacement à travers l'éther modifie les champs électriques et magnétiques définissant l'état de ce milieu.

L'inertie des électrons négatifs, des corpuscules cathodiques, paraît, d'après les expériences de M. Kaufmann (3), être tout entière d'origine électromagnétique, être due à la nécessité de créer ou de détruire pour modifier le mouvement du corpuscule, le champ magnétique que l'on sait accompagner ce mouvement. Il est tentant, pour ne pas chercher deux explications différentes d'un même phénomène, d'étendre ce résultat à toute la matière en considérant l'inertie de celle-ci comme l'inertie électromagnétique totale des électrons positifs et négatifs qui la constituent.

D'autre part, la radiation présente dans l'éther seul, à grande distance de sa source, peut se décomposer en ondes planes perpendiculaires à la direction suivant laquelle elles se propagent avec la vitesse de la lumière V, et composées de deux champs électrique et magnétique transversaux, dont les directions perpendiculaires entre elles sont contenues dans le plan de l'onde; ces deux champs représentent toujours des énergies égales par unité de volume du milieu; de sorte que la propagation d'une telle onde ne correspond à aucun

---

(1) J. Larmor, *Aether and Matter*, p. 229.

(2) A. Liénard, *l'Ecl. élect.*, t. XVI, p. 5, 53, 106; 1898; — K. Schwartzschild, *Götting, Nachr. math. phys. Klasse*, 1903.

(3) W. Kaufmann, *Götting. Nachr., math. phys. Klasse*, p. 90; 1903.

échange d'énergie entre les deux champs, à aucune oscillation de l'énergie rayonnée entre les formes électrique et magnétique.

Un semblable échange d'énergie n'est possible qu'en présence de matière, par l'intermédiaire des centres électrisés qui la constituent et qui agissent en quelque sorte comme catalyseurs, comme agents nécessaires, mais non modifiés par la transformation. Autrement dit, *la matière peut seule être source de radiations.*

II. Il est donc important, à ce double point de vue de l'origine électromagnétique et des limites de validité des lois de la mécanique, d'une part, et de tous les phénomènes de rayonnement, d'autre part, de connaître sous forme aussi simple et générale que possible la perturbation électromagnétique produite par un élément de charge électrique en mouvement donné quelconque dans l'éther régi par les équations de Hertz-Maxwell.

Les potentiels électrique (ψ) et vecteur (F, G, H) dont dépendent les deux champs qui constituent cette perturbation ont été donnés par M. Lorentz [1] sous une forme très simple, par l'intermédiaire des potentiels retardés.

Chaque élément de charge en mouvement donné détermine par sa position O et sa vitesse à l'instant $t-\theta$ les deux potentiels à l'instant t sur une sphère S ayant pour centre le point O et pour rayon r le chemin $V\theta$ parcouru par la lumière pendant le temps θ.

Autrement dit, pour avoir à l'instant actuel t les expressions des deux potentiels en un point P du milieu (fig. 77), de coordonnées $x, y, z,$ on doit supposer qu'une sphère S' de rayon variable $r = V\theta$ part du point P pour remonter le cours du temps en balayant tout l'espace à partir de ce point; les potentiels actuels au point P dépendent de ce qui se trouvait sur chacune de ces sphères à l'instant correspondant, $t-\theta$. On devra donc, en un point O d'une de ces sphères de coordonnées ξ, η, ζ, considérer ce qu'étaient à l'instant $t-\theta$ la densité ρ des charges électriques et les composantes ξ', η', ζ' de leur vitesse à travers l'éther.

Soient $v = \beta V = \sqrt{\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2}$ la valeur absolue de cette vitesse, et λ l'angle que fait sa direction avec le rayon vecteur OM.

Pour un point lié à ces charges pendant leur déplacement, les quantités ξ, η, ζ, ξ', η', ζ', et les composantes ξ'', η'', ζ'' de l'accélération $\Gamma = \gamma V$ au temps $t-\theta$, sont les fonctions de cette dernière variable. La trajectoire de l'élément de charge qui passe en O à cet instant a une forme quelconque T connue ainsi que la loi du mouvement, si l'on se donne pour cet élément ξ, η, ζ en fonction de $t-\theta$.

Les valeurs de ρ et de ξ', η', ζ' ayant ainsi été déterminées en chaque point de l'espace qui entoure le point P, au moyen de la sphère mobile, les potentiels sont obtenus en étendant à cet espace les intégrales :

$$(1) \qquad \Psi = \int \frac{\rho d\tau}{r}, \qquad F = \int \frac{\rho \xi' d\tau}{r}, \qquad G = \int \frac{\rho \eta' d\tau}{a}, \qquad H = \int \frac{\rho \zeta' d\tau}{r}.$$

---

[1] H.-A. Lorentz, *Arch. Néerl.*, t. XXV, p. 363; 1892.

Il est essentiel de remarquer avec MM. des Coudres et Wiechert (1) que $\rho d\tau$ *ne représente pas la charge électrique contenue à un instant déterminé dans l'élément* $d\tau$. En effet, les différents points de cet élément de volume correspondent à des valeurs différentes de θ et par suite de $t - \theta$, variables avec leur distance

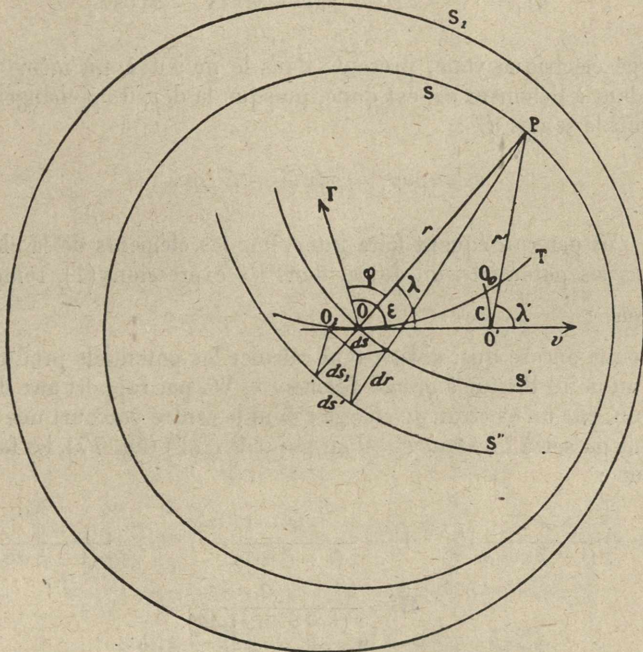

Fig. 77.

au point P. Considérons, par exemple, un élément de volume $d\tau$ compris entre un cône infiniment délié de sommet P, découpant une surface ds sur la sphère S', cette sphère et la sphère infiniment voisine S'' distante de $dr = V\,d\theta$ et correspondant par suite à l'instant $t - \theta - d\theta$:

$$d\tau = V\,d\theta\,ds.$$

Cherchons où se trouvaient à *un même instant*, $t - \theta - d\theta$ par exemple, les charges qui occupent les divers points de l'élément $d\tau$ aux instants qui leur correspondent. Le point lié aux charges électriques mobiles, qui se trouve en O à l'instant $t - \theta$, se trouvait à l'instant antérieur $t - \theta - d\theta$ en O_1, en arrière de O de $v\,d\theta$ sur la direction de v.

Tous les points de ds se sont déplacés de quantités sensiblement égales et se trouvaient sur un élément ds_1, tandis que l'autre base ds' correspond tout

(1) E. Wiechert, *Lorentz Festschrift* (*Arch. Néerl.*, 2e série, t. V, p. 549 : 1900.)

entière à l'instant $t - \theta - d\theta$. Tous les points de $d\tau$ se trouvaient donc à *ce même instant* dans l'élément de volume $d\tau_1$ compris entre ds' et ds_1.

Les éléments $d\tau$ et $d\tau_1$ ont même base, mais leurs hauteurs diffèrent de $v \cos \lambda \, d\theta$, projection de $v \, d\theta$ sur la direction normale à la base commune, donc :

$$d\tau_1 = (\mathrm{V} - v \cos \lambda) \, d\theta ds = d\tau \, (1 - \beta \cos \lambda).$$

La charge électrique vraie, présente dans le milieu à un même instant, et correspondant à l'élément $d\tau$, est donc, puisque la densité ρ change infiniment peu pendant le temps $d\vartheta$:

$$de = \rho d\tau_1 = \rho d\tau \, (1 - \beta \cos \lambda).$$

Si l'on veut par conséquent faire intervenir les éléments de la charge électrique dans les potentiels, on devra, dans les expressions (1), remplacer $\rho d\tau$ par son égal : $\dfrac{de}{1 - \beta \cos \lambda}$.

Il en résulte encore que, si l'on veut calculer les potentiels produits à l'instant t, en un point P situé à *grande distance* $r = \mathrm{V}\theta$, par rapport aux dimensions de l'électron, par un électron de charge e dont le centre parcourt une trajectoire T qui le fait passer à l'instant $t - \theta$ au point O $(\xi\eta\zeta)$ (fig. 77), les formules (1) deviendront :

$$\Psi = \frac{e}{r\,(1 - \beta \cos \lambda)}, \qquad \mathrm{F} = \frac{e\xi'}{r\,(1 - \beta \cos \lambda)}, \qquad \mathrm{G} = \frac{e\eta'}{r\,(1 - \beta \cos \lambda)}, \tag{2}$$

$$\mathrm{H} = \frac{e\zeta'}{r\,(1 - \beta \cos \lambda)}.$$

III. De ces potentiels, les composantes $\mathrm{E}_x, \mathrm{E}_y, \mathrm{E}_z, \mathrm{M}_x, \mathrm{M}_y, \mathrm{M}_z$, des deux champs électrique E et magnétique M au point P, se déduisent par les formules connues :

$$\mathrm{E}_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial t}, \qquad \mathrm{M}_x = \frac{\partial \mathrm{G}}{\partial z} - \frac{\partial \mathrm{H}}{dy}.$$

Pour prendre les dérivées, il importe de bien remarquer comment ψ, F, G, H, dépendent de x, y, z et de t on a :

$$r - \mathrm{V}\theta = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}.$$

$$r\,(1 - \beta \cos \lambda) = r - \frac{1}{\mathrm{V}} [(x - \xi)\, \xi' + (y - \eta)\, \eta' + (z - \zeta) \zeta'].$$

Les potentiels dépendent donc de x, y, z, soit directement au dénominateur soit par l'intermédiaire de r ou de θ, puisque les ξ, η, ζ, ξ', η', ζ', sont des fonctions de $t - \theta$; et ils dépendent de t, soit par l'intermédiaire de ξ, η, ζ, ..., qui contiennent t explicitement, soit par l'intermédiaire de θ, qui figure dans r et dans les ξ, η, ζ.

Les dérivées intermédiaires nécessaires à connaître sont :

$$\frac{d\xi}{d\theta}=-\frac{d\xi}{dt}=-\xi'$$

$$\frac{d\xi'}{d\theta}=-\frac{d\xi'}{dt}=-\xi''$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial x}\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}$$

$$=\frac{1}{Vr}\left\{(x-\xi)-\left[(x-\xi)\frac{d\xi}{d\theta}+(y-\eta)\frac{d\eta}{d\theta}+(z-\xi)\frac{d\zeta}{d\theta}\right]\frac{\partial\theta}{\partial x}\right\}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial x}V\left\{r-\frac{1}{V}\left[(x-\xi)\,\xi'+(y-\eta)\,\eta'+(z-\zeta)\,\zeta'\right]\right\}=x-\xi$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial r}{\partial x}=\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{x-\xi}{Vr\,(1-\beta\cos\lambda)}$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial x}=\frac{d\xi}{d\theta}\frac{\partial\theta}{\partial x}=-\frac{(x-\xi)\,\xi'}{Vr\,(1-\beta\cos\lambda)},\qquad \frac{\partial\xi'}{\partial x}=-\frac{(x-\xi)\,\xi''}{Vr\,(1-\beta\cos\lambda)},$$

puis :

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=\frac{d\xi}{dt}+\frac{d\xi}{d\theta}\frac{\partial\theta}{dt}=\xi'\left(1-\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{1}{V}\frac{\partial r}{\partial t}=\frac{1}{Vr}\left[-(x-\xi)\frac{\partial\xi}{\partial t}-(y-\eta)\frac{\partial\eta}{\partial t}-(z-\zeta)\frac{\partial\zeta}{\partial t}\right]$$

$$V\frac{\partial\theta}{\partial t}\left\{r-\frac{1}{V}\left[(x-\xi)\,\xi'+(y-\eta)\,\eta'+(z-\zeta)\,\zeta'\right]\right\}$$

$$=\left[(x-\xi)\,\xi'+(y-\eta)\,\eta'+(z-\zeta)\,\zeta'\right]$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial r}{\partial t}=\frac{\partial\theta}{\partial t}=-\frac{\beta\cos\lambda}{1-\beta\cos\lambda}$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=\frac{\xi'}{1-\beta\cos\lambda}.\qquad \frac{\partial\xi'}{\partial t}=\frac{\xi''}{1-\beta\cos\lambda}.$$

Avec ces intermédiaires il est facile d'achever le calcul des deux champs, puisqu'on connaît les dérivées par rapport à x, y, z et à t de toutes les quantités qui figurent dans les expressions des potentiels vecteurs.

Tous calculs faits, les résultats peuvent s'énoncer de la manière remarquablement simple qui va nous occuper maintenant.

IV. Chacun des deux champs E et M peut être décomposé en deux parties, dont la première, qui existe seule dans le cas d'un mouvement uniforme de l'électron, dépend uniquement de la vitesse v possédée par ce dernier à l'instant $t-\theta$.

Pour le champ électrique, cette première partie E_1 est dirigée vers la position O′ qu'occuperait l'électron à l'instant t s'il avait continué à se mouvoir depuis l'instant $t-\theta$ avec la vitesse $v=\beta V$ qu'il possédait à cet instant, de sorte que $OO'=v\theta$, O′ coïncidant d'ailleurs avec la position vraie de l'électron à l'instant actuel t, si le mouvement est rectiligne et uniforme. E_1 est donné en unités électrostatiques par :

$$(3) \qquad E_1 = \frac{e(1-\beta^2)}{r^3(1-\beta\cos\lambda)^3}\cdot O'P.$$

La partie correspondante M_1 du champ magnétique est perpendiculaire au plan $OO'P$ de la vitesse v et du rayon r et a pour mesure en unités électromagnétiques, si λ' est l'angle de v avec $O'P$:

$$(4) \qquad M_1 = \beta E_1 \sin\lambda'.$$

J'appellerai *onde de vitesse* cette première partie du champ électromagnétique ; l'ensemble de ces ondes de vitesse émises par l'électron aux différents instants qui ont précédé l'instant actuel t constitue des sphères ayant pour centres les diverses positions antérieures du mobile et s'enveloppant mutuellement si la vitesse de celui-ci n'atteint jamais la vitesse V de la lumière, cas auquel je me limiterai ici ; l'ensemble de ces ondes constitue ce que j'appellerai le *sillage* électromagnétique de l'électron, accompagnant celui-ci dans son déplacement ; nous verrons en effet que l'onde de vitesse ne correspond à aucune énergie rayonnée à grande distance, puisque les deux champs E_1 et M_1 qui la composent ont des intensités diminuant en raison inverse du carré de la distance r au centre d'émission, $O'P$ croissant comme r.

Dans le cas particulier du mouvement rectiligne et uniforme (fig. 78), le point O' est indépendant de l'instant antérieur $t - \theta$, puisqu'il coïncide toujours avec la position vraie O_0 du mobile à l'instant t; l'électron, actuellement en O_0, est donc accompagné, dans son déplacement uniforme à travers l'éther, par un sillage invariable dont le champ électrique est dirigé en tout point vers la position actuelle O_0 du mobile.

Les ondes de vitesse successives, émises seules dans ce cas aux différents instants antérieurs, composent ce sillage tout en se propageant, comme les ondes émises par l'avant d'un navire composent le sillage qu'entraîne celui-ci ; chaque onde constitue depuis l'instant de son émission des portions successives de plus en plus éloignées du centre dans le sillage, et laisse derrière elle celui-ci identique à lui-même par rapport au mobile et entraîné par lui.

Au lieu de faire intervenir dans les valeurs de E_1 et M_1 au point P du sillage sa distance r à la position retardée O du mobile, au moment où l'onde de vitesse présente actuellement en P fut émise, on peut faire intervenir la distance $O'P = r'$, c'est-à-dire la distance de P à la position *actuelle* du mobile dans le cas du mouvement uniforme. Dans le triangle $OO'P$ dont les côtés sont :

$$OP = r, \qquad O'P = r', \qquad OO' = v\theta = v\frac{r}{V} = \beta r,$$

on démontre facilement que :

$$r(1-\beta\cos\lambda) = r'\sqrt{1-\beta^2\sin^2\lambda'}.$$

Donc :

$$E_1 = \frac{e(1-\beta^2)}{r'^2 [1-\beta^2 \sin^2 \lambda']^{\frac{3}{2}}}$$

$$M_1 = \beta E_1 \sin \lambda'.$$

Expressions bien connues et obtenues de manière toute différente [1] pour représenter le sillage qui accompagne, à grande distance par rapport à ses di-

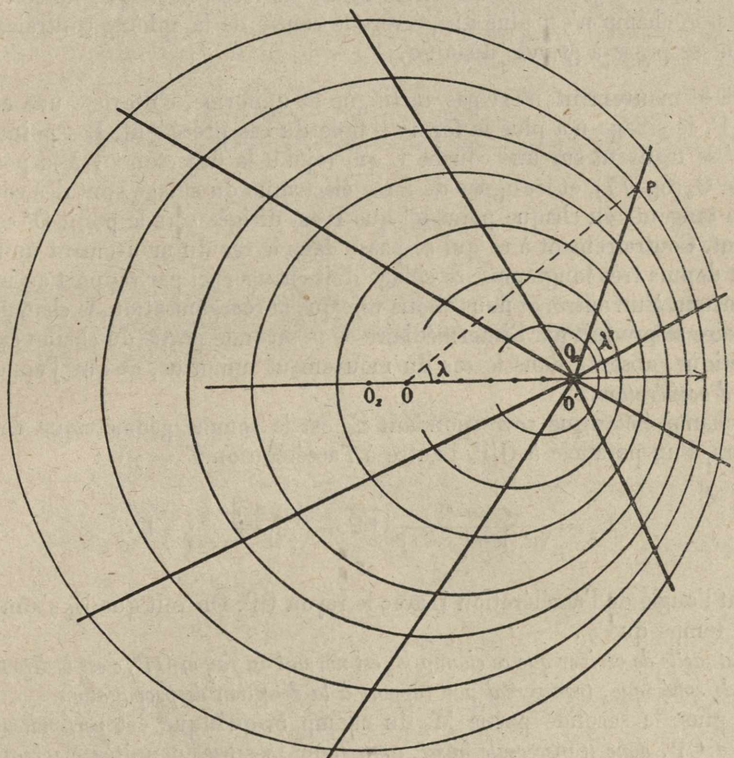

Fig. 78.

mensions, une particule électrisée en mouvement uniforme dans l'éther. Le dénominateur étant minimum quand λ' est droit, c'est-à-dire dans le plan équatorial par rapport à la direction de la vitesse, il en résulte qu'à une même distance r' le champ est plus intense dans le plan équatorial que partout ailleurs ; les lignes de force électriques, radiales, ont tendance à se concentrer de plus en plus dans ce plan à mesure que la vitesse augmente. Les lignes de force magnétiques, étant donnée la direction de M_1, sont des cercles perpendiculaires à v et ayant leur centre sur OO_1.

---

[1] J.-J. Thomson, *Recent Researches* ; 1892.

Nous verrons plus loin comment augmente avec la vitesse l'énergie contenue dans ce sillage, origine de l'inertie que présente l'électron.

Pour trouver, dans le cas d'un mouvement quelconque, le sillage au voisinage immédiat de l'électron, il suffit de décomposer en éléments la charge superficielle ou intérieure de celui-ci et d'appliquer à chaque élément les résultats qui précèdent. La superposition des sillages élémentaires permet de retrouver, pour un électron sphérique de charge superficielle uniforme, la solution donnée par M. Searle pour le sillage d'une sphère conductrice en mouvement uniforme; au voisinage de la surface, les lignes de force électrique ne sont plus radiales, le champ n'est plus dirigé vers le centre de la sphère, contrairement à ce qui se passe à grande distance.

V. Si le mouvement n'est pas rectiligne et uniforme, s'il existe une accélération Γ, le sillage n'a plus la forme simple du cas précédent. Les points tels que O' se trouvent sur une courbe C qui rejoint la trajectoire T à la position actuelle O_0 (fig. 77), et les lignes de force électrique du sillage sont des courbes dont la tangente en chaque point tel que P est dirigée vers le point O' correspondant. Contrairement à ce qui se passe dans le cas du mouvement uniforme durant depuis très longtemps, ce sillage doit changer ici par rapport au mobile d'un instant à un autre, et nous allons voir que la réorganisation, le changement nécessaire se produit par l'intermédiaire de la seconde partie du champ électromagnétique, absente dans le cas du mouvement uniforme, et que j'appellerai l'*onde d'accélération.*

Le champ électrique correspondant E_2 est la somme géométrique de deux vecteurs, l'un parallèle à $O'P$, l'autre à l'accélération $\Gamma = \gamma V$:

$$E_2 = \frac{e\gamma \cos \varphi}{Vr^2 (1 - \beta \cos \lambda)^3} \overline{O'P} - \frac{e}{Vr (1 - \beta \cos \lambda)^2} \overline{\Gamma}. \tag{5}$$

φ étant l'angle de l'accélération L avec le rayon OP. On voit que E_2 s'annule en même temps que γ.

Il est facile de vérifier que ce champ E_2 est normal au rayon OP, c'est-à-dire tangent à l'onde sphérique, transversal par rapport à la direction de propagation.

De plus, la seconde partie M_2 du champ magnétique est *perpendiculaire à* E_2 *et à* OP, *donc transversale aussi*, et a pour mesure en unités électromagn tiques :

$$M_2 = E_2. \tag{6}$$

Ainsi, cette *onde d'accélération* a tous les caractères d'une radiation électromagnétique libre; *elle est composée de deux champs électrique et magnétique transversaux, perpendiculaires l'un à l'autre et représentant des énergies égales par unité de volume du milieu.*

Elle représente vraiment le *rayonnement* émis par le centre chargé, puisqu'elle subsiste seule à grande distance de celui-ci, les champs E_2 et M_2 qui la composent variant en raison inverse de r, ce qui lui permet de transporter à l'infini une quantité finie d'énergie.

Il est remarquable que cette onde sphérique d'accélération présente, *à toute distance du centre d'émission,* là même où elle est superposée à l'onde de vitesse, pour des distances r insuffisantes à rendre l'onde de vitesse négligeable, les caractères d'un rayonnement libre; elle est véritablement le rayonnement élémentaire, base de la décomposition d'une radiation complexe quelconque à toute distance de sa source. Sa production est liée à l'accélération du centre électrisé; *rayonnement implique accélération.*

VI. A l'instant t, la perturbation électromagnétique émise par l'électron entre les instants $t - \theta - d\theta$ et $t - \theta$, et composée de l'ensemble des deux ondes de vitesse et d'accélération, se trouve comprise entre deux sphères excentriques S et S_1 (fig. 77), ayant pour centres les positions O et O_1 aux instants $t - \theta$, $t - \theta - d\theta$, et pour rayons $V\theta$ et $V(\theta + d\theta)$.

L'énergie électromagnétique contenue dans cette couche par unité de volume au point P :

$$\frac{1}{8\pi}(E^2 + M^2).$$

se compose de trois parties, puisque E et M sont chacun la résultante de deux vecteurs, les champs qui figurent dans les ondes de vitesse et d'accélération.

La première partie :

$$\frac{1}{8\pi}(E_1^2 + M_1^2),$$

correspond à l'onde de vitesse supposée seule. C'est *l'énergie de sillage,* seule présente dans le cas du mouvement rectiligne et uniforme. Si l'on calcule, par intégration sur la sphère S, sa valeur totale dans la couche sphérique SS_1, on trouve :

$$dW_1 = \frac{3 + \beta^2}{3(1 - \beta^2)} \cdot \frac{e^2}{2r^2} V\, d\theta. \tag{7}$$

Elle diminue donc en raison inverse de r^2, de sorte qu'aucune portion de cette *énergie de sillage* ne s'éloigne indéfiniment du centre électrisé; elle accompagne celui-ci dans son déplacement.

L'application du théorème de Poynting montre qu'il y a constamment dans le sillage, à travers une surface fixe par rapport à l'éther, flux d'énergie dans le sens du mouvement, pour permettre au sillage d'accompagner son centre. Dans le cas du mouvement uniforme, rien ne se perd à l'infini de l'énergie accumulée dans le sillage; cette énergie se propage dans le sens du mouvement en suivant l'électron et conservant *par rapport à lui* une répartition fixe dans le milieu; aucune intervention extérieure n'est nécessaire pour maintenir ce sillage, l'électron lancé se meut indéfiniment avec la même vitesse. Une intervention extérieure sera nécessaire pour enlever ou fournir de l'énergie au sillage, pour diminuer ou augmenter la vitesse, pour produire une accélération. L'électron est inerte parce qu'il est chargé; il entraîne son sillage et est entraîné par lui, tant qu'une cause extérieure ne vient pas modifier celui-ci.

Si la vitesse, antérieurement à l'instant $t - \theta$, est restée constamment βV en grandeur et en direction, le sillage extérieur à la sphère S est *normal* et contient une énergie :

$$W_1 = \frac{3+\beta^2}{3(1-\beta^2)} \int_0^\infty \frac{e^2}{2r^2} V d\theta = \frac{3+\beta^2}{3(1-\beta^2)} \int_0^\infty \frac{e^2}{2r^2} dr$$

$$W_1 = \frac{e^2}{2r} \cdot \frac{3(1-\beta^2)}{3+\beta^2} = \frac{e^2}{2r}\left[1 + \frac{4\beta^2}{3(1-\beta^2)}\right]. \tag{8}$$

La première partie de W_1 est l'énergie électrostatique $\frac{e^2}{2r}$ qui serait extérieure à la sphère S dans le cas d'un électron immobile ; l'autre partie, $\frac{2e^2}{3r}\,\frac{\beta^2}{1-\beta^2}$, représente l'accroissement de l'*énergie de sillage* quand la vitesse passe de zéro à βV ; c'est l'*énergie cinétique* d'origine électromagnétique présente à l'extérieur de la sphère S.

Cette *énergie cinétique* n'est proportionnelle à β^2, au carré de la vitesse, qu'en première approximation, si β^2 est négligeable devant l'unité, si la vitesse v est faible par rapport à celle de la lumière. Elle augmente au contraire indéfiniment quand v s'approche de V, quand β tend vers 1 ; la valeur infinie de l'énergie cinétique dans le cas d'un électron se mouvant avec la vitesse de la lumière impliquant d'ailleurs que cette vitesse existe depuis un temps infini [1].

Dans l'expression de l'énergie cinétique, le rôle de la masse est joué par le facteur $\frac{4e^2}{3r}$ pour les faibles vitesses ; celui-ci représente en quelque sorte la masse électromagnétique présente aux faibles vitesses à l'extérieur de la sphère S de rayon r ; aux vitesses plus grandes, cette masse devient fonction de la vitesse. La masse électromagnétique totale de l'électron ne peut se calculer en donnant à r la valeur a du rayon de la sphère à laquelle l'électron est assimilable ; il est nécessaire, dans la région voisine de celui-ci, de superposer les sillages correspondant aux divers éléments de sa charge, et on retrouve le résultat connu $\frac{2e^2}{3a}$, au lieu de $\frac{4e^2}{3a}$, si la charge est superficielle, et $\frac{4e^2}{5a}$, si la charge est répartie uniformément dans le volume de la sphère.

VII. La seconde partie de l'énergie, celle qui correspond à l'onde d'accélération de rayonnement, supposée seule, a pour valeur par unité de volume au point P :

$$\frac{1}{8\pi}(E_2^2 + M_2^2) = \frac{E_2^2}{4\pi}.$$

Elle représente dans la couche sphérique SS_1 *une énergie indépendante de la distance* r, se propageant par suite à distance infinie de l'électron sans aucun

---

[1] Paul Hertz, *Phys. Zeitschrift;* 1903.

changement ; c'est l'*énergie rayonnée par le centre pendant le temps $d\theta$*, qui a pour valeur, tous calculs faits[1] :

$$(9) \qquad d\mathrm{W}_2 = \frac{1-\beta^2 \sin^2 \varepsilon}{(1-\beta^2)^3} \times \frac{2}{3} \frac{e^2\gamma^2}{\mathrm{V}} d\theta,$$

ε étant l'angle que fait l'accélération Γ avec la vitesse v.

On retrouve ainsi ce ***résultat fondamental qu'un centre électrisé rayonne par unité de temps une quantité d'énergie proportionnelle au carré de son accélération***, et n'envoie rien à l'infini quand son accélération est nulle[2].

VIII. Enfin, la troisième partie est l'énergie relative des deux ondes, égale par unité de volume en P à :

$$\frac{1}{4\pi}\left(\overline{\mathrm{E}_1\mathrm{E}_2} + \overline{\mathrm{M}_1\mathrm{M}_2}\right),$$

les produits étant pris géométriquement : si on intègre dans la couche sphérique SS_1, on obtient :

$$(10) \qquad d\mathrm{W}_3 = \frac{1}{(1-\beta^2)^2} \cdot \frac{4e^2}{3r} \beta\gamma \cos\varepsilon \, d\theta$$

Or :

$$\Gamma \cos\varepsilon \, d\theta = \gamma \mathrm{V} \cos\varepsilon \, d\theta = dv = \mathrm{V} d\beta$$

$$\gamma \cos\varepsilon \, d\theta = d\beta$$

$$(11) \qquad d\mathrm{W}_3 = \frac{4e^2}{3r} \cdot \frac{\beta \, d\beta}{(1-\beta^2)^2}.$$

Cette énergie tend aussi vers zéro quand r augmente indéfiniment; elle représente ce qui reste à la distance r de l'énergie destinée à la réorganisation du sillage que nécessite l'accélération, énergie présente dans la couche SS_1 grâce à la superposition à l'onde de vitesse de l'onde d'accélération du rayonnement. Il est facile de constater en effet que $d\mathrm{W}_3$, présente dans SS_1, représente précisément l'énergie nécessaire pour faire passer l'énergie du sillage W_1, extérieure à la sphère S, de la valeur qui correspond à β à celle qui correspond à $\beta + d\beta$, c'est-à-dire l'accroissement que doit subir l'*énergie cinétique* extérieure à S quand on passe de β à $\beta + d\beta$. En effet, d'après (7) on a :

$$\mathrm{W}_1 = \frac{e^2}{2r}\left[1 + \frac{4\beta^2}{3(1-\beta^2)}\right]$$

$$d\mathrm{W}_1 = \frac{4e^2}{3r} \frac{\beta d\beta}{(1-\beta^2)^2} d\mathrm{W}_3.$$

J'appellerai ***énergie de changement*** cette énergie $d\mathrm{W}_3$ fournie par la cause

[1] Cf. M. Abraham, *Annalen d. Physik*, t. X, p. 155 ; 1903.

[2] J. Larmor, *Aether and Matter*, p. 227 ; — et *Phil. Mag.*, t. XLIV, p. 503 ; 1897.

extérieure qui produit l'accélération, grâce à la superposition du rayonnement à l'onde de vitesse ; c'est donc bien par l'intermédiaire de l'onde d'accélération que se fait, comme je l'ai dit plus haut, la réorganisation du sillage, inutile dans le cas du mouvement uniforme. Le rayonnement s'avance en trouvant devant lui le sillage ancien et laissant derrière lui le sillage nouveau, dissipant à mesure son énergie de changement sous forme d'accroissement de l'énergie cinétique, pour ne conserver à distance infinie, lorsque la réorganisation est complète et que la provision d'énergie de changement est épuisée, que *l'énergie rayonnée* dW_2. On peut dire qu'*accélération implique réorganisation, changement de sillage, et que réorganisation implique radiation.*

IX. L'accélération Γ n'existe qu'en présence d'un champ électromagnétique extérieur à l'électron et capable d'exercer sur lui les forces de M. Lorentz, force électrique parallèle au champ électrostatique extérieur, et force magnétique perpendiculaire au champ magnétique extérieur et à la vitesse de l'électron. Le champ électromagnétique extérieur doit fournir la somme des énergies de rayonnement et de changement, cette somme pouvant être négative, puisque dW_2 est essentiellement positive, mais que dW_3 a le signe de $d\beta$.

Cette dernière énergie a une expression analogue au travail des forces, puisqu'elle est proportionnelle au produit de la composante tangentielle $\Gamma \cos \varepsilon$ de l'accélération par le déplacement $\beta V d\theta$; il n'en est pas de même pour l'énergie rayonnée, proportionnelle au carré de l'accélération, de sorte que l'énergie fournie par la cause qui produit l'accélération n'est égale au travail des forces sous sa forme ordinaire, et les équations de la Mécanique ne sont applicables, que si l'énergie rayonnée dW_2 est négligeable devant l'énergie de changement dW_3, celle-ci étant calculée au départ de l'électron et représentant le changement de l'énergie cinétique totale.

Une distinction importante s'introduit ici : l'énergie rayonnée dW_2, indépendante de la distance, n'oblige pas à examiner ce qui se passe au voisinage immédiat de l'électron ; sa charge seule intervient. Il n'en est pas de même pour l'énergie de changement, qui deviendrait infinie pour r nul. L'énergie totale empruntée sous cette forme au champ extérieur fait, comme l'énergie de sillage qu'elle est chargée de réorganiser, intervenir la forme et les dimensions de l'électron. Elle reste proportionnelle à $\Gamma \cos \varepsilon \times \beta V d\theta$, avec un coefficient que l'on peut calculer pour une répartition donnée des charges dans l'électron et qui représente ici la masse longitudinale d'origine électromagnétique, fonction de la vitesse comme le coefficient de proportionnalité de l'énergie cinétique à β^2 et augmentant indéfiniment aussi quand v tend vers V. Je dis masse longitudinale parce que $\Gamma \cos \varepsilon$ est la composante longitudinale de l'accélération, dans la direction de la vitesse. Le calcul de la masse transversale, qui correspond à la composante perpendiculaire, normale, de l'accélération, fait intervenir d'autres considérations que celles d'énergie.

Ainsi les équations de la Mécanique doivent être modifiées de deux manières distinctes : tout d'abord la masse doit être envisagée comme fonction de la vitesse, l'écart ne devenant sensible qu'aux vitesses de même ordre que celle de la lumière ; les expériences de M. Kaufmann sur les rayons β du radium sont venues confirmer cette conséquence des lois électromagnétiques en apportant de solides raisons de croire à l'origine électromagnétique de l'inertie et à l'impossibilité de fonder une Mécanique satisfaisante sans prendre les notions électriques comme fondamentales.

Cette modification, la masse variable en fonction de la vitesse, respecte au moins la forme des équations de la Mécanique ; cette forme elle-même devient incomplète si l'énergie rayonnée n'est pas négligeable devant l'énergie de changement, si le mouvement n'est pas *quasi stationnaire* selon l'expression de M. Max Abraham, si le déchet transmis à l'infini sous forme de rayonnement, par l'onde chargée de modifier le sillage, n'est pas trop important.

En d'autres termes, la condition de mouvement quasi stationnaire est que, dans la région voisine du centre électrisé par rapport à ses dimensions, région où se trouve localisée la plus grosse partie de l'énergie du sillage, celui-ci puisse être considéré très sensiblement comme déterminé uniquement par la vitesse actuelle de la particule, comme à peu près ce qu'il serait si cette vitesse actuelle existait depuis longtemps. Il faut pour cela que, dans cette région, l'onde d'accélération superposée au sillage soit négligeable devant l'onde de vitesse, alors qu'à distance infinie la première subsiste seule.

Sur la sphère de rayon r, la valeur moyenne de l'énergie rayonnée est par unité de volume, au maximum, de l'ordre :

$$\frac{e^2\gamma^2}{Vr^2(1-\beta^2)^3}$$

et l'énergie de changement est de l'ordre :

$$\frac{e^2\beta\gamma}{r^3(1-\beta^2)^2}.$$

Leur rapport :

$$\frac{r\gamma}{V\beta(1-\beta^2)}$$

doit être petit pour les valeurs de r de même ordre que le rayon a de la sphère à laquelle la particule électrisée est assimilable. La condition de mouvement stationnaire sera que la quantité :

$$\rho = \frac{d\gamma}{V\beta(1-\beta^2)}.$$

soit très petite par rapport à l'unité. Il est facile de s'assurer que cette condition est toujours remplie dans les cas expérimentaux, a étant, si l'inertie des électrons est tout entière électromagnétique, de l'ordre [1] 10^{-13}, et β atteignant au maximum 0,95 dans les expériences de M. Kaufmann sur les rayons déviables du radium.

Un cas intéressant d'exception aux lois ordinaires de la mécanique est celui

(1) P. Langevin, *Ann. Chim. Phys.*, t. XXVIII, p. 357 ; 1903.

où le mobile serait en repos absolu, β étant nul et ρ devenant alors infini; mais le mouvement pourra de nouveau être considéré comme quasi stationnaire au bout d'un temps extraordinairement court. En effet, si on part de $\beta = 0$, ρ sera devenu de nouveau inférieur à l'unité pour une vitesse supérieure à :

$$v = \beta V = a\gamma;$$

cette limite est atteinte grâce à l'accélération γV en un temps :

$$t = \frac{\beta V}{\gamma V} = \frac{a}{V} < 10^{-23} \text{ seconde.}$$

Ces exceptions, différentes de celles qui correspondent à la variation de la masse électromagnétique avec la vitesse, paraissent donc peu accessibles à l'expérience, et il ne semble guère possible de les utiliser pour mettre en évidence le mouvement absolu.

Il est certain que, dans tous les cas expérimentaux, la condition du mouvement quasi stationnaire est remplie, que l'énergie rayonnée n'est jamais qu'une portion infime de l'énergie moyenne de changement, et que, par suite, l'énergie fournie au centre électrisé par le champ extérieur qui produit son accélération est toujours de la forme $m\gamma\, ds \cos \varepsilon$, comparable à celle du travail mécanique. Le phénomène de rayonnement, seul sensible à distance du centre électrisé, ne modifie pas sensiblement les lois du mouvement de celui-ci, parce qu'il est négligeable dans son voisinage immédiat.

X. Ainsi les accélérations des électrons sont seules perçues à grande distance par l'intermédiaire de la radiation déterminée par les champs E_2, M_2; dans les cas où β est faible, où la vitesse v est petite par rapport à celle de la lumière, les expressions (5) et (6) de E_2 et M_2 se simplifient; on a :

$$E_2 = \frac{e\gamma}{Vr} \sin \varphi.$$

ce champ électrique étant perpendiculaire à OP dans le plan qui contient OP et Γ. Le champ magnétique M_2 a toujours même mesure, en unités électromagnétiques, que E_2 en unités électrostatiques, de manière à représenter la même énergie par unité de volume, et est dirigé perpendiculairement à OP et à E_2.

Il en résulte que le champ électromagnétique rayonné est distribué symétriquement autour de la direction de l'accélération Γ, son intensité est maximum pour $\sin \varphi = 1$, c'est-à-dire dans le plan équatorial par rapport à Γ, et nulle dans cette direction elle-même. On déduit facilement de là que le plan de polarisation de la radiation émise par l'électron vers P est le plan passant par le rayon lumineux OP et perpendiculaire au plan OPΓ, qui contient l'accélération. Les relations de direction sont un peu plus complexes et déterminées par l'expression générale (5) de E_2, quand β cesse d'être très petit.

La nature de la radiation qui passe au point P dépend du mouvement que prend le centre électrisé et de la manière dont varie son accélération avec le temps. Si celle-ci prend une valeur considérable pendant un temps très court, s'il s'agit d'une impulsion subie par l'électron, comme, par exemple, dans le cas d'un corpuscule cathodique lancé avec une vitesse égale à 50 000 km par seconde, et arrêté brusquement au moment du choc contre une anticathode, la radiation consiste dans une pulsation sans caractère périodique, ayant pour épaisseur la distance des sphères rayonnées au commencement et à la fin du choc, c'est-à-dire le produit de la vitesse de la lumière par le temps qu'a duré ce choc.

Ces pulsations paraissent fournir la meilleure explication des rayons de Röntgen émis par la région de l'anticathode que frappe le faisceau cathodique; ils sont connexes de l'accélération subie par les particules cathodiques au moment où l'anticathode les arrête. D'après M. Barkla, ces rayons de Röntgen manifestent une polarisation conforme à ce que l'interprétation précédente permet de prévoir : les rayons secondaires émis par une surface métallique frappée varient d'intensité quand on change la position du plan d'incidence autour du faisceau primaire. Il n'est d'ailleurs pas nécessaire, pour que la théorie précédente reste admissible, qu'on observe une semblable polarisation ainsi qu'une variation d'intensité autour de la direction du faisceau cathodique, car il est peu probable que l'arrêt soit complet au premier choc d'un corpuscule : celui-ci doit se réfléchir dans des directions variées, comme le prouve l'émission de rayons cathodiques secondaires, et subir de nouvelles accélérations, du même ordre que la première, mais de directions différentes. Cette première accélération peut elle-même avoir une direction variable avec la déflexion que subit la particule cathodique.

Si le mouvement de l'électron est périodique, comme dans le cas d'une circulation sur une orbite fermée, l'accélération est elle-même périodique, le rayonnement aussi, et on obtient un phénomène comparable à l'émission d'une lumière de longueur d'onde déterminée.

Si l'orbite est circulaire, l'accélération, toujours centripète pour une rotation uniforme, tourne avec le mobile.

Dans une direction perpendiculaire au plan de l'orbite, à une distance grande par rapport aux dimensions de celle-ci, le plan de polarisation tournera autour de la direction du rayon, sans changement d'intensité, $\sin\varphi$ étant toujours égal à 1, et on aura une lumière polarisée circulairement. Dans le plan de l'orbite, la lumière sera rectiligne, avec un plan de polarisation perpendiculaire au plan de l'orbite. Pour une direction oblique, la polarisation sera elliptique.

On trouve bien là le rayonnement qui intervient dans l'explication du phénomène de Zeeman; mais nous suivons ici de manière très étroite la liaison entre ce rayonnement et l'électron en mouvement accéléré qui lui donne naissance; l'intensité du rayonnement peut se calculer en fonction de la charge et de l'accélération de l'électron.

XI. Les points sur lesquels je crois utile d'insister sont les suivants :

1° La perturbation électromagnétique produite dans le milieu par une particule électrisée en mouvement se compose de deux parties qui se propagent avec la vitesse de la lumière à partir du centre d'émission.

La première partie ou *onde de vitesse,* qui existe seule dans le cas du mouvement rectiligne et uniforme, dépend seulement de la vitesse du mobile ; elle contribue à former autour de celui-ci un *sillage* dont l'énergie varie avec la vitesse, qui contient donc l'énergie cinétique liée au centre électrisé et qui accompagne celui-ci dans son déplacement, en se modifiant si le mouvement est accéléré.

2° Cette modification est produite par l'intermédiaire de la seconde partie de la perturbation, l'*onde d'accélération* possédant à *toute distance* du point d'émission les caractères de transversalité et d'égalité des énergies électrique et magnétique qui correspondent au rayonnement libre.

Cette *onde d'accélération* transporte à grande distance, où l'onde de vitesse devient négligeable, une énergie finie, proportionnelle au carré de l'accélération et augmentant indéfiniment avec la vitesse quand celle-ci s'approche de celle de la lumière. Les caractères de polarisation de cette onde sont particulièrement simples quand la vitesse est faible.

L'onde de vitesse ne transporte aucune énergie à grande distance ; l'*énergie de sillage* qui lui correspond suit le centre dans son déplacement.

3° L'énergie relative des deux ondes de vitesse et d'accélération, l'*énergie de changement,* représente précisément la provision d'énergie nécessaire pour réorganiser le sillage et le faire correspondre à la nouvelle vitesse. Elle est, dans tous les cas accessibles à l'expérience, énorme par rapport à l'*énergie rayonnée* qui représente l'énergie intrinsèque de l'onde d'accélération, déchet nécessaire de la réorganisation du sillage ;

4° L'énergie de changement, fournie par le champ extérieur qui produit l'accélération, est assimilable par son expression au travail des forces extérieures, seul échange d'énergie que les équations ordinaires de la mécanique fassent intervenir.

L'*énergie rayonnée* que le champ extérieur doit également fournir, et qui est de forme différente, n'est pas contenue dans les lois de la dynamique et obligerait à les modifier, si la petitesse de l'énergie rayonnée par rapport à l'énergie de changement ne rendait cette correction inappréciable dans tous les cas expérimentaux.

Les considérations précédentes semblent jeter quelque lumière sur le mécanisme intime des phénomènes d'inertie et de rayonnement.

V. THÉORIE DU MAGNÉTISME
ET ORIENTATION MOLÉCULAIRE