

## MAGNÉTISME. ET THÉORIE DES ÉLECTRONS.

1. On sait combien, depuis quelques années, s'est déjà montrée féconde la conception qui fait de la matière une agglomération de centres électrisés ou *électrons*, ceux-ci fournissant le lien nécessaire entre l'éther, siège des champs électriques et magnétiques, et la matière, source et récepteur des perturbations électromagnétiques que l'éther transmet. M. Lorentz, qui plus que tout autre a contribué à son développement, vient de donner de cette théorie une exposition magistrale où peut se mesurer l'ampleur de la synthèse déjà réalisée <sup>(2)</sup>. L'attention des physiciens, vivement attirée de ce côté par les remarquables prévisions de M. Lorentz à propos du phénomène de Zeeman, n'a fait que s'accroître depuis les récentes découvertes qui aboutissent *par voie purement expérimentale* à la notion du corpuscule cathodique, deux mille fois moins inerte que l'atome d'hydrogène, véritable électron négatif, présent dans toute matière, et qui apporte aux idées théoriques antérieures la confirmation expérimentale la plus éclatante.

La tâche s'impose aujourd'hui de suivre aussi loin que possible la voie si brillamment ouverte et d'éprouver la puissance de représentation des notions nouvelles, pour arriver à les démontrer nécessaires, quoique encore insuffisantes ou insuffisamment précisées. Dans le domaine des radiations, les succès sont constants et remarquables; de plus, la molécule conçue comme un système d'électrons en mouvement, en équilibre dynamique stable sous leurs actions mutuelles, se prête bien à l'interprétation des faits de l'électrostatique, ce système pouvant sous l'action d'un champ extérieur se polariser par suite d'un changement de répartition des électrons positifs et négatifs qui, dans le mouvement perturbé, prédomineront en moyenne aux extrémités opposées de la molécule dans la direction du champ.

La propriété d'un électron, conséquence immédiate des équations de Hertz, de produire un champ magnétique pendant son déplacement, permet d'envisager le courant de conduction comme dû à un transport d'électrons liés ou non aux atomes matériels suivant que le conducteur est électrolytique ou métallique. La théorie des métaux se développe à ce point de vue, toute pleine de promesses.

2. Les phénomènes compliqués du magnétisme et du diamagnétisme ont semblé jusqu'ici se laisser atteindre plus difficilement, bien que les électrons gravitant dans l'atome sur des orbites fermées fournissent à première vue une représentation simple des courants particuliers d'Ampère, susceptibles de s'orienter sous l'action d'un champ extérieur pour donner lieu au magnétisme induit, ou de réagir par induction, selon l'idée de Weber, contre la création de ce champ extérieur comme le font les corps diamagnétiques.

(1) H.-A. LORENTZ, *Encyk. d. math. Wissens.*, Band V, Hef 1, p. 145.



Ceux qui ont essayé de poursuivre cette idée l'ont trouvée jusqu'ici stérile. Indépendamment, M. Voigt<sup>(1)</sup> et J.-J. Thomson<sup>(2)</sup> sont arrivés à cette conclusion que l'hypothèse d'électrons en mouvement *non amorti* ne pouvait fournir aucune représentation des phénomènes *permanents* de magnétisme ou de diamagnétisme. Suivant J.-J. Thomson, un mouvement des électrons, amorti proportionnellement à leur vitesse, par une cause non précisée, fournirait le paramagnétisme. Pour Voigt, des électrons en rotation sur eux-mêmes et gênés dans leur mouvement par des chocs continuels se montreraient paramagnétiques ou diamagnétiques suivant qu'ils posséderaient, immédiatement après le choc, un excès moyen d'énergie potentielle ou cinétique.

En dehors de la complexité de cette dernière représentation, une grosse difficulté provient de ce qu'elle attribue à une même cause les phénomènes si différents du paramagnétisme et du diamagnétisme, et qu'elle ne fournit aucune interprétation des lois remarquables établies expérimentalement par M. Curie<sup>(3)</sup>: le magnétisme faible, forme atténuée du ferromagnétisme, varie en raison inverse de la température absolue, tandis que le diamagnétisme s'est montré dans tous les cas observés, à l'exception du bismuth, rigoureusement indépendant de la température. Ces deux lois si différentes semblent établir une distinction profonde entre les deux propriétés et nécessiter pour elles des explications complètement distinctes.

3. *Je voudrais montrer ici comment, contrairement à l'opinion de Thomson et de Voigt, je crois possible de donner dans l'hypothèse des électrons une signification précise aux idées d'Ampère et de Weber, de trouver pour le para et le diamagnétisme les interprétations complètement distinctes qu'ils exigent, possible enfin d'éclairer de ce point de vue la question complexe de l'énergie magnétique.*

### I. Les courants particuliers.

4. Supposons à l'intérieur de la molécule des électrons en mouvement suivant des orbites fermées, assimilables au point de vue du champ magnétique produit à distance à des courants fermés circulant le long de ces orbites. Il n'est peut-être pas inutile de rappeler comment la production d'un champ magnétique par une particule électrisée, en mouvement par rapport à l'éther, est une conséquence nécessaire des équations de Hertz. Celles-ci, complètement vérifiées par l'expérience, traduisent en langage mathématique l'existence du courant de déplacement de Maxwell et des phénomènes d'induction, d'après lesquels, dans le vide, toute variation de l'un des deux champs électrique ou magnétique suffit pour créer l'autre :

1° *L'intégrale du champ électrique le long d'un circuit fermé est égale à la dérivée par rapport au temps du flux de force magnétique qui traverse le circuit (induction);*

2° *L'intégrale du champ magnétique le long d'un circuit fermé est égale à la dérivée*

(1) W. VOIGT, *Ann. der Physik.*, t. IX, 1902, p. 115.

(2) J.-J. THOMSON, *Phil. Mag.*, t. VI, 1903, p. 673.

(3) P. CURIE, *Ann. Chim. Phys.*, t. V, 1895, p. 289.



par rapport au temps du flux de force électrique qui traverse le circuit (courant de déplacement).

Ce dernier énoncé supposant que la surface limitée au circuit sur laquelle on calcule le flux n'est traversée par aucune charge électrique, par aucun électron.

5. Supposons maintenant une particule électrisée O, de charge  $e$ , se mouvant suivant OX avec la vitesse  $v$  par rapport au milieu (supposé complètement immobile dans la théorie de Lorentz) et appliquons le second des énoncés précédents à une circonférence de rayon  $AM = l$  et de plan perpendiculaire à la direction OX.

La particule électrisée étant supposée de révolution autour de OX, il est impossible que le champ magnétique, le même en tout point de la circonférence MN par raison de symétrie, soit nul sur cette circonférence, puisque le flux de force électrique qui la traverse varie par suite du mouvement de la particule. De plus, le champ magnétique H en M est nécessairement tangent à la circonfé-

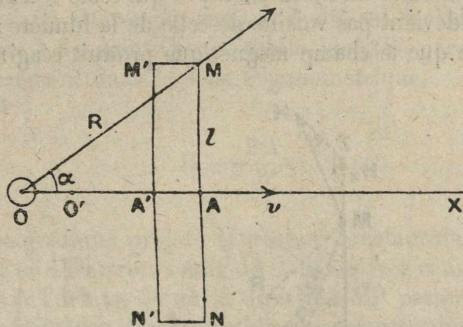


Fig. 79.

rence, c'est-à-dire normal au plan de la figure, puisque tout le système est évidemment superposable à son image par rapport à ce plan, et qu'un champ magnétique, possédant la symétrie d'un cylindre tournant<sup>(1)</sup>, n'a qu'un plan de symétrie normal à sa direction.

L'intégrale du champ magnétique le long de la circonférence de longueur  $2\pi l$  est :

$$2\pi lH.$$

Pour calculer la dérivée du flux de force électrique, cherchons la variation de ce flux quand la particule se déplace pendant le temps  $dt$  de la quantité  $OO' = v dt$ . Le nouveau flux produit par  $O'$  à travers MN est égal à celui produit par O à travers la circonférence  $M'N'$  égale à MN et distante de celle-ci de  $AA' = v dt$ . Or la différence des flux produits par O à travers les deux cercles est,

(1) P. CURIE, *Journal de Physique*, t. III, 1894, p. 415.



par application du théorème de Gauss, égale au flux produit à travers la couronne cylindrique  $MN M'N'$  qui ferme avec les cercles une surface fermée ne contenant aucune charge à son intérieur. Ce flux est :

$$d\Phi = \frac{e}{R^2} \sin \alpha 2\pi l v dt,$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = 2\pi l H = \frac{e}{R^2} \sin \alpha 2\pi l v dt,$$

$$H = \frac{ev}{R^2} \sin \alpha.$$

C'est exactement le champ magnétique qui serait produit en  $M$  par un élément de courant de longueur  $\delta s$  placé en  $O$ , parallèle à  $OX$  et de moment  $i \delta s = ev$ .

La valeur  $\frac{e}{R^2}$  prise pour le champ électrique en  $M$  suppose que ce champ n'est pas modifié par suite du mouvement, ce qui reste sensiblement exact tant que la vitesse  $v$  ne devient pas voisine de celle de la lumière ; autrement, la loi d'induction montre que le champ magnétique produit réagit à son tour sur le

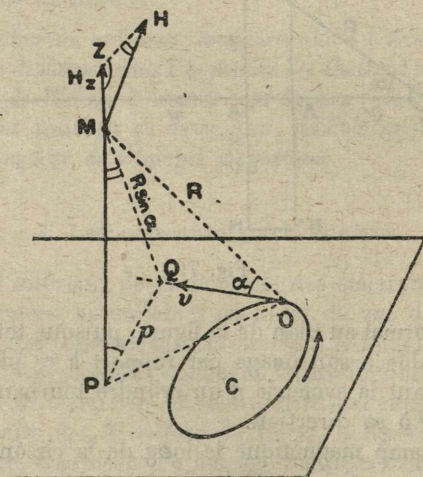


Fig. 80.

champ électrique pour en changer la répartition, les lignes de force tendant, à distance de  $O$  grande par rapport au rayon de la particule, à s'accumuler dans le plan perpendiculaire à  $OX$ .

L'expression obtenue pour  $H$  reste utilisable même pour les électrons présents dans la molécule, puisque leur vitesse ne semble pas, en général, s'élever beaucoup au-dessus du centième de celle de la lumière.

6. Il est facile, comme l'ont déjà fait divers auteurs, de calculer, en partant du résultat précédent, la projection  $H_z$  sur une direction quelconque  $PM$ , du



champ magnétique  $H$  produit au point  $M$  par une particule électrisée  $O$  décrivant une orbite fermée, de petites dimensions par rapport à la distance  $R$ , suivant une courbe dont la projection  $C$  sur un plan perpendiculaire à  $PM$  importe seule, puisque la composante de la vitesse parallèle à  $PM$  produit en  $M$  un champ magnétique perpendiculaire à  $PM$  et dont la projection est nulle. Soit  $v$  la vitesse projetée. Si  $p$  est la distance de cette vitesse au point  $P$ , la similitude des triangles  $PQM$  et  $ZMH$  donne :

$$H_z = H \frac{p}{R \sin \alpha},$$

d'où, en remplaçant  $H$  par sa valeur  $\frac{ev \sin \alpha}{R^2}$  :

$$H_z = \frac{epv}{R^3}.$$

Le moment  $pv$  de la vitesse par rapport à  $PM$  est égal d'ailleurs au double de la *vitesse aréolaire*  $A$  du point  $O$  sur l'orbite projetée, par rapport au point  $P$ , et comptée positivement dans le sens trigonométrique.

Donc :

$$H_z = \frac{2eA}{R^3}.$$

7. Ce champ magnétique projeté  $H_z$  restera constant dans le cas particulier où le mouvement de l'électron serait dû à des forces centrales émanant d'un point  $C$  intérieur à l'orbite, et où la direction  $MP$  passerait par ce point  $C$ , puisque la vitesse aréolaire  $A$  resterait alors constante, ainsi que la distance  $R$  supposée grande par rapport aux dimensions de l'orbite.

Dans tous les autres cas,  $H_z$  sera variable, et la grandeur intéressante devient sa valeur moyenne  $\bar{H}_z$  en fonction du temps. Si les variations de  $R$  quand  $O$  se déplace sont du second ordre par rapport aux dimensions de l'orbite, ce qui suppose  $R$  grand par rapport à  $p$ , c'est-à-dire  $\alpha$  toujours voisin d'un angle droit, on peut considérer  $R$  comme invariable, et l'on a, si  $\bar{A}$  désigne la valeur moyenne de la vitesse aréolaire :

$$\bar{H}_z = \frac{2e\bar{A}}{R^3}.$$

Si  $S$  représente la surface de l'orbite projetée et  $\tau$  la période de révolution, on a évidemment :

$$\bar{A} = \frac{S}{\tau},$$

donc :

$$\bar{H}_z = \frac{2eS}{R^3 \tau}.$$



Le courant particulaire est donc équivalent au point de vue de la production de ce champ moyen à un aimant élémentaire de moment :

$$(1) \quad M = \frac{eS}{\tau} = e\bar{A}.$$

Il est facile de montrer que cette équivalence subsiste, pour les points éloignés de l'orbite dans une direction quelconque, telle que les variations de  $R$  soient de l'ordre des dimensions de l'orbite. De sorte qu'au total le champ magnétique *moyen* produit par un courant particulaire à distance est identique à celui d'un aimant normal au plan de l'orbite et de moment  $\frac{eS}{\tau} = e\bar{A}$ .

8. Il correspondra un semblable courant particulaire à chacun des électrons en mouvement dans la molécule, et, au point de vue du champ magnétique moyen à distance, celle-ci sera équivalente à un aimant de moment résultant égal à la somme géométrique des moments obtenus pour chaque orbite. Ce moment résultant pourra être nul si, par une symétrie intérieure, les différents courants particuliers se compensent mutuellement au point de vue de leur action moyenne à distance, cette compensation n'empêchant pas les courants particuliers d'exister et la molécule de produire un champ électromagnétique plus ou moins complexe à des distances comparables à ses dimensions.

Je crois important de remarquer que ce champ pourra jouer un rôle considérable dans les actions de cohésion et dans l'orientation mutuelle des molécules très voisines, qui doit intervenir pour déterminer la structure cristalline.

9. Sous l'action d'un champ magnétique extérieur, uniforme dans l'étendue d'une semblable molécule magnétiquement neutre au total, celle-ci n'aura pas de tendance à s'orienter, il n'y aura pas de paramagnétisme. Nous verrons plus loin comment le cas du moment résultant non nul fournit, au contraire, la représentation des faits de paramagnétisme et permet de retrouver la loi expérimentale de M. Curie pour la variation du magnétisme faible avec la température. Mais je veux d'abord montrer comment un semblable système moléculaire, possédant ou non un moment résultant, se modifiera au moment de la production d'un champ magnétique extérieur, indépendamment de l'orientation d'ensemble, pour donner naissance au phénomène du diamagnétisme, propriété générale de la matière, visible seulement quand le moment résultant moléculaire est nul, et simplement masquée par le paramagnétisme beaucoup plus intense qui résulte de l'orientation des molécules quand le moment résultant de celles-ci n'est pas nul.

A ce point de vue, la matière sous toutes ses formes serait diamagnétique, et la propriété paramagnétique serait présentée par celles-là seulement dont les molécules ont une symétrie compatible avec l'existence d'un moment magnétique résultant, c'est-à-dire, suivant les idées de M. Curie, avec celle d'un cylindre tournant. Les molécules dont la symétrie est supérieure à celle-là seront purement diamagnétiques; au contraire, *pourront* être paramagnétiques celles dont le groupe de symétrie est un intergroupe de celui du cylindre tournant. On s'explique ainsi la différence profonde entre les deux catégories de molécules, et que le paramagnétisme, dès qu'il est possible, masque complètement le dia-



magnétisme, sans qu'il existe de transition entre les deux catégories : les constantes paramagnétiques expérimentales sont toutes très grandes par rapport aux constantes diamagnétiques. La dissymétrie du cylindre tournant existe ou n'existe pas.

10. Précisons d'abord ce que nous appellerons *mouvement d'ensemble* d'une molécule, translation ou rotation. L'édifice moléculaire contiendra des électrons de deux catégories au moins, positifs et négatifs, puisque la molécule est électriquement neutre. Le rapport  $\frac{e}{m}$  de la charge à la masse variera d'une catégorie à l'autre.

Si  $x, y, z$  sont les coordonnées d'un électron par rapport à des axes de direction fixe dans l'éther, le centre de gravité O de la molécule aura pour coordonnées :

$$a = \frac{\Sigma mx}{\Sigma m}, \quad b = \frac{\Sigma my}{\Sigma m}, \quad c = \frac{\Sigma mz}{\Sigma m},$$

et la translation d'ensemble aura pour composantes :

$$\frac{da}{dt}, \quad \frac{db}{dt}, \quad \frac{dc}{dt}.$$

L'énergie cinétique qui correspond à cette translation d'ensemble est par conséquent :

$$\frac{1}{2} \Sigma m \left[ \left( \frac{da}{dt} \right)^2 + \left( \frac{db}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dc}{dt} \right)^2 \right].$$

De la même manière, on définira la rotation d'ensemble et l'énergie cinétique correspondante d'une molécule en calculant le moment total de la quantité de mouvement des électrons par rapport au centre de gravité; ce moment aura pour composantes  $L_x, L_y, L_z$  définies par :

$$L_z = \Sigma m \left( \xi \frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{d\xi}{dt} \right),$$

en posant :

$$\xi = x - a, \quad \eta = y - b, \quad \zeta = z - c.$$

Si  $I_{xx}, I_{xy}, \dots$  sont les moments et produits d'inertie de la molécule dans sa configuration actuelle, par rapport à O,

$$I_{xx} = \Sigma m (\eta^2 + \zeta^2), \quad I_{xy} = \Sigma m \zeta \eta,$$

les composantes  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  de la vitesse angulaire de rotation d'ensemble sont déterminées par des équations analogues à :

$$L_x = \omega_x I_{xx} + \omega_y I_{xy} + \omega_z I_{xz},$$



et l'énergie cinétique de cette rotation d'ensemble est :

$$\frac{1}{2}(\omega_x L_x + \omega_y L_y + \omega_z L_z).$$

Si aucune force, aucun champ extérieur, n'agit sur la molécule,  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$  resteront invariables. Il n'en sera pas nécessairement de même des parties de la quantité de mouvement relatives aux diverses espèces d'électrons; si l'on admet seulement deux espèces, on aura :

$$L_z = L_{1z} + L_{2z}.$$

Le moment magnétique résultant sera, d'après l'équation (1) et l'expression connue de la vitesse aréolaire :

$$\begin{aligned} M_z &= M_{1z} + M_{2z} = \frac{1}{2} \sum e \left( \xi \frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{d\xi}{dt} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{e}{m} \right)_1 L_{1z} + \left( \frac{e}{m} \right)_2 L_{2z} \right]. \end{aligned}$$

Comme les  $\frac{e}{m}$  sont différents,  $M_z$  peut varier bien que  $L_z$  reste constant : la molécule en rotation peut entraîner avec elle son axe magnétique.

Soient X, Y, Z les composantes de la force qu'exercent sur un électron intérieur à la molécule les autres électrons qui constituent celle-ci, tout champ extérieur étant supposé absent. On aura, puisque le centre de gravité conserve, dans ces conditions, un mouvement uniforme :

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 \xi}{dt^2} &= X, \\ \frac{dM_z}{dt} &= \sum \frac{e}{2m} (\xi Y - \eta X). \end{aligned}$$

Si la molécule a un moment résultant nul, ou si dans le cas contraire elle n'a pas de mouvement d'ensemble, et conserve par suite, en moyenne, une configuration fixe et un moment magnétique constant en grandeur et en direction, le second membre de l'égalité précédente sera nul.

Si au contraire la même molécule possède un moment résultant non nul et est en rotation, les composantes du moment doivent varier avec le temps, et la molécule doit être légèrement déformée par rapport à la configuration précédente pour que le second membre prenne une valeur différente de zéro. On en conclut qu'une molécule *magnétique* en rotation d'ensemble doit avoir une configuration moyenne légèrement différente de celle qu'elle possède au repos ou en translation uniforme, cette déformation lui permettant d'entraîner son axe magnétique dans la rotation, permettant un échange de quantité de mouvement entre les diverses catégories d'électrons pour que  $L_{1z}$ ,  $L_{2z}$  et par suite  $M_z$  puissent varier, bien que  $L_z$  reste constant. Je dis légèrement déformée,



parce que les mouvements d'ensemble qui correspondent à l'agitation thermique sont généralement très lents par rapport à l'agitation intérieure des électrons qui constituent la molécule.

## II. Action d'un champ magnétique extérieur. — Diamagnétisme.

11. La modification produite dans un ensemble de molécules contenant des courants particuliers par la superposition d'un champ magnétique extérieur à celui que ces courants produisent est indépendante comme nous l'allons voir de la manière dont cette superposition est obtenue, soit par établissement du champ dans la région occupée par les molécules, soit par déplacement de celles-ci dans un champ magnétique persistant.

Dans ce dernier cas, la modification est due aux forces électromagnétiques que crée le déplacement des électrons dans le champ magnétique, forces toujours normales à la direction de la vitesse, incapables par suite d'effectuer un travail, mais pouvant provoquer un échange d'énergie entre le mouvement d'ensemble de la molécule, rotation ou translation, et les courants particuliers qui la constituent. Dans le cas opposé où la molécule est supposée immobile et où l'on établit le champ, le travail nécessaire à la modification des courants particuliers est fourni par les forces électriques d'induction que produit l'établissement du champ, conformément aux équations de Hertz, forces que J.-J. Thomson ne fait pas intervenir et dont M. Voigt tient compte de manière incomplète.

L'effet du déplacement des molécules étant le même que celui de l'établissement initial du champ, l'état du système à un moment donné sera le même que si le champ venait d'être établi pendant que les molécules possèdent leur position actuelle. *La propriété diamagnétique acquise au moment de la création du champ subsistera en dépit du mouvement d'ensemble des molécules, dans le cas où ce mouvement n'est pas modifié par le champ extérieur, c'est-à-dire lorsque le moment résultant de chaque molécule est nul, lorsqu'il n'y a pas de paramagnétisme.*

12. Pour démontrer ceci de manière générale, considérons un élément de volume d'un milieu isotrope composé de molécules identiques dont les orientations sont réparties également dans toutes les directions. Cherchons quel est au point de vue du moment magnétique de cet élément l'effet de tous les électrons de même nature, de charge  $e$  et de masse  $m$ , les corpuscules cathodiques, par exemple, contenus dans toutes les molécules.

Nous rapporterons le système à des axes de direction fixe par rapport à l'éther, mais dont l'origine coïncidera à chaque instant avec le centre de gravité de l'ensemble des électrons considérés, ce qui implique, si les  $\Sigma$  représentent des sommes étendues à tous ces électrons :

$$\Sigma x = \Sigma y = \Sigma z = 0,$$

et par suite de l'isotropie admise :

$$\Sigma xy = \Sigma yz = \Sigma zx = 0.$$



Ce centre de gravité pourra avoir un mouvement qui sera le mouvement de translation d'ensemble de l'élément de volume, de composantes  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , de sorte que la vitesse absolue d'un électron particulier par rapport à l'éther sera :

$$u + \frac{dx}{dt}, \quad v + \frac{dy}{dt}, \quad w + \frac{dz}{dt}.$$

Nous supposerons de plus que les électrons considérés présents dans une même molécule sont soumis, en dehors des forces exercées par les champs extérieurs, aux forces  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  dues aux actions intérieures à la molécule et déterminées par sa configuration. Nous désignerons comme plus haut par  $abc$  les coordonnées du centre de gravité d'une semblable molécule. On a évidemment, en raison de la répartition uniforme des molécules dans l'élément de volume :

$$\Sigma a = \Sigma b = \Sigma c = 0, \quad \Sigma ab = \Sigma bc = \Sigma ca = 0.$$

La distance  $\rho$  d'un électron au centre de gravité aura pour composantes :

$$\xi = x - a, \quad \eta = y - b, \quad \zeta = z - c,$$

avec les relations évidentes :

$$\Sigma \xi = \Sigma \eta = \Sigma \zeta = \Sigma \xi \eta = \Sigma \eta \zeta = \Sigma \zeta \xi = 0.$$

De plus, nous poserons :

$$\Sigma \xi^2 = \Sigma \eta^2 = \Sigma \zeta^2 = \frac{1}{2} = \frac{nr^2}{2},$$

si  $n$  est le nombre total des électrons considérés et  $r^2$  le carré du rayon de gyration de l'ensemble des électrons d'une molécule de configuration moyenne par rapport à un axe passant par leur centre de gravité.

La vitesse aréolaire d'un électron sur son orbite par rapport au centre de gravité a pour composante dans la direction  $OZ$  :

$$A_z = \frac{1}{2} \left( \xi \frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{d\xi}{dt} \right),$$

et le moment magnétique total est dans cette direction :

$$M_z = \Sigma e A_z = \frac{e}{2} \sum \left( \xi \frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{d\xi}{dt} \right).$$

Cherchons la variation de ce moment magnétique en fonction du temps :

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{e}{2} \sum \left( \xi \frac{d^2\eta}{dt^2} - \eta \frac{d^2\xi}{dt^2} \right).$$



Si  $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$  sont les composantes des champs électrique et magnétique dus à des causes extérieures à l'élément de volume, on aura pour le mouvement de cet électron les équations :

$$\begin{aligned} m \frac{d^2\xi}{dt^2} &= X + eE_x + eH_z \left( v + \frac{dy}{dt} \right) \\ &\quad - eH_y \left( w + \frac{dz}{dt} \right) - m \frac{d^2a}{dt^2} - m \frac{du}{dt}, \\ m \frac{d^2\eta}{dt^2} &= Y + eE_y + eH_x \left( w + \frac{dz}{dt} \right) \\ &\quad - eH_z \left( u + \frac{dx}{dt} \right) - m \frac{d^2b}{dt^2} - m \frac{dv}{dt}. \end{aligned}$$

Les champs extérieurs varieront lentement dans l'étendue de l'élément de volume, et l'on pourra se contenter de conserver les termes du premier degré dans leur développement en série de Taylor à partir de l'origine des coordonnées. Par exemple :

$$E_x = E_{0x} + x \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} \right)_0 + y \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)_0 + z \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} \right)_0.$$

Calculant  $\frac{dM_z}{dt}$  en tenant compte des sommes nulles indiquées plus haut, qui sont nulles à chaque instant, il reste en posant :

$$\left( \frac{dM_z}{dt} \right)_0 = \frac{e}{2m} \sum (\xi y - \eta x)$$

pour le terme qui représente la variation du moment magnétique due aux forces intérieures, indépendamment des champs extérieurs :

$$\begin{aligned} \frac{dM_z}{dt} &= \frac{e^2}{4m} \left\{ I \left[ \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} \right)_0 - \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)_0 \right] \right. \\ &\quad \left. + wI \left[ \left( \frac{\partial H_x}{\partial x} \right)_0 + \left( \frac{\partial H_y}{\partial y} \right)_0 \right] \right. \\ &\quad \left. - I \left[ u \left( \frac{\partial H_x}{\partial x} \right)_0 + v \left( \frac{\partial H_y}{\partial y} \right)_0 \right] - H_{0z} \frac{dl}{dt} \right\} + \left( \frac{dM_z}{dt} \right)_0. \end{aligned}$$

Mais on a, d'après les équations du champ électromagnétique :

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= - \frac{\partial H_z}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} &= 0. \end{aligned}$$

En substituant il reste, en laissant de côté les indices 0 :

$$\frac{dM_z}{dt} = - \frac{e^2}{4m} \left[ I \left( \frac{\partial H_z}{\partial t} + u \frac{\partial H_x}{\partial x} + v \frac{\partial H_x}{\partial y} + w \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + H_z \frac{dl}{dt} \right] + \left( \frac{dM_z}{dt} \right)_0.$$



Or :

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} + u \frac{\partial H_z}{\partial x} + v \frac{\partial H_z}{\partial y} + w \frac{\partial H_z}{\partial z} = \frac{dH_z}{dt}.$$

Cette dernière dérivée étant prise en suivant le déplacement de l'élément de volume. Il reste donc :

$$(2) \quad \frac{dM_z}{dt} = -\frac{e^2}{4m} \frac{d(H_z I)}{dt} + \left( \frac{dM_z}{dt} \right)_0.$$

Intégrant par rapport à  $t$  et désignant par  $\Delta M_z$  l'accroissement fini depuis l'origine du temps où  $H_z$  est nul, jusqu'à l'instant où le champ est  $H$ , il vient simplement pour la variation due à l'action du champ extérieur, et qui existe seule pour l'ensemble des électrons si l'élément de volume ne possède pas de moment magnétique initial, n'est pas un aimant en rotation :

$$(3) \quad \Delta M_z = -\frac{e^2}{4m} H I;$$

peu importe que cet établissement soit dû à une modification du système producteur du champ ou au déplacement de l'élément de volume.

Les autres catégories d'électrons fourniront des termes analogues et *de même signe*.

Il en résulte pour l'accroissement du moment magnétique d'un courant particulaire en moyenne :

$$(4) \quad \Delta M = -\frac{He^2}{4m} r^2.$$

Le signe — correspond à un moment de sens inverse au champ extérieur, c'est-à-dire à une modification diamagnétique du système, puisque les facteurs autres que  $H$  sont essentiellement positifs. *Toute matière possédera donc la propriété diamagnétique, que le moment résultant initial de ses molécules soit nul ou non.*

13. Si ce moment initial est nul, aucun phénomène ultérieur ne se produira et la substance sera purement diamagnétique, car les chocs mutuels entre molécules, que nous n'avons pas fait intervenir jusqu'ici, puisque uniquement les actions intérieures sur les électrons ont été introduites, ne modifieront rien à l'état du système. En effet, le moment de chaque molécule étant nul, l'établissement du champ extérieur ne modifiera pas son mouvement d'ensemble, et les chocs mutuels se produiront exactement comme auparavant, la modification diamagnétique étant toujours extrêmement faible, comme on le verra plus loin. Or, si la substance est en équilibre thermique, ces chocs ne modifient aucunement la distribution moyenne des électrons; la quantité de mouvement totale des électrons de chaque espèce se conservera dans les chocs, et par suite le moment diamagnétique.

De plus, le mouvement d'ensemble d'aucune molécule n'étant altéré, aucune variation de température ne suivra la variation diamagnétique. Nous allons voir qu'inversement et conformément aux principes thermodynamiques, la température n'influe pas sur les constantes diamagnétiques.



On peut encore démontrer de la manière suivante la persistance du diamagnétisme en dépit des chocs entre molécules. La formule fondamentale (2) suppose essentiellement que les axes de coordonnées conservent une direction fixe par rapport à l'éther, mais nous n'avons nullement dans sa démonstration éliminé la possibilité d'un mouvement de rotation d'ensemble de l'élément de volume, ni d'une accélération de cette rotation aussi bien que de la translation  $u, v, w$ . Quel que soit le mouvement d'ensemble de l'élément de volume, son état diamagnétique est déterminé à chaque instant par sa position actuelle par rapport au champ.

La même démonstration pourrait s'appliquer exactement au cas d'une molécule unique ayant un mouvement d'ensemble absolument quelconque et contenant, comme cela est vraisemblable d'après la complexité des spectres, un nombre d'électrons assez grand pour que les conditions de sommes nulles y soient remplies à chaque instant. L'état diamagnétique de cette molécule, modification  $\Delta M$  produite par le champ extérieur, ne dépend à chaque instant que de la position actuelle de la molécule par rapport au champ, quels que soient les chocs antérieurement subis.

Je n'ai pas tenu compte dans ce qui précède des forces intérieures qui peuvent résulter de la modification diamagnétique elle-même. Il serait important, mais assez difficile, je crois, de les faire intervenir. Elles ne me semblent pas devoir modifier de manière appréciable les résultats précédents : un argument sérieux dans ce sens est fourni par le résultat du n° (21) que je crois possible de généraliser, et d'après lequel la modification diamagnétique, en moyenne au moins, ne correspondrait qu'à un changement de vitesse des électrons sans déformation des orbites, à un changement d'intensité des courants particuliers sans déplacement relatif des circuits qu'ils parcourent. Cette absence de déformation moyenne de la molécule pendant la modification diamagnétique doit rendre négligeables des réactions intérieures que celle-ci produit.

Si l'unité de volume contient  $N$  électrons identiques, la partie correspondante de la susceptibilité diamagnétique sera :

$$k = \frac{Ne^2}{4m} r^2 = \frac{\rho}{4} \left(\frac{e}{m}\right)^2 r^2,$$

si  $\rho$  est la densité des électrons correspondants par unité de volume. On voit que l'effet produit contient en facteur le carré du rapport  $\frac{e}{m}$ , et si, comme tout le fait supposer, ce rapport est au moins mille fois plus grand pour les électrons négatifs, ou corpuscules cathodiques, que pour les positifs, ce sont les premiers, présents dans toute matière, qui joueront le rôle essentiel dans la production du diamagnétisme.

14. Tous les électrons présents dans la molécule doivent intervenir dans cette production; or leurs mouvements intramoléculaires dépendent extrêmement peu de la température, comme semble bien l'indiquer la fixité des raies spectrales : la lente agitation d'ensemble qui correspond au phénomène thermique ne modifiant pas l'état intérieur du système. Il en résulte que la constante diamagnétique doit varier très peu avec la température, conformément au résultat expérimental



de M. Curie. De plus, suivant un autre résultat de M. Curie, la constante diamagnétique paraît indépendante de l'état physique ou chimique : la représentation précédente ferait bien du diamagnétisme une propriété atomique.

L'exception présentée par le bismuth solide dont la constante diamagnétique diminue à peu près linéairement quand la température s'élève, tient peut-être, comme l'a supposé J.-J. Thomson<sup>(1)</sup>, à la présence dans le métal de corpuscules cathodiques libres qui lui donnent sa conductibilité et dont le champ magnétique extérieur incurve dans le sens qui correspond au diamagnétisme les chemins de libre parcours, particulièrement longs dans le bismuth.

Le mécanisme est ici tout différent de l'action générale sur les électrons mobiles en orbites fermées à l'intérieur des molécules, et la température peut intervenir pour modifier la vitesse des électrons libres ainsi que leurs libres parcours et leur nombre.

15. Si l'on suppose circulaires les orbites fermées et si l'on désigne par  $r_1$  leur rayon quadratique moyen, il est facile de démontrer que :

$$\bar{r}^2 = \frac{r_1^2}{3},$$

d'où pour la susceptibilité due aux électrons négatifs :

$$k = \frac{\rho}{12} \left(\frac{e}{m}\right)^2 r_1^2.$$

Dans le cas de l'eau, dont la constante diamagnétique est  $0,8 \times 10^{-6}$ , la densité  $\rho$  des électrons négatifs qui constituent seulement une partie de la molécule est inférieure à l'unité, et probablement très supérieure à  $\frac{1}{2000}$ , rapport de la masse d'un électron négatif à celle de l'atome d'hydrogène. Le rapport  $\frac{e}{m}$  est d'ailleurs connu et égal à  $1,8 \times 10^7$ . On peut déduire de là une limite inférieure et une limite supérieure pour le rayon quadratique  $r_1$  :

$$2 \times 10^{-10} < r_1 < 10^{-8},$$

résultat parfaitement d'accord avec ce que nous savons sur les grandeurs moléculaires ; on sait par ailleurs que le rayon des molécules est un peu supérieur à  $10^{-8}$ , et celles-ci peuvent par suite contenir des orbites de rayon moyen  $r_1$ . On s'explique ainsi par la petitesse du rayon moyen  $r_1$ , nécessairement inférieur aux dimensions moléculaires, la petitesse des effets diamagnétiques.

16. Nous n'avons jusqu'ici vu apparaître aucun paramagnétisme ; si l'on ne tient pas compte des actions mutuelles entre molécules, qui se produisent soit au moment de leurs chocs comme dans le cas des gaz, soit grâce à leur proximité dans les milieux plus denses, il n'apparaît, même si la molécule possède

(1) J.-J. THOMSON, *Rapports du Congrès international*, t. III, 1900, p. 148.



un moment résultant, que le phénomène de diamagnétisme obtenu plus haut. L'effet initial de la création du champ magnétique est dans tous les cas de polariser la matière diamagnétiquement.

Mais, contrairement à ce qui se passe pour les corps purement diamagnétiques, la molécule de moment résultant non nul a son énergie cinétique d'ensemble modifiée par le champ magnétique, sans qu'il en résulte d'ailleurs aucun paramagnétisme initial pour l'élément de volume. Certaines molécules auront leur force vive augmentée, d'autres diminuée, c'est-à-dire que l'équilibre thermique sera troublé et les chocs ultérieurs auront pour effet de produire un réarrangement qui égalisera les énergies cinétiques moyennes dans toutes les orientations et fera apparaître un moment paramagnétique d'ensemble. En effet, comme on le verra plus loin (37), il résulte de ce réarrangement d'après la théorie des gaz, que les directions de moindre énergie potentielle, c'est-à-dire pour lesquelles l'aimant moléculaire est parallèle au champ extérieur, se trouveront privilégiées. L'apparition du paramagnétisme, contrairement à celle du diamagnétisme, n'est donc pas immédiate, au moins dans le cas des gaz où les actions mutuelles entre molécules ne se manifestent qu'au moment des chocs, et ces actions mutuelles sont indispensables pour que le paramagnétisme apparaisse.

Le réarrangement des énergies cinétiques se produit dans le cas des gaz en un temps de l'ordre de ce que Maxwell a appelé le *temps de relaxation* <sup>(1)</sup>, temps nécessaire pour qu'une perturbation locale à partir du régime permanent disparaisse dans le gaz par suite des chocs entre molécules. Ce temps de relaxation est de l'ordre  $10^{-10}$  seconde, de sorte que l'apparition du paramagnétisme est pratiquement instantanée. D'autant plus que nous ne savons pas établir de champs magnétiques permanents en un temps de cet ordre.

On conçoit aussi comment il se fait que les propriétés magnétiques puissent disparaître quand il s'agit de vibrations électromagnétiques un peu rapides qui ne laissent pas au réarrangement, à cet amortissement particulier, le temps de se produire. Le diamagnétisme doit subsister, et même exister seul dans ce cas pour les corps ordinairement magnétiques, mais il est beaucoup trop faible pour qu'on puisse s'en apercevoir.

Enfin, contrairement à ce qui se passe dans le cas du diamagnétisme, il résultera du réarrangement un changement de la température moyenne du milieu magnétique. On en peut déduire, par application du principe de Carnot, que la température devra modifier les propriétés magnétiques, tandis qu'elle n'agit pas sur le diamagnétisme. Ce sont au moins qualitativement les lois de M. Curie. Nous préciserons plus loin (37).

17. Remarquons enfin que le résultat essentiel du n° 12 est susceptible d'une interprétation très simple qui se précisera d'ailleurs par la suite. La relation :

$$\Delta M = - \frac{He^2}{4m} r^2$$

(1) Voir BOLTZMANN, *Théorie des gaz*. Trad. Gallotti, t. I, p. 155.



peut s'écrire, s'il s'agit d'une orbite circulaire :

$$\Delta M = -\frac{He^2S}{4\pi m} = -\frac{e^2}{4\pi m} HS.$$

La variation de moment magnétique du courant particulaire est déterminée par le flux d'induction magnétique  $HS$  que le champ extérieur produit à travers lui. *C'est précisément le résultat qu'on obtiendrait en appliquant tout simplement au courant particulaire les lois élémentaires de l'induction pour les circuits ordinaires, à condition de lui supposer une résistance nulle et une self-induction  $L$ ;  $i$  étant le courant, l'équation d'induction donne :*

$$\frac{dLi}{dt} = -\frac{dHS}{dt}.$$

$$\Delta Li = -HS.$$

Or :

$$\Delta M = \Delta Si = -\frac{e^2}{4\pi m} HS.$$

Il suffirait de prendre :

$$\frac{e^2}{4\pi m} Li = Si,$$

$$(5) \quad \frac{S}{L} = \frac{e^2}{4\pi m}, \quad L = \frac{4\pi^2 r^2 m}{e^2}.$$

*Cette self-induction apparente due à l'inertie de l'électron ne s'identifiera, comme on va le voir, avec une self-induction véritable, correspondant à la création d'un champ magnétique par le courant particulaire, que si l'inertie de l'électron est tout entière d'origine électromagnétique.*

### III. La théorie de Weber et l'inertie électromagnétique.

18. On sait comment Weber avait proposé d'expliquer le diamagnétisme par la présence de circuits fermés, de résistance nulle, tels par conséquent qu'au moment où l'on veut établir un champ extérieur, ces circuits soient le siège d'un courant induit, diamagnétique d'après la loi de Lenz, déterminé par la condition que la variation de flux soit nulle au travers du circuit.

Les courants particuliers que nous avons envisagés sont en somme analogues aux circuits de Weber et permettent d'expliquer à la fois le magnétisme par leur orientation variable et le diamagnétisme par les phénomènes d'induction dont ils sont le siège. Mais la variation que nous avons obtenue pour leur moment magnétique lors de la superposition d'un champ extérieur  $H$  :

$$\Delta M = -\frac{He^2}{4m} r^2$$

n'implique nullement la constance du flux à travers l'orbite. La production



du champ  $H$  produit un accroissement du flux  $HS$  dû au système producteur du champ; pour trouver la variation totale du flux il nous faut faire intervenir la self-induction vraie  $L'$  du courant particulaire, distincte de la self-induction apparente  $L$  dont nous avons seulement parlé jusqu'ici (17).

Cette self-induction vraie correspond à l'énergie du champ magnétique produit par l'électron pendant son déplacement, énergie proportionnelle au carré du champ, c'est-à-dire au carré de la vitesse ou de l'intensité du courant particulaire et ayant pour valeur  $\frac{1}{2} L'i^2$ .

Supposons, pour simplifier, l'orbite circulaire de rayon  $r$  et parcourue d'un mouvement uniforme pendant la période  $\tau$ . L'énergie magnétique, proportionnelle au carré de la vitesse, tant que celle-ci n'est pas voisine de celle de la lumière, doit être fournie au moment du changement de vitesse et par suite représente une partie au moins de l'énergie de mise en mouvement de l'électron  $\frac{1}{2} mv^2$ . Soit  $\rho$  le rapport de ces deux énergies, rapport égal à 1 si toute l'inertie est d'origine électromagnétique; on aura :

$$\frac{1}{2} L'i^2 = \rho \times \frac{1}{2} mv^2.$$

Le flux de self-induction à travers l'orbite est  $L'i$  :

$$L'i = \frac{\rho mv^2}{i}.$$

Or :

$$v = \frac{2\pi r}{\tau} \quad \text{et} \quad i = \frac{e}{\tau},$$

$$L'i = \frac{4\pi^2 r^2 \rho m}{e\tau} = \frac{4\pi\rho m}{e^2} M.$$

Quand le moment magnétique varie par suite de la superposition du champ extérieur  $H$ , nous avons vu que :

$$\Delta M = -\frac{Hc^2}{4m} r^2$$

Donc :

$$\Delta L'i = -\rho H\pi r^2 = -\rho HS.$$

La variation totale du flux à l'intérieur du courant particulaire est donc :

$$\Delta\phi = HS + \Delta L'i = (1 - \rho) HS.$$

*variation qui est nulle conformément à l'hypothèse de Weber si  $\rho$  est égal à 1, c'est-à-dire si l'inertie de l'électron est tout entière d'origine électromagnétique. Il est remarquable que cette conception de Weber pour l'explication du diamagnétisme*



impliquait, de manière assez indirecte il est vrai, la nature électromagnétique de l'inertie.

La self-induction apparente, d'origine cinétique, se confond alors avec la self-induction vraie, de nature magnétique, et l'on a :

$$L = L' = \frac{4\pi^2 r^3 m}{e^2}.$$

19. Il est facile de montrer que la modification diamagnétique ne correspond qu'à un changement insignifiant dans le moment magnétique du courant particulaire.

Nous avons vu en effet que ce moment magnétique projeté sur la direction du champ a pour valeur :

$$M = \frac{eS}{\tau},$$

et qu'il subit *par suite de la variation du champ* une modification :

$$\Delta M = - \frac{He^2}{4m} r^2.$$

On a, en moyenne, dans le cas d'orbites circulaires projetées, de rayon quadratique moyen  $r_1$  :

$$\overline{r^2} = \frac{r_1^2}{3}, \quad S = \frac{\pi r_1^2}{2}.$$

La variation relative du moment magnétique est :

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{H\tau}{6\pi} \frac{e}{m},$$

$\frac{e}{m}$  est de l'ordre  $10^7$  pour les électrons négatifs et moindre encore pour les positifs,  $\tau$  est de l'ordre des périodes lumineuses, c'est-à-dire  $10^{-15}$ , donc  $H$  devrait être de l'ordre  $10^9$  pour que  $\frac{\Delta M}{M}$  approche de l'unité. Il en résulte que *les champs magnétiques les plus intenses que nous sachions créer, toujours inférieurs à  $10^5$ , ne produisent dans le moment magnétique des courants particuliers qu'une variation inférieure au dix-millième.*

20. Comme le moment magnétique du courant particulaire, son intensité moyenne (égale à  $\frac{e}{\tau}$  puisque chaque région de l'orbite est traversée *une fois* pendant la durée de révolution  $\tau$  par la charge  $e$ ) varie très peu pendant l'établissement des champs magnétiques extérieurs que nous savons produire. Nous verrons plus loin (33) que dans le cas d'une orbite circulaire parcourue sous l'action d'une force centrale, le rayon de l'orbite n'est pas modifié pendant l'établissement du champ et que seule la période  $\tau$  change, comme l'intensité moyenne  $\frac{e}{\tau}$  et le moment  $\frac{eS}{\tau}$ , d'une quantité au plus égale au dix-millième de sa



valeur. Ce changement de période correspond précisément au phénomène de Zeeman qui modifie très peu, comme on le sait, la période des vibrations lumineuses, même dans les champs les plus intenses. Par là le phénomène de Zeeman se trouve relié à la modification diamagnétique et permet de démontrer sa faible importance relative.

Il en résulte que les déplacements des courants particuliers peuvent dans tous les cas expérimentaux être considérés comme s'effectuant pratiquement à intensité constante et qu'il n'y a pas lieu à ce point de vue d'établir de distinction entre les phénomènes d'induction produits par déplacement de courants constants ou d'aimants.

#### IV. Le phénomène de Zeeman.

21. M. Lorentz<sup>(1)</sup> a montré comment la théorie des électrons permet de prévoir le phénomène de Zeeman dans le cas où le corpuscule qui crée un courant particulière gravite autour d'un centre qui l'attire proportionnellement à la distance, c'est-à-dire dans le cas où le système possède une période indépendante des conditions initiales du mouvement. M. Larmor<sup>(2)</sup>, sous cette même restriction d'un système possédant des périodes indépendantes des conditions initiales, à obtenu l'effet Zeeman pour un ensemble d'électrons tous identiques. Il est remarquable que nos résultats sur le diamagnétisme, dont l'effet Zeeman est corrélatif, permettent d'éliminer cette restriction, et d'obtenir sous l'action d'un champ magnétique, au moins pour une orbite circulaire, un changement de période indépendant de la loi d'action qui maintient l'électron sur l'orbite.

Soit  $\omega$  la vitesse angulaire  $\frac{2\pi}{\tau}$  avec laquelle l'électron parcourt une orbite de rayon  $r$  sous l'action d'une force centrale attractive  $f(r)$ . En l'absence du champ magnétique l'égalité de la force attractive et de la force centrifuge donne :

$$f(r) = m\omega^2 r.$$

Si l'on établit lentement par rapport à la période  $\tau$  le champ magnétique  $H$  perpendiculaire au plan de l'orbite, et nous avons vu que cette condition de lenteur est toujours remplie, la symétrie du phénomène implique que l'orbite restera circulaire. D'ailleurs nous allons voir que son rayon ne varie pas ; elle restera donc circulaire même si la condition de lenteur n'est pas remplie et si l'action du champ électrique créé au moment de l'établissement du champ se traduit par une impulsion tangentielle.

En général, supposons que le rayon varie de  $\Delta r$  et la vitesse angulaire de  $\Delta\omega$  ; aux deux forces précédemment envisagées vient s'ajouter la force, également radiale, due au déplacement de l'électron dans le champ magnétique et qui a pour valeur  $Hev = He\omega r$ . Le champ étant compté positivement dans le même sens que le moment magnétique du courant particulier, l'équation du mouvement devient :

$$(6) \quad f(r + \Delta r) = m(\omega + \Delta\omega)^2 (r + \Delta r) + He\omega r.$$

(1) LORENTZ, *Rapports du Congrès international*, t. III, 1900, p. 2.

(2) LARMOR, *Phil. Mag.*, t. XLIV, 1897, p. 503.



ou, en conservant seulement les termes du premier ordre :

$$(7) \quad \begin{aligned} f'(r) \Delta r &= 2m\omega r \Delta \omega + m\omega^2 \Delta r + He\omega r \\ [f'(r) = m\omega^2] \Delta r &= 2m\omega r \Delta \omega + He\omega r. \end{aligned}$$

D'autre part, la vitesse aréolaire est  $\frac{\omega r^2}{2}$  et la modification diamagnétique établie plus haut nous donne :

$$(8) \quad \begin{aligned} \Delta \Lambda &= \Delta \frac{\omega r^2}{2} = -\frac{He}{4m} r^2, \\ r^2 \Delta \omega + 2\omega r \Delta r &= -\frac{He}{2m} r^2, \\ -4m\omega^2 \Delta r &= 2m\omega r \Delta \omega + He\omega r. \end{aligned}$$

En retranchant de (7) il vient :

$$[f'(r) + 3m\omega^2] \Delta r = 0.$$

Ce qui conduit à la condition :

$$\Delta r = 0, \quad \Delta \omega = -\frac{He}{2m},$$

à moins que la loi d'action ne satisfasse à la condition toute particulière :

$$f'(r) = -3m\omega^2,$$

qui, jointe à la condition de mouvement circulaire :

$$f(r) = m\omega^2 r,$$

donne :

$$\frac{f'}{f} = -\frac{3}{r},$$

d'où :

$$f = \frac{K}{r^3}.$$

Donc, à moins que la force attractive ne varie rigoureusement en raison inverse du cube de la distance, on aura une variation nulle du rayon de l'orbite et une variation de vitesse angulaire  $-\frac{He}{2m}$  indépendante des conditions du mouvement, vitesse ou rayon, qui est exactement celle fournie par la théorie ordinaire de l'effet Zeeman.

On aboutit ainsi à une généralisation possible d'un important théorème de M. Larmor. Cet auteur a montré que les équations du mouvement d'un système d'électrons, supposés tous identiques, conservent en présence d'un champ



magnétique la *même forme* qu'en l'absence de ce champ. Si l'on rapporte maintenant le mouvement à des axes tournant autour de la direction du champ magnétique avec la vitesse angulaire  $-\frac{H_e}{2m}$ , il en résultera un changement  $-\frac{H_e}{4\pi m}$  dans la fréquence des radiations émises par le système dans l'éther fixe, mais *seulement si les périodes conservent dans le mouvement par rapport aux axes mobiles, la valeur qu'elles avaient avant l'établissement du champ magnétique* dans le mouvement par rapport à des axes fixes. Ceci aura lieu si les périodes, comme dans le cas d'un système élastique, sont indépendantes des conditions initiales du mouvement; c'est le cas très particulier dans lequel on se place généralement. Mais on vient de constater que *le même résultat subsiste ici dans le cas d'une loi d'action quelconque, parce que les forces électriques produites par induction au moment de l'établissement du champ magnétique modifient les vitesses des électrons de manière qu'elles aient par rapport aux axes mobiles précisément la valeur qu'elles avaient par rapport aux axes fixes*, que les conditions initiales, comme la forme des équations différentielles, ne soient pas changées.

La configuration du système (ici le rayon de l'orbite) n'est pas modifiée et tourne simplement tout entière autour de la direction du champ magnétique. Les vitesses absolues des électrons sont seules modifiées, et par suite l'intensité des courants particulières, mais non leur forme.

L'absence de modification dans la forme de l'orbite conduit à assimiler les courants particulières à des courants indéformables où l'intensité seule peut changer et de résistance nulle si l'on néglige le très faible amortissement dû à la radiation qu'implique l'accélération centrale nécessaire pour maintenir l'électron sur son orbite. Cette cause d'amortissement, si elle est sensible, est probablement compensée par le rayonnement qui vient de l'extérieur, dans le cas tout au moins où la molécule est en équilibre thermique avec le milieu.

De plus, si l'on admet que l'inertie des électrons est tout entière électromagnétique, la force vive de ceux-ci n'est autre chose que l'énergie de self-induction du circuit, et les échanges d'énergie avec l'extérieur correspondent simplement aux changements de cette énergie. Cette self-induction est relativement énorme, puisque les variations d'intensité du courant particulière sont toujours très faibles dans les champs les plus intenses. Elle aurait pour valeur, d'après (17) :

$$L = \frac{4\pi^2 r^2 m}{c^2}.$$

Or, si l'électron est assimilé à une sphère chargée de rayon  $a$ , on a pour sa masse électromagnétique aux faibles vitesses :

$$m = \frac{2e^2}{3a},$$

$$L = \frac{8\pi^2 r^2}{3a},$$

$a$  étant environ  $10^{-13}$  cm<sup>(1)</sup>.

(1) P. LANGEVIN, *Ann. Chim. Phys.*, 7<sup>e</sup> série, t. XXVIII, 1903, p. 357 et, dans le présent volume, p. 60.



Pour deux circuits semblables dont les normales formeraient des angles  $\theta$  et  $\theta'$  avec la droite qui les joint et dont la distance finie  $R$  serait grande par rapport aux dimensions moléculaires, on aurait un coefficient d'induction mutuelle :

$$M = 8\pi^2 \frac{r^3}{R^3} (\cos \theta \cos \theta' - \frac{1}{2} \sin \theta \sin \theta'),$$

c'est-à-dire au maximum :

$$M = \frac{8\pi^2 r^3}{R^3},$$

$$\frac{L}{M} = \frac{R^3}{ar^2} > 10^{29} R^3,$$

$r$  étant, comme nous l'avons vu, inférieur à  $10^{-8}$ . C'est dire l'énormité de  $L$  par rapport à  $M$ .

22. Je tiens enfin à insister sur ce fait que le *phénomène de Zeeman est un des aspects de la modification diamagnétique*. La possibilité que la propriété diamagnétique, comme l'effet Zeeman lui-même, soit une propriété générale de la matière, masquée simplement par le paramagnétisme ultérieur quand celui-ci existe, et dû à une cause profondément différente, ressort clairement de ce qui vient d'être dit. Cette possibilité avait été envisagée déjà par M. Curie <sup>(1)</sup>, comme conséquence de son travail sur les variations du magnétisme avec la température.

La généralité du phénomène de Zeeman fournirait ainsi une preuve indirecte de la généralité des phénomènes de diamagnétisme. En particulier, le diamagnétisme du fer, si fortement magnétique au total, se trouve démontré par ce fait que certaines raies du fer présentent le phénomène de Zeeman.

## V. L'énergie magnétique.

23. Cherchons à calculer la dépense d'énergie nécessaire pour produire la modification diamagnétique en nous plaçant par exemple dans le cas d'une molécule immobile pendant l'établissement du champ magnétique  $H$ . La force magnétique, perpendiculaire au déplacement, ne donne aucun travail; la force électrique  $E_x, E_y, E_z$  donne pour un déplacement  $dx, dy, dz$  sur l'orbite le travail :

$$e(E_x dx + E_y dy + E_z dz).$$

Pendant la durée  $\tau$  d'une révolution, de l'ordre de  $10^{-15}$  s, extrêmement courte par rapport à la durée d'établissement du champ par création de courants ou déplacement d'aimants,  $E_x, E_y, E_z$  ne varieront pas sensiblement,

(1) P. CURIE, *Ann. Phys. Chim.*, t. V, 1895, p. 399 (en note).



et l'on pourra calculer le travail effectué tout le long de l'orbite par application du théorème de Stokes :

$$e \int (E_x dx + E_y dy + E_z dz) = e \int \sum \gamma \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) dS,$$

la seconde intégrale étant étendue à toute la surface de l'orbite,  $\gamma$  étant le cosinus directeur par rapport à l'axe des  $z$  de la normale à l'élément  $dS'$  d'une surface limitée par l'orbite. La condition de lenteur dans l'établissement du champ, toujours réalisée d'ailleurs dans les mesures de constantes magnétiques, devient superflue si l'on envisage simultanément un grand nombre de molécules où se trouvent des électrons occupant au même instant toutes les positions possibles sur les orbites correspondantes.

L'équation d'induction (1)' donne pour le travail effectué pendant le temps  $\tau$  d'une période,  $S$  étant la projection de l'orbite sur un plan normal à  $\frac{dH}{dt}$  :

$$-eS \frac{dH}{dt}.$$

Pendant le temps  $dt$  :

$$-\frac{eS}{\tau} \frac{dH}{dt} dt = -M dH,$$

et pendant toute la durée d'établissement du champ  $H$  :

$$(9) \quad W = -\int \frac{eS}{\tau} dH = -\int M dH,$$

si  $M$  est le moment magnétique du courant particulaire dans la direction  $dH$ .

Ce travail, fourni pendant la création du champ  $H$  par le courant qui l'établit ou par l'aimant qu'on déplace, se transforme en énergie cinétique ou potentielle de l'électron qui produit le courant particulaire. *Il représente l'énergie potentielle relative du courant particulaire et du champ H.*

Cette transmission d'énergie au courant particulaire est corrélatrice de la modification diamagnétique; ce sont là deux faces du même phénomène.

24. Si le moment magnétique initial du courant particulaire est  $M_0$  en l'absence de champ extérieur, il devient, en présence du champ  $H$  :

$$M_0 + \Delta M = M_0 - \frac{e^2 r^2}{4m} H,$$

d'où :

$$W = M_0 H - \frac{e^2 r^2}{8m} H^2.$$

Et pour la molécule tout entière de moment résultant  $M$  :

$$W = MH - H^2 \sum \frac{e^2 r^2}{8m}.$$



Si les électrons négatifs jouent seuls un rôle important :

$$W = MH - \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{1}{8} H^2,$$

I étant le moment d'inertie des électrons négatifs contenus dans la molécule, pris par rapport à un axe central parallèle au champ.

Si le corps est purement diamagnétique, M est nul et l'on a simplement :

$$W = - \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{1}{8} H^2,$$

c'est l'énergie mise en jeu dans le phénomène diamagnétique pur, qui se superpose toujours à celle que nous allons envisager maintenant dans le cas où le corps est paramagnétique, mais reste toujours faible par rapport à cette dernière.

25. Dans l'expression de l'énergie potentielle relative d'un courant particulière et d'un champ extérieur on peut donc, en première approximation, lorsqu'il ne s'agit pas de corps purement diamagnétiques, considérer M comme constant et écrire :

$$W = - MH.$$

Cette quantité, produit géométrique pris en signe contraire des deux vecteurs qui représentent le moment magnétique du courant particulière et le champ extérieur, mesure l'énergie emmagasinée pendant l'établissement du champ sous forme d'énergie potentielle et cinétique de l'électron dont le mouvement produit le courant particulière.

26. Cette énergie doit être restituée au moment où, par un procédé quelconque, suppression du champ ou déplacement de la molécule, on fait disparaître le champ extérieur qui traverse le courant particulière.

Quand la modification diamagnétique résulte non plus de l'établissement du champ H, mais d'un déplacement de la molécule par rotation ou translation, le travail  $-MH$  n'est plus fourni au courant particulière par le champ extérieur puisque la force électromagnétique sur l'électron en mouvement est normale à la vitesse, mais par l'énergie cinétique du mouvement d'ensemble de la molécule, rotation ou translation, c'est-à-dire par l'énergie d'agitation thermique si la molécule appartient à un gaz et n'est solidaire d'aucune autre, ou par l'intermédiaire des actions mutuelles entre molécules, c'est-à-dire par le travail des forces extérieures qui produisent le déplacement, dans le cas des aimants par exemple, aucune autre source d'énergie n'étant présente. Le calcul direct justifie d'ailleurs cette prévision dans tous les cas.

27. On sait que, dans le cas d'induction par déplacement relatif de deux courants indéformables d'intensités  $i$  et  $i'$  et d'induction mutuelle M, les deux courants fournissent *chacun* par l'intermédiaire des forces électromotrices induites la même énergie  $\ddot{u}'dM$  ou encore reçoivent  $-\ddot{u}'dM$ . L'une de ces moitiés est empruntée à la cause qui produit le déplacement (travail  $\ddot{u}'dM$



des forces électromagnétiques) et l'autre provient de la diminution d'énergie de volume emmagasinée dans le champ magnétique total.

Ceci est vrai aussi bien des courants ordinaires maintenus par des piles que des courants particuliers, et l'on n'est pas plus en droit de considérer comme nulle l'énergie potentielle relative d'un courant et d'un aimant que celle de deux courants, puisque dans tous les cas *chacun* des deux systèmes absorbe par l'intermédiaire du phénomène d'induction une énergie —  $i \int dM$  égale au travail mécanique des forces qui produisent le déplacement, et qu'on peut se servir dans tous les cas de cette égalité pour calculer la force électromotrice induite. Mais il ne faut pas perdre de vue que l'autre système, courant ou aimant, absorbe une énergie égale provenant du champ magnétique total. Dans le cas d'un courant ordinaire cette énergie modifie la pile et dans le cas d'un aimant elle augmente l'énergie cinétique ou potentielle des électrons en mouvement dans les courants particuliers.

28. Les considérations précédentes s'éclairciront par l'examen de quelques cas particuliers. J'appellerai *aimant* un système permanent de courants particuliers rigidement liés les uns aux autres, incapables d'autres déplacements qu'un mouvement d'ensemble, et par conséquent de moment magnétique total invariable, à la modification diamagnétique près. J'appellerai *milieu magnétique* un système de molécules possédant chacune un moment résultant non nul, et capables de s'orienter individuellement sous l'action d'un champ extérieur. Les aimants réels participent à la fois des deux propriétés précédentes que je distingue pour la clarté de ce qui va suivre.

29. *Aimant et circuit fixes.* — Quand on fait varier l'intensité du courant dans une bobine fixe par rapport à un aimant, le moment magnétique des courants particuliers qui constituent celui-ci reste pratiquement invariable et la bobine n'est le siège d'aucun autre phénomène d'induction que son induction propre. Le courant  $i$  qui la traverse doit donc fournir pour s'établir l'énergie  $\frac{1}{2}Li^2$  qui, en l'absence de l'aimant, serait consacrée tout entière à la production du champ magnétique qui accompagne le courant. Mais les courants particuliers de l'aimant ont été, pendant la création du courant qui a produit le champ  $H$  à travers eux, le siège d'un phénomène d'induction qui les a modifiés diamagnétiquement en leur fournissant, comme on l'a vu plus haut, l'énergie :

$$W = -MH$$

employée à accroître l'énergie cinétique et potentielle des électrons. Le champ magnétique total dû à l'aimant et au courant, au lieu d'augmenter de  $\frac{1}{2}Li^2$  au moment de l'établissement du courant, a augmenté seulement de  $\frac{1}{2}Li^2 - W$ . La portion  $W$  du travail  $\frac{1}{2}Li^2$  fourni par la bobine a été transmise, comme nous l'avons vu, aux courants particuliers par les forces électromotrices induites au moment de la variation du champ  $H$ . Par le même mécanisme cette énergie sera restituée quand on coupera le circuit et l'étincelle de rupture correspondra



à toute l'énergie  $\frac{1}{2} Li^2$ . Le phénomène d'induction dans la bobine n'est modifié en aucune manière par la présence de l'aimant ; seulement la forme sous laquelle est emmagasinée l'énergie  $\frac{1}{2} Li^2$  se montre différente.

Il est facile de voir, par application de ce que j'ai dit à propos de l'inertie électromagnétique (18), comment la conception précédente peut se modifier légèrement.

30. Dans cette hypothèse, et en nous restreignant au cas d'orbites circulaires pour lesquelles, comme nous l'avons vu, le rayon n'est pas changé pendant la modification diamagnétique, l'énergie  $dW$  accumulée dans les courants particuliers pendant que cette modification se produit, prend uniquement la forme d'énergie de self-induction du courant particulière.

Dans le cas envisagé plus haut, l'énergie  $W$  cédée par le champ magnétique à l'aimant garderait par conséquent dans les courants particuliers la forme de champ magnétique, et l'énergie de self-induction du circuit  $\frac{1}{2} Li^2$  aurait tout entière encore, comme en l'absence de l'aimant, la forme magnétique. Sa répartition seulement serait changée puisque la portion  $W$  passerait dans l'énergie de self-induction des courants particuliers. On pourra faire des remarques analogues dans les autres cas d'induction étudiés.

31. *Aimant mobile et courant constant.* — Si l'on déplace l'aimant par rapport au circuit supposé traversé par un courant constant, l'accroissement d'énergie  $dW = -d(MH)$  emmagasinée dans les courants particuliers doit être fourni, ainsi que je l'ai dit (puisque  $H$  ne varie plus et qu'aucun champ électrique ne résulte plus de sa variation) par les forces qui produisent le déplacement relatif. D'autre part, le circuit est le siège d'un phénomène d'induction qui, d'après (27), lui fournit une énergie égale à la précédente provenant du champ magnétique total dont l'énergie  $\frac{1}{2} Li^2 - W$  diminue aussi de  $dW$ .

32. *Deux aimants mobiles.* — Ce cas est analogue au précédent à ceci près que cette dernière énergie  $dW$  au lieu d'être fournie à la pile qui produit le courant est fournie aux électrons de l'aimant qui remplace le circuit. On voit donc que, dans le déplacement relatif de deux aimants, leurs courants particuliers sont modifiés de telle manière que les électrons qui les constituent reçoivent la même énergie  $dW$  pour les deux aimants. Une moitié  $dW$  est fournie par le travail des forces qui déplacent les aimants, l'autre moitié  $dW$  vient de la diminution d'énergie du champ magnétique total.

Inversement quand les aimants s'attirent ils fournissent du travail, l'énergie magnétique du champ total augmente de la même quantité, toute cette énergie étant fournie par moitié par les deux aimants à cause de la modification que subissent leurs courants particuliers, l'énergie potentielle et cinétique des électrons qui produisent ces courants diminuant de la même quantité dans les deux aimants.

33. *Aimantation par circuit fixe.* — Si l'on aimante un milieu magnétique comme un barreau de fer doux par un courant d'intensité variable, les cou-



rants particuliers se déplacent sous l'action du champ  $H$  en même temps que celui-ci varie.  $W$  augmente de :

$$- dW = - d(MH) = - M dH - H dM.$$

La première partie  $- M dH$  est fournie comme dans le cas de l'aimant par le champ électrique résultant de la variation de  $H$  et ne correspond à aucun phénomène d'induction dans le circuit. L'autre partie  $- H dM$ , résultant du déplacement individuel des molécules dans le champ magnétique est fournie pendant le réarrangement qui suit l'établissement du champ par leur énergie cinétique moyenne ou par leurs actions mutuelles si le milieu magnétique n'est pas gazeux. Si l'aimantation parcourt un cycle fermé qui ramène les molécules dans la même position relative, l'énergie totale  $-\int H dM$  n'a pu provenir que de l'agitation thermique, c'est-à-dire que le milieu a fourni une quantité de chaleur équivalente à  $-\int H dM$  ou a reçu  $+\int H dM$ , conformément à la loi connue du phénomène d'hystérésis.

En même temps d'ailleurs, le déplacement relatif des molécules et du circuit a produit dans celui-ci un phénomène d'induction qui, d'après la loi générale, a mis en jeu la même énergie  $- H dM$  de part et d'autre. La source qui fournit le courant a donc reçu  $- H dM$  provenant de la diminution d'énergie magnétique du champ par suite du déplacement, c'est-à-dire que le long d'un cycle fermé d'aimantation elle fournit :

$$+\int H dM,$$

c'est-à-dire l'équivalent de la chaleur dégagée dans le milieu. *Dans un gaz magnétique cette chaleur est dégagée à mesure qu'elle est fournie, tandis que dans les autres milieux il n'y a équivalence que pour un cycle fermé.* Nous suivons de la sorte à chaque instant l'énergie mise en jeu. On voit surtout clairement le rôle différent joué par les deux portions  $M dH$  et  $H dM$ . La première est fournie instantanément par le champ magnétique au moment de son accroissement. La deuxième partie est fournie par l'énergie cinétique ou potentielle d'ensemble des molécules et ne correspond à une variation de température moyenne qu'après le réarrangement nécessité par l'équilibre thermique.

34. *Aimantation par déplacement d'un courant.* — Supposons qu'on aimante le milieu magnétique en le déplaçant par rapport au circuit parcouru par un courant constant. La portion  $- H dM$  est toujours fournie par l'énergie des molécules du milieu magnétique et la portion  $- M dH$  par les forces qui produisent le déplacement relatif d'ensemble du milieu magnétique et du circuit. En même temps ce dernier est le siège d'un phénomène d'induction qui lui fournit  $- d(MH)$ , c'est-à-dire une différentielle exacte, de sorte que si l'on fait parcourir au système un cycle fermé de déplacements ramenant à la position initiale, la



pile qui produit le courant n'a rien dépensé et la chaleur d'hystérésis  $\int H dM$  est égale à l'énergie  $-\int M dH$  fournie par les forces qui ont produit le déplacement, puisque le système étant revenu à l'état initial on a :

$$\int d(MH) = 0 \quad \text{ou} \quad \int H dM = -\int M dH.$$

35. *Aimantation par déplacement d'un aimant.* — Ce dernier cas est analogue au précédent à ceci près que le phénomène d'induction produit sur les courants particuliers qui constituent l'aimant, pendant le déplacement relatif, laisse après un cycle fermé l'aimant dans son état initial comme il laissait la pile qui produit le courant. Mais pendant le déplacement les courants particuliers ont été le siège de modifications parcourant aussi un cycle fermé.

J'ai donné ces quelques indications pour montrer combien les considérations précédentes permettent de préciser le mécanisme des actions mutuelles de courants et d'aimants.

36. Toutes les représentations établies précédemment pour les phénomènes magnétiques et diamagnétiques, y compris les échanges d'énergie, se réduisent, dans l'hypothèse où l'inertie est tout entière électromagnétique, au simple énoncé suivant :

*Dans leurs actions magnétiques, les courants particuliers se comportent à tous les points de vue comme des circuits indéformables, mais mobiles, de résistance nulle et d'énorme self-induction. On a le droit d'appliquer à ces circuits les lois de l'induction sous leur forme la plus simple, et l'on obtient ainsi une représentation complète de tous les faits du magnétisme et du diamagnétisme.* En première approximation, les molécules sont formées par un ensemble rigide de semblables circuits pouvant avoir ou non un moment résultant différent de zéro.

## VI. Le paramagnétisme et la loi de M. Curie.

37. Considérons un corps faiblement magnétique à l'état gazeux, comme l'oxygène, par exemple, ses molécules ayant un moment magnétique non nul  $M$  et se déplaçant dans un champ magnétique uniforme  $H$ . Je me propose de calculer quelle sera sous l'influence d'orientation du champ  $H$  l'aimantation prise par le corps, c'est-à-dire le moment magnétique résultant des molécules contenues dans l'unité de volume après le réarrangement dont j'ai parlé plus haut (16).

Si le moment magnétique d'une molécule, sensiblement invariable quand celle-ci se déplace, fait avec la direction du champ l'angle  $\alpha$ , la molécule possède une énergie potentielle par rapport au champ égale au produit géométrique du moment et du champ supposés comptés ici en grandeur absolue, égale par suite à :

$$- MH \cos \alpha.$$

L'accroissement de cette énergie potentielle est emprunté initialement à



l'énergie cinétique de *rotation* des molécules, exactement comme l'énergie potentielle de gravitation des molécules d'un gaz pesant est empruntée quand elles s'élèvent à leur énergie cinétique de translation ; mais, comme nous l'avons vu, les inégalités qui en résultent dans la répartition de l'énergie cinétique entre les différentes orientations et les différents degrés de liberté du mouvement d'ensemble des molécules (rotation et translation) ne sont pas compatibles avec l'équilibre thermique. Il en résulte au moment des chocs le réarrangement pendant lequel apparaît la polarité paramagnétique, et qui fait correspondre à une variation de la température moyenne du milieu l'emprunt d'énergie magnétique à l'énergie d'agitation, égal d'après (33) à :

$$-H \, dM.$$

Si les molécules n'ont pas d'énergie potentielle relative d'orientation, comme dans le cas d'un gaz et vraisemblablement d'un liquide, pour maintenir le milieu à température constante, il faudra lui fournir, sous forme de chaleur, à chaque instant l'énergie  $-H \, dM$ . Dans le cas d'un solide où les molécules ont une énergie potentielle d'orientation, cette chaleur ne sera fournie au total que dans le cas d'un cycle fermé (33).

Dans le premier cas, les principes de la Thermodynamique permettent de retrouver en partant de ce dégagement de chaleur la loi établie expérimentalement par M. Curie.

En effet, le moment magnétique  $M$  pris sous l'action du champ  $H$  sera, pour une masse donnée de substance, une fonction du champ  $H$  et de la température absolue  $T$ . Pendant une modification réversible  $dH$ ,  $dT$ , on devra, d'après ce qui vient d'être dit, enlever une quantité de chaleur dont la portion qui dépend de  $H$  est :

$$dQ = H \left( \frac{\partial M}{\partial H} dH + \frac{\partial M}{\partial T} dT \right).$$

En écrivant que  $\frac{dQ}{T}$  est une différentielle exacte, on obtient :

$$H \frac{\partial M}{\partial H} + T \frac{\partial M}{\partial T} = 0,$$

équation aux dérivées partielles dont l'intégrale générale est :

$$M = f\left(\frac{H}{T}\right).$$

En particulier, au début de l'aimantation où la susceptibilité peut être considérée comme constante à une même température,

$$M = kH.$$

*Il faut, pour que  $M$  soit de la forme trouvée, que  $k$  varie en raison inverse de la température absolue, conformément à la loi de M. Curie.*



La Thermodynamique ne permet pas de trouver la forme de la fonction  $f$ . Nous allons y parvenir en étudiant, au point de vue de la théorie cinétique des gaz, ce que doit être la répartition des molécules entre les diverses orientations à température uniforme, c'est-à-dire après le réarrangement thermique.

Poursuivant l'analogie signalée plus haut entre le cas des molécules pesantes voisines de la Terre, et le cas des molécules aimantées placées dans un champ magnétique, nous pouvons remarquer que dans le cas d'un gaz qui tombe, analogue au cas d'un gaz où l'on crée un champ magnétique, l'accélération de la pesanteur se fait sentir sur la composante verticale des vitesses moléculaires et qu'il en résulte une inégalité de répartition des vitesses incompatibles avec l'équilibre thermique. D'où un réarrangement analogue à celui qui donne lieu au paramagnétisme et pendant lequel la température moyenne du gaz s'élève; pour le maintenir à température constante, il faudra lui enlever une quantité de chaleur équivalente (à volume constant) à la diminution d'énergie potentielle de gravitation.

Imaginons une masse de gaz contenue dans un récipient fermé et soustraite à l'action de la pesanteur : les molécules se répartiront de manière que la densité du gaz soit la même en tous points, de même qu'en l'absence d'un champ magnétique extérieur les molécules d'un gaz magnétique tel que l'oxygène ont leurs axes répartis uniformément dans toutes les directions.

Si l'on vient à créer le champ de gravitation, les molécules prendront une accélération dirigée vers le bas et, en l'absence de chocs mutuels, chaque molécule aura une vitesse plus grande en bas qu'en haut du récipient; mais cette inégalité de vitesses est incompatible avec l'équilibre thermique, et un réarrangement aura lieu grâce aux chocs mutuels, à la suite duquel s'établit la répartition donnée par la formule du nivellement barométrique : le centre de gravité s'est abaissé et, pour maintenir le gaz à la température initiale, il faut lui enlever une quantité de chaleur équivalente au produit du poids du gaz par cet abaissement du centre de gravité. On déduirait d'un raisonnement thermodynamique analogue à celui qui précède, que cet abaissement du centre de gravité est inversement proportionnel à la température absolue.

Après le réarrangement, dans une masse de gaz à température uniforme, la répartition des molécules se fait entre les diverses régions de manière que les molécules soient plus nombreuses là où l'énergie potentielle est la plus faible, c'est-à-dire aux points les plus bas dans le cas de la pesanteur. La loi suivant laquelle se fait cette répartition est la généralisation donnée par M. Boltzmann <sup>(1)</sup> de la loi du nivellement barométrique. Le rapport des densités du gaz en deux points entre lesquels l'énergie potentielle *d'une molécule* varie de  $W$  est :

$$\frac{W}{e^{rT}};$$

est la base des logarithmes népériens,  $T$  la température absolue du gaz et  $r$  la constante de l'équation des gaz parfaits rapportée à une molécule, constante

(1) L. BOLTZMANN, *Théorie des gaz*, 1<sup>re</sup> partie. Trad. Gallotti, p. 127.



telle, d'après la théorie cinétique, que  $rT$  représente les deux tiers de l'énergie cinétique moyenne de translation, c'est-à-dire le double de l'énergie cinétique correspondant à chacun des trois degrés de liberté de cette translation.

Or on sait qu'une molécule comme celle de l'oxygène possède en outre deux degrés de liberté pour la rotation, comme l'indique la valeur de  $\frac{C}{c}$ , à chacun de ces degrés de liberté correspondant une énergie cinétique moyenne égale aussi à  $\frac{rT}{2}$ , donc égale à  $rT$  pour toute la rotation.

La répartition des molécules entre les diverses orientations sera déterminée par l'équilibre statique qui s'établira sous l'influence superposée de l'énergie potentielle magnétique  $-MH \cos \alpha$  et de l'énergie  $rT$  d'agitation thermique, les molécules étant de préférence orientées dans les directions de moindre énergie potentielle, c'est-à-dire avec leur axe magnétique vers la direction du champ. Si l'on répartit les axes magnétiques entre les diverses directions, la densité par unité d'angle solide variera d'une direction à l'autre proportionnellement à :

$$e^{-\frac{MH \cos \alpha}{rT}},$$

toutes les directions étant également probables si  $M$  ou  $H$  sont nuls.

Le nombre des molécules dont l'axe magnétique est dirigé dans l'angle solide  $d\omega$  sera par suite :

$$dn = K e^{-\frac{MH}{rT} \cos \alpha} d\omega.$$

Prenons pour élément  $d\omega$  une zone d'ouverture  $d\alpha$  autour de la direction du champ :

$$d\omega = 2\pi \sin \alpha d\alpha,$$

$\alpha$  variant de  $0$  à  $\pi$ .

Si  $N$  est le nombre total des molécules,  $K$  est déterminé; on doit avoir en effet, en posant :

$$\frac{MH}{rT} = a,$$

$$N = 2\pi K \int_0^\pi e^{a \cos \alpha} \sin \alpha d\alpha = 2\pi K \int_{-1}^{+1} e^{ax} dx,$$

$$N = \frac{2\pi K}{a} (e^a - e^{-a})$$

ou :

$$K = \frac{Na}{4\pi \text{Sh} a}.$$

Le moment magnétique total des  $N$  molécules est évidemment dirigé parallèlement au champ et est égal à la somme des projections sur cette direction des



moments composants. Pour l'unité de volume supposée contenir  $N$  molécules, ce moment résultant représente l'intensité d'aimantation  $I$  :

$$I = \int M \cos \alpha \, dn = \int_{-1}^{+1} 2\pi MK x e^{ax} \, dx.$$

Or :

$$\int_{-1}^{+1} x e^{ax} \, dx = 2 \left( \frac{Cha}{a} - \frac{Sha}{a^2} \right),$$

d'où :

$$I = MN \left( \frac{Cha}{Sha} - \frac{1}{a} \right).$$

Pour un nombre donné de molécules, une masse donnée du gaz,  $I$  est donc bien fonction seulement de  $a$ , c'est-à-dire de  $\frac{H}{T}$  conformément au résultat fourni par la Thermodynamique.

38. L'expression entre parenthèses est nulle en même temps que  $a$ , proportionnel à  $H$ , et tend vers l'unité quand  $a$  augmente indéfiniment, l'intensité

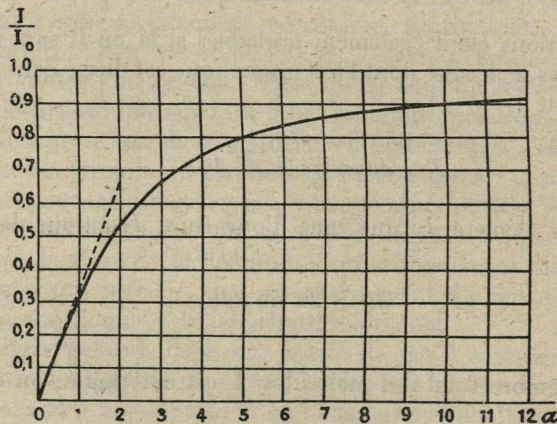


Fig. 81.

d'aimantation tendant alors vers la valeur maximum  $I_0 = MN$  qui correspond à la saturation, à l'orientation parallèle au champ de tous les aimants moléculaires.

Pour atteindre une fraction donnée de la saturation, c'est-à-dire pour donner à  $a$  une valeur déterminée, il faudra une intensité de champ  $H$  proportionnelle à la température absolue d'après la définition de  $a$ . La courbe d'aimantation d'un gaz magnétique à température constante, représentant  $\frac{I}{I_0}$  en fonction de  $a$ , c'est-à-dire de  $H$ , serait donc représentée par la fonction :

$$\frac{I}{I_0} = \frac{Cha}{Sha} - \frac{1}{a} = f\left(\frac{H}{T}\right).$$



On voit que la susceptibilité magnétique ne sera constante et  $I$  ne pourra être proportionnel à  $H$  que pour des valeurs de  $a$  notablement inférieures à l'unité.

L'absence dans cette courbe du point d'inflexion qui existe dans la courbe d'aimantation du fer tient à l'absence d'actions mutuelles entre les molécules.

Utilisant les développements en série connus du cosinus et du sinus hyperboliques, on obtient en se limitant aux termes du premier degré par rapport à la quantité  $a$ , petite tant qu'on est loin de la saturation :

$$I = \frac{MN}{3} a = \frac{M^2N}{3rT} H$$

correspondant à une susceptibilité magnétique :

$$k = \frac{M^2N}{3rT},$$

*inversement proportionnelle à la température absolue, comme le veut la loi obtenue expérimentalement par M. Curie.*

La théorie précédente et ce dernier résultat subsisteraient, conformément au résultat thermodynamique, dans le cas d'un milieu faiblement magnétique autre qu'un gaz polyatomique comme l'oxygène où l'énergie de rotation des molécules est connue en fonction de la température. Dans tous les cas, il suffit que cette énergie de rotation soit proportionnelle à la température absolue pour que la théorie subsiste. Le coefficient  $r$  seul devra être modifié.

Toutes les substances magnétiques assez peu denses pour que les actions mutuelles entre molécules soient négligeables, comme les solutions étendues de sels ferriques, par exemple, devront avoir des courbes d'aimantation exactement semblables. Nous allons voir qu'il faudrait des champs extrêmement intenses pour atteindre, dans le cas des gaz, la région nettement incurvée de cette courbe.

39. Si toutes les molécules étaient orientées parallèlement, si le corps était aimanté à saturation, l'intensité d'aimantation serait :

$$I_0 = MN;$$

il est facile de déduire cette quantité de la relation précédente qu'on peut écrire :

$$k = \frac{M^2N^2}{3NrT} = \frac{I_0^2}{3p},$$

$p$  étant la pression du gaz sous laquelle  $k$  est mesuré.

M. Curie a obtenu pour l'oxygène, sous la pression normale égale à  $10^6$ , et à la température  $0^\circ$  :

$$k = 1,43 \times 10^{-7} (1)$$

(1) P. CURIE, *loc. cit.*, p. 337. Le nombre donné par M. CURIE est rapporté à l'unité de masse.



pour l'unité de volume :

$$I_0^2 = 3 \times 1,43 \times 10^{-1} = 0,43, \quad I_0 = 0,65.$$

Ceci correspondrait pour l'oxygène liquide, de densité au moins 500 fois plus forte, à une aimantation maximum :

$$I_0 > 325,$$

qui n'est pas très inférieure à celle du fer ; on s'explique par là que l'oxygène liquide présente des propriétés magnétiques intenses, au point de former un pont liquide entre les deux pôles d'un électro-aimant.

On peut voir par là de quel ordre de grandeur est la quantité  $a$  dans les conditions expérimentales ordinaires. On peut écrire :

$$a = \frac{MH}{rT} = \frac{MNH}{NrT} = \frac{I_0 H}{NrT}.$$

Or  $Nr$  est la constante des gaz parfaits pour l'unité de volume supposée contenir  $N$  molécules ; dans les conditions normales pour lesquelles  $I_0$  a été calculé on aura :

$$NrT = p = 10^6,$$

$$a = 0,65 \times 10^{-6} H;$$

pour un champ de 10 000 unités  $a$  sera inférieur au  $\frac{1}{100}$ , et l'on sera encore pleinement dans la région initiale de la courbe d'aimantation. Pour arriver à  $a = 1$ , vers le commencement de la région incurvée, il faudrait des champs supérieurs à  $10^6$  que nous ne savons pas produire.

On voit donc quelle est, dans les substances ferro-magnétiques, l'importance des actions mutuelles entre molécules, qui seules rendent possible la saturation magnétique encore extrêmement éloignée, pour le même champ extérieur, dans le cas des substances faiblement magnétiques où les actions mutuelles ne sont pas sensibles. De ce point de vue se justifie pleinement l'assimilation faite par M. Curie <sup>(1)</sup> de la transition entre le magnétisme faible et le ferromagnétisme à la transition entre les états gazeux et liquide où les actions mutuelles jouent un rôle essentiel. Dans l'état gazeux pur, comme dans le magnétisme faible, chaque molécule réagit individuellement par son énergie cinétique seule contre les actions extérieures, pression ou champ magnétique.

40. Si l'on admet que le moment magnétique  $M$  de la molécule d'oxygène est dû à un seul électron de charge égale à celle de l'atome d'hydrogène dans l'électrolyse, gravitant suivant une orbite circulaire de rayon égal au rayon

<sup>(1)</sup> CURIE, *loc. cit.*, p. 291 et 401.



connu  $1,5 \times 10^{-8}$  des molécules d'air, on peut calculer ce que doit être la vitesse de ces électrons sur l'orbite. En effet :

$$M = \frac{Se}{r} = \frac{evr}{2}.$$

Donc :

$$I_0 = MN = Ne \frac{vr}{2}.$$

Or le produit  $Ne$  est fourni par l'électrolyse, puisque  $e$  est la charge de l'atome d'hydrogène. Dans les conditions normales, on a :

$$Ne = 1,22 \times 10^{10} = 0,4 \text{ electromag.},$$

$$0,65 = 0,4 \times \frac{1,5 \times 10^{-8}}{2} \times v,$$

$$v = 2 \times 10^8,$$

vitesse tout à fait compatible avec ce que l'on sait d'autre part sur les vitesses des électrons dans les molécules, et qui représente sensiblement la vitesse avec laquelle graviterait un corpuscule cathodique à la distance  $r$  d'une charge positive égale à la sienne en valeur absolue. On aurait en effet :

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}, \quad v^2 = \frac{e^2}{mr},$$

$$v^2 = \frac{3,4 \times 1,8 \times 10^7 \times 3}{1,5 \times 10^{-8}} = 10^{16}.$$

41. Il est assez remarquable que le moment magnétique résultant de la molécule d'oxygène puisse être dû au courant particulaire d'un seul électron, le même résultat étant probable dans le cas du fer, dont l'aimantation maximum est, comme nous l'avons vu, du même ordre de grandeur que celle de l'oxygène.

Les courants particuliers dus aux autres électrons présents dans la molécule se neutralisent mutuellement comme dans un corps purement diamagnétique, il en résulte que, dans les molécules magnétiques, un ou tout au plus quelques électrons se distinguent nettement du reste et contribuent seuls à donner les propriétés magnétiques, tandis que *tous* les électrons coopèrent pour le diamagnétisme simultané.

*Ce sont peut être ces mêmes électrons, disposés à la périphérie du système constituant la molécule, qui jouent aussi un rôle dans les actions chimiques, pour lesquelles nous savons qu'intervient un nombre d'électrons égal à la valence. Par là se justifierait l'influence profonde de l'état d'association moléculaire, physique ou chimique, sur le paramagnétisme, tandis que le diamagnétisme en est sensiblement indépendant.* Ces quelques électrons constitueraient une portion variable de l'atome ou de la molécule, son point de contact avec le monde extérieur, tandis que son individualité serait maintenue par les électrons intérieurs en nombre incomparablement



plus grand, dont le système s'organiserait de manière que ses mouvements ne produisent à l'extérieur aucun moment résultant, sans cesser cependant d'obéir à la loi générale du diamagnétisme.

Seuls les phénomènes de radioactivité nous feraient assister à des modifications de ce système intérieur.

42. Dans le cas de l'aimantation d'un gaz comme l'oxygène, nous avons vu que l'énergie cinétique des molécules fournit, pendant le réarrangement qui fait apparaître le paramagnétisme, une énergie :

$$- \int H dM,$$

c'est-à-dire augmente, par unité de volume, de :

$$+ \int H dI = k \frac{H^2}{2}.$$

Le gaz doit donc s'échauffer d'une quantité facile à calculer : si on le suppose maintenu à volume constant, l'élévation  $\Delta T$  de température qui résulte de l'aimantation, et qui est fournie par la diminution des énergies potentielle et cinétique des électrons constituant les courants particuliers, est donnée par :

$$c \Delta T = k \frac{H^2}{2}$$

$c$  étant la chaleur spécifique sous volume constant.

Or, dans les conditions normales, on a pour 1 cm<sup>3</sup> d'oxygène, en unités C. G. S. :

$$c = 10^{-4} \text{ env.}, \quad k = 1,43 \times 10^{-7},$$

$$\Delta T = 0,8 \times 10^{-11} H^2.$$

Pour un champ de 10 000 unités, la variation de température de l'oxygène aimanté sous volume constant, serait donc d'environ  $\frac{1}{1000}$  de degré. Elle pourrait dépasser  $\frac{1}{100}$  de degré dans un champ de 40 000 unités. Cette élévation de température varierait, comme la susceptibilité  $k$ , en raison inverse de la température absolue.

43. Pour les milieux magnétiques denses, les actions mutuelles entre molécules interviendront et modifieront la variation de température calculée comme précédemment, puisque l'énergie  $H dM$  fournie par les courants particuliers pendant l'aimantation, sous forme de travail extérieur, produira des déformations du milieu en même temps qu'un accroissement de l'énergie cinétique moyenne.

Parmi ces actions mutuelles, figureront de manière importante les forces exercées entre les divers courants particuliers, entre les diverses molécules par suite de leur moment magnétique. Elles déterminent la forme de la courbe d'aimantation des corps ferromagnétiques.



Je réserve pour un travail ultérieur l'application des principes précédents à ce cas plus complexe, en particulier au cas des milieux cristallisés où la distribution régulière des aimants moléculaires permet d'aborder plus simplement le problème.

### CONCLUSION.

44. J'ai voulu montrer ici comment la théorie des électrons, si féconde par ailleurs, permet de préciser et d'unifier les conceptions relatives au magnétisme en donnant pour cause aux courants particuliers d'Ampère les électrons en mouvement périodique à l'intérieur des molécules, qui peuvent, suivant les éléments de symétrie qu'elles possèdent, avoir un moment magnétique résultant nul ou différent de zéro; le premier cas correspondant à une compensation complète, pour les points très éloignés seulement, des champs magnétiques produits à l'extérieur par les différents courants particuliers, en nombre égal à celui des électrons.

Ces mêmes courants particuliers constituent les circuits de résistance nulle de la théorie du diamagnétisme de Weber, *avec cette particularité que le flux qui les traverse ne reste constant, comme le supposait Weber, que si l'inertie des électrons est tout entière d'origine électromagnétique.*

Dans ce dernier cas, j'ai démontré que les orbites des électrons supposées circulaires ne subissent aucune déformation sous l'action d'un champ extérieur, l'intensité des courants étant seule modifiée, et *l'on peut se former une conception exacte et simple de tous les faits du magnétisme et du diamagnétisme, en considérant les courants particuliers créés par les électrons comme des circuits indéformables, mais mobiles, de résistance nulle et de très grande self-induction, auxquels toutes les lois ordinaires de l'induction sont applicables.* Ce sont les actions de ces circuits entre eux ou sur des courants tels que nous en savons produire, qui donnent lieu à toutes les actions d'aimants et de courants.

45. De semblables courants particuliers, que l'inertie tout entière, soit ou non d'origine électromagnétique, *sont modifiés par un champ extérieur de manière indépendante du procédé qui a réalisé la superposition du courant et du champ*; cette modification, de sens correspondant au diamagnétisme, conformément à la loi de Lenz, se produit dans tous les corps et apparaît tout d'abord seule; elle se manifeste de trois manières distinctes :

1° Si le moment résultant des molécules est nul, la substance est diamagnétique au sens ordinaire du mot, et *l'ordre de grandeur des constantes diamagnétiques observées est tout à fait d'accord avec l'hypothèse de courants circulant suivant des orbites intra-moléculaires.*

*Cette conception conduit à retrouver la loi d'indépendance établie dans le cas général par M. Curie entre les constantes diamagnétiques et la température ou l'état physique;*

2° Si le moment résultant de la molécule n'est pas nul, la substance prend après un temps très court un paramagnétisme qui masque toujours le diamagnétisme général sous-jacent; le nouveau phénomène, dû à l'orientation des molécules, étant considérable par rapport au premier. Les échanges d'énergie



entre les courants particuliers et le champ extérieur ou le mouvement d'ensemble des molécules, se font précisément par l'intermédiaire de la modification diamagnétique.

*Il est possible d'en déduire la loi de variation du paramagnétisme faible en raison inverse de la température absolue, due également à M. Curie.*

*Le phénomène diamagnétique est d'ailleurs, dans tous les cas, le seul effet initial de l'établissement d'un champ magnétique extérieur. Dans le cas des corps magnétiques, ce sont les actions mutuelles ultérieures entre molécules, au moment des chocs dans le cas des gaz, qui font apparaître la polarité paramagnétique par suite du réarrangement thermique nécessité par l'inégale distribution des énergies cinétiques immédiatement après l'établissement du champ.*

3° Enfin le changement de période de révolution sur les orbites décrites par les électrons, changement impliqué par la modification diamagnétique, correspond au phénomène de Zeeman, général comme le diamagnétisme lui-même. La faiblesse relative de ce changement permet, dans tous les cas expérimentaux du paramagnétisme, de considérer que, en première approximation au moins, le déplacement relatif des courants particuliers s'effectue à intensité constante. Ceci a lieu en raison de leur énorme self-induction si l'inertie est tout entière électromagnétique. On peut alors ramener les actions mutuelles d'aimants ou de courants au cas particulièrement simple du déplacement de circuits à intensité constante.