IL VALORE EDUCATIVO DELLA MATEMATICA(*)

Chi volesse formarsi un'idea del valore educativo della matematica tenendo conto delle vedute manifestate a questo proposito da uomini di governo, o delle disposizioni legislative in cui nei vari tempi e nei vari luoghi quelle vedute hanno trovata la loro pratica applicazione, non ne verrebbe facilmente a capo, tanta è la diversità che in esse si riscontra.

Così in una bella monografia del Voss sulle relazioni della matematica con la cultura odierna, accanto al celebre detto di Napoleone — *«il benessere delle nazioni è intimamente legato al progresso delle matematiche»* — ed a quello dello Scharnhorst — *«io considero la matematica come base di ogni conoscenza e lo studio di essa come base di ogni fine educazione spirituale»* —, voi trovate la sentenza di un ministro prussiano della Pubblica Istruzione, Giovanni Schulze, con la quale brutalmente vi si dichiara che — *«in una riga di* Cornelio Nepote *vi è assai maggior valore educativo che in tutta quanta la matematica»* (1).

E se si consulta il bel volume che i proff. Galletti e Salvemini pubblicarono nel 1908 intorno alla riforma della scuola media, si trova che a quel tempo nei nove anni di corso del *Gymnasium* prussiano erano dedicate, complessivamente, al latino 68 ore, al greco 36, alla matematica 34, alla storia e geografia 28, al tedesco — si badi bene, al tedesco, cioè, in Prussia, alla lingua nazionale — 24, al francese 20, alla religione 19, alle scienze fisiche e naturali 18, al disegno 8 e alla calligrafia 4; mentre negli otto anni del nostro ginnasio-liceo classico, grazie alla riforma Orlando del 1904, si avevano per il latino 45 ore, per l'italiano 44, per la storia e geo-

(*) *Esercit. Mat. di Catania,* 3 (1923), pp. 251-273.

(1) A. Voss, *Die Beziehungen der Mathematik zur Kultur der Gegenwart* (in *Die Kultur der Gegenwart,* herausgegeben von Paul Hinneberg Leipzig, Teubner, 1914) pag. 3.

grafia 32, per il greco 21, per le scienze fisiche e naturali 18, per le matematiche 14, per il francese 9, per la filosofia 6 (2).

Se, dunque, a cogliere per le materie di un programma scolastico la scala dei valori cui si sono inspirati quelli che ve l'hanno introdotte, prendiamo come criterio direttivo il numero totale delle ore assegnate al loro insegnamento nei singoli corsi, possiamo dire che intorno al 1908 alla matematica si dava nella scuola classica prussiana, su 10 posti, il 3°, in quella italiana, su 8 posti, il 6°.

Nè si dica che il criterio adottato è assai grossolano e che, quando si tratti di decidere del valore riconosciuto dalle autorità scolastiche alla matematica, cioè ad una materia, come si dice, scientifica, non siano proprio i programmi di scuole classiche quelli di cui si debba tener conto.

Per grossolano che sia quel criterio, le conseguenze cui esso ci ha condotti per quei due tipi di scuola sono troppo contrastanti perchè non se ne possa trarre che nei concetti ispiratori di quei due programmi vi è, per quanto si riferisce alla valutazione dell'importanza didattica della matematica, una diversità assai notevole; ed è chiaro d'altronde che appunto ai programmi della scuola classica è da rivolger lo sguardo, quando si tratti di giudicare dell'importanza riconosciuta dalle autorità scolastiche ad una determinata disciplina dal punto di vista dell'educazione, perchè in quella scuola solamente, per l'indole medesima dell'istituzione, in tanto una materia è accolta nel programma degli studi, in quanto è dotata di un qualche valor formativo.

Essa è la sola che nè rilasci diplomi di abilitazione ad esercizi professionali, nè limiti in alcun modo la scelta della carriera definitiva in chi la frequenti; la sola, dunque, che non si proponga altro scopo che quello di foggiare anime di discenti aperte a tutte le voci della vita, intelligenze duttili e pronte, atte a celebrare in sè la grandezza dello spirito umano, perchè atte ad avvicinar direttamente i capolavori delle lettere e delle scienze in cui meglio risplende la luce meravigliosa della sua diuturna opera immortale.

* * *

E neppure potrebbe decidere agevolmente del valore educativo della scienza κατ' ἐξοχήν chi per questo si affidasse alla cieca ad af-

(2) Galletti e Salvemini, *La riforma della scuola media.* (Palermo, Sandron, 1908), pag. 142.

fermazioni, non dico di governanti o di filosofi, ma di scienziati o, addirittura, di matematici.

Se voi titubate a dedur conseguenze dal detto — « *io ho sempre notato che la geometria lascia lo spirito dove lo trova* » —, perchè del VOLTAIRE (3), e dunque di un letterato e di un filosofo, eccovi lo HUXLEY, e dunque un naturalista, che vi adombra un concetto analogo quando vi dice che « *la matematica può esser paragonata ad un mulino di squisita fattura, atto a fornirvi farina del più alto grado di finezza : pure ciò che se ne cava fuori dipende da quel che vi si mette dentro, e come il più gran mulino del mondo non è capace di estrar farina di frumento da bucce di piselli, così pagine e pagine di formule non possono cavare alcun costrutto da dati sconnessi* » (4).

E lo HUXLEY medesimo non dà il peso della sua grande autorità ad osservazioni frequentissime fra quanti hanno poca fiducia nel valore formativo della matematica allorchè definisce questa come « *quello studio che nulla sa dell'osservazione, nulla dell'induzione dell'esperienza e della causalità ?* » (5).

Aggiungasi infine che, se si prendesse in parola il RUSSELL, un matematico, dunque, e un valente matematico, il campo di ciò che la matematica ignora sarebbe da ritenere assai più vasto di quanto non risulti dalla definizione dello HUXLEY, giacchè essa sarebbe, nè più e nè meno, che la scienza in cui non si sa di che si parli, nè si sa se ciò che si dice sia vero.

Or dunque, si dirà, qual valore educativo, quale interesse umano può avere una disciplina di tal fatta ?

Se non eccita lo spirito di osservazione, se per essa l'induzione, l'esperienza e il principio di causalità non esistono ; se non sa nemmeno di che parli, nè si preoccupa di sapere se sia vero o falso quel che afferma, di grazia, a che dovremmo insegnarla ?

Si è protestato e si protesta tanto contro *il verso che suona, ma non crea,* contro i retori intollerabilmente stucchevoli che niente badano al contenuto e tutta la loro attenzione rivolgono alla forma — alle parole, come quella birba del P. BRESCIANI di cui ebbe a far giustizia il DE SANCTIS — ; cacciato dalle nostre scuole il formalismo dalla porta, con la retorica, dobbiamo farvelo rientrar dalla finestra, con questa vostra matematica, che a dar retta appunto a uno

(3) Loc. cit. (1), pag. 8.
(4) Loc. cit. (1), pag. 4.
(5) Loc. cit. (4).

di voi, non potrebbe esser più astratta e più vuota e riabiliterebbe lo scolasticume più arido e più balordo?

* * *

Vediamo di rispondere pacatamente a tanta grandine di obbiezioni.

Intanto è falso in linea di fatto che la matematica nulla sappia dell'osservazione, mai induca e mai istituisca esperimenti.

Il SYLVESTER, testa eminentemente creatrice, e che dunque di invenzione matematica se ne intendeva, così rispose all'imprudente asserto dello HUXLEY: « *Nessuna affermazione avrebbe potuto esser più opposta al fatto indubitato che l'analisi matematica richiede costantemente l'aiuto di nuovi principî, nuove idee, nuovi metodi, che non è possibile definire in alcun modo con parole, ma che scaturiscono direttamente dai poteri propri e dall'attività della mente umana e dall'osservazione continuamente rinnovellata di quell'intero mondo del pensiero i cui fenomeni sono tanto vari e richiedono tanta concentrata attenzione quanto quelli del mondo fisico esterno... Che essa ognora ridesta le facoltà di osservazione e di comparazione, che uno dei suoi strumenti principali è l'induzione, che essa fa frequente ricorso a cimenti sperimentali e a verifiche, e che essa fornisce un campo sterminato all'esercizio dei più alti sforzi di immaginazione e di invenzione* » (6).

Quanto strettamente aderisca alla verità dei fatti questa risposta del SYLVESTER, ogni buon ricercatore matematico può riconoscere dalla propria esperienza personale; e chiunque investighi quali siano i metodi di lavoro dei matematici più significativi attraverso i loro epistolari e le notizie fornite da essi stessi o da testimoni autorizzati, trova di ciò, con le sue indagini, le più ampie e sicure conferme.

Così il KLEIN dall'esame del *Tagebuch* di GAUSS, questo *princeps mathematicorum,* le cui poderose costruzioni scientifiche hanno la maestà solenne di un grandioso monumento romano, dedusse che tale era la caratteristica del genio gaussiano: « *trovare i teoremi, per via induttiva, a traverso calcoli numerici e indi forzarne le dimostrazioni (die Beweise zu zwingen) con lento e durissimo lavoro* » (7).

(6) Loc. cit. (4).

(7) A. VERNICKE, *Mathematik und philosophisce Propädeutik* (in *Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland,* Bd. III, Heft. 7, Leipzig, Teubner, 1912) pag. 62.

Nè vorrà meravigliarsi di tutto ciò chi rifletta che la *pura* deduzione, non ha, *per sè*, alcun valore euristico — il trarre conseguenze è fatica ben semplice, quando le premesse atte a dar conclusioni col loro reciproco confronto siano state già raccostate — ; chi rifletta che osservare non è soltanto osservare stelle come fanno gli astronomi, animali, piante o minerali, come i naturalisti ; e che sperimentare non è soltanto usar storte, alambicchi o fiale, macchine termiche o macchine elettriche.

Anche numeri e figure possono essere oggetto di osservazione e di sperimento ; nè a sperimentar sugli uni o sulle altre mancano ormai potenti macchine acconce.

Le proposizioni sulla rappresentazione di numeri interi mediante somme di cubi, dimostrate dal WIEFERICH e dal LANDAU nel 1908, erano state desunte empiricamente da tavole che lo WARING cominciò a costruire per questo scopo fin dal 1782 e che furono proseguite dal JACOBI, con l'ausilio delle potenti facoltà calcolatrici del notissimo DAHSE, e, più tardi, dal VON STERNEK (8) ; e la storia della teoria dei numeri — questa *regina delle matematiche*, com'ebbe a dirla il GAUSS, che con le sue verità nascoste e ricinte di mistero esercita su chi la coltivi con passione un indicibile fascino malioso — offrirebbe numerosissimi esempi di questo tipo atti a rivelar, fra l'altro, quale straordinario calor di fede soggiaccia all'infaticabile pertinacia dei matematici nelle loro ricerche penose ed ostinate.

Ma preferiamo accennare ad un esempio di diversa natura, a quello che può essere dedotto dalla storia del così detto *fenomeno di* GIBBS, fatto matematico che, come si vede, serba fin nel nome la sua origine sperimentale.

(8) Le tavole cui si allude nel testo dànno per ciascun intero positivo non superiore a 40000 il minimo numero di cubi di cui è somma. Esse furono costruite dallo VARING per gli interi da 1 a 3000, dal JACOBI per gli interi da 3000 a 12000 e dal VON STERNECK per gli interi da 12000 a 40000. Da queste tavole risulta che tutti codesti interi sono somme di nove cubi al più ; che fra di essi soltanto due, 23 e 239, non sono somme di meno che nove cubi ; che soltanto quindici altri non sono somme di meno che otto cubi, e che dal numero 8042 in poi ogni altro è somma dei sei cubi al più. Ebbene il WIEFERICH e il LANDAU hanno dimostrato, il primo, che ogni intero è somma di nove cubi al più ; il secondo, che da un certo punto in poi ogni intero è somma di otto cubi al più (Vedi BACHMANN, *Niedere Zahlentheorie*, Leipzig, Teubner, 1910, 2ter *Teil*, pag. 335, ove viene rivelata una lacuna nella dimostrazione del WIEFERICH ; e LANDAU, *Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen*, Leipzig, Teubner, 1909, Erster Band, pag. 555).

È noto quale potente impulso abbia dato all'analisi l'introduzione, dovuta al FOURIER, degli sviluppi delle funzioni di una variabile reale in serie trigonometriche — la teoria degli insiemi, questa giovanissima e già importantissima disciplina, creazione del CANTOR, è nata appunto dagli studi che questo matematico aveva intrapresi sulle serie di FOURIER.

Orbene si consideri il grafico di una funzione rappresentata da una serie trigonometrica e insieme con esso si considerino i grafici, che lo approssimano, delle singole somme parziali della serie. Ognuno di questi differirà da quello; ma, globalmente, ne differirà tanto meno quanto più grande sarà il numero dei termini della somma parziale cui si riferisce.

Per molto tempo si credette che questa affermazione sussistesse non solo globalmente, ma anche — non sarebbe ora il caso di fermarsi a chiarire in qual senso — parzialmente; in particolare, anche negli intorni dei punti di discontinuità della funzione. La cosa pareva tanto plausibile che nessuno mai aveva creduto necessario sottoporla ad un esame approfondito.

Ma ecco che dalla ditta CONRAD di Zurigo vengon poste in commercio macchine atte a calcolar rapidamente somme parziali di serie trigonometriche con numeri di termini assai rilevanti; ed ecco che il GIBBS si pone a costruir con esse grafici approssimanti quello di una semplice e famosa funzione discontinua, e con grande meraviglia vede che negli intorni dei punti di discontinuità i grafici di approssimazione presentano un andamento ben diverso da quello che, con ogni matematico del suo tempo, egli si sarebbe aspettato!

Di qua la sua celebre comunicazione, alla rivista *Nature*, del 1899; di qua il teorema col quale egli precisò quantitativamente il *fenomeno* che, qualitativamente, gli era stato rivelato dalle macchine CONRAD (9).

* * *

« Sta bene », si dirà, « il processo di invenzione è nella matematica, come in qualsiasi altro caso, un processo induttivo; che la schietta deduzione non abbia potenza euristica è, per i cultori di logica, osservazione ben nota. Ma, trovatili i teoremi, li incastrate subito nella ferrea struttura delle vostre esposizioni metodiche, da

(9) Vedi per es., H. S. CARSLAW, *Introduction to the theory of* FOURIER*'s series and integrals* (London, Macmillan, 1921) pag. 264 e segg.

cui nulla più traspare della via seguita nella ricerca; e nella scuola non portate i procedimenti che hanno condotto alla scoperta, pieni di interesse e di vita, ma l'eterna noiosa vostra catena di definizioni, postulati e teoremi, che sgranate via via con la monotona uniformità delle avemmarie di un rosario, nello stanco biascichio di beghine riseccolite di corpo e di anima».

Ecco, che nelle nostre scuole sia adoperato assai più spesso un metodo d'insegnamento passivo o dogmatico, che un metodo attivo od euristico — dove, beninteso, a queste denominazioni, intinte un poco di astrattismo e di empiria, non si vuol dare maggior peso di quello che meritano — è un fatto che sarebbe vano negare. Si può dire delle nostre, di fronte alle tedesche, ciò che il YOUNG e il MAROTTE osservarono per le scuole nord-americane o francesi (10).

In quelle tedesche, di regola, la classe lavora sotto la guida dell'insegnante, che non procede, anche spiegando, se non per via di interrogazioni a gruppi di due o tre scolari continuamente variati, secondo un piano, a volta a volta, prestabilito, sì che l'attenzione dei discenti è costretta a rimaner desta e pronta; nelle altre, di regola, la classe assiste passiva alla spiegazione del professore o al dialogo del professore con lo scolaro interrogato.

Ma intanto basta che un metodo euristico, praticabile e realmente praticato, vi sia, perchè l'attitudine dell'insegnamento matematico a educare la facoltà di osservazione e di induzione sia conseguenza del fatto, rilevato e concesso, che esse presiedono anche in matematica ai processi inventivi. E d'altra parte, perchè non siano lasciati sotto una luce poco simpatica insegnanti dotati di grande coscienza e di alto valore, assai più spesso di quanto non immagini chi crede di poter dare una lustra di genialità alla sua miserevole vuotaggine spirituale estendendo a troppi, con troppa facilità, le invettive che il *Teufelsdröckh* del CARLYLE scaglia contro i macinatori di gerundi che afflissero la sua adolescenza (11), non è da tacere che l'instaurarsi nella scuola di metodi di insegnamento con assai scarsa efficacia didattica è da attribuire spesso a ragioni pratiche estrinseche.

(10) Cfr. W. LIETZMANN, *Die Organisation des mathematischen Unterrichts an den höheren Knabenschulen in Preussen* (in *Abhandlungen über den nathematischen Unterricht in Deutschland*, Bd. I, Heft 3, Leipzig, Teubner, 1910) pag. 61.

(11) TH. CARLYLE, *Sartor Resartus* (n. XIX of *The World's Classics* published by Grant Richards, London, 1902), pag. 90.

Si riduca, ad es., quanto si voglia il programma di matematica per il ginnasio superiore; ma se ha da contener teorie da giustificare razionalmente e ha da contenerne tante da potersi dire un programma, per ridotto e smilzo che sia, con due ore settimanali per classe non si può svolgere, purtroppo, che con metodo dogmatico.

E sarebbe ingenuo voler decidere del valore educativo della matematica prendendo a criterio i frutti di un insegnamento condannato alla sterilità più desolante dalla discontinuità spirituale a traverso la quale, per necessità di cose, deve essere impartito.

*
* *

E veniamo all'osservazione che nella matematica non vi ha luogo a parlar di causalità, osservazione che, a prima vista, non può non apparir giustificata.

La relazione di causa ad effetto è, si dice, una relazione tra fenomeni susseguentisi nel tempo e la matematica è scienza, se altra mai, extratemporale.

Ma ad un esame approfondito l'osservazione si rivela campata nel vuoto.

Quando intorno al 1900 il Russell si pose ad una analisi accurata e minuta dei fondamenti della matematica, egli si incontrò fra altro con una questione, dibattuta allora con molta vivacità, analoga a quella che ora ci preme — se, cioè, la dinamica fosse da considerare, col Kirchkoff, come una scienza puramente descrittiva, o non piuttosto, secondo la tradizione, come una scienza la quale indaghi connessioni causali.

Col libro sui *Principi della matematica* pubblicato nel 1903 non parve al Russell di poter prendere nella controversia un partito deciso; giacchè, sottoposta in via preliminare la nozione di causa a una discussione logica un po' approfondita, trovò bensì che su questo proposito molto era da modificare e da correggere nelle vedute tradizionali, ma non potè pervenire a conclusioni che pienamente lo soddisfacessero ([12]).

Ma dieci anni dopo, con un articolo inserito nella rivista « *Scientia* » del Rignano, riprese la sua analisi e pervenne a conclusioni tanto negative, da proporre che la parola *causa* fosse addirittura esclusa dal vocabolario filosofico ([13]).

([12]) Cifr. B. Russell, *The Principles of Mathematics* (Cambridge, University Press, 1903), pag. 474 e segg.

([13]) B. Russell, *Ont the notion of cause* (Scientia, vol. XIII, 1913).

Non è il caso di riprodurre qui le sottili disquisizioni logiche del RUSSELL, tanto più che due anni fa, proprio qui a Napoli, ebbi a richiamarle ampiamente dinanzi a un congresso di matematici ([14]). Ricorderò piuttosto come in quella occasione io cercassi di far rilevare che la proposta del RUSSELL, non ostante la sua apparenza paradossale non fosse in fondo che l'espressione esplicita e netta di vedute permeanti gli sviluppi più recenti e più notevoli della meccanica, della fisica matematica e dell'economia politica.

Per limitarci a quest'ultima, si pensi, da una parte, quanto a lungo e con quanto calorose controversie si sia discusso fra gli economisti intorno alla *causa* del valore, e si rifletta, dall'altra, come il tumulto di tanto acceso battagliare si sia venuto a poco a poco affievolendo e quietando; la quiete essendo dovuta, non già all'instaurarsi di un pacifico accordo fra i contendenti in una teoria definitiva, ma al riconoscimento, tacito od esplicito, della inanità della ricerca. Nei suoi ultimi corsi di economia politica all'Università di Losanna il PARETO — il grande pensatore nostro rapito da poco alla scienza e alla vita — non che di *causa* del valore, non parlava mai neppur di valore.

E in un articolo sul cambio pubblicato sul *Tempo* del 14 aprile 1919 il PARETO stesso, a proposito della compra-vendita di carta estera *cagione* del cambio, o del cambio *cagione* di detta compra-vendita, ammoniva: « *So bene che nelle Università si seguita ad insegnare questa teoria delle cagioni; ma ciò non toglie che sia sperimentalmente assurda e smentita ognora dai fatti* ».

Gli è che, com'ebbi a dire nella circostanza or ora ricordata, l'interdipendenza reciproca dei fatti della realtà, di cui con le scienze cerchiamo di darci delle spiegazioni — ove pur non si consideri che il solo accadere materiale della natura —, non si adatta ad essere espresso quale un insieme di relazioni non simmetriche tra coppie di termini — come vorrebbe chi si proponesse di rappresentarla mediante insiemi di relazioni causali —, se non quando, o ci si voglia limitare, o si sia costretti a non cercarne che spiegazioni eminentemente incomplete. I fatti non si collegano tra loro disponendoli in serie causali — cioè, in serie lineari —, non sono anelli di catene escludentisi reciprocamente, bensì, piuttosto maglie di una rete.

E se i cultori di una disciplina che ancora si trovi allo stadio

([14]) G. SCORZA, *Intorno al principio di causalità e alle applicazioni della matematica alle scienze sociali* (Periodico di Matematiche, Serie IV, vol. II, 1922).

infantile sono costretti, come tecnici, a limitarsi al rilievo di pure seguenze empiriche causali, in tanto vi si adattano, se non sono dei puri tecnici, in quanto sperano di arrivare con esse alla formulazione di leggi di interdipendenza più soddisfacenti.

Ora la matematica appunto è la scienza la quale possegga gli strumenti più poderosi e più adatti ad esprimere, e quindi ad investigare, interdipendenze di natura complicata.

La relazione posta tra più variabili da un'equazione in termini finiti; ecco un esempio di interdipendenza reciproca che per i matematici è di natura affatto elementare, mentre fuori della matematica è tanto poco intesa che lo STUART-MILL, ad es., potè cogliere in fallo lo HAMILTON — il filosofo, sia detto incidentalmente, cui si deve una delle più grossolane e inintelligenti polemiche contro la matematica, dal punto di vista educativo — a proposito di uno dei più semplici tipi di dipendenza di quella natura, e cioè la proporzionalità inversa ([15]).

Concludendo: o la causalità si intende, secondo la tradizione, come una relazione non simmetrica tra coppie di termini causa-effetto, e allora ad un esame logico approfondito si rivela come assolutamente inadatta ad essere utilizzata per vere e proprie sistemazioni razionali — cioè il suo campo di validità non eccede quello della pura empiria — e, nel fatto, tanto meno interviene in una assegnata disciplina scientifica quanto più questa è raffinatamente progredita; o la nozione di causalità si intende risoluta in quella di relazione o interdipendenza, e allora si ha davvero una nozione che sta alla base di ogni umano sapere, se sapere ha da significare veder legami stretti e rapporti evidenti ove l'uomo volgare, *the man of the street*, come dicono gli inglesi, non vede che disgiunzioni e diversità insanabili.

Ora la matematica ignora cause ed effetti, non relazioni e interdipendenze; ove si credeva dunque di aver colto una sua manchevolezza va riconosciuto invece uno dei segni migliori della sua alta perfezione.

Se il *cognoscere per causas* ha da essere inteso a dovere, non so quali *cognoscere per causas* possano esser paragonati a quello di un matematico, come un POINCARÉ od un KLEIN, che signoreggi le varie teorie della sua scienza e ne veda i legami profondi, sì che queste gli appariscano, non come serie irrelate di proposizioni inerti gua-

([15]) J. STUART MILL, *An examination of Sir William Hamilton's philosophy* (London, Longmans and Green, 1889) pag. 612.

dagnate a fatica con soriti interminabili, ma piuttosto come organizzazioni salde di verità vivaci rampollanti pronte e spontanee da un tronco comune.

*
* *

E volgiamoci infine a considerare il formalismo della matematica.

Sarà apparso, spero, dal modo stesso come poco fa ho alluso alla definizione del RUSSELL, che questa ha da essere intesa, per me, col famoso granellin di sale.

Vi è da riflettere intanto che RUSSELL la foggiò nel calore di una polemica col POINCARÉ, e nelle polemiche, tutti lo sanno, si conian volentieri dei paradossi per accentuare in forma brillante il proprio punto di vista.

Aggiungasi che quella controversia si svolse quando — vivissimo ancora l'interesse dei matematici per le geometrie non euclidee e sorta già quella che fu detta la crisi della fisica-matematica, culminata poi nella creazione della teoria generale della relatività di EINSTEIN — era divenuta caratteristica generale della scienza, per dirla col KLEIN, revocare in dubbio tutto ciò che fino ad allora era stato riguardato come solidamente stabilito. In tutto era vivo fermento, anche nella matematica ([16]).

Avvenne cos' che per mantenere alla loro disciplina l'altissimo posto da secoli riconosciutole nella scala delle certezze e per mantenere ai postulati della geometria il grado di verità apodittiche — da nessuno revocato in dubbio prima che sorgessero le geometrie non euclidee — molti matematici si posero su quella che potremmo dire la via dell'astrattismo radicale: e cioè vuotarono la geometria di ogni e qualsiasi significato concreto perchè, ridottala a poco più che alla sua pura e semplice struttura formale, potessero dirla assolutamente vera. Su questa via si pose il POINCARÉ quando sostenne che i postulati della geometria fossero arbitrari; su questa via venne, in fondo, a collocarsi il RUSSELL quando con l'ultima parte della sua definizione paradossale adombrò il concetto che la matematica assevera, non proposizioni singole, ma soltanto implicazioni — la matematica assevera, sì, che se è vera una certa affermazione p è vera anche una cert'altra q, ma non sa, nè si preoccupa di sapere, se p o q sia vera o falsa.

([16]) Loc. cit. ([7]), pag. 32.

Ad un tale astrattismo non mi sento di aderire; nè vedo come esso possa aver dato a taluno per qualche tempo l'ingenua illusione d'aver stretto in pugno qualche cosa di assolutamente saldo e sicuro, quando nel pugno non era rimasto che il vuoto.

Ma poniamoci a considerare l'altra parte della definizione russelliana — *la matematica è quella scienza in cui non si sa di che si parli* — e riconosceremo subito come in essa si trovi espresso in forma vivacemente arguta ciò che costituisce il pregio migliore della scienza esatta e dà una delle spiegazioni più soddisfacenti del fascino che essa esercita su chi la coltiva.

Partiamo per chiarezza da un esempio del tutto elementare.

Se io dico — *ogni uomo è mortale, Socrate è uomo, dunque Socrate è mortale* —, per dedurre che Socrate è mortale non occorre affatto immaginare che Socrate sia proprio quel tale filosofo ateniese, tremendamente inquietante con le sue domande sottili, che fu condannato a ber la cicuta; ed è anche inutile sapere che cosa significhi uomo e che cosa significhi mortale.

È ciò che appare chiarissimamente quando si rifletta che quel famoso sillogismo non si dà che come esempio concreto dello schema astratto: *Se ogni M è un N, e P è un M, P è anche un N;* nel quale appunto la conclusione è tratta senza sapere che cosa siano M, N e P.

L'osservazione è tanto banale che l'averla richiamata può parere una canzonatura; pure essa racchiude un principio logico assai fecondo di cui i matematici da un pezzo in qua vanno facendo applicazioni sistematiche estremamente notevoli.

Si consideri una teoria riguardante certi determinati enti e organizzata deduttivamente: poniamo l'aritmetica razionale che riguarda numeri o la geometria razionale che riguarda punti rette e piani.

Per sapere che cosa significhino le proposizioni della teoria — distinte come è noto in postulati e teoremi — è necessario sapere che cosa siano gli enti cui esse si riferiscono; ma, se i teoremi sono stati dedotti dai postulati con nient'altro che l'uso delle leggi del pensiero logico astratto (principio di identità, di contradizione, del terzo escluso e via dicendo) — questa riserva non parrà oziosa a chi rifletta che alla condizione da essa espressa non soddisfanno per es. gli *Elementi* di Euclide, che pure sono stati riguardati per secoli come un modello di rigore logico —, per quanto riguarda la pura deduzione dei teoremi dai postulati il sapere che cosa siano quegli enti è affatto irrilevante.

Segue che applicando in blocco a tutta la teoria il processo di schematizzazione applicato or ora al sillogismo su Socrate, noi possiamo convertirla in un vasto paradigma formale del tipo: *Se per certi enti x, y, z, ... valgono certe proposizioni p, q, r, ...* — i postulati —, *per essi varranno anche le proposizioni t, u, v, ...* — i teoremi.

« E quando abbiamo fatto questo », si obbietterà, « quando ci saremo ridotti, per dirla col RUSSELL, a non sapere di che si sia parlato, che cosa avremo concluso? ».

Ma ecco, nell'aver fatto questo ha consistito appunto la trovata geniale che condusse il BELTRAMI a dimostrar la coerenza logica delle geometrie non euclidee.

Richiamiamo brevemente quale sia stata l'origine delle geometrie non euclidee.

Tra i postulati che EUCLIDE pose a base dei suoi *Elementi* il quinto, il così detto *postulato delle parallele,* al contrario dei rimanenti, non era affatto dotato di immediata evidenza intuitiva. Di qua sforzi ostinatamente pertinaci dei geometri — a partire dai commentatori di EUCLIDE — per cercar di dedurre quel postulato dagli altri, per convertirlo in teorema e togliere così ogni *neo* — secondo la classica espressione del SACHERI ([17]) — dalla grande sistemazione logica del geometra greco.

Ma di codesti sforzi, in taluno dei quali furon profusi tesori di ingegnosità sagace, nessuno fu coronato dal successo; non appena un geometra credeva di aver raggiunto la meta, ne sorgeva subito un altro che trovava qualche lacuna nella sua dimostrazione.

Di fronte a tanti insuccessi sorse in parecchi matematici della prima metà del secolo decimonono la persuasione che quel postulato non fosse una conseguenza logica degli altri; e non sapendo a quale altra via appigliarsi per giustificare questa loro veduta, si posero a sviluppare una geometria in cui esso fosse negato, ma tutti gli altri postulati di EUCLIDE fossero mantenuti.

Si diceva: *se quel postulato ha da essere una conseguenza logica degli altri, col negarlo noi dovremo più o meno presto imbatterci in una contradizione.*

Bene, il BOLYAI e il LOBACEFSCHI rifecero sotto quell'ipotesi tutta la geometria elementare, tutta la trigonometria, tutta la geometria analitica; e si imbatterono, sì, com'era da prevedere, in teoremi che urtavano tremendemente l'intuizione soggiacente alla geometria tradizionale, ma ad una contraddizione non pervennero mai.

Pure lo scopo che si eran proposto non poteva dirsi raggiunto; rimaneva sempre il dubbio che proseguendo le deduzioni la contra-

([17]) G. SACHERI, *Euclides ab omni naevo vindicatus* (Milano, 1733).

dizione sorgesse; che applicando la nuova geometria l'assurdo potesse una qualche volta manifestarsi.

Il BELTRAMI tagliò netto il nodo facendo osservare, con un *Saggio* famoso del 1868 [18], che sotto certe limitazioni, per i punti e le geodetiche di una superficie pseudosferica — inutile dire adesso in che consistessero quelle limitazioni e che cosa sia una di queste superficie — valevano tutti i postulati che per i punti e le rette di un piano erano ammessi tanto da EUCLIDE, quanto da BOLYAI e LOBACEFSCHI, ma non valeva il famoso postulato V; e che dunque la geometria piana di BOLYAI e LOBACEFSCHI e la geometria sopra una superficie pseudosferica schematizzate davan luogo a un medesimo e grandioso paradigma formale. Poichè della coerenza logica della geometria sopra una superficie pseudosferica non era da dubitare, non era da dubitar nemmeno di quella del paradigma formale e quindi della geometria di BOLYAI e LOBACEFSCHI.

Il ragionamento del BELTRAMI, che in quel *Saggio* fu applicato anche a dimostrar la consistenza logica della geometria riemanniana, era soggetto, come abbiamo ricordato, a qualche limitazione, e oggi si preferisce raggiunger lo scopo per una via diversa, cui tra poco avremo occasione di alludere, indicata dal KLEIN, ma il principio fondamentale cui si fa ancora ricorso resta quello del quale si valse il BELTRAMI, e se oggi i matematici sono assolutamente sicuri che le geometrie non euclidee sono formalmente coerenti, si deve appunto all'osservazione che, esposta sopra un esempio troppo semplice, poteva parer banale e vuota.

Ma non basta: non avremmo una chiara idea dell'utilità di quella osservazione, se non badassimo che essa dà la giustificazione migliore degli sforzi volti dai matematici a semplificare il più possibile per ciascuna loro teoria l'insieme dei relativi postulati e che essa ha un interesse, per sè, indipendentemente dalle applicazioni della natura di quella del BELTRAMI che nella matematica, oggi, sono notevolmente frequenti.

Notisi, infatti, per quanto si riferisce alla prima affermazione che, assegnata una teoria astratta, una sua interpretazione concreta è fissata, non appena sia attribuito agli enti cui essa si riferisce — quegli che or ora dicevamo $x, y, z, \ldots$ — un significato tale che i postulati della teoria siano soddisfatti. Segue che meno complesso è

(18) E. BELTRAMI, *Saggio di interpretazione della geometria non euclidea* (Giornale di Matematiche del BATTAGLINI, vol. 6).

l'insieme dei postulati di una teoria astratta, più vasta è la molteplicità delle sue interpretazioni concrete: a quel modo che meno esigente è un sistema di norme governative, più grande è il numero dei cittadini che non cerchi di eluderle, meno rigidamente è contesta una stoffa, e più vivi e vari sono i giochi di pieghe che essa permette.

E per quanto si riferisce alla seconda, notisi che, certo, prendere dei sillogismi concreti e riscontrare che essi sono riconducibili a un medesimo schema formale è rilievo che non interessa gran fatto; ma ben altrimenti stanno le cose quando non è questione di sillogismi singoli, ma di intere teorie. Chi ha riconosciuto, che teorie concrete distinte, occupantisi di enti *toto cœlo* diversi, schematizzate dànno luogo a una medesima teoria astratta, non ha potuto far questo, se non perchè, trattosi fuori da ciascuna di esse, è riuscito a guadagnare un punto di vista superiore da cui guardarle simultaneamente; a quel modo che un esploratore può a colpo d'occhio istituire un paragone tra due foreste, se riesce a trarsene fuori e guadagnare un'altura da cui dominarle entrambe.

Il matematico, che non possiede la teoria generale di ciò che si dice un *corpo numerico*, conosce, a traverso l'algebra, la teoria delle equazioni, a traverso la teoria dei numeri, quella delle congruenze rispetto a un modulo primo, a traverso i trattati sui numeri algebrici, quella delle congruenze rispetto a un ideale primo; tre teorie di cui, se pure ha colto qualche analogia, non vede gli intimi legami. Per lui, ad es., il teorema di WILSON sui numeri primi e le relazioni intercedenti tra i coefficienti e le radici di una equazione algebrica sono qualche cosa di ben diverso. Ma chi possegga la teoria generale soggiacente a ciascuna di queste sa che si tratta, in ogni caso, di equazioni algebriche in un certo corpo numerico, e che in particolare il teorema di WILSON non fa che esprimere una relazione tra i coefficienti e le radici di una sì fatta equazione (19).

E come l'alpinista riguarda ampiamente compensata la penosa fatica dell'ascesa dal vasto panorama che, raggiunta la cima, si rivela ai suoi occhi incantati, lo studioso che riesce a veder disporsi in un medesimo stampo formale le più diverse teorie concrete dimentica le difficoltà, talvolta non lievi, che ha dovuto superar per

(19) Vedi, per es., G. SCORZA, *Corpi numerici e algebre* (Messina, Principato, 1921) pag. 86.

accorgersene, per godere beato — beato, dico, e di uno dei tipi più fini di plenitudine gioiosa — lo spettacolo di alta bellezza che si para dinanzi agli occhi della sua mente.

Esagerazione di matematico passionatamente innamorato della sua scienza?

No, no: espressione assolutamente sincera di impressioni veramente vissute.

Provatevi a raccontare a dei giovani studenti di geometria analitico-proiettiva la storia dei teoremi di PASCAL e BRIANCHON; dite loro che il PASCAL il suo *Hexagramma mysticum* lo trovò a 16 anni nel 1640; che di quel teorema, secondo la sentenza del DESARGUES, ben quattro libri di APOLLONIO non sono che conseguenza immediata; e che da esso, soltanto nel 1806 — e cioè 166 anni dopo — fu dedotto dal BRIANCHON il teorema sul seilatero circoscritto a una conica mediante la teoria delle figure polari reciproche; fate rilevare, infine, che i teoremi di PASCAL e BRIANCHON non sono che due delle infinite — dico, infinite — interpretazioni concrete diverse di un unico teorema astratto riguardante le sestuple di elementi di una varietà quadratica unidimensionale, e guardate gli scolari più intelligenti. Vedrete accendersi nei loro occhi, diffondersi sui loro visi commossi la luce divina — inconfondibile con altre — della gioia estetica pura!

Pensate cosa dovesse provare il KLEIN quando colse l'intima natura del legame intercedente fra le geometrie non euclidee e le così dette metriche cayleyane!

Il KLEIN aveva compiuto i suoi studi di geometria proiettiva sotto la guida del PLÜCKER e del CLEBSCH e, avutane notizia da un trattato del SALMON nella traduzione e nel rifacimento del FIEDLER, era venuto a conoscenza delle memorie del CAYLEY, in cui questo brillantissimo e profondissimo ingegno aveva sviluppata la teoria che, a suo ricordo, fu poi detta teoria delle metriche cayleyane.

Ed ecco che a BERLINO nell'anno accademico 1869-70, quando dunque il KLEIN, nato nel '49, non aveva che venti anni, un compagno di studi, lo STOLZ, gli parlò delle geometrie non euclidee a quel tempo ancora scarsamente conosciute. Nell'ascoltarne i risultati, il KLEIN colse subito la loro analogia con quelli cui era pervenuto il CAYLEY e subito balenò alla sua mente l'idea che tra le geometrie non euclidee e le metriche cayleyane dovessero sussistere legami profondi.

Poco dopo ebbe occasione di tenere una conferenza su queste metriche nel Seminario matematico, diretto allora dal WEIERSTRASS, e non mancò di accennare alla sua idea, proponendo la questione di vedere, se essa fosse, o non, giustificata.

Al WEIERSTRASS — si badi bene, al WEIERSTRASS, perchè risulti quanto poco facile sia, per ritornare a una delle nostre immagini, il trarsi fuori da certe foreste — parve che alla domanda posta dal KLEIN fosse da rispondere senz'altro negativamente: le geometrie non euclidee e le metriche cayleyane erano da riguardare come teorie nettamente distinte. Dinanzi a tale giudizio, data la persona da cui proveniva, il giovane conferenziere non pensò più alla sua questione.

Ma il caso volle che nell'anno accademico seguente il KLEIN e lo STOLZ si ritrovassero insieme a Gottinga e che lo STOLZ daccapo tornasse sulle geometrie non euclidee. E allora il giovane, ma già fortissimo, geometra riprese la sua idea e, mediante pubblicazioni nei *Matematische Annalen* divenute classiche con rapidità fulminea, mostrò che le geometrie non euclidee e le metriche cayleyane non sono che interpretazioni concrete diverse di sistemi astratti coincidenti ([20]).

Pensi, infine, ognuno che abbia sentito parlare di talune recenti teorie sulla struttura degli atomi, con quale brivido di commozione estetica abbia appreso che l'estremamente piccolo è costruito come l'estremamente grande; che, dal punto di vista strutturale, l'atomo si comporta come un sistema planetario!

E ora si derida pure, se piace, il formalismo della matematica si chiudano gli occhi alla verità, se si vuole, per trovare in esso l'aridità e la vuotaggine della scolastica nelle sue forme più risibilmente degeneri; per immaginar che cosa possa costituire agli occhi dei matematici il fascino migliore della loro scienza, si pensi pure, se così aggrada, a quel professore di cui parla il DE AMICIS che, spalancata la tavola di logaritmi vi affondava il viso, beato, e, contaminando un divino verso del LEOPARDI, esclamava:

E il naufragar m'è dolce in questo mare!

*
* *

Con quanto son venuto dicendo, sbarazzato il terreno dalle obbiezioni più forti, mi son preparata la via a chiarire in che cosa per me sia da ravvisare il valor formativo — e grandissimo — della matematica.

([20]) Loc. cit. (7), pag. 63.

Si è parlato a questo proposito di ginnastica intellettuale; si è detto che lo studio della matematica esercita la facoltà dell'attenzione — per lo HAMILTON, anzi, non avrebbe altro merito che questo (oh! ma, beninteso, quando sia opportunamente controbilanciato con altri studi, perchè altrimenti son guai!) — si è osservato perfino dallo HICKSON che nessun altro studio *«offre migliore occasione per acquistare l'attitudine a perseverare in un lavoro noioso»* [21].

Già: ma di ginnastica intellettuale si parla anche per le lingue classiche, e il vero classicista si ribella — e con mille ragioni — quando sente raccomandar lo studio del latino e del greco, non perchè dà modo di sentire con l'anima di VIRGILIO, di vedere, nel mondo delle idee, con gli occhi di PLATONE; non perchè valorizza il nostro pensiero, la nostra civiltà, i nostri costumi e le nostre leggi mostrandone le loro scaturigini prime; ma perchè impone la fatica delle acrobazie sintattiche; come se, perfino nel campo dell'educazione fisica, non si fossero sostituite alle virtuosità del trapezio i giochi sportivi.

E la facoltà dell'attenzione è esercitata tanto dal seguire un ragionamento matematico ben condotto, quanto, e forse più, dalla necessità di badar bene al senso delle varie strofe di un'ode di ORAZIO perchè nel tradurle non si resti disorientati dai loro voli; e, se ci si ha da mettere sul terreno della noia, l'algebra e la geometria non hanno proprio nulla da invidiare alla grammatica greca.

Gli è che tutte codeste osservazioni non restano che alla superficie delle cose; ad esse, il valor specifico della matematica, dal punto di vista educativo, sfugge totalmente.

Com'ebbi a dire nel gennaio del '20 inaugurandosi il *Circolo matematico* di Catania, *«chi ha intesa una dimostrazione matematica, chi è riuscito a rendersene esatto conto, a penetrarne gli intimi congegni, a vedere la ferma trama della sua struttura, ha vivo il senso di aver raggiunto una verità con assoluta pienezza di persuasione, ha la gioiosa consapevolezza di non aver prestato il suo assenso ad altra autorità che a quella del suo pensiero; di aver conquistato una verità eterna con un suo autonomo processo spirituale»* [22].

Ora fuor della matematica, con assai minor frequenza, si può parlare di assoluta pienezza di persuasione e di verità eterna.

Ma non basta.

(21) Cifr. G. A. COLOZZA, *La matematica nell'opera educativa* (Roma, Albrighi e Segati, 1915), pag. 161.

(22) G. SCORZA, *Essenza e valore della matematica* (*Esercit. Mat. di Catania*, vol. I).

Tutti sanno ormai, ed è merito grande della filosofia idealista l'aver insistito su questo punto con forza e continuità straordinariamente efficaci, che non si apprezza una pagina di DANTE o del BOCCACCIO, se non *si vive,* e che non si vive, se non ponendosi nella posizione di pensiero onde fu prodotta.

Il divino canto che il LEOPARDI pone in bocca al pastore errante dell'Asia non dice nulla a chi mai abbia sentito premersi il cuore dalle domande che quel pastore rivolge all'*intatta luna,* alla candida *giovinetta immortale,* con ansia sì dolorosa, sebben rattenuta, con arte sapiente, entro i limiti del più alto decoro, con il perfetto e sereno nitor della forma ; nè può sentire quale profonda intensità di sentimento riveli il grido di Ermengarda

« *Amor tremendo è il mio.*
Tu nol conosci ancora : oh ! tutto ancora
Non tel mostrai : tu eri mio; secura
Nel mio gaudio io tacea ; nè tutta mai
Questo labbro pudico osato avría
Dirti l'ebbrezza del mio cor segreto »,

chi all'amor non guardi con gli schivi occhi pensosi, con l'austera coscienza di ALESSANDRO MANZONI.

Bene : l'osservazione sussiste anche per una pagina di EUCLIDE.

Ora chi oserebbe sostenere che a un giovanetto fra i 13 e i 18 anni sia più difficile rivivere il processo spirituale conducente al teorema di PITAGORA che quello percorso dal pensiero del LEOPARDI per arrivare al più disperato pessimismo universale ? chi oserebbe sostenere che a quell'età sia più agevole ricostruire in sè l'esperienza affettiva di chi aveva avuto la ventura di viver l'amore a fianco di una ENRICHETTA BLONDEL, che le elementari esperienze conducenti alla notizia degli enti geometrici fondamentali — esperienze che, per adoperare una frase assai suggestiva del VARISCO, sono addirittura imposte dalla *pressione delle cose* ?.

E infine quale miglior propedeutica della matematica alla filosofia ?

Io non sono fra gli aperti derisori di ogni e qualsiasi filosofia ; nè riscuotono le mie simpatie gli specialisti che evitano volentieri le questioni speculative intorno ai principî fondamentali della loro disciplina con la scusa che di esse si hanno da occupare i filosofi — e dal tono stesso di falsa umiltà delle loro dichiarazioni di ignoranza filosofica risalta chiaro il loro disprezzo per tutto che non rientri nel ristretto ambito della loro scarsa intelligenza e della loro piatta animula vuota.

Tutt'altro, tutt'altro. Meridionale di nascita, sono meridionale anche in questo, che mi piacciono le meditazioni astratte liberanti lo spirito dai vincoli tenaci delle cose sensibili; e so bene che tanto più la vita di uno di noi ha valore umano, quanto più in essa si realizza di una credenza religiosa o di una veduta filosofica dell'Universo.

Ora appunto non può aversi robustezza vera di pensiero filosofico ove non è attitudine ad elaborare concetti; e non si elaborano concetti senza riflessione, e non si riflette senza porsi sul terreno del pensiero astratto ove l'abito mentale del matematico ha, per necessità di cose, preminenza assoluta.

E qui i giovincelli scherzosi che per gabellarsi filosofi si adornano dell'etichetta di moda e col cianciare di concretezza dello spirito, come tre o quattro decenni fa si cianciava di positivismo, illudono soltanto sè stessi e i loro pari di essere pensatori profondi — come se bastasse indossare un mantello regale per essere re —, non saltino su a dire, per una lezione male appresa, che nel pensiero astratto è la morte, e la vita non è che nel pensiero attuale.

Oh certo! altro è pensare e altro è pensato; ma chi può riflettere sul suo pensare senza convertirlo, per ciò stesso che vi riflette, in un pensato? per dirla col GENTILE, e per avere il conforto della sua autorità su questo punto indiscussa, certo, per tutti, « come sottrarsi all'eterna legge del pensiero che definisce e deduce e che elaborando e rielaborando costantemente i concetti, ribadisce la verità nella sua intrinseca coerenza, fermamente combaciante con sè medesima? » (22).

E in quale altro ordine di verità l'intrinseca coerenza, la salda compagine logica, la ferrea struttura deduttiva rifulge meglio che nelle verità matematiche?

Si deplora il formalismo dell'algebra, si citano il ROUSSEAU ed il COMTE per mettere in guardia contro l'abuso delle applicazioni dell'algebra alla geometria; e non si bada che nel rammarico del ROUSSEAU di vedersi risoluti dall'algebra i problemi di geometria *come per un giro di manovella,* non v'è che il rammarico del giocoliere che vede rifatti i suoi giochi con maggiore e più snella disinvoltura di trucchi; non si bada che più un procedimento matematico è astratto e formale, e più esso, come spero di aver fatto ve-

(23) G. GENTILE, *Sistema di logica come teoria del conoscere* (Bari, Laterza, 1922), vol. I, pag VI.

dere, è ricco di applicazioni e potente; non si bada che la matematica si ha da insegnare e studiare non per... la scacchistica dei problemi-*rebus* di geometria elementare, ma perchè il pensiero acquisti l'attitudine a camminare spedito sull'esile corda della pura deduzione logica, a guardarsi dalle seduzioni delle mille sirene che, a traverso gli inganni più sottili, tendono a fargli credere di aver dimostrato quando ha soltanto sragionato; e che questo scopo non si raggiunge se non esercitandosi su ragionamenti il più possibile... scarnificati, perchè meglio risalti la loro ossatura logica. Lo studente di medicina che vuol intender chiaro il gioco di un'articolazione ossea non ricorre a un corpo vivo, la mette a nudo da un cadavere!

Qualche filosofo si irrita un poco quando a noi matematici sale su dai precordi un insostenibile scoppio di riso davanti alla fatuità con la quale lo HEGEL pretende di dedurre, nell'incredibile modo che tutti sanno, le leggi di KEPLER; e un cultore di filosofia, allorchè in una occasione or ora ricordata, ebbi a deplorare il divorzio verificatosi da un certo tempo in qua tra la matematica e la filosofia e a dolermi che del divorzio la filosofia si rallegrasse, accolse la deplorazione, ma, invertendone la portata, invitò i matematici a integrare la loro cultura con la filosofia.

Eh no! vivaddio: il matematico può contentarsi di essere un tecnico, e come tale di filosofia può non preoccuparsi — ma in filosofia non v'è luogo a parlar di tecnica. La filosofia investe tutta la personalità umana; il filosofo ha da viverla tutta la vita del pensiero: il filosofo che non abbia avuta una buona educazione matematica sconta amaramente il suo difetto.

Ed appunto perchè ho rispetto grande e amore verace per la filosofia, io vedo nel valor propedeutico della matematica il suo maggior pregio formativo, la ragion potissima della necessità di accoglierne l'insegnamento nella scuola secondaria classica; nella quale — ho già detto perchè qui non si guarda che a questa — vorrei che ricevesse accoglienze assai... più *oneste e liete* di quanto ancora non usi.

L'antico detto *mathematicus non est collega* non si ode più nelle scuole umanistiche moderne; ma la sua eco non in tutte le coscienze è del tutto spenta.

Napoli, ottobre 1923.