SUR

LES PÉRIODES DES INTÉGRALES DOUBLES

ET

LE DÉVELOPPEMENT

DE LA

FONCTION PERTURBATRICE

Journal de Mathématiques, 5e série, t. 3, p. 203–276 (1897).

Introduction.

Soient u et u' les anomalies excentriques de deux astres et D leur distance. Le carré D^2 est un polynome entier par rapport aux lignes trigonométriques de u et de u'.

La partie principale de la fonction perturbatrice est précisément $\frac{1}{D}$. Elle peut se développer soit suivant les cosinus et sinus des anomalies moyennes, soit suivant ceux des anomalies excentriques.

Le premier développement est le plus employé et le plus utile; néanmoins il peut y avoir quelque intérêt à étudier les propriétés du second pour plusieurs raisons :

1° Quand les deux excentricités sont nulles, les deux développements se confondent, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison;

L'expression (1) n'est autre chose (pour $s=1$) que la fonction perturbatrice dans le cas où les deux excentricités et l'inclinaison sont nulles.

La théorie des périodes des intégrales doubles montre que le développement de la fonction perturbatrice, dans des cas plus généraux, peut encore jouir de propriétés analogues.

Supposons d'abord les deux excentricités nulles, mais l'inclinaison différente de zéro.

On verrait que les coefficients de développement sont des fonctions transcendantes des éléments, mais ces fonctions sont liées entre elles par des fonctions de récurrence, de telle façon qu'il n'y a que cinq transcendantes distinctes.

Si les excentricités ne sont pas nulles, il y a plus de difficulté. Mais supposons que, au lieu de développer suivant les sinus et cosinus des multiples des anomalies moyennes, on développe suivant les sinus et cosinus des multiples des anomalies excentriques. (Dans le cas précédent, les excentricités étant nulles, l'anomalie excentrique se confondait avec l'anomalie moyenne.) Les coefficients de ce développement sont encore des fonctions transcendantes des éléments, mais entre lesquelles il y a des relations de récurrence, de telle façon qu'il n'y ait au plus que seize transcendantes distinctes.

D'autre part, ces coefficients satisfont à des équations différentielles linéaires à coefficients rationnels, de telle façon que leurs dérivées partielles des divers ordres puissent s'exprimer à l'aide d'un nombre fini d'entre elles.

Revenons au développement procédant suivant les multiples des anomalies moyennes. Il n'y aura plus entre les coefficients de relations de récurrence à coefficients rationnels, ou du moins je n'en ai pas trouvé. Mais les coefficients du développement, considérés comme fonctions des éléments, satisfont encore à des équations différentielles linéaires, de telle façon que les dérivées partielles des divers ordres de l'un de ces coefficients puissent s'exprimer à l'aide d'un nombre fini d'entre elles.